



COPPE/UF RJ

**SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTO TURBULENTO EM
COMPRESSOR AXIAL UTILIZANDO FERRAMENTA DE CFD**

Marcelo Rodrigues Simões

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientadores: Átila Pantaleão Silva Freire

Su Jian

Rio de Janeiro

Junho de 2009

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTO TURBULENTO EM
COMPRESSOR AXIAL UTILIZANDO FERRAMENTA DE CFD

Marcelo Rodrigues Simões

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovada por:



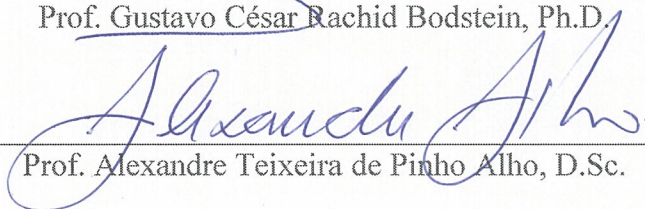
Prof. Átila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.



Prof. Su Jian, D.Sc.



Prof. Gustavo César Rachid Bodstein, Ph.D.



Prof. Alexandre Teixeira de Pinho Alho, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JUNHO DE 2009

Simões, Marcelo Rodrigues

Simulação Computacional de Escoamento Turbulento em Compressor Axial Utilizando Ferramenta de CFD/Marcelo Rodrigues Simões. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

XIX, 111 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Átila Pantaleão Silva Freire

Su Jian

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Mecânica, 2009.

Referencias Bibliográficas: p. 109-111.

1. Compressor. 2. Fluidodinâmica Computacional. 3. Escoamento Turbulento. I. Freire, Átila Pantaleão Silva et al II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

Ao Dr. Xiao Xiang (In Memoriam), por seus conselhos,
ensinamentos e sua contribuição inestimáveis.

AGRADECIMENTOS

Concluir uma Dissertação de Mestrado é uma tarefa difícil que demanda disciplina, dedicação e tempo, porém a recompensa obtida após tantos sacrifícios é muito gratificante. Este trabalho não seria concluído se não fosse pela ajuda de diversas pessoas que me apoiaram nesta jornada.

A primeira pessoa a quem eu quero agradecer é a minha esposa Aline. Sem o seu apoio, carinho, compreensão e incentivo, talvez eu não tivesse chegado aqui.

Agradeço aos meus pais por minha formação e educação na minha vida.

Quero agradecer também à PETROBRAS, pela oportunidade e estímulo dado aos seus funcionários para buscarem uma constante capacitação profissional.

Agradeço a COPPE-UFRJ, centro de excelência em ensino e pesquisa, pela oportunidade e pela alta qualidade de seu corpo docente.

Fundamental também foi o conhecimento transmitido pelo Dr. Xiao Xiang (In Memoriam), uma pessoa brilhante e profissional de elevado conhecimento na área de projeto de compressores e CFD, capaz de dar um novo significado ao trabalho.

A equipe do LASME-COPPE deixo minha gratidão, especialmente aos futuros engenheiros mecânicos Bruno Guimarães de Montojos e Alessandro Cassolari Vaz da Silva pelo apoio na configuração e elaboração das simulações em CFD.

Finalmente quero agradecer também aos professores Su Jian e Átila pela orientação, confiança, contribuição e apoio a esta dissertação de mestrado.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DE ESCOAMENTO TURBULENTO EM COMPRESSOR AXIAL UTILIZANDO FERRAMENTA DE CFD

Marcelo Rodrigues Simões

Junho/2009

Orientadores: Átila Pantaleão Silva Freire

Su Jian

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho apresenta a aplicação de uma ferramenta de fluidodinâmica computacional (CFD) na avaliação do escoamento turbulento no interior de um rotor de compressor axial transônico denominado NASA Rotor 37. O principal objetivo deste trabalho foi fornecer soluções numéricas precisas para o problema proposto e comparar os resultados encontrados com os de testes experimentais disponíveis na literatura. Três modelos de turbulência disponíveis no código ANSYS CFX 11 foram testados e validados contra dados experimentais. Os modelos de turbulência, todos de duas equações, selecionados são: κ - ϵ padrão, κ - ω e SST. Os detalhes e etapas da preparação das simulações são apresentados. As curvas de desempenho do rotor foram obtidas para cada modelo de turbulência e os resultados comparados com dados experimentais. Também foram observados se os modelos avaliados representaram corretamente os fenômenos físicos do problema. Conclui-se que o modelo de turbulência SST foi validado para o problema e este provou ser superior ao κ - ϵ nas comparações, e estes dois superiores ao modelo κ - ω que apresentou elevado desvio dos resultados.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

COMPUTATIONAL SIMULATION OF TURBULENT FLOW IN AN
AXIAL-FLOW COMPRESSOR USING CFD TOOL

Marcelo Rodrigues Simões

June/2009

Advisors: Átila Pantaleão Silva Freire

Su Jian

Department: Mechanical Engineering

This work presents the application of a computational fluid dynamics tool (CFD) in the evaluation of the turbulent flow inside a transonic axial compressor rotor named NASA Rotor 37. The major objective of this work was to provide accurate numerical solution for the proposed problem and to compare the numerical results with available experimental data in the literature. Three turbulence models available in software ANSYS CFX 11 were tested and validated against experimental data. The turbulence models selected, all being two-equation type, are standard κ - ε , κ - ω and SST. The steps and details for the simulation preparation are presented. The compressor rotor performance curves were obtained for each turbulence model and numerical results were compared with experimental data. It was also verified whether the turbulence models could correctly represent the real physical phenomena of this problem. It was concluded that the turbulence model SST was validated for this problem, and proved to be superior to the κ - ε model in the comparison and both models were superior to the κ - ω model that presented high deviation from the results.

Sumário

Resumo	vi
Abstract	vii
Índice de Figuras	xi
Índice de Tabelas	xiv
Lista de Símbolos	xv
1 Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	4
1.3 Escopo e metodologia do trabalho	5
2 Revisão Bibliográfica	6
2.1 Uma visão histórica do projeto aerodinâmico de turbomáquinas	6
2.1.1 Projeto unidimensional	7
2.1.2 Tratamento bidimensional do projeto	9
2.1.3 O início do tratamento tri-dimensional	10
2.1.4 Escoamento sobre a parede	12
2.1.5 Escoamento através das palhetas e curvatura das linhas de corrente	13
2.1.6 Métodos de projeto tridimensionais	14
2.1.7 Métodos experimentais no desenvolvimento e pesquisa de com- pressores	15

2.2	Análise de projeto de compressores axiais transônicos	16
2.3	Experiência e pesquisas em fluidodinâmica computacional em 3D . . .	18
2.4	Estudos do comportamento fluidodinâmico de compressores axiais transônicos	20
3	Fundamentos da Aerodinâmica para Compressores Axiais	24
3.1	Introdução	24
3.2	Compressores axiais	25
3.3	Fundamentos da Termodinâmica	26
3.3.1	Equações de estado para fluidos	30
3.3.2	Eficiência adiabática e politrópica	32
3.4	Compressibilidade dos fluidos	36
3.4.1	Onda de choque normal	37
3.4.2	Onda de choque oblíqua	38
3.4.3	Leque de expansão	40
3.5	Características aerodinâmicas de um compressor axial	41
3.5.1	Triângulo de velocidades para um estágio	43
3.5.2	Geometria básica de uma palheta	45
4	Fluidodinâmica Computacional	50
4.1	Introdução à mecânica dos fluidos	50
4.1.1	Princípio da conservação de massa	51
4.1.2	Princípio da conservação da quantidade de movimento linear .	51
4.1.3	Princípio da conservação da quantidade de movimento angular	52
4.1.4	Equação da energia	52
4.2	Metodologia do CFD	53
4.3	Teoria de Turbulência	56
4.3.1	As equações de Navier-Stokes de média de Reynolds	57
4.3.2	Equações de transporte para o tensor de Reynolds	61
4.4	Modelos de Turbulência	64
4.5	Modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta	65
4.5.1	O modelo κ - ϵ	68

4.5.2	O modelo $\kappa\text{-}\omega$	73
4.5.3	O modelo shear stress transport (SST)	75
4.5.4	Conclusão sobre os modelos de turbulência	77
5	Análise de Resultados	79
5.1	Descrição do trabalho	79
5.1.1	A geometria do compressor	81
5.1.2	Geração da malha	85
5.1.3	Condições de contorno	87
5.2	Resultados encontrados	88
6	Conclusões e Sugestões	106
6.1	Conclusões	106
6.2	Recomendações e Trabalhos Futuros	107
	Referências Bibliográficas	109

Lista de Figuras

2.1	Triângulos de velocidades	8
2.2	Triângulos de velocidades	8
2.3	Visão conceitual das linhas de corrente no anel para a hipótese de equilíbrio radial: carcaça na linha superior e cubo na inferior (Cumpsty e Greitzer, 2004)	11
2.4	Representação das modificações em palhetas em função do plano circunferencial e meridional (Benini e Biollo, 2007)	18
2.5	Bloqueio em função da altura da palheta para 3 rotações. Medições a 115% da corda (Suder, 1998)	21
2.6	Interação entre uma onda de choque normal e camada limite (Green, 1971)	22
3.1	Compressor axial (Cortesia MAN-TURBO)	25
3.2	Curva de desempenho de um compressor axial (Cortesia MAN-TURBO)	26
3.3	Desenho de corte de um compressor axial (cortesia MAN-TURBO)	27
3.4	Volume de Controle (Dixon, 2005)	28
3.5	Ponto estático 1, ponto de estagnação 01 e ponto de estagnação isentrópico de um fluido (Dixon, 2005)	29
3.6	Diagrama entalpia-pressão (www.msps.eng.br mai/09)	31
3.7	Diagrama entalpia entropia (Aungier, 2003)	33
3.8	Diagrama entropia-entalpia (Whitfield e Baines, 1990)	34
3.9	Diagrama entropia-entalpia (Whitfield e Baines, 1990)	35
3.10	Ângulo de Mach	38
3.11	Onda de choque normal	39

3.12	Onda de choque oblíqua	40
3.13	Leque de expansão	41
3.14	Desenho esquemático em corte de um compressor axial	42
3.15	Triângulo de velocidades para as pás guias de entrada	44
3.16	Triângulo de velocidades para o rotor	45
3.17	Geometria básica de um aerofólio (Aungier, 2003)	46
3.18	Geometria básica de um aerofólio (Aungier, 2003)	47
3.19	Abertura e vão entre duas palhetas adjacentes	49
4.1	As diferentes regiões de umescoamento próximo à uma parede (Silva Freire et al., 2006)	72
5.1	Vista lateral do rotor	82
5.2	Vista transversal em corte da ponta da palheta	82
5.3	Vista superior com direção de rotação e sentido do escoamento	84
5.4	Rotor 37 em 3D	84
5.5	Vista do volume de controle	85
5.6	Malha gerada em vista superior das palhetas (ANSYS CFX)	87
5.7	Representação das regiões de contorno	88
5.8	Gráfico com curva de razão de pressão por vazão mássica normalizada	92
5.9	Gráfico com curva de eficiência por vazão mássica normalizada	93
5.10	$k-\epsilon$, contorno do número de Mach relativo a 95% do span	94
5.11	$k-\omega$, contorno do número de Mach relativo a 95% do span	95
5.12	SST, contorno do número de Mach relativo a 95% do span	95
5.13	$k-\epsilon$, detalhe da interação entre a onda de choque e a camada limite	96
5.14	$k-\omega$, detalhe da interação entre a onda de choque e a camada limite	97
5.15	SST, detalhe da interação entre a onda de choque e a camada limite	97
5.16	SST, contorno do valor de entropia a 80% do span	98
5.17	$k-\epsilon$, contorno do valor de entropia no bordo de fuga	99
5.18	$k-\omega$, contorno do valor de entropia no bordo de fuga	99
5.19	SST, contorno do valor de entropia no bordo de fuga	100
5.20	Bancada de teste do experimento (laboratório da NASA)	101

5.21	Gráfico comparativo razão de temperatura por span	102
5.22	Gráfico comparativo razão de pressão por span	102
5.23	Linhas de corrente na superfície da palheta e do hub no lado sucção .	103
5.24	Vetores de velocidade no tip clearance	104
5.25	Contorno de número de Mach a 20% da corda	105
5.26	Contorno de número de Mach a 20% da corda	105

Lista de Tabelas

4.1	Vantagens e desvantagens dos modelos de turbulência de duas equações	78
5.1	Principais parâmetros do Rotor 37	83
5.2	Dados experimentais no ponto de projeto	83
5.3	Condições de contorno	89
5.3	Condições de contorno (Continuação)	90
5.4	Detalhes do solver	90
5.5	Detalhes do domínio rotor 37	90
5.6	Modelos de turbulência e função de parede	90
5.7	Razão de Pressão Global (P_{tot}/P_{ref})	91
5.8	Eficiência Adiabática	91
5.9	Pontos da curva de desempenho experimental	92

Lista de Símbolos

A	área [m ²]
a	velocidade do som [m/s]
b	corda [m]
C	velocidade absoluta [m/s]
C_p	calor específico à pressão constante [kJ/kg]
C_v	calor específico a volume constante [kJ/kg]
C_μ	constante adimensional empírica
e	energia interna específica total [kJ/kg]
f_i	força de corpo
g	aceleração da gravidade - 9,81 m/s ²
h	entalpia específica [kJ/kg]
H	head [m ² /s ²]
i	ângulo de incidência
k	energia cinética turbulenta [m ² /s ²], relação de calores específicos ou coeficiente isentrópico do gás
L	comprimento [m]
L_μ	escala de comprimento [m]

l_t	comprimento característico [m]
M	número de Mach
M'	número de Mach relativo
m	massa [kg]
\dot{m}	vazão mássica [kg/s]
N	rotação [rpm]
n	expoente politrópico, direção normal
p	pressão [Pa]
Q	vazão [m ³ /s]
\dot{q}	taxa de calor [kJ/s]
q	troca de calor específico [J/Kg]
Re	Número de Reynolds
R	constante do gás [kJ/kg K]
R_p	razão de pressão
\bar{R}	constante universal dos gases [kJ/kmolK]
r	raio [m]
S_{ij}	tensor da taxa de deformação desviatória
s	entropia [kJ/kgK], afastamento entre palhetas
T	temperatura [K]
t	tempo [s]
U	velocidade periférica do impelidor [m/s],
u	vetor velocidade [m/s]

\tilde{u}	velocidade instantânea [m/s]
U	velocidade média [m/s]
u'	velocidade flutuante [m/s]
v	volume específico [m ³ /kg]
\dot{w}	trabalho específico [J/kg]
W	velocidade relativa [m/s]
Z	altura [m]
α	ângulo de ataque
β	ângulo de escoamento relativo em relação à direção radial
β'	ângulo de escoamento relativo em relação à direção radial
χ_1	ângulo de entre a linha da central e a corda e no bordo de ataque
χ_2	ângulo de entre a linha da central e a corda e no bordo de fuga
γ	ângulo de escalonamento da palheta (ou de montagem)
η	eficiência
ϵ	taxa de dissipação da energia cinética turbulenta
κ	energia cinética turbulenta por unidade de massa
κ_1	ângulo entre a direção axial e a linha de arqueamento para o bordo de ataque
κ_2	ângulo entre a direção axial e a linha de arqueamento para o bordo de fuga
θ	ângulo de arqueamento (camberline)
μ	viscosidade [Pa.s], ângulo do cone de Mach

ν	viscosidade cinemática [m^2/s], ângulo do cone de Mach
ν_t	viscosidade turbulenta
ρ	massa específica [kg/m^3]
ε	taxa de dissipação de energia cinética
σ	solidez da cascata
σ_k	parâmetro constante para fechamento das equações de RANS
τ_{ij}	tensor tensão
ω	taxa de dissipação turbulenta específica
Γ_t	difusividade turbulenta
Ω	velocidade angular
δ_{ij}	delta de KRONECKER

Subscritos

B	palheta
C	compressor
CFX	CFX
E	Euler
e	saída
h	hub
m	componente meridional
N	extremidade
n	processo politrópico, direção normal

P	superfície de pressão
p	politrópico
R	rotor, razão
r	direção radial
s	processo ideal ou isoentrópico
$slip$	escorregamento
stg	estágio
u	componente tangencial
t	turbulento
θ	direção circunferencial
γ	processo isoentrópico
0	estado de estagnação
1 – 2	localização no impelidor

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

Diante da intensificação do processo de abertura do mercado mundial, denominado “Globalização”, especialmente a partir do início do presente século, propiciando a fusão de grandes companhias, para as indústrias, em geral, os maiores desafios passaram a ser a elevação dos índices de produtividade, da confiabilidade operacional, e o atendimento da demanda da sociedade pela redução das emissões de gases causadores de efeito estufa. Nas indústrias de petróleo, gás natural, petroquímica e biomassa as turbomáquinas são os maiores consumidores ou geradores de energia térmica ou elétrica, conforme sua aplicação.

As turbomáquinas são equipamentos dinâmicos que transferem energia entre um eixo girante, que denominamos rotor, e um fluido, e podem ser classificadas de forma simplificada como turbinas e compressores. As turbinas são máquinas que realizam trabalho a partir da expansão de um fluido em uma roda solidária a um eixo, seja para o acionamento de um gerador elétrico ou para o acionamento de outra máquina ou equipamento, enquanto os compressores transferem a energia mecânica através de seu rotor para a compressão de um fluido. Os compressores dinâmicos podem ser divididos em centrífugos e axiais.

Os compressores axiais são os que possuem projeto e fabricação mais complexos, pois são construídos a partir de conjuntos de palhetas em arranjos circulares. Diversas fileiras dessas palhetas são montadas tanto no eixo quanto na parte estaci-

onária, no sentido axial do eixo da máquina de forma a transmitir energia mecânica presente no conjunto rotativo convertendo-a em energia termodinâmica ao final do conjunto estacionário. Cada seqüência de duas fileiras, uma rotativa e uma estacionária, constituem-se em um estágio de compressão, e o somatório desses estágios forma o compressor.

Os compressores axiais são comumente encontrados em duas aplicações: compressor de ar em turbinas a gás de médio e grande porte, compressor de ar em unidades de craqueamento catalítico fluido (CCF) na indústria de petróleo e, ainda, sopradores de ar na indústria siderúrgica. Por suas características construtivas, operam com elevadas vazões volumétricas e razões de compressão moderadas. Seu custo de aquisição é maior do que o de um compressor centrífugo. Porém, por possuírem maior eficiência termodinâmica, resultando em um custo operacional energético significativamente inferior, temos assim um menor tempo de retorno do capital investido. Atualmente os maiores fabricantes mundiais de compressores axiais, os quais possuem tecnologia de ponta em termos de eficiência e qualidade do projeto, estão localizados principalmente nos Estados Unidos, Europa e Japão.

No Brasil, este tipo de equipamento é utilizado com maior freqüência na indústria do petróleo e gás, onde a companhia PETROBRAS se destaca com diversas aplicações, como turbinas a gás na geração de energia elétrica em plantas termelétricas ou em plataformas em alto mar, no acionamento de equipamentos mecânicos e na compressão de ar em unidades de CCF. Por possuir larga experiência em sua utilização, passando pela especificação desse tipo de máquinas, no acompanhamento de sua fabricação e dos testes de aceitação de fábrica das mesmas, na manutenção e na sua operação, a companhia possui um corpo técnico com elevado grau de conhecimento acumulado, disseminado em suas unidades operacionais espalhadas pelo país.

Visando reduzir a dependência do mercado internacional tanto na assistência técnica, como no desenvolvimento de soluções para a otimização do desempenho termodinâmico desses equipamentos, diversas linhas de pesquisa e projetos foram e continuam sendo estimulados. É possível destacar os avanços alcançados nas áreas de manutenção preditiva ao se acompanhar o desempenho termodinâmico da máquina

durante uma campanha operacional através de *software* próprio e assim identificar a necessidade, ou não, de uma intervenção, baseando-se na condição do equipamento. Na área de especificação técnica, novos critérios foram adotados levando em conta o acompanhamento de testes de aceitação do equipamento nas instalações do fabricante e, ainda, estudos que apontaram falhas de projeto de fornecedores. Na área de automação e controle foi possível desenvolver métodos numéricos para controlar o ponto de menor vazão do compressor em função das condições operacionais e com isso aumentar a flexibilidade do envelope operacional da máquina. Para o melhor entendimento dos fenômenos aerodinâmicos que ocorrem no interior dessas máquinas é indispensável o aprofundamento na teoria em torno de seu projeto.

O estudo do comportamento fluidodinâmico de um compressor axial é fundamental quando se busca obter o melhor rendimento deste equipamento. Para isso, é indispensável a especialização em diversas disciplinas como termodinâmica, mecânica dos fluidos, projeto mecânico, dentre outras. Com a evolução de ferramentas computacionais ora disponíveis é possível realizar os complexos cálculos necessários para o projeto aerodinâmico de um compressor em um tempo razoável. Os softwares desenvolvidos, e disponíveis comercialmente, incorporam diferentes modelos de turbulência e são capazes de calcular numericamente as equações da fluidodinâmica e transferência de calor em tempo reduzido, possibilitando simular o comportamento do escoamento do fluido no interior do compressor e analisar a qualidade de seu projeto.

Com isso, os fabricantes desses equipamentos puderam reduzir o prazo necessário ao desenvolvimento de um novo perfil aerodinâmico, pois o tempo e elevados custos anteriormente despendidos na criação de diversos protótipos para testes em bancada foram eliminados, e os esforços foram voltados para a otimização do projeto em 3D. Esses fabricantes, devido ao elevado grau de conhecimento e experiência necessários, desenvolvem seus próprios algoritmos para solução das equações, incorporando sua tecnologia proprietária, agregando seu conhecimento adquirido em simulações e evitando também que seus concorrentes compartilhem seus desenvolvimentos.

A motivação principal desta tese de mestrado é adquirir o conhecimento téc-

nico e teórico para utilizar as ferramentas computacionais disponíveis comercialmente para aplicá-las na compreensão dos fenômenos aerotermodinâmicos do escoamento no interior do compressor. Com o domínio desta tecnologia será possível incorporarmos mais uma linha de desenvolvimento na PETROBRAS visando buscar novos caminhos para vencer os desafios de se produzir energia com a maior eficiência. Os resultados ora obtidos servirão de base para diversas aplicações na área de turbomáquinas, como a avaliação de equipamentos existentes e a verificação do projeto de fabricantes. Devido a essa ferramenta ser aplicável a diversos tipos de turbomáquinas, como turbinas, compressores, ventiladores, turbinas eólicas e bombas centrífugas, linhas de pesquisa envolvendo a indústria, os centros de pesquisa e as universidades, objetivando o aumento do conteúdo nacional no projeto e na fabricação destes equipamentos devem ser incentivadas.

1.2 Objetivos

O objetivo dessa dissertação de mestrado é aplicar as ferramentas de fluidodinâmica computacional, também conhecidas como CFD, na avaliação do comportamento tridimensional, viscoso e turbulento do escoamento no interior de um rotor de um compressor axial transônico chamado NASA 37. Três modelos de turbulência baseados no conceito de viscosidade turbulenta, todos de duas equações, foram selecionados para as simulações numéricas do problema: κ - ϵ , κ - ω e SST. O programa de CFD utilizado nas simulações numéricas será o CFX fornecido pela empresa ANSYS.

Serão realizadas diversas simulações com cada modelo de turbulência com o intuito de se traçar as curvas de desempenho do compressor. Os resultados obtidos serão comparados com dados experimentais disponíveis na literatura para esse rotor. O modelo de turbulência que representar com melhor acurácia o comportamento termodinâmico do compressor será validado para o problema. Também será verificado se o modelo de turbulência foi capaz de reproduzir os fenômenos físicos no interior do compressor.

1.3 Escopo e metodologia do trabalho

Este trabalho irá apresentar o conhecimento necessário para avaliar o projeto aerodinâmico de um compressor, compreender os fenômenos físicos relacionados ao escoamento do fluido no interior de um compressor axial transônico e também para a adequada utilização das ferramentas de CFD disponíveis comercialmente.

Inicialmente será realizada uma revisão bibliográfica de diversos autores que desenvolveram estudos relacionados a: (i) projeto de compressores axiais, (ii) aplicação do CFD na pesquisa, projeto e avaliação de compressores e (iii) estudo dos fenômenos fluidodinâmicos do escoamento.

Dois capítulos do texto serão dedicados à apresentação de um resumo da teoria necessária para compreensão do trabalho desenvolvido. Portanto, as disciplinas de termodinâmica, construção de perfis aerodinâmicos, fluidodinâmica computacional e modelos de turbulência serão tratadas.

No capítulo seguinte será descrito o escopo do trabalho. O trabalho envolve utilizar um perfil aerodinâmico conhecido para a aplicação do CFD. O perfil selecionado foi criado pela NASA para a construção de um rotor de um compressor axial transônico, chamado rotor 37. As seguintes etapas serão descritas: (i) Apresentação do rotor NASA 37 e (ii) Descrição das simulações realizadas e modelos de turbulência aplicados.

Finalmente serão apresentados os resultados obtidos através das diversas simulações realizadas com o programa de CFD disponível comercialmente. O aplicativo selecionado foi o CFX desenvolvido pela empresa ANSYS. Este programa é utilizado há anos na simulação numérica tridimensional de turbomáquinas. Os modelos de turbulência selecionados foram $k-\epsilon$, o $k-\omega$ e o SST. Com os resultados das simulações obtidos será possível levantar a curva de desempenho do rotor 37 com os três modelos de turbulência simulados no CFX. A análise dos resultados será detalhada, para melhor compreensão dos fenômenos fluidodinâmicos, e apresentada em conjunto com algumas observações feitas por outros pesquisadores. Na conclusão, será validado para o problema proposto, o modelo de turbulência que alcançar os resultados termodinâmicos mais próximos dos encontrados nos dados experimentais.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

A revisão da literatura publicada por especialistas aprofunda e dissemina experiências e desenvolvimentos sobre uma mesma área de conhecimento. Pretende-se estudar diversos artigos relacionados aos temas relacionados a esta tese de mestrado e apresentá-los conforme sua relevância e aplicação.

2.1 Uma visão histórica do projeto aerodinâmico de turbomáquinas

O projeto aerodinâmico de turbomáquinas se desenvolveu com maior intensidade no decorrer do século passado. Os projetistas muitas vezes obtinham sucesso utilizando métodos de projeto que muitas vezes não traziam uma compreensão completa das características do escoamento. Muitas dessas lacunas estimularam o desenvolvimento de novas idéias e conceitos que superaram os métodos antes utilizados. Porém, até hoje não é possível se descrever todos os efeitos fluidodinâmicos que ocorrem no campo do escoamento através das palhetas e sobre a interação entre os rotores adjacentes.

Cumpsty e Greitzer (2004) realizaram um estudo sobre a evolução histórica do projeto de turbomáquinas descrevendo as principais características e limitações de cada método. Além disso, algumas discussões sobre os problemas que ainda são obstáculos para as futuras gerações também são abordadas. Serão relatadas abaixo

as principais contribuições do texto sobre o assunto.

2.1.1 Projeto unidimensional

A primeira simplificação feita para o projeto de turbomáquinas foi considerar um plano de referência estático para o escoamento sobre as palhetas fixas e um plano de referência rotativo para as palhetas do rotor. Era assumido que os efeitos da próxima fileira de palhetas eram tomados de forma axi-simétrica em relação à jusante da anterior e a montante da seguinte, obtendo um plano de referência uniforme para o estator e para o rotor. Com isso um triângulo de velocidades poderia ser criado para cada plano de referência. Como resultado, a equação do Head de Euler foi elaborada combinando a quantidade de energia fornecida pelo escoamento com o torque gerado ou recebido pelo sistema.

$$\Delta h_0 = \Delta(Uv_\theta) \quad (2.1)$$

onde Δh_0 é entalpia de estagnação, U é a velocidade de rotação e v_θ é a componente tangencial da velocidade. De maneira geral esta equação é utilizada até hoje para avaliar o projeto preliminar de compressores.

No começo, as turbinas eram construídas com palhetas com perfil reto ou em arco circular, e a variação do perfil em função do comprimento da palheta era desconsiderado, ou seja, a variação da velocidade periférica em função do raio do rotor era calculada para um valor médio e o escoamento era visto como unidimensional com perdas. Para compressores axiais as eficiências encontradas eram muito baixas, devido, principalmente, ao efeito de estagnação da vazão em porções da palheta.

Nesta época (em 1920) o conceito de camada limite era relativamente novo, e os especialistas em mecânica dos fluidos não eram familiarizados com a aplicação desse conceito no projeto. A partir deste momento a preocupação com os efeitos da separação da camada limite na palheta e nas paredes do compressor foi levantada e estudada.

Ciclo de Surge

Atualmente o uso do triângulo de velocidades, representado na figura 2.1, é

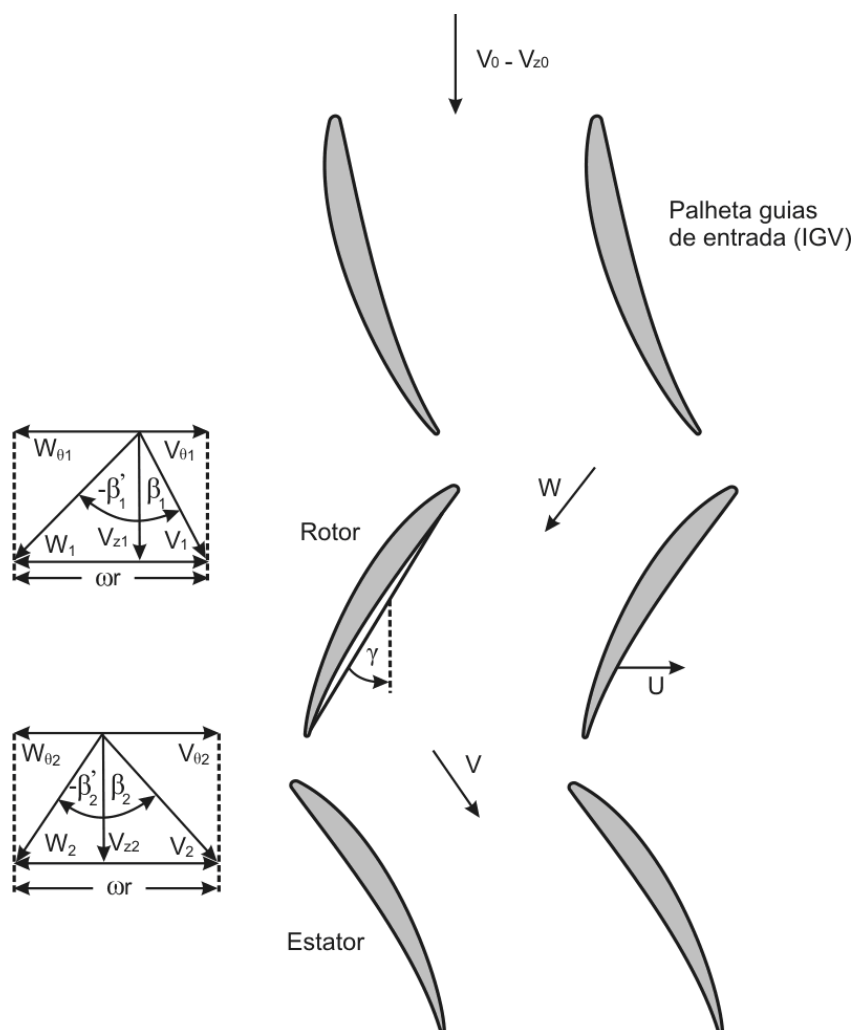


Figura 2.1: Triângulos de velocidades

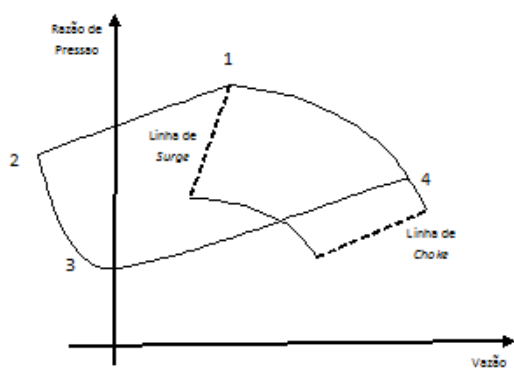


Figura 2.2: Triângulos de velocidades

utilizado em conjunto com correlações empíricas para estimar, por exemplo, o aumento da pressão estática e a perda na pressão total. Também pode ser utilizado para avaliar a condição de estrangulamento da vazão devido à proximidade da velocidade do som no escoamento (também conhecido como choke), ou verificar a limitação de estabilidade do compressor que possa resultar em reversão do fluxo devido à incapacidade do compressor ultrapassar a pressão do sistema a jusante do compressor. Este fenômeno denominado *surge* em inglês e, sem tradução livre para o português, representa o ponto da curva vazão-razão de pressão onde a razão de pressão é máxima, sendo que, a partir deste ponto, a pressão do sistema rompe a capacidade de compressão do equipamento e uma grande flutuação na vazão é percebida com possibilidade de escoamento do fluido em fluxo reverso. Esta flutuação é repetida em ciclos até que a razão de pressão seja compatível ao projeto da máquina novamente. O surge pode causar diversos danos a um compressor axial, inclusive a ruptura das palhetas devido às grandes tensões a que estas são submetidas durante o ciclo. A figura 2.2 apresenta esquematicamente um ciclo de surge completo.

2.1.2 Tratamento bidimensional do projeto

Por volta de 1930 muitos compressores axiais já utilizavam o perfil aerodinâmico da palheta em forma de aerofólio. Nessa época, as palhetas já eram construídas com um ângulo de torção em relação à raiz para compensar a diferença da velocidade tangencial do escoamento em função da direção radial, e com isso era possível manter constante o ângulo de incidência do fluido na palheta.

Alguns túneis de vento foram construídos para testar as palhetas em cascata e avaliar seu desempenho. Os resultados obtidos serviram de base para os projetos seguintes e os conhecimentos adquiridos durante os anos criaram uma série de correlações, como por exemplo as que relacionam a inclinação das palhetas em relação à direção axial, rotação e solidez do rotor (o quão próximo as palhetas podem ser posicionadas), também conhecidas como correlação de Howell, ao passo que correlações referentes ao desvio do fluxo, ou seja, a diferença entre a direção do fluxo na saída da palheta e a direção da saída da palheta é conhecida como correlações de Carter.

Diversas correlações empíricas foram desenvolvidas nos anos seguintes, sendo uma das mais importantes criadas após a segunda guerra mundial, chamada fator de difusão, que relaciona a inclinação da palheta, sua curvatura e solidez com o fator de carga aerodinâmica da palheta.

$$D = 1 - \frac{V_2}{V_1} - \frac{s}{2b} \left(\frac{|v_{\theta 2} - v_{\theta 1}|}{V_1} \right) \quad (2.2)$$

onde b é a corda e s o afastamento entre palhetas.

O auge do desenvolvimento das correlações foi nos anos 50, porém até hoje os fabricantes de compressores utilizam esta prática internamente para avaliação de seus perfis aerodinâmicos. Uma mudança na forma de se projetar os compressores, advindo do desenvolvimento de procedimentos computacionais para cálculo do escoamento potencial transônico foi o uso da distribuição da velocidade prescrita na palheta, ou seja, a definição de uma distribuição da pressão ao longo da superfície de sucção que não permitisse a separação da camada limite.

2.1.3 O início do tratamento tri-dimensional

Nos anos 30 pouco era conhecido que o escoamento através dos rotores produzia um vórtice entre os anéis rotores e os estatores, e que esse fenômeno implicava em um diferencial de pressão na direção radial. Uma aproximação da variação da pressão radial afirma que a aceleração centrípeta gerada pelo escoamento em vórtice é balanceada por um gradiente de pressão radial, também conhecido como equilíbrio radial. Sua representação matemática deriva da forma da equação do momento radial como:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho v_{\theta}^2}{r} \quad (2.3)$$

onde r é o raio a partir do centro e v_{θ} é a velocidade tangencial.

A equação do equilíbrio radial simples é considerada uma aproximação por negligenciar a curvatura das linhas de corrente em outras direções e, portanto desconsiderar a aceleração radial exceto pela força centrípeta. Através do plano meridional o equilíbrio radial simples impõe que a mudança na posição radial da linha de cor-

rente só ocorre nas palhetas conforme figura 2.3, seguindo uma trajetória constante nos espaços anulares.

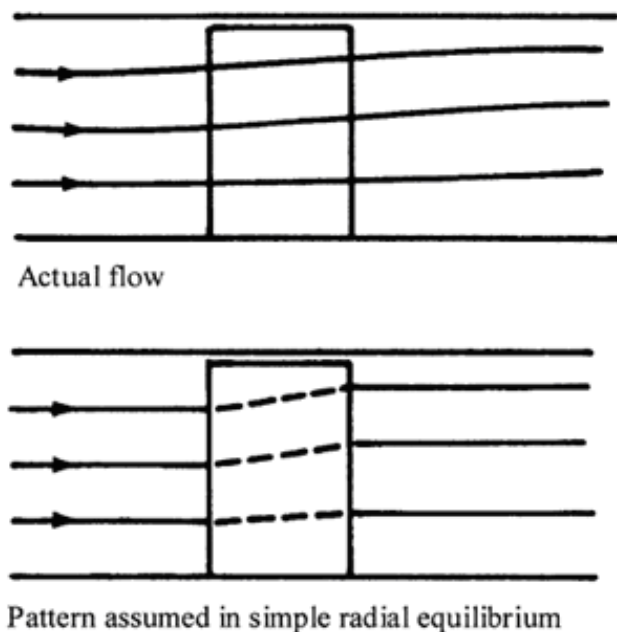


Figura 2.3: Visão conceitual das linhas de corrente no anel para a hipótese de equilíbrio radial: carcaça na linha superior e cubo na inferior (Cumpsty e Greitzer, 2004)

A equação 2.3 pode ser combinada com a equação do Head de Euler para gerar expressões para a variação da pressão e temperatura de estagnação. Era prática comum no projeto de turbomáquinas considerar uniforme a distribuição do aumento da pressão de estagnação. Se as perdas fossem uniformes na direção radial, isto corresponderia a um aumento uniforme no aumento da temperatura de estagnação. Para manter uniforme a temperatura de estagnação através do compressor seria imposto que o trabalho consumido pelo compressor seria uniforme na direção radial, e portanto:

$$\Delta(Uv_\theta) = \Omega(r_2v_{\theta 2} - r_1v_{\theta 1}) = \text{constante} \quad (2.4)$$

A equação acima é satisfeita se a velocidade circumferencial obedece às seguintes relações,

$$\frac{v_{\theta 2}}{r_2} = \text{constante}, \quad \text{e} \quad \frac{v_{\theta 1}}{r_1} = \text{constante}$$

sendo r_1 e r_2 os raios interno e externo do tubo de corrente e Ω a velocidade angular. Desta forma, o escoamento a montante e a jusante do rotor teriam um vórtice livre de distribuição da velocidade tangencial durante muitos anos a teoria de vórtice livre serviu de base para o projeto de compressores pois partia do princípio de que com as perdas uniformes a velocidade axial seria radialmente uniforme. Além disso, projetos que desviavam deste conceito tornavam os cálculos mais complexos. Outra vantagem considerada seria sobre a circulação entorno das palhetas. Se o escoamento era de vórtice livre a montante e a jusante do rotor, a circulação sobre cada palheta seria radialmente uniforme e, conseqüentemente, não ocorreria vorticidade no bordo de fuga. Um problema com o conceito de vórtice livre era que as perdas não eram uniformes e portanto seria necessário adicionar mais trabalho ao compressor para compensar os pontos onde as perdas eram maiores. Outro problema seria o alto número de Mach na ponta das palhetas, levando a altas perdas com os perfis em uso na época.

2.1.4 Escoamento sobre a parede

As dificuldades encontradas na avaliação da região das paredes das palhetas vão além das encontradas nos métodos de projeto descritos até agora. Ferramentas computacionais e experimentos demonstram que o comportamento da camada limite ao longo da palheta gera campos de velocidade normais à parede da palheta, e portanto, campos de pressão diferentes das encontradas no fluxo livre.

Através da passagem entre palhetas há um gradiente de pressão entre a região das paredes no lado sucção e descarga capaz de desviar o escoamento na corrente livre. Se na corrente livre a velocidade é V e o gradiente médio de pressão entre o espaçamento entre palhetas é $\partial p/pn$, onde n é a direção paralela a parede e normal a linha de corrente, então a componente normal da equação de Euler é:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{V^2}{r_c} \quad (2.5)$$

onde r_c é o raio de curvatura da linha de corrente e o escoamento é considerado bi-dimensional e paralelo a parede. A velocidade na camada limite sobre a parede

é v_{bl} , menor que na corrente livre. No entanto, como o escoamento na camada limite é aproximadamente paralelo a parede, o gradiente normal de pressão se torna aproximadamente inalterado. Na camada limite, temos portanto:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{v_{bl}^2}{r_{cbl}} \quad (2.6)$$

onde r_{cbl} representa o raio de curvatura do fluido na camada limite. Das equações acima obtemos:

$$r_{cbl} = r_c \left(\frac{v_{bl}}{V} \right) \quad (2.7)$$

Como a v_{bl} é menor do que V , então o raio de curvatura das linhas de corrente na camada limite diminuem em relação ao raio da corrente livre, ou seja, a baixa velocidade do escoamento na camada limite tende a ser perturbada em relação ao escoamento fora da camada limite, adquirindo uma velocidade com componente normal a direção do escoamento na corrente livre. Com as palhetas projetadas para a condição da corrente livre o escoamento nas paredes é perturbado e deixa a palheta em condições fora do projeto. Uma aproximação clássica para incluir este escoamento secundário em escoamentos tridimensionais é introduzir uma perturbação ao escoamento principal. Um dos problemas desta teoria é que o escoamento na ponta da palheta do rotor influencia fortemente o comportamento do escoamento na região da parede e, predominando mais quanto maior a folga entre a palheta e a carcaça.

2.1.5 Escoamento através das palhetas e curvatura das linhas de corrente

A teoria de equilíbrio radial deixa de apresentar uma boa solução nos casos em que a relação entre o raio do cubo e o raio da ponta da palheta é pequena, como por exemplo nas primeiras rodas de grandes compressores axiais ou nas últimas rodas de turbinas a vapor condensantes. Além disso, muitas máquinas possuem uma inclinação das paredes, no cubo ou na carcaça na direção axial, grandes o suficiente para que o efeito da aceleração radial do fluido, além da centrípeta, não seja desconsiderado. Uma abordagem sobre o escoamento axi-simétrico que considerasse a

linha de curvatura no plano meridional (eixo radial r e axial z) foi portanto necessária. Para incluir esse efeito foi criado o modelo do disco atuador, que pressupõe que a velocidade radial e o produto da velocidade axial e densidade são contínuos através do disco atuador, primeiro porque o disco atuador não exerce força radial e segundo porque a vazão mássica através do tubo de corrente deve ser contínua. A complexidade algébrica sobre essa análise é grande, especialmente quando o cubo e a carcaça não são cilíndricos e quando o escoamento é compressível (quando o número de Mach é alto suficiente para variar a densidade como em compressores transônicos).

Um dos métodos mais conhecidos para solução do escoamento através da palheta é o método da curvatura da linha de corrente. Esse método é baseado na componente radial axi-simétrica da equação do momento (que inclui os efeitos da curvatura das linhas de corrente no plano meridional). O procedimento de solução é supor o perfil da linha de corrente meridional, encontrar sua curvatura e então incluir o gradiente de pressão na equação. Esses métodos são utilizados até hoje na análise de resultados de projeto de turbomáquinas.

Para que a vazão do compressor seja estimada corretamente é preciso calcular também o efeito da espessura da camada limite sobre a área da passagem do escoamento. Segundo Gallimore (1999), a camada limite na parede da palheta reduz a área livre do escoamento entre duas palhetas e, portanto, devem-se introduzir nos cálculos as perdas adicionais e o fator de bloqueio sobre a passagem do fluido. Caso o efeito do bloqueio não seja considerado corretamente a capacidade de cada estágio do início do compressor ao fim não se corresponderá e o desempenho do conjunto será prejudicado.

2.1.6 Métodos de projeto tridimensionais

Os primeiros cálculos envolvendo os métodos tridimensionais solucionavam apenas os escoamentos não-viscosos e as equações de Euler. Apesar de não incluírem as perdas por efeitos viscosos, os cálculos forneciam o perfil do escoamento em que alguns efeitos podiam ser inferidos. Inicialmente esse método era útil no projeto de turbinas porém, para compressores, o escoamento na corrente livre entre palhetas

era fortemente impactado pelo crescimento da camada limite e sua tendência de separação, principalmente nas extremidades da palheta, onde o bloqueio parcial do escoamento na corrente livre levava a um aumento significativo da pressão a jusante desta tornando o projeto inaceitável.

Com o avanço da capacidade computacional, foi possível introduzir os efeitos viscosos nos cálculos, e também foi possível solucionar as equações de Navier-Stokes em escoamentos tri-dimensionais uniformes. O modelo utilizado na solução, também conhecido como as equações médias de Reynolds de Navier-Stokes (RANS), introduz a turbulência apenas como um valor médio de sua quantidade. Os métodos sustentam-se em modelos que representam o efeito da turbulência na viscosidade efetiva e, se diferenciam em complexidade, e por último se baseiam em informações empíricas no seu uso.

Os métodos computacionais de simulação do escoamento tri-dimensional estão em crescente evolução e uso, podendo, por exemplo, ser utilizado para modelar o comportamento instável do escoamento em compressores transônicos e subsônicos.

2.1.7 Métodos experimentais no desenvolvimento e pesquisa de compressores

Uma grande gama de métodos experimentais têm sido utilizados e desenvolvidos para avaliação da aerodinâmica de turbomáquinas. Métodos ópticos, como a anemometria a laser e velocimetria por imagem da partícula permitem a medição do fluxo do escoamento onde sensores não podem ser aplicados, como por exemplo na passagem entre as palhetas. Temperatura de estagnação são medidas com termopares, sensores de capacitância medem a folga entre a palheta e a carcaça enquanto a máquina funciona. Transdutores de alta frequência permitem avaliar a pressão associada à vibração nas palhetas e a interação rotor-estator. Além dos fenômenos de *stall* e *surge*, torquímetros permitem medir a potência aplicada no eixo de compressores.

Muitos dos métodos experimentais são utilizados há mais de 50 anos, e também segundo Cumpsty e Greitzer (2004) três são os fatores que determinaram a

mudança destes nos últimos anos. Primeiro, as modernas bancadas de teste permitiram a avaliação de compressores operando em alta velocidade permitindo uma melhor representação entre a configuração mecânica e aerodinâmica do que no passado. Segundo, o elevado custo dos testes em bancada acoplado a maior capacidade das técnicas computacionais, reduziram a necessidade de diversos testes entre o protótipo e modelo final. E, em terceiro, apesar de a maioria dos testes com métodos ópticos terem sido utilizados em ventiladores ou compressores de simples estágio em alta velocidade, estes testes têm fornecido importantes informações sobre localização de ondas de choque. No entanto, quando tratamos de máquinas multi-estágio, enfrentam-se problemas no acesso a visualização óptica dos eventos, que requerem janelas transparentes através das paredes, partículas finas o suficiente para acompanhar o escoamento, resultando no aumento do custo e tempo destes experimentos.

2.2 Análise de projeto de compressores axiais transônicos

Os compressores axiais são classificados como transônicos quando a velocidade relativa do escoamento em seu interior é próxima a velocidade sônica. Apesar da velocidade do escoamento na direção axial do compressor ser sempre subsônica, a velocidade relativa do fluido em relação à palheta pode atingir valores superiores a $Mach = 1$ no bordo de ataque ou mesmo no interior da passagem livre do fluido, principalmente na região próxima a ponta da palheta rotativa onde a velocidade tangencial é alta.

Segundo Calvert e Ginder (1999) compressores e ventiladores transônicos são amplamente utilizados desde 1960 devido aos seus benefícios em termos de tamanho, peso e custo reduzidos. No entanto, um projeto preciso é essencial caso seja desejado alcançar um alto rendimento termodinâmico.

O projeto dos compressores axiais de turbinas a jato de aeronaves comerciais e militares, assim como alguns compressores a ar industrial, utiliza como base de projeto a entrada do ar no rotor em uma velocidade relativa de até $Mach = 1,7$. Nas palhetas estatoras observa-se que normalmente que a velocidade relativa do es-

coamento é subsônica, porém em alguns projetos esta pode atingir até $Mach = 1, 2$. Calvert e Ginder (1999) destacam que para o projeto adequado de um compressor transônico os seguintes pontos devem ser considerados:

- O projeto do perfil da palheta deve controlar a aceleração supersônica na entrada e a difusão subsônica na camada limite no interior da passagem do fluido;
- É importante que compressores axiais utilizem controle do ângulo de inclinação das palhetas estatoras em relação à direção axial nos primeiros estágios, para permitir maior desempenho e faixa operacional quando a máquina opera fora do ponto de projeto;
- É essencial incluir os efeitos viscosos no método de análise fluidodinâmica computacional em 3D já que a camada limite na superfície da palheta irá determinar o desempenho do compressor. Os resultados obtidos permitem analisar o número de Mach, as ondas de choque e a camada limite previstos para cada seção ao longo da palheta. Com isso é possível prever por exemplo as perdas por choque, quando o ângulo de incidência é elevado em função do carregamento da palheta no bordo de ataque, o fator de forma da palheta e sua relação com a difusão da camada limite dentre outros resultados.
- A espessura do bordo de ataque e a forma da palheta de compressores transônicos influenciam diretamente no tipo de escoamento. O bordo de ataque deve ser o mais fino possível e a forma mais esbelta, sendo que o limitante nesse caso seria o projeto mecânico. Algumas modificações no projeto, como por exemplo inclinar a palheta na direção tangencial, pode reduzir as perdas por ondas de choque na entrada ao se obter uma onda de choque mais oblíqua.

Benini e Biollo (2007) realizaram um estudo sobre a influência de modificações no projeto original do Rotor NASA 37 sobre o escoamento transônico nas palhetas. As modificações propostas na geometria são referentes aos planos ortogonais à direção axial. As modificações, chamadas de palheta varrida (*swept blade*) e palheta inclinada (*lean blade*), são na verdade alterações na curvatura da palheta em relação

à direção axial e direção tangencial respectivamente, conforme observado na figura 2.4.

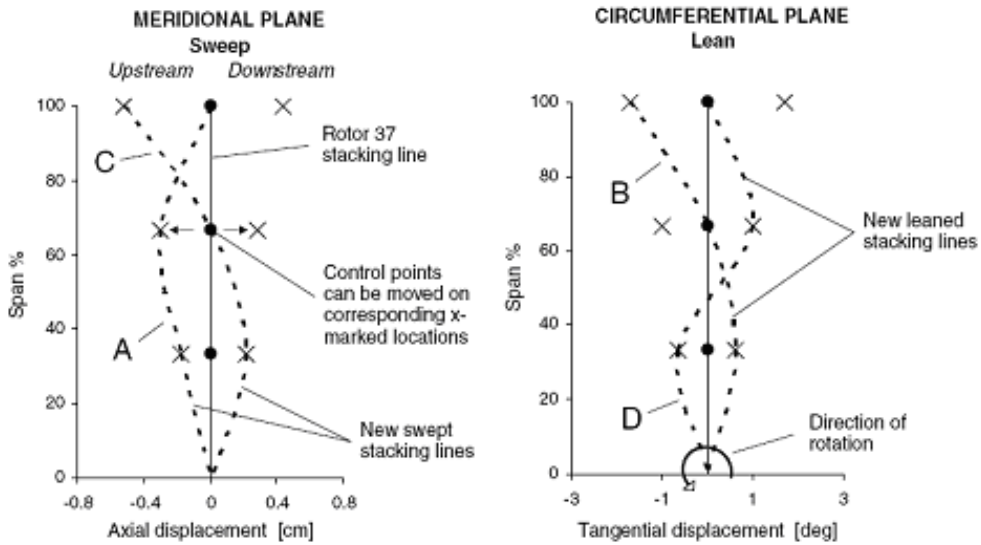


Figura 2.4: Representação das modificações em palhetas em função do plano circunferencial e meridional (Benini e Biollo, 2007)

Os resultados apontaram que as palhetas inclinadas na direção axial para trás obtiveram uma eficiência adiabática de aproximadamente 0,5% maior quando comparado ao projeto original, além uma vazão em choke relativamente maior. Da mesma forma, palhetas inclinadas positivamente na direção tangencial da rotação obtiveram eficiência superior ao projeto original de até 1.3%.

2.3 Experiência e pesquisas em fluidodinâmica computacional em 3D

Segundo Denton e Dawes (1999) a fluidodinâmica computacional provavelmente tem o papel mais importante no projeto de uma turbomáquina do que em qualquer outra aplicação da engenharia. Por muitos anos o projeto de uma turbina ou um compressor moderno seria impensável sem a ajuda da CFD e sua dependência tem aumentado, pois cada vez mais os escoamentos tornam-se propícios a uma predição numérica. Simulações em CFD são conduzidas durante as fases do projeto

para se obter uma análise qualitativa da qualidade do projeto aerotermodinâmico. No entanto, Marini et al. (2002) destaca que o uso do CFD é fortemente afetado pela metodologia numérica empregada e os recursos computacionais, sendo que os dois interagem entre si. Portanto, é importante ressaltar que uma solução numérica é uma aproximação de um fenômeno real do qual pode se desviar por diversos erros, como erros de aproximação, erros de arredondamento, erros propagados de erros iniciais, os quais devem ser avaliados e controlados de forma a produzir uma informação confiável sobre o campo de escoamento. Desta forma a credibilidade do uso do CFD só pode ser estabelecida através de um rigoroso processo de verificação e validação.

Verificação é um processo que visa instituir que as equações de modelagem são solucionadas corretamente, enquanto validação está relacionada ao processo de avaliação de que, para um dado problema, as equações são solucionadas corretamente. A credibilidade de uma simulação somente é alcançada através da validação da simulação, ou seja, se o modelo avaliado representa com acurácia um fenômeno físico real, e para isso é necessário sua comparação com dados experimentais. A validação da simulação em CFD implica em atender os seguintes passos: (i) definir o modelo físico apropriado, (ii) avaliar o nível de confiabilidade dos dados experimentais e dos métodos numéricos, e (iii) quantificar as fontes de incertezas.

Ding et al. (2006) apresentam o resumo de uma tese de mestrado que descreve a aplicação do aplicativo CFX na análise da simulação da operação de um compressor centrífugo fora da condição de projeto. Foi utilizada malha estruturada em multi-blocos na região do impelidor e malha não estruturada com elementos tetraédricos com refino nas camadas ao longo da superfície das paredes para solução do problema de escoamento da camada limite próxima a parede do difusor. A malha foi refinada em regiões mais complexas como bordo de ataque do impelidor e áreas irregulares. O modelo de turbulência utilizado em uma das simulações foi o SST. Os resultados foram comparados com os dados experimentais e considerados satisfatórios, com elevada acurácia, mesmo para pontos fora da condição de projeto.

Dunham (1998) editou um relatório, onde um grupo de trabalho realizou um teste cego para analisar diversos códigos para solução das equações médias de Rey-

nolds de Navier-Stokes (RANS), para a simulação do escoamento transônico em um rotor NASA 37. Foi observado que a maioria das simulações superestimou a razão de pressão para todos os pontos da curva de desempenho do compressor, enquanto subestimou o valor da eficiência. Os motivos prováveis para esses desvios foram a não inclusão de uma folga circunferencial entre o rotor e a entrada do fluxo que influenciava na separação do escoamento na parede da palheta próxima ao cubo que afeta a razão de pressão total do rotor e, o escoamento sobre a ponta da palheta que provou ser complexo de se estimar para os códigos utilizados, acarretando na redução da eficiência do rotor.

Bardina et al. (1997) realizou uma pesquisa para avaliar e validar quatro modelos de turbulência conhecidos: modelo $k-\omega$ de duas equações de Wilcox, modelo $k-\epsilon$ de Launder e Sharma de duas equações, modelo de duas equações $k-\omega/k-\epsilon$ SST de Menter e o modelo de uma equação de Spalart e Allmaras. Os casos estudados englobavam escoamentos livres e escoamentos na camada limite, sub ou supersônicos. A conclusão geral é que o melhor modelo de turbulência julgado foi o $k-\omega$ SST, seguido pelo modelo Spalart-Allmaras, o modelo $k-\epsilon$ de Launder-Sharma, e finalmente o modelo $k-\omega$ de Wilcox. O modelo SST foi considerado o melhor por cumprir melhor do que os demais o trabalho de calcular escoamentos complexos envolvendo separação enquanto prevendo resultados comparáveis com o melhor dos outros modelos para escoamentos simples. Sobre o desempenho dos modelos, o Spalart-Allmaras superou os demais, seguido pelo SST e depois pelo Launder-Sharma e Wilcox.

2.4 Estudos do comportamento fluidodinâmico de compressores axiais transônicos

O escoamento no interior de compressores axiais é complexo por envolver inúmeros fenômenos aerotermodinâmicos que requerem estudos específicos para sua melhor compreensão. Nestes fenômenos incluem-se escoamentos secundários, camada limite turbulenta, choques normais e oblíquos, leques de expansão, interação entre choques e a camada limite, separação da camada limite, interação do escoamento na ponta da palheta entre outros.

Suder (1998) realizou uma investigação experimental para compreender e quantificar a evolução do bloqueio do campo de escoamento de um compressor axial transônico. O bloqueio é um parâmetro importante para se avaliar se os estágios do compressor estão bem casados e também para analisar o escoamento entre as palhetas do rotor. O bloqueio, definido pela letra B , é definido por:

$$B = \left[1 - \frac{\text{Área efetiva do escoamento}}{\text{Área Geométrica do escoamento}} \right] \quad (2.8)$$

O autor optou por realizar um estudo experimental, mesmo tendo disponíveis as ferramentas de solução da equação de Navier-Stokes em 3D, pois diversos artigos relataram a inabilidade dos códigos de CFD de prever com acurácia a característica do campo de escoamento no Rotor 37. Primeiro ele dividiu a região de passagem entre palhetas em duas: região da parede próxima à ponta da palheta, ou seja, região entre 80% e 100% da altura da palheta até a carcaça, e região central, entre 20 e 80% da altura da palheta. Através das medições realizadas, uma das constatações foi de que o bloqueio na região próxima à parede é maior do que na região central para várias rotações avaliadas, principalmente devido ao fluxo através da ponta da palheta que influencia o escoamento nessa área, conforme figura 2.5

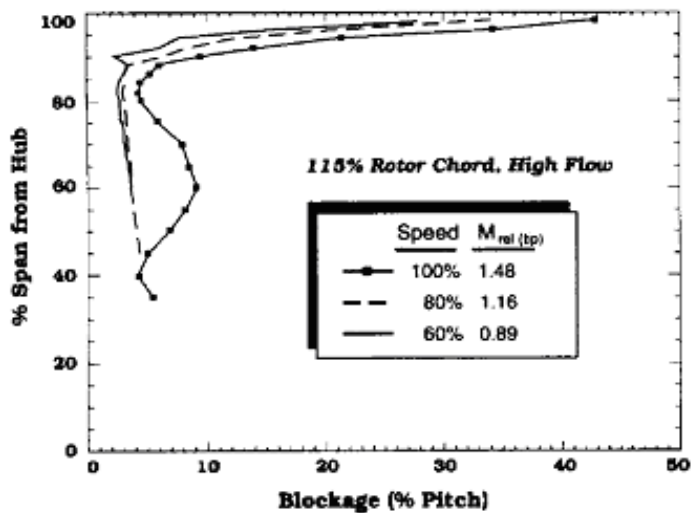


Figura 2.5: Bloqueio em função da altura da palheta para 3 rotações. Medições a 115% da corda (Suder, 1998)

Uma das principais contribuições deste artigo está relacionada à observação de que na região central o bloqueio é muito maior na rotação de projeto do que em

rotações menores. Esse fato ocorre porque a interação entre o choque e a camada limite ocasiona separação da camada limite na parede da palheta no lado sucção nesta região.

Um dos trabalhos mais completos sobre a interação entre a camada limite e ondas de choque foi realizado por Green (1971), onde diversas configurações de interação são descritas, assim como os métodos para calcular a altura e velocidade da camada limite conforme a interação encontrada, como por exemplo a descrição de uma onda de choque normal criada a partir de um escoamento a um número de Mach em torno de 1,5. Neste caso a interação entre uma onda de choque normal e a camada limite foi capaz de causar a separação desta última

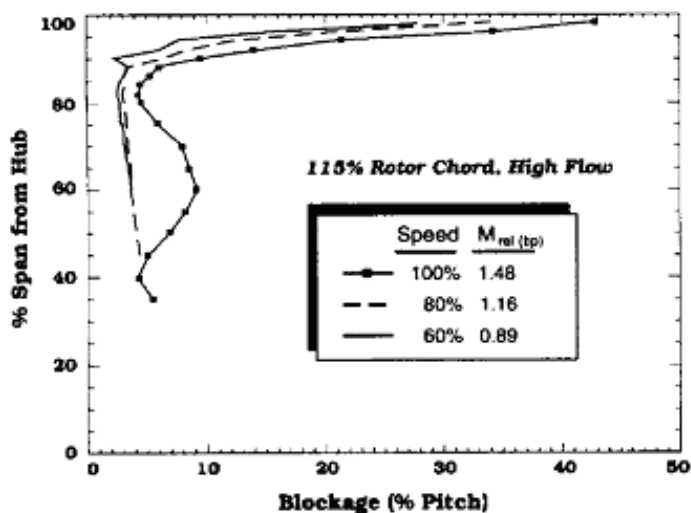


Figura 2.6: Interação entre uma onda de choque normal e camada limite (Green, 1971)

A região próxima a parede do compressor e sua interação com a folga pela passagem da ponta da palheta é fonte de complexos fenômenos fluidodinâmicos. Chima (1998), comparou os resultados de medições experimentais do rotor NASA 37 com simulações em CFD na região próxima a ponta da palheta, onde distintas propostas de modelar o problema foram elaboradas, como criar uma malha do tipo-H acima da palheta, ou a proposta de um modelo que assume que o escoamento é tangencialmente periódico acima da palheta sem inclusão de malha utilizando a altura total da folga e metade da altura. As comparações realizadas no trabalho, aponta-

ram que os dois métodos propostos (multi-blocos ou bloco simples com condição de periodicidade e dois casos com alturas diferentes) encontraram valores similares de desempenho no escoamento. A simulação com multi-blocos correspondeu aos valores medidos experimentalmente para 95% da altura da pá quando próximo a ponto de maior eficiência, divergindo próximo ao *stall*. O carregamento da palheta no lado de pressão e as ondas de choque no bordo superior determinaram a forma do escoamento sobre a ponta da palheta, com ondas de choque e aceleração do escoamento entre a palheta e a carcaça e formação de vórtices na saída e jato no lado de sucção da palheta.

Capítulo 3

Fundamentos da Aerotermodinâmica para Compressores Axiais

3.1 Introdução

Segundo Rodrigues (1991), os compressores constituem a família das máquinas operatrizes de fluxo compressível. Estes equipamentos subdividem-se em volumétricos ou dinâmicos.

O princípio de funcionamento de um compressor volumétrico é admitir um volume de gás em um volume definido, aprisioná-lo, e elevar sua pressão através da redução de seu volume ocupado e enfim descarregá-lo em um sistema em alta pressão. Nesses compressores seu processo é intermitente, pois não existe contato entre o sistema de baixa pressão e o de alta pressão.

Os compressores dinâmicos por sua vez operam a partir de dois elementos principais: o impelidor e o difusor. Rodrigues (1991) descreve que o impelidor é um órgão rotativo munido de pás que transfere ao gás a energia recebida de um acionador. Essa transferência de energia se faz na forma cinética e em outra parte na forma de entalpia. Posteriormente, o escoamento estabelecido no impelidor é recebido por um órgão fixo denominado difusor, cuja função é promover a transformação da energia cinética do gás em entalpia, com conseqüente ganho de pressão. Os compressores dinâmicos efetuam o processo de compressão de maneira contínua, e correspondem ao que se denomina, em termodinâmica, um volume de controle.

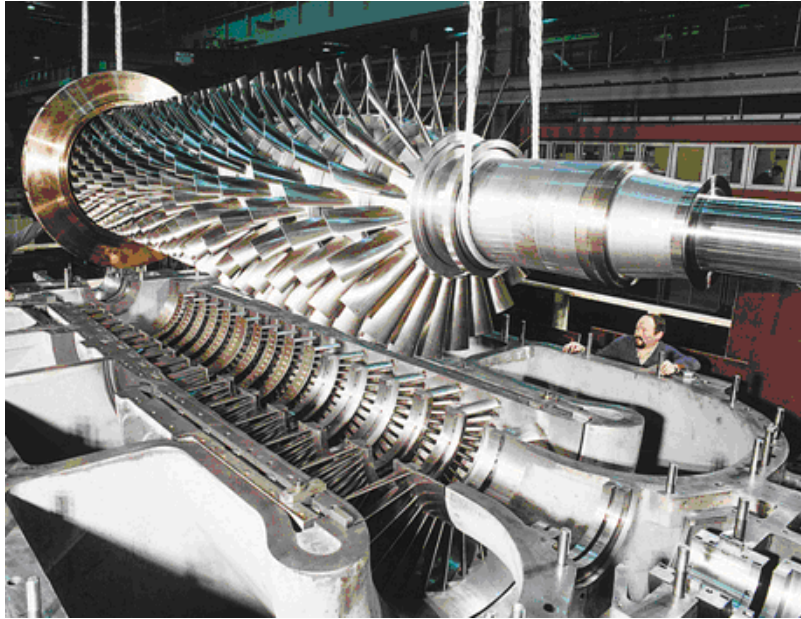


Figura 3.1: Compressor axial (Cortesia MAN-TURBO)

3.2 Compressores axiais

Os compressores axiais são equipamentos dinâmicos onde o caminho do gás no interior da máquina é paralelo ao eixo conforme. A compressão é dada através de uma série de palhetas presas ao eixo no sentido circular e outra série de palhetas presas à carcaça conforme pode ser observado na figura 3.1 apresentando um compressor aberto sem a parte superior da carcaça. Cada seqüência de palhetas fixas e móveis é denominada estágio de compressão.

Suas características principais são a capacidade de operar com vazões elevadas e também sua alta eficiência termodinâmica. Este tipo de máquina possui flexibilidade maior do que um compressor centrífugo radial, porém não é capaz de atingir altas pressões de descarga quando comparados a estes. Suas aplicações principais na indústria são na compressão de ar para a câmara de combustão em turbinas a gás ou turbinas para aeronaves comerciais ou militares e sopradores de ar na indústria de petróleo e gás, petroquímica e siderúrgica. É possível encontrar compressores com vazão volumétrica superior a 1.000.000 de m^3/h ou também com razão de compressão próxima de 20:1. A figura 3.2 apresenta uma curva de vazão mássica-pressão de descarga típica de um compressor axial.

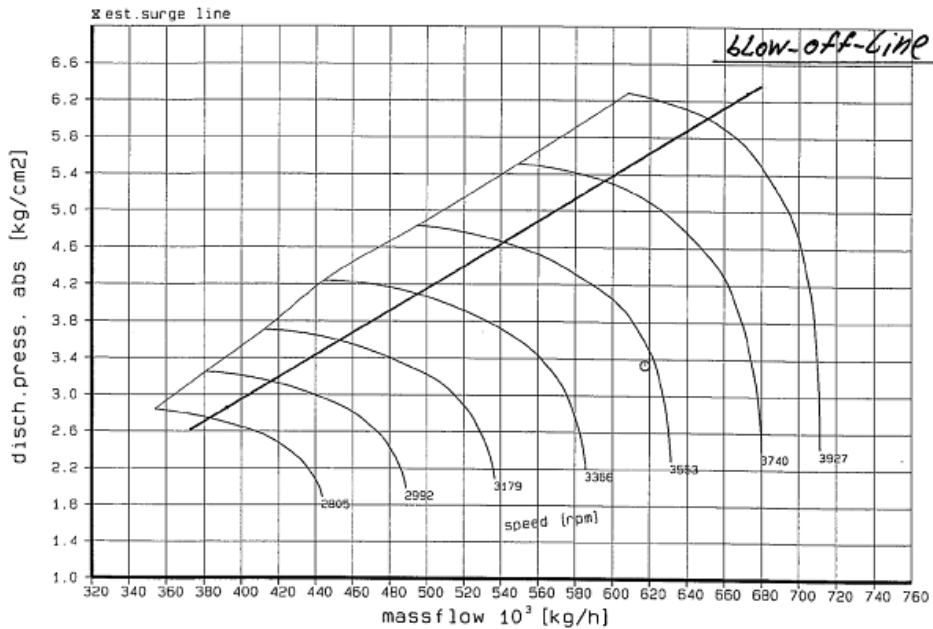


Figura 3.2: Curva de desempenho de um compressor axial (Cortesia MAN-TURBO)

As principais partes de um compressor axial são seu eixo, palhetas rotativas, palhetas fixas, mancais e selagem entre o eixo e a carcaça. Apesar de sua simplicidade construtiva, seu projeto e fabricação são extremamente complexos. Para seu funcionamento adequado são necessários sistemas auxiliares como o sistema de lubrificação forçada dos mancais, o de controle de capacidade, de monitoração de vibração e temperatura dos mancais e o de anti-*surge*, composto pelo controlador e válvula de alívio para atmosfera. A figura 3.3 apresenta um desenho em corte com detalhes de algumas partes do compressor.

3.3 Fundamentos da Termodinâmica

Serão apresentados os conceitos termodinâmicos essenciais para o projeto termo aerodinâmico de um compressor axial. Estes conceitos reúnem a base para a avaliação do processo de transferência de energia que ocorre durante a compressão. Como os compressores axiais normalmente operam com fluidos ideais como o ar a baixa temperatura e moderada pressão não será necessário desenvolver descrição para fluidos não ideais.

A primeira lei da termodinâmica cobre o princípio da conservação de energia

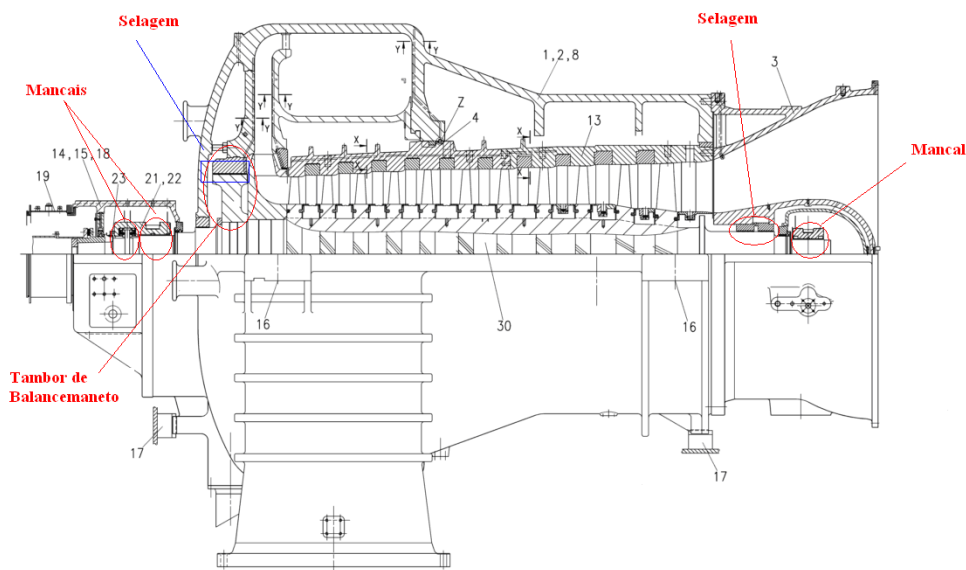


Figura 3.3: Desenho de corte de um compressor axial (cortesia MAN-TURBO)

onde toda energia transferida para um sistema é igual à variação de sua energia interna. Este princípio é válido para um volume de controle. Como um compressor axial é um sistema aberto com entrada e saída de massa, conforme figura 3.4, devemos aplicar uma restrição de fluxo constante para sua validade. Portanto se \dot{w} é o trabalho entregue ao compressor e \dot{q} é a transferência de calor entre o compressor e sua vizinhança, temos:

$$\dot{q} - \dot{w} = \dot{m} \Delta \left[u + \frac{1}{2} c^2 + \frac{P}{\rho} + gZ \right] \quad (3.1)$$

onde \dot{m} é o fluxo de massa e u a energia interna específica, c a velocidade, P a pressão e ρ a densidade. A variação da energia potencial gZ é desprezível portanto será desconsiderada no restante das demonstrações. Da expressão acima temos que a entalpia h é dada por:

$$h = u + \frac{P}{\rho} \quad \text{ou} \quad h = u + pv \quad (3.2)$$

As condições termodinâmicas acima são simples condições estáticas. Para o estudo de turbomáquinas, grandes variações de velocidade ocorrem através dos estágios como resultado das variações de pressão causadas pelos processos de compressão ou expansão. É interessante inserir um estado termodinâmico em qualquer ponto do escoamento de forma a combinar os termos de energia. Essa condição é definida

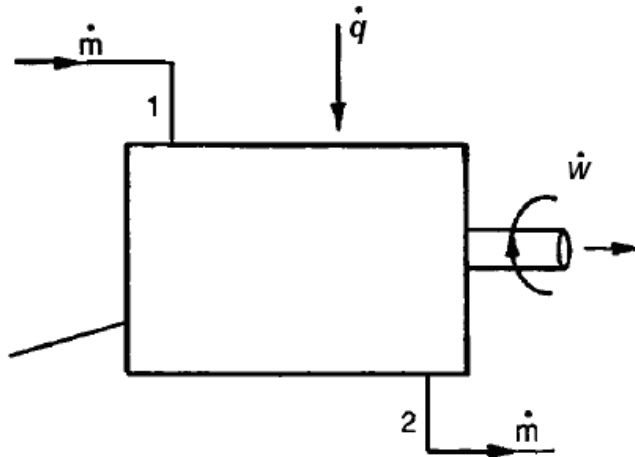


Figura 3.4: Volume de Controle (Dixon, 2005)

como um valor onde todo fluido é levado para o repouso, sem transferência de calor ou trabalho externo, onde toda energia cinética é recuperada. Essa condição é chamada de entalpia total ou de estagnação, e é descrita como:

$$h_0 = h + \frac{c^2}{2} \quad (3.3)$$

A entalpia de estagnação é constante em um processo que não envolva transferência de trabalho ou de calor, mesmo que processos irreversíveis estejam presentes. Na figura 3.5 o ponto 1 representa o ponto atual ou estado estático de um fluido no diagrama entalpia-entropia. O estado de estagnação é representado pelo ponto 01 onde uma desaceleração irreversível do fluido ocorre. O ponto 01s descreve o ponto de desaceleração reversível descrevendo um estado isentrópico.

Em uma compressão a transferência de calor pode ser negligenciada e, portanto podemos chamá-la de compressão adiabática. Nesse caso, temos:

$$\dot{w} = \dot{m}(h_{0d} - h_{0i}) \quad (3.4)$$

onde d e i referem-se as condições de descarga e sucção respectivamente. A segunda lei da termodinâmica introduz o conceito de reversibilidade de um processo. Um processo é dito reversível se um sistema puder ser retornado ao seu estado inicial após um processo ter ocorrido. Processos influenciados pela transferência de calor entre

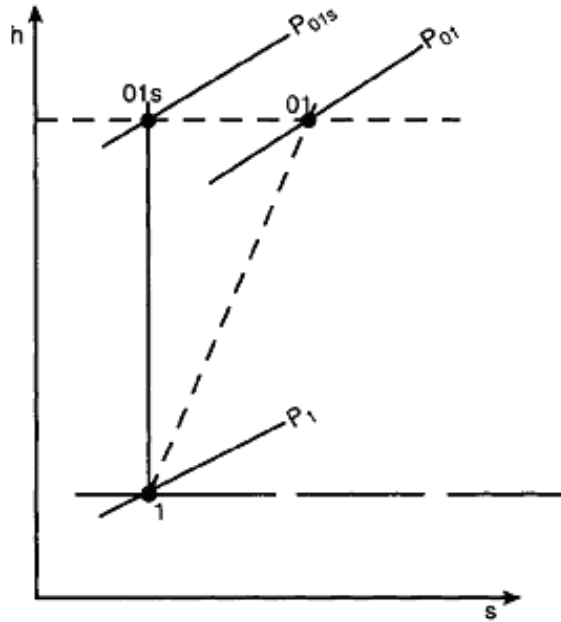


Figura 3.5: Ponto estático 1, ponto de estagnação 01 e ponto de estagnação isentrópico de um fluido (Dixon, 2005)

sistemas ou perdas por atrito são exemplos de processos irreversíveis. A entropia específica é definida como:

$$ds = \frac{dq_{rev}}{T} \quad (3.5)$$

onde T é a temperatura, q_{rev} é a transferência de calor reversível. A partir da equação 3.2 chegamos a:

$$Tds = du + pdv \quad (3.6)$$

e,

$$Tds = dh - vdp \quad (3.7)$$

A segunda lei da termodinâmica conclui que em qualquer processo reversível a variação da entropia é nula e, em processos reversíveis ela é maior do que zero.

$$\Delta s \geq 0 \quad (3.8)$$

Portanto, um processo adiabático e reversível é dito um processo isentrópico. Através da variação da entropia é possível determinar o quanto um processo é irre-

versível, associando ineficiências e demais perdas a este processo. A primeira lei da termodinâmica é aplicada a um elemento de fluido em um circuito fechado como:

$$dq_{rev} = Tds = du + dw + du + pdv \quad (3.9)$$

onde $v = 1/\rho$ é o volume específico.

3.3.1 Equações de estado para fluidos

A termodinâmica possui basicamente dois tipos de equações de estado para o projeto aerodinâmico de um compressor axial. A primeira, conhecida como equação de estado dos gases ideais, relaciona pressão, temperatura e volume e se apresenta da seguinte forma:

$$pv = RT \quad (3.10)$$

onde R é uma constante que depende do peso molecular do gás. Esta equação é válida para gases, quando normalmente submetidos a pressões baixas e temperaturas elevadas. R é igual a:

$$R = \frac{\bar{R}}{MW} \quad (3.11)$$

e,

$$\bar{R} = 8314\text{J/kmol K} \quad (3.12)$$

O segundo tipo de equação relaciona a energia contida no fluido com suas variáveis de estado na forma $h = h(T, P)$ ou $u = u(T, P)$.

Todos fluidos podem exibir um comportamento não-ideal sob certas condições. A figura 3.6 é um diagrama esquemático de um gráfico pressão-entalpia de um fluido qualquer. Como é possível observar não é factível modelar todos os estados termodinâmicos através das equações para fluidos termicamente perfeitos. As equações acima descritas são válidas para a fase vapor de um fluido. A figura 3.6 também apresenta o ponto crítico do fluido, que é a temperatura na qual tanto gás quanto vapor coexistem. Normalmente, a equação para gases termicamente perfeitos geram

uma aproximação razoável caso T seja muito maior que T_c e a P seja muito menor que a P_c . Para pressões acima da pressão crítica o fluido é dito estar em regime supercrítico. Quanto menor a densidade do gás, mais próximo de corresponder a equação para gases perfeitos ele estará. Onde o gás é dito perfeito é possível mostrar que a energia contida no gás é independente de sua pressão, sendo função apenas da temperatura. Com isso é possível se determinar as equações de estado de calor em função de apenas uma variável de estado.

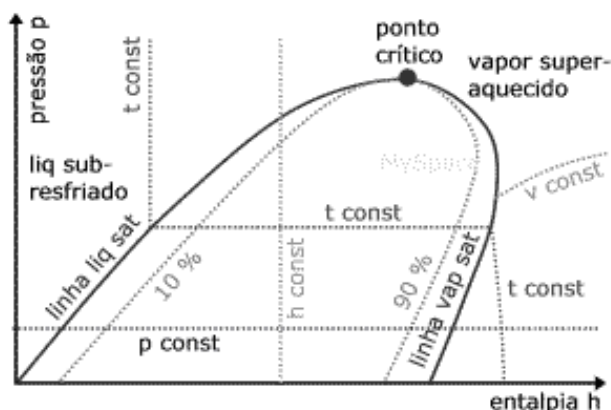


Figura 3.6: Diagrama entalpia-pressão (www.mspc.eng.br mai/09)

Conforme acima exposto, para baixas densidades onde o gás é termicamente perfeito, os calores específicos a pressão constante e a volume constante são definidos como:

$$C_p^0(T) = \left(\frac{\partial h^0}{\partial T} \right)_p \quad (3.13)$$

$$C_v^0(T) = \left(\frac{\partial u^0}{\partial T} \right)_v \quad (3.14)$$

E para um gás perfeito:

$$C_p^0(T) - C_v^0(T) = R \quad (3.15)$$

O índice sobrescrito 0 descreve uma condição onde o fluido é termicamente perfeito. A partir da equação acima podemos também encontrar o coeficiente isentrópico de um gás através da seguinte relação:

$$k = \frac{C_p}{C_v} \quad (3.16)$$

conseqüentemente,

$$C_p = \frac{R}{k-1} \quad (3.17)$$

Portanto a temperatura de estagnação pode ser descrita como:

$$T_0 = T + \frac{c^2}{2C_p} \quad (3.18)$$

onde chegamos a:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{c^2}{kRT} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2 \quad (3.19)$$

Sendo que M é o número de Mach, que é a relação entre a velocidade do escoamento e a velocidade do som nas condições do meio.

$$M = \frac{c}{a} \quad (3.20)$$

onde a velocidade do som no meio é dada por:

$$a = \sqrt{kRT} \quad (3.21)$$

3.3.2 Eficiência adiabática e politrópica

A qualidade aerodinâmica do projeto de um compressor ou de parte de seus componentes pode ser medida em termos de sua eficiência, onde a medida de seu desempenho atual seria comparada com o desempenho alcançado por um sistema ideal realizando um processo reversível. A figura 3.7 ilustra um típico diagrama entalpia-entropia onde trabalho foi realizado trabalho sobre o fluido. Note que as condições de estagnação e estática são por definição relacionadas por um processo reversível, portanto não é necessário incluir o subscrito 0 para a entropia. Pode ser observado que o processo ideal é representado por um incremento de entalpia ΔH_{ad} , também chamado de Head adiabático ou isentrópico. O processo atual é representado por um aumento de entalpia ΔH .

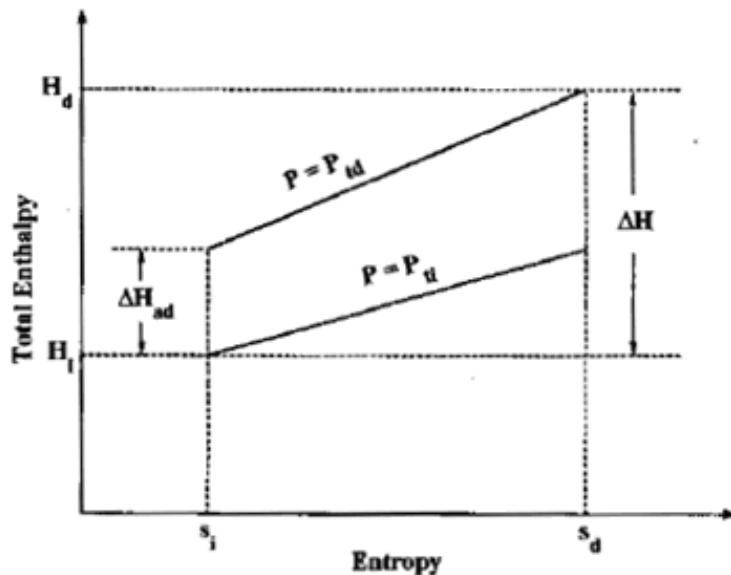


Figura 3.7: Diagrama entalpia entropia (Aungier, 2003)

Como as linhas de pressão constante sempre divergem no diagrama $h-s$, ΔH será sempre maior que ΔH_{ad} para um processo não isentrópico. Portanto a eficiência adiabática pode ser definida como:

$$\eta_{ad} = \frac{\Delta H_{ad}}{\Delta H} \quad (3.22)$$

onde ΔH_{ad} é dado por

$$\Delta H_{ad} = \int_{P_{it}}^{P_{td}} \frac{dP}{\rho} \quad \text{para } s \text{ constante} \quad (3.23)$$

A equação acima desenvolvida considera apenas as condições totais na sucção e na descarga para seu cálculo. Portanto também é comumente chamada de eficiência adiabática total-total. Normalmente a energia cinética disponível na descarga do compressor não pode ser utilizada. Neste caso a P_{td} poderia ser substituída pela P_d na equação 2.16 para encontrar a eficiência adiabática total-estática. A substituição da P_i por P_{ti} leva a eficiência termodinâmica estática-estática.

A desvantagem de se utilizar a eficiência isentrópica na análise de compressores é devido ao fato desta ser função da razão de compressão do processo em questão. Este fato torna impossível comparar duas máquinas idênticas operando sob razões de pressão diferentes. No caso de uma máquina multi-estágios na qual os estágios

são idênticos e, portanto possuem a mesma razão de pressão, a eficiência por estágio seria igual, porém a eficiência global da máquina seria diferente da de cada estágio. A razão para isto pode ser observada na figura 3.8 para o caso de dois compressores idênticos operando em série. A eficiência isentrópica total-total neste caso de cada estágio independentemente é:

$$\eta_{tt(1)} = \frac{\Delta h_{01s}}{\Delta h_{01}} = \frac{\Delta h_{02s}}{\Delta h_{02}} \quad (3.24)$$

enquanto a eficiência dos estágios juntos é

$$\eta_{tt(2)} = \frac{\Delta h_{01s} + \Delta h_{02s}}{\Delta h_{01} + \Delta h_{02}} \quad (3.25)$$

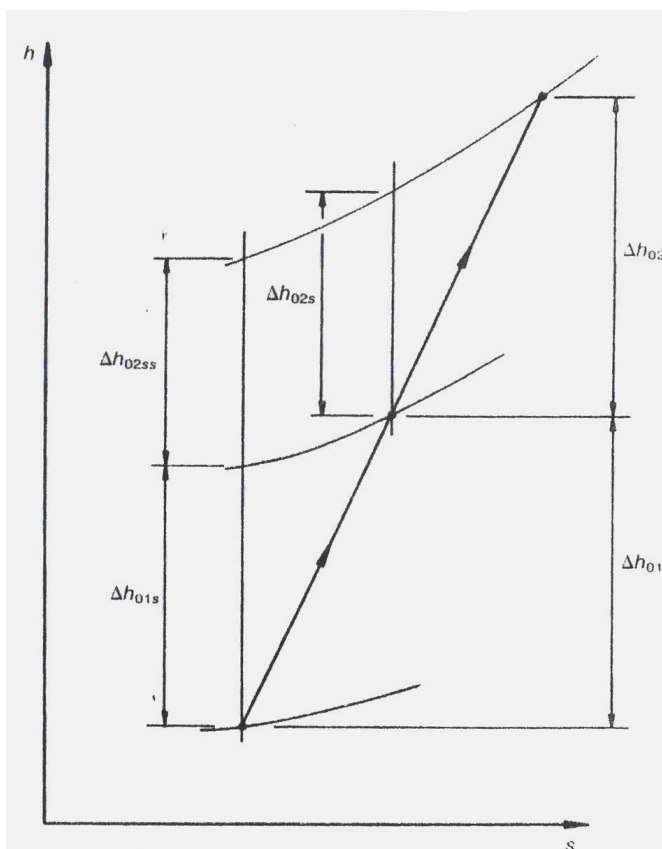


Figura 3.8: Diagrama entropia-entalpia (Whitfield e Baines, 1990)

Devido à inclinação das curvas de pressão constante no gráfico entalpia-entropia ser positiva e aumentar com a temperatura segue que

$$\Delta h_{02s} > \Delta h_{02ss} \quad \text{então} \quad \eta_{tt(2)} < \eta_{tt(1)} \quad (3.26)$$

Através deste argumento percebe-se que a diferença entre $\eta_{tt(1)}$ e $\eta_{tt(2)}$ diminui quando as diferenças entre as entalpias por estágio diminuem, e no limite, para nenhuma mudança de entalpia essa diferença tende a zero. Podemos então utilizar este fato para definir uma eficiência na qual o limite seria a eficiência isentrópica quando a razão de pressão tende-se a um, e conseqüentemente nenhuma mudança de entalpia ocorra. Esta definição é conhecida como eficiência por pequenos estágios ou eficiência politrópica. Um estágio de compressão infinitesimal é apresentado na figura 3.9. A eficiência politrópica é definida como o limite de dh_s/dh quando dh tende a zero:

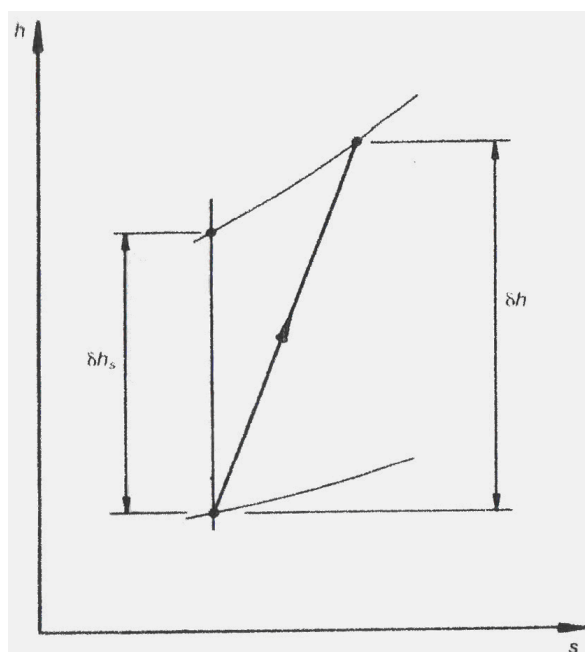


Figura 3.9: Diagrama entropia-entalpia (Whitfield e Baines, 1990)

$$\eta_p = \frac{dh_s}{dh} = \frac{v}{C_p} \frac{dP}{dT} \quad (3.27)$$

já que,

$$Tds = 0 = dh - vdP \quad (3.28)$$

e substituindo

$$v = \frac{RT}{P} \quad (3.29)$$

encontrando:

$$\eta_p = \frac{R}{C_P} \frac{T}{P} \frac{dP}{dT} \quad (3.30)$$

e portanto,

$$\frac{dT}{T} = \frac{k-1}{k\eta_P} \frac{dP}{P} \quad (3.31)$$

Integrando tem-se que,

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k\eta_P}} = \left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{n-1}{n}} \quad (3.32)$$

onde n é o coeficiente politrópico. Desta maneira podemos obter a seguinte relação entre eficiência isentrópica e politrópica:

$$\eta_{tt} = \frac{\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k}}}{\left(\frac{P_{02}}{P_{01}} \right)^{\frac{k-1}{k\eta_P}}} \quad (3.33)$$

Para uma dada relação de compressão conclui-se que a eficiência politrópica de um compressor será maior que sua eficiência isentrópica.

3.4 Compressibilidade dos fluidos

Quando um gás atravessa o interior de um compressor axial suas moléculas são desviadas ao entorno dos objetos por onde passam, sendo estes objetos palhetas ou a própria carcaça, por exemplo. Se a velocidade relativa entre o gás e o objeto é muito menor que a velocidade do som deste gás, a densidade deste gás permanece constante e seu escoamento pode ser descrito através das equações da conservação do momento e da energia. Quando a velocidade do escoamento se aproxima da velocidade do som do gás, é necessário se considerar os efeitos de compressibilidade no gás. A densidade do gás varia localmente pelo efeito de compressão local pelo objeto e, portanto, o escoamento é dito compressível.

Escoamentos compressíveis com pequenos desvios no escoamento são considerados processos reversíveis e as mudanças nas propriedades do fluido são governadas pelas relações isentrópicas. Porém, quando a velocidade relativa entre o gás e o objeto é maior que a velocidade do som deste gás, e ocorre uma redução abrupta na

passagem do gás, ondas de choque são criadas no escoamento. Ondas de choque são regiões de pequenas dimensões no escoamento onde as propriedades do fluido se alteram em grandes valores. Através de uma onda de choque a densidade, temperatura e pressão do gás aumentam quase que instantaneamente. As mudanças nas propriedades do escoamento são irreversíveis, ou seja, a entropia no sistema aumenta. Pelo fato de uma onda de choque não realizar trabalho, e já que não há adição de calor no sistema, podemos afirmar que a entalpia total e a temperatura total permanecem constantes. Como o processo não é isentrópico, a pressão total a jusante da onda de choque será menor do que a pressão a montante, ou seja, há uma perda de pressão total associada a uma onda de choque. Com isso, não é possível se aplicar à equação de Bernoulli para escoamentos incompressíveis através de uma onda de choque. A velocidade do escoamento ou seu número de Mach sempre reduzem através de uma onda de choque.

Para um escoamento acima da velocidade do som, ou supersônico, as perturbações são sempre criadas no interior de um cone formado a partir de uma relação do número de Mach. O ângulo de abertura deste cone, denominado ângulo de Mach é representado pela figura 3.10 e definido pela seguinte equação:

$$\mu = \arcsin \frac{1}{M} \quad (3.34)$$

As ondas de choque formadas no escoamento supersônico podem ser de dois tipos: normal ou oblíqua. As equações sobre as ondas de choque listadas a seguir foram obtidas a partir do relatório de número 1135 emitido pelo comitê consultivo americano para assuntos de aeronáutica (NACA).

3.4.1 Onda de choque normal

Se a onda de choque formada é perpendicular à direção do escoamento ela é denominada de choque normal. As equações que governam seu comportamento derivam das equações de conservação da massa, momento e energia. Abaixo são apresentadas as equações referentes a uma onda de choque do escoamento sobre uma cunha. O fluido é compressível, porém os efeitos viscosos não são considerados. As equações descritas para onda de choque normal e bidirecional são válidas somente se

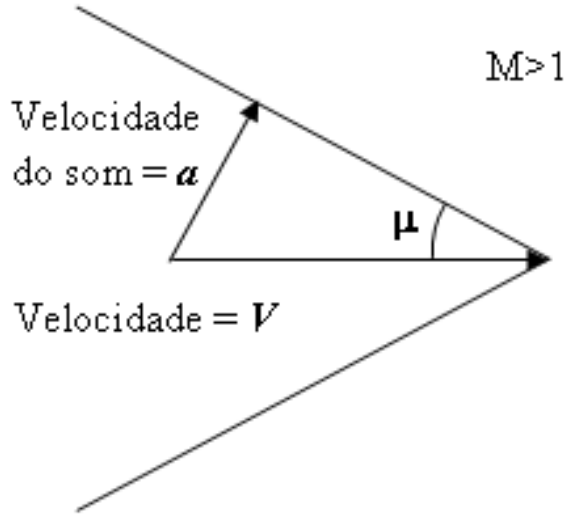


Figura 3.10: Ângulo de Mach

o ângulo da cunha na figura 3.11 atender a seguinte relação em relação à velocidade do escoamento:

$$b > \frac{4}{3\sqrt{3}(k+1)} \frac{(M^2 - 1)^{3/2}}{M^2} \quad (3.35)$$

As relações termodinâmicas são definidas por:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{2kM^2 - (k-1)}{k+1} \quad (3.36)$$

$$\frac{P_{t1}}{P_{t0}} = \left[\frac{(k+1)M^2}{(k-1)M^2 + 2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \left[\frac{k+1}{2kM^2 - (k-1)} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (3.37)$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{[2kM^2 - (k-1)][(k-1)M^2 + 2]}{(k+1)M^2} \quad (3.38)$$

$$\frac{T_{t1}}{T_{t0}} = 1 \quad (3.39)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{(k+1)M^2}{(k-1)M^2 + 2} \quad (3.40)$$

$$M_1^2 = \frac{(k-1)M^2 + 2}{2kM^2 - (k-1)} \quad (3.41)$$

3.4.2 Onda de choque oblíqua

Quando a onda de choque é inclinada em relação à direção do escoamento ela é chamada de oblíqua. Abaixo serão apresentadas as relações termodinâmicas para

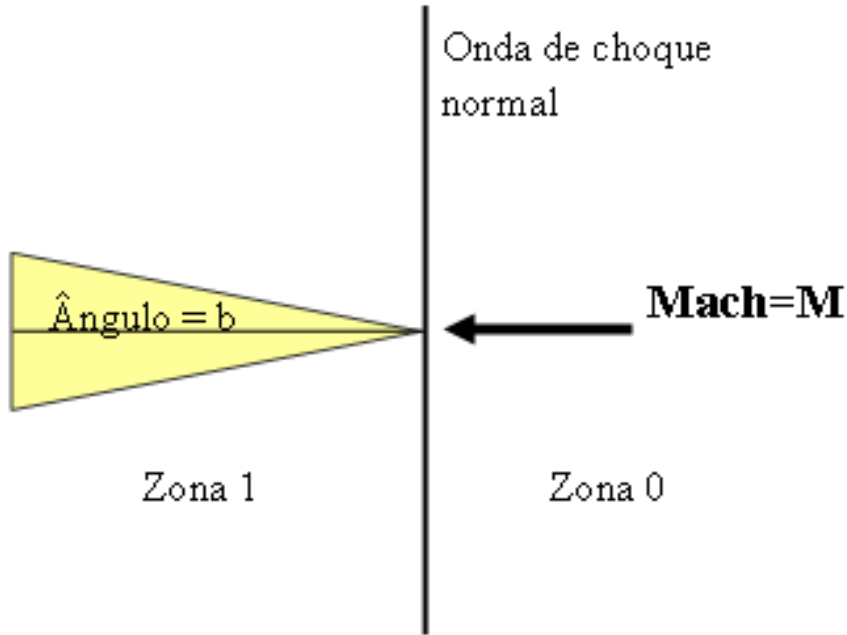


Figura 3.11: Onda de choque normal

uma onda de choque formada a partir do escoamento sobre uma cunha. Essas equações são derivadas das equações de conservação de massa, momento e energia para um escoamento compressível, desprezando os efeitos viscosos. Quando o número de Mach é muito baixo ou o ângulo da cunha é grande, uma onda de choque normal é formada, portanto a condição da equação 3.36 não pode ser satisfeita para a formação de uma onda de choque oblíqua. Para a área de turbomáquinas esse escoamento pode ser observado sobre o bordo de ataque de uma palheta, por exemplo. A figura 3.12 apresenta o efeito de uma onda de choque oblíqua.

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{2kM^2(\sin^2 s) - (k - 1)}{k + 1} \quad (3.42)$$

$$\frac{P_{t1}}{P_{t0}} = \left[\frac{(k + 1)M^2(\sin^2 s)}{(k - 1)M^2(\sin^2 s) + 2} \right]^{\frac{k}{k-1}} \left[\frac{k + 1}{2kM^2(\sin^2 s) - (k - 1)} \right]^{\frac{1}{k-1}} \quad (3.43)$$

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{[2kM^2(\sin^2 s) - (k - 1)][(k - 1)M^2(\sin^2 s) + 2]}{(k + 1)M^2(\sin^2 s)} \quad (3.44)$$

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{k + 1}{(k - 1)M^2(\sin^2 s) + 2} \quad (3.45)$$

$$M_1^2(\sin^2 s - a) = \frac{(k - 1)M^2(\sin^2 s) + 2}{2kM^2(\sin^2 s) - (k - 1)} \quad (3.46)$$

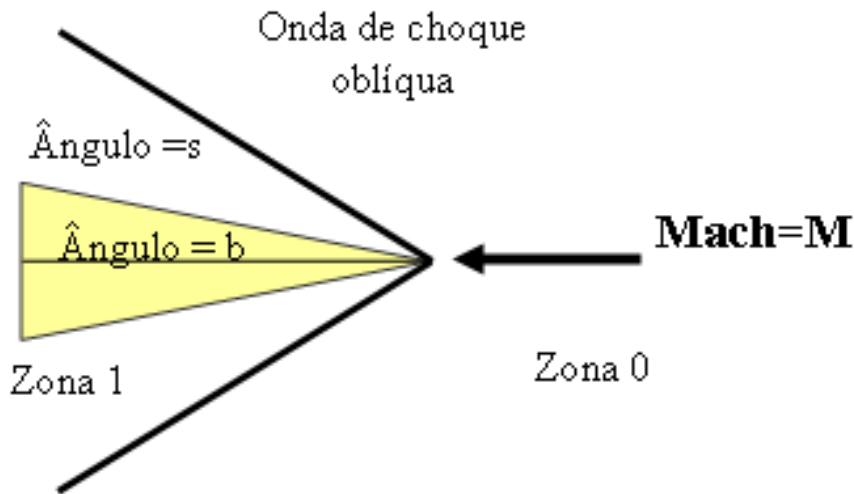


Figura 3.12: Onda de choque oblua

$$\cot(a) = \tan(s) \left[\frac{(k+1)M^2}{2(M^2 \sin^2 s - 1)} - 1 \right] \quad (3.47)$$

3.4.3 Leque de expansão

Existem diferenças notáveis entre ondas de choque e leques de expansão. Em uma onda de choque o número de Mach diminui e a pressão esttica aumenta e há perda de pressão total pois o processo  irreversível. Através de um leque de expansão o número de Mach aumenta, a pressão esttica diminui e a pressão total se mantm constante, pois o processo neste caso  isentrópico.

O cálculo do leque de expansão envolve o uso da função de Prandtl-Meyer, que cujo valor  função do número de Mach e da relação de calores específicos. A interpretação física da função de Prandtl-Meyer é o valor do ângulo através do qual pode-se expandir uma onda snica ($M=1$) de modo a obter um dado número de Mach. Para se calcular uma expansão a partir de outro número de Mach, simbolizamos a condição a montante da expansão como zona 0 e calculamos o ângulo de Prandtl-Meyer para aquele número de Mach. Portanto a função de Prandtl-Meyer é definida por:

$$\nu = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \arctan \sqrt{\frac{k-1}{k+1} (M^2 - 1)} - \arctan \sqrt{M^2 - 1} \quad (3.48)$$

Para $M_0 > 1$ a montante do leque de expansão, temos:

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \arctan \sqrt{\frac{k-1}{k+1}(M_0^2 - 1)} - \arctan \sqrt{M_0^2 - 1} \quad (3.49)$$

Para a região 1 após o leque de expansão temos:

$$\nu_1 = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \arctan \sqrt{\frac{k-1}{k+1}(M_1^2 - 1)} - \arctan \sqrt{M_1^2 - 1} \quad (3.50)$$

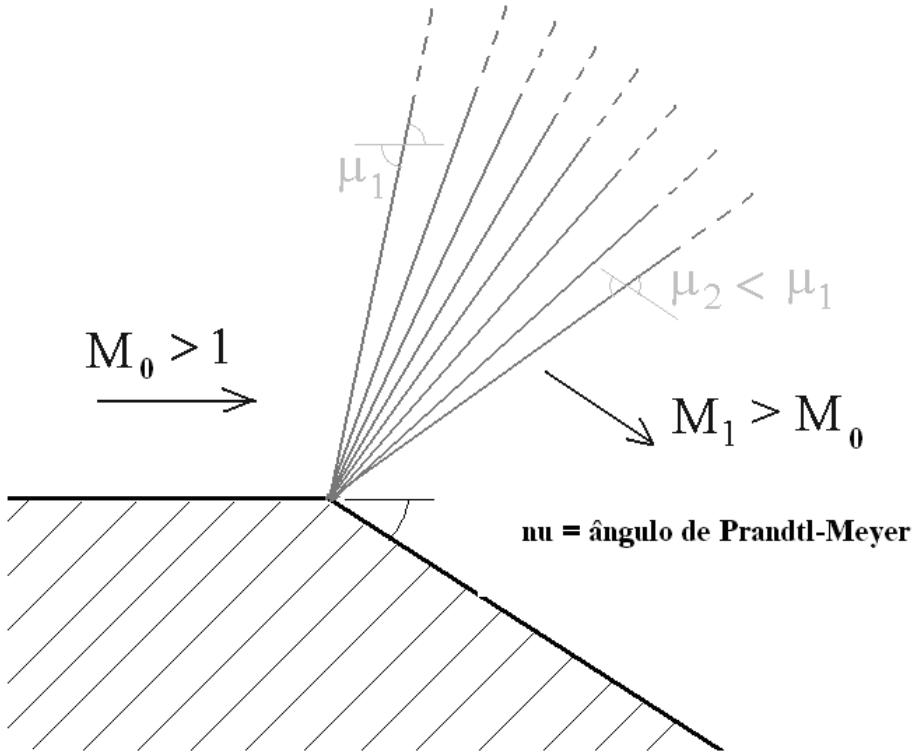


Figura 3.13: Leque de expansão

Onde,

$$\mu_1 = \arcsin \frac{1}{M_1}, \quad \mu_2 = \arcsin \frac{1}{M_2} \quad (3.51)$$

3.5 Características aerodinâmicas de um compressor axial

Os compressores axiais possuem características únicas que o transformam na máquina mais adequada para compressão de altas vazões volumétricas atreladas a

médias ou baixas razões de compressão. Começando pela sua grande área frontal para entrada do fluido, esta máquina transporta o fluido através de uma trajetória paralela ao eixo, sendo que a linha de corrente desenvolvida pelo fluido permanece quase constante em relação ao raio de rotação.

A figura 3.14 apresenta um corte lateral de um compressor axial a partir de sua linha de centro onde é possível visualizar a região de entrada da máquina pelo lado esquerdo da figura. A primeira linha de palhetas é chamada de guias de entrada e representada pela sigla IGV devido ao seu nome em inglês (inlet guide vanes). Seu objetivo é pré-rotacionar o fluido no sentido tangencial de entrada da primeira fileira de palhetas rotativas, representadas pela sigla R1. Com isso, o fluido entra na primeira fileira com velocidade e ângulo conforme o projeto da primeira fileira rotativa. Dependendo do projeto do compressor a IGV pode não ser necessária, como é visto em turbinas de aeronaves. As palhetas rotativas transmitem energia ao fluido aumentando sua velocidade rotacional. Saindo de R1 o fluido encontra uma fileira de palhetas estacionárias definidas na figura pela sigla S1. O objetivo desta fileira é converter parte da velocidade rotacional em pressão estática e direcionar o fluido no ângulo e velocidade de entrada adequada para o próximo rotor. Cada conjunto de fileiras rotativas e estacionárias define um estágio de compressão.

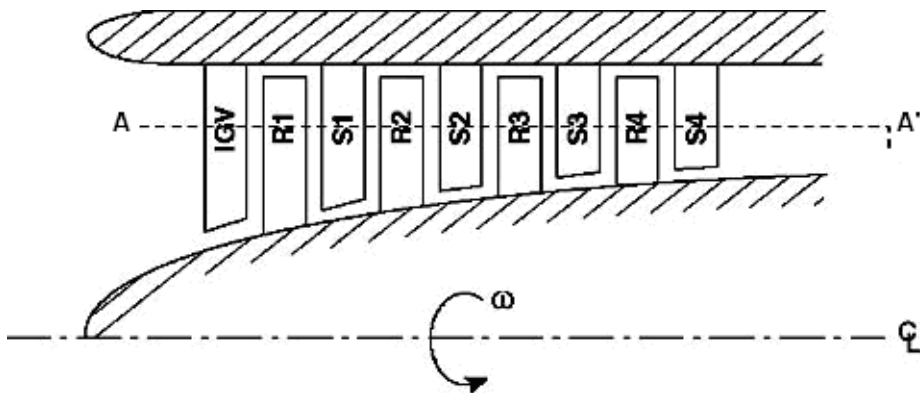


Figura 3.14: Desenho esquemático em corte de um compressor axial

O projeto de um compressor axial se inicia pela definição das condições operacionais para qual ele será aplicado. É preciso conhecer as pressões de entrada e saída da máquina, a temperatura de entrada, a composição molecular do fluido que será comprimido. De posse destes dados é definido o ponto de projeto do compressor,

onde a melhor eficiência será alcançada. No texto a seguir serão apresentadas as características de um compressor axial para um projeto ótimo.

3.5.1 Triângulo de velocidades para um estágio

A construção de um diagrama de velocidades correto é uma importante etapa do projeto de um compressor. Como o compressor é composto de partes estacionárias e rotativas é necessário criar um triângulo apresentando as velocidades absolutas e relativas, onde a velocidade relativa é tomada utilizando como plano de referência a velocidade de rotação do compressor ω . Tomando a velocidade tangencial relativa e absoluta como W_θ e C_θ respectivamente as duas são encontradas a partir da seguinte relação:

$$W_\theta = C_\theta - \omega r \quad (3.52)$$

onde r é o raio local. A componente axial da velocidade, representada pelo índice subscrito z , independe se o plano de referência é estacionário ou rotativo. Portanto as velocidades absolutas e relativas são:

$$C = \sqrt{C_z^2 + C_\theta^2} \quad (3.53)$$

$$W = \sqrt{W_z^2 + W_\theta^2} \quad (3.54)$$

Os ângulos formados pelas componentes absoluta e relativa em relação a direção axial são definidos por β e β' e são obtidos por:

$$\tan \beta = \frac{C_\theta}{C_z} \quad (3.55)$$

$$\tan \beta' = \frac{W_\theta}{W_z} \quad (3.56)$$

A figura 3.15 apresenta um diagrama de velocidades para um IGV. Os números subscritos 0, 1 e 2 representam as condições na entrada da IGV, saída da IGV ou entrada do rotor e saída do rotor respectivamente. A vazão entra sem nenhuma componente rotacional, portanto podemos afirmar que $C_\theta = 0$ e $C = C_z$. As palhetas guias desviam a direção de entrada do fluido por um ângulo β_1 . Se C_{z1} é

conhecido, é possível determinar a componente $C_{\theta 1}$. Portanto a equação é aplicada para se subtrair ωr de $C_{\theta 1}$ para definir a componente rotacional no plano relativo $W_{\theta 1}$ e também o ângulo formado β'_1 . Portanto todo diagrama de velocidade é encontrado para a saída da IGV.

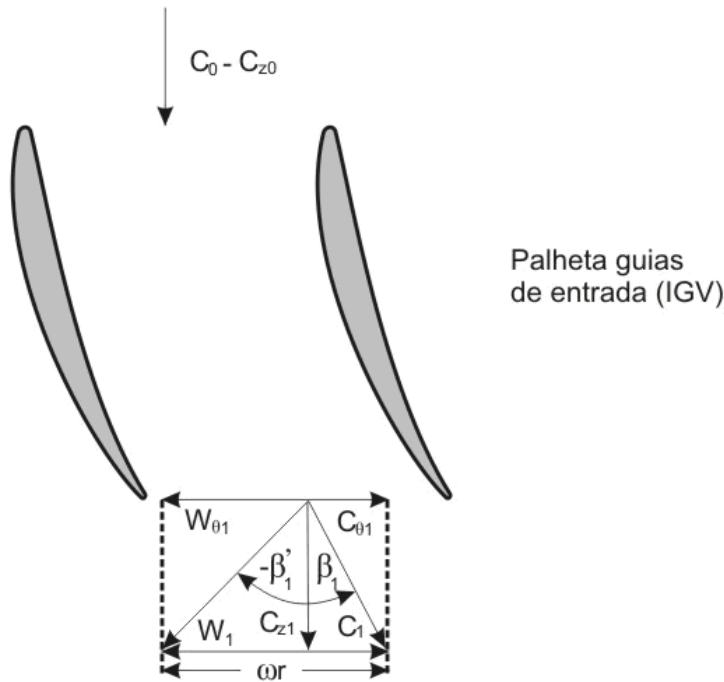


Figura 3.15: Triângulo de velocidades para as pás guias de entrada

A figura 3.16 mostra que o diagrama de velocidade de saída da IGV é o mesmo da entrada da fileira de palhetas do rotor. As palhetas do rotor desviam o fluxo no plano relativo de β'_1 para β'_2 de forma a produzir uma velocidade tangencial $W_{\theta 2}$. Se C_{z2} é conhecido, $W_{\theta 2}$ pode ser calculado. Para isso, soma-se o vetor ωr a $W_{\theta 2}$ de forma a encontrar a componente tangencial $C_{\theta 2}$. Finalmente, todas as componentes de vazão e ângulos relativos e absolutos são encontrados. A partir daí o cálculo do diagrama de velocidades para o estator é o mesmo utilizado para o cálculo da IGV, utilizando-se como velocidade de entrada o triângulo de saída do rotor.

O cálculo do diagrama de velocidade é uma ferramenta fundamental para a análise aerodinâmica de um compressor axial e avaliar a conversão das velocidades absolutas e relativas no interior da máquina. Acima consideramos que C_z é conhe-

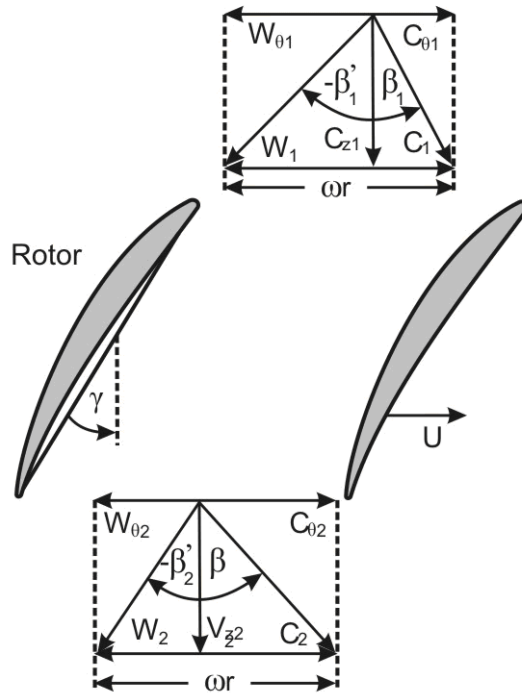


Figura 3.16: Triângulo de velocidades para o rotor

cido. No entanto, segundo Aungier (2003), os valores de C_z podem ser condições de projeto especificadas de forma que a área de passagem seja dimensionada para conservar a massa.

3.5.2 Geometria básica de uma palheta

Para compatibilizar o triângulo de velocidades através dos estágios, é necessário conhecer as características principais do perfil de uma palheta e suas influências no escoamento do fluido em seu entorno.

O projeto aerodinâmico, antes da evolução das poderosas ferramentas de fluidodinâmica computacional, seguia um conjunto de famílias de perfis aerodinâmicos definidos pelo comitê consultivo americano para aeronáutica (National Advisory Committee for Aeronautics - NACA). Segundo Aungier (2003) o perfil mais utilizado pelos americanos pertence à série 65 enquanto que os britânicos preferiam a família da série C. O desempenho característico desses perfis aerodinâmicos foram extensamente estudados, testados experimentalmente e grande parte de seus

resultados são de domínio público.

Atualmente, o projeto é definido em função da distribuição da velocidade sobre o perfil, da distribuição da carga sobre a palheta e não são mais considerados perfis predefinidos. Através das ferramentas computacionais de projeto os fabricantes de compressores desenvolvem perfis aerodinâmicos proprietários. As figuras 3.17 e 3.18 ilustram os parâmetros básicos para a construção de um perfil aerodinâmico de um compressor axial, assim como sua disposição no rotor. O desenho de uma palheta é iniciado a partir de uma linha central de curvatura, $y(x)$, sobre o qual é imposto um perfil com distribuição de espessura pela função, $t_b(x)$. Os ângulos entre a linha central e a corda que une o bordo de ataque e o bordo de fuga (leading and trailing edge) são designados como ξ_1 e ξ_2 respectivamente. O ângulo de arqueamento (camberline) é definido por:

$$\theta = \xi_1 + \xi_2 \quad (3.57)$$

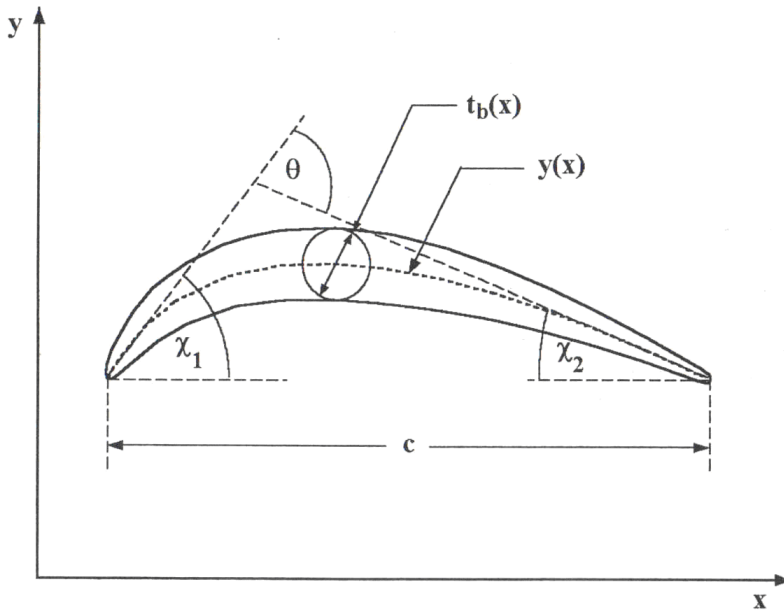


Figura 3.17: Geometria básica de um aerofólio (Aungier, 2003)

O afastamento entre duas palhetas adjacentes, representado por s , e o comprimento da corda, representado por c , definem a solidez da cascata σ .

$$\sigma = \frac{c}{s} \quad (3.58)$$

O ângulo obtido entre a direção axial e a linha de corda da palheta é definido como ângulo de escalonamento(stagger angle) ou de ajuste γ . O ângulo entre o vetor velocidade W_1 e a linha de corda das palhetas é chamado de ângulo de ataque, α . O ângulo obtido entre a direção axial e o vetor velocidade do escoamento é designado como β_1 . O ângulo que é feito entre a linha de arqueamento e a direção axial em relação ao bordo de ataque e bordo de fuga são definidos como κ_1 e κ_2 respectivamente. Similarmente o ângulo entre o escoamento e o bordo de fuga é chamado de β_2 . O ângulo de incidência i , o ângulo de desvio, δ , e o ângulo de ataque, α , são definidos por:

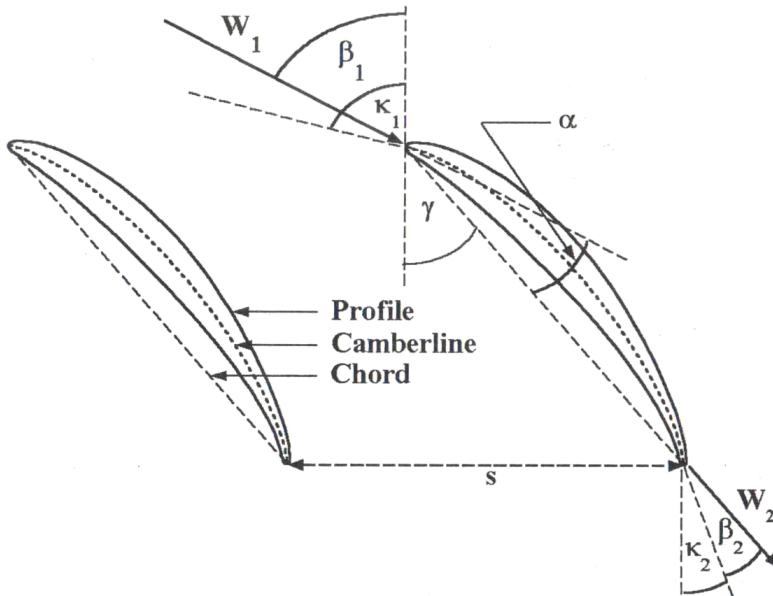


Figura 3.18: Geometria básica de um aerofólio (Aungier, 2003)

$$i = \beta_1 - \kappa_1 \quad (3.59)$$

$$\delta = \beta_2 - \kappa_2 \quad (3.60)$$

$$\alpha_1 = \beta_1 - \gamma \quad (3.61)$$

Segundo Aungier (2003) esta nomenclatura também pode ser utilizada diretamente nos perfis baseados em linhas de curvatura arco circular e arco parabólico, típico da prática inglesa. A prática americana tem sido baseada em derivações dos

perfis de asa criados pela NACA, com infinitas combinações de inclinação dos bordos de ataque e de fuga.

Os padrões de perfil aerodinâmico conhecidos, como por exemplo, os de arco circular, parabólico, circular duplo, dentre outros, têm sido extensivamente estudados e aplicados na indústria de compressores axiais, onde alta confiabilidade e altos desempenhos são obtidos. Mesmo assim, segundo Aungier (2003), muitos desenvolvimentos têm sido elaborados na busca de perfis aerodinâmicos que ofereçam uma melhor faixa de número de Mach e maior eficiência. Estes perfis são conhecidos como aerofólios de difusão controlada, já que seu projeto é baseado num controle cuidadoso da distribuição do número de Mach ao longo da superfície da palheta.

Hobbs e Weingold (1984) e Dunker et al. (1984) têm revisado a estratégia básica de projeto. Eles levantaram as seguintes recomendações:

- Uma contínua aceleração ao longo da superfície da sucção e próximo ao bordo de ataque para evitar que ocorra separação da camada limite laminar ou separação prematura;
- O número de Mach não deve exceder um pico de 1,3 para evitar separação induzida por ondas de choque;
- Uma desaceleração cuidadosamente controlada após o pico do número de Mach ao longo da superfície de sucção para evitar separação turbulenta na fronteira do bordo de fuga;
- Uma quase constante distribuição do número de Mach na superfície de pressão.

Um importante parâmetro na análise do desempenho aerodinâmico de um compressor axial é a menor distância entre as palhetas adjacentes, ou abertura da garganta das palhetas (blade throat opening) definida pela letra *o* na figura 3.19. Segundo Aungier (2003) esta abertura governa o estrangulamento local do escoamento na passagem entre as palhetas. Para altos números de Mach, esta abertura irá definir a capacidade máxima do compressor.

Complementando a lista de parâmetros que definem a construção de uma palheta e sua configuração em um rotor temos que após a obtida a geometria da pa-

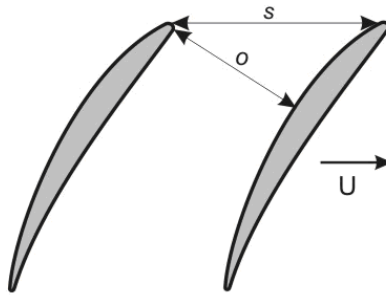


Figura 3.19: Abertura e vão entre duas palhetas adjacentes

lheta, pode-se rotacioná-la no rotor através do ângulo de escalonamento e encontrar os ângulos de entrada e saída da palheta escalonada através da seguinte relação:

$$\kappa_1 = \xi_1 + \gamma \quad (3.62)$$

$$\kappa_2 = \xi_2 + \gamma \quad (3.63)$$

e assim chegando-se a

$$\theta = \kappa_1 - \kappa_2 \quad (3.64)$$

Capítulo 4

Fluidodinâmica Computacional

A fluidodinâmica computacional, também conhecida como CFD, é uma ferramenta utilizada para se simular o comportamento do escoamento, a transferência de calor e outros processos físicos em um sistema determinado. Esta ferramenta soluciona equações matemáticas para o escoamento do fluido de maneira específica sobre uma região de interesse, com condições de contorno pré-determinadas sobre essa região. Atualmente a metodologia do CFD é utilizada freqüentemente no projeto de aeronaves, automóveis, embarcações, turbomáquinas, sendo que sua aplicação também se estende as áreas de meteorologia, oceanografia, biologia, entre outras. Os últimos avanços tecnológicos no processamento de dados em computadores e na manipulação de imagens em três dimensões têm permitido a solução de problemas complexos em reduzida escala de tempo com robustez e precisão adequadas, tornando a atividade de projeto e simulação rápida e eficiente.

4.1 Introdução à mecânica dos fluidos

A mecânica dos fluidos estuda a ação das forças em fluidos e os fenômenos que ocorrem nos escoamentos. O escoamento no interior de um compressor axial transônico é transiente, tri-dimensional, turbulento e compressível. As equações que governam o movimento de um fluido viscoso nestas condições são as equações de Navier-Stokes. Essas equações representam as leis de conservação da massa, da quantidade de movimento linear, da quantidade de movimento angular e da energia

e as leis de propriedade de um fluido newtoniano.

Antes de apresentar as equações é necessário se introduzir o conceito do operador derivada material, que considera a variação no tempo de uma grandeza física do escoamento e também sua variação em função da posição de uma partícula de fluido no campo do escoamento. A expressão , apresenta a representação do operador matemático da derivada material.

$$\frac{D(\cdot)}{Dt} = \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla. \quad (4.1)$$

4.1.1 Princípio da conservação de massa

Segundo Kundu e Cohen (2004) o princípio da conservação de massa em sua forma diferencial é expresso pela equação da continuidade:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (4.2)$$

onde

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\rho$$

é a derivada material da densidade, e representa a taxa de variação da densidade seguindo uma partícula de fluido.

A mesma equação pode ser escrita na forma indicial como:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i) = 0 \quad (4.3)$$

4.1.2 Princípio da conservação da quantidade de movimento linear

A lei de conservação do movimento é expressa em sua forma diferencial aplicando diretamente a lei de Newton do movimento para um elemento fluido infinitesimal, chegando-se a:

$$\frac{Du_i}{Dt} = \rho f_i + \frac{\partial\tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.4)$$

Esta é a equação do movimento que relaciona a aceleração com a força sobre um ponto, aplicada a qualquer meio contínuo, sólido ou fluido não importando como o tensor tensão τ_{ij} esteja relacionado com a deformação do campo. A equação 4.4 também é chamada de equação de Cauchy do movimento.

A equação de Navier-Stokes é obtida substituindo-se a equação constitutiva na equação de Cauchy. A equação constitutiva descreve a relação entre a tensão e a deformação para um meio contínuo. Para um fluido incompressível ela é definida por:

$$\tau_{ij} = -(p + \frac{2}{3}\mu\nabla \cdot \mathbf{u})\delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (4.5)$$

onde δ_{ij} é o tensor isotrópico de segunda ordem, ou delta de Kronecker. Este tensor é definido como o único tensor isotrópico pois suas componentes não mudam sobre uma rotação do sistema de coordenadas. Finalmente obtém-se a equação de Navier-Stokes.

$$\frac{Du_i}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho f_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[2\mu e_{ij} - \frac{2}{3}\mu(\nabla \cdot \mathbf{u})\delta_{ij} \right] \quad (4.6)$$

onde deve-se notar que $(\partial p/\partial x_j)\delta_{ij} = \partial p/\partial x_i$. A viscosidade μ na equação pode ser uma função do estado termodinâmico do fluido.

4.1.3 Princípio da conservação da quantidade de movimento angular

O princípio da conservação da quantidade de movimento angular diz que a taxa de variação no tempo da quantidade de movimento angular é igual a soma dos torques externos agindo sobre o fluido. Isso resulta na seguinte expressão:

$$\epsilon_{ijk}\tau_{kj} = 0 \quad (4.7)$$

Ou seja, o tensor tensão é simétrico, ou $\tau_{kj} = \tau_{jk}$.

4.1.4 Equação da energia

A primeira lei da termodinâmica fornece a equação da energia onde ocorrem variações de temperatura no escoamento. Segundo Kundu e Cohen (2004) ela afirma

que a taxa de variação da energia armazenada é igual ao somatório da taxa de trabalho realizado com a taxa de calor adicionado a um volume material. Sua forma diferencial é dada por

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{1}{2} u_i u_i \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij} u_i) + \rho f_i u_i - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (4.8)$$

As equações apresentadas nesta parte não foram elaboradas para escoamento turbulento no interior de uma turbomáquina, portanto não refletem todos os fenômenos que ocorrem. Na descrição dos modelos de turbulência serão apresentadas as metodologias utilizadas por cada modelo para a inclusão destes fenômenos.

4.2 Metodologia do CFD

O CFD procura simular um componente ou um sistema em sua fase de projeto inicial ou mesmo um sistema real existente para analisar seu comportamento. O objetivo é avaliar o desempenho deste componente e sempre que possível avaliar o comportamento da implementação de modificações no projeto original ou nas condições de contorno do sistema.

Para modelar um componente ou um sistema é necessário criar a geometria que será avaliada em um *software* de desenho computacional, também conhecido como CAD. O desenho criado deve ser um sólido inteiro sem falhas ou descontinuidades em sua geometria. A partir do desenho sólido é possível definir o volume de controle por onde o escoamento será considerado, que pode ser externo ou interno ao sólido. Em seguida é possível definir as superfícies que limitarão à região de interesse, com paredes, regiões de entrada e saída do fluido e superfícies de repetição quando o domínio é periódico. As superfícies são cobertas por uma malha onde são definidas as condições de contorno do problema.

Segundo Versteeg e Malalasekera (1995) os códigos que fazem parte do CFD são estruturados em torno de algoritmos numéricos que solucionam os problemas de fluidodinâmica. De forma a fornecer fácil acesso ao seu poder de solução numérica todos os pacotes comerciais de CFD incluem uma sofisticada interface para que o usuário possa introduzir os parâmetros do problema e analisar seus resultados.

Desta forma, todos os códigos possuem pelo menos três elementos principais:

- Pré-processamento: consiste das entradas do problema para o programa de CFD através de uma interface amigável para a subsequente transformação desta entrada em uma forma adequada para ser usada no solver. Nesta fase são definidos os seguintes passos:
- Definição da geometria da região de interesse ou domínio computacional;
- Geração da malha: sub-divisão do domínio em um número menor e não sobreposto de sub-domínios. Uma grade ou malha das células (ou volume de controle ou elementos) é criada;
- Seleção dos fenômenos físicos e químicos que serão modelados;
- Definição das propriedades do fluido;
- Especificação das condições de contorno apropriadas aos elementos que coincidem ou tocam o contorno do domínio.

A solução do problema de escoamento (com velocidade, pressão, temperatura, etc) é calculada nos nós de cada elemento. A acurácia da solução do problema é governada pelo número de elementos na malha gerada. Geralmente, quanto maior o número de elementos, maior será a acurácia, porém maior será também o custo computacional em tempo de processamento. As malhas podem ser otimizadas normalmente através do refinamento de seus elementos em regiões onde grandes variações das propriedades do escoamento são esperadas. Os pré-processadores mais modernos permitem ao usuário acessar as propriedades físicas e químicas de diversos materiais, além de permitir selecionar o modelo de processo físico ou químico mais adequado ao problema (como por exemplo, os modelos de turbulência, transferência de calor, modelos de combustão) ao lado das principais equações para o escoamento fluido.

- Solver: segundo Versteeg e Malalasekera (1995), existem três correntes distintas de técnicas para solução numérica: diferenças finitas, elementos finitos e

volumes finitos. Em linhas gerais, os métodos numéricos que formam a base do solver realizam os seguintes passos:

- Aproximação das variáveis desconhecidas do escoamento através de funções simples;
- Discretização por substituição das aproximações nas equações que governam o escoamento e subsequente manipulação matemática;
- Solução de equações algébricas.

As principais diferenças entre as três correntes estão associadas ao modo como as variáveis do escoamento são aproximadas e os processos de discretização.

O método das diferenças finitas (MDF) é uma técnica de manipulação matemática para a resolução de equações diferenciais que se baseia na aproximação de derivadas por diferenças finitas. A fórmula de aproximação é obtida através da expansão em série de Taylor da função derivada. Estas derivadas que aparecem na equação governante são substituídas por diferenças finitas produzindo equações algébricas para os valores específicos da função em cada ponto da malha.

O método dos elementos finitos utiliza funções definidas por partes simples (por exemplo lineares ou quadráticas) válidas nos elementos para descrever variações locais de uma variável desconhecida do escoamento ϕ . As equações governantes são precisamente satisfeitas pela solução exata de ϕ . Se as aproximações das funções por partes para ϕ são substituídas na equação elas não manterão exatidão e um resíduo é definido para medição dos erros. Os resíduos são minimizados posteriormente de certa forma por funções-peso e integrações. Como resultado é obtido uma série de equações algébricas para os coeficientes desconhecidos das funções de aproximação.

No método dos volumes finitos a região de interesse é dividida em pequenas sub-regiões chamadas volumes de controle. As equações são discretizadas e resolvidas iterativamente para cada volume de controle. Como resultado, uma aproximação do valor de cada variável pode ser obtida para cada ponto específico do domínio. Desta forma pode-se observar o comportamento do escoamento em cada ponto da região de interesse.

- Pós-processador: segundo Versteeg e Malalasekera (1995), com a crescente popularidade das estações de trabalho na engenharia, com capacidade de processamento gráfico superiores, os pacotes de CFD são fornecidos com ferramentas versáteis para visualização das informações. Nestes pacotes é possível a visualização de:
 - Domínio da geometria e da malha;
 - Desenho dos vetores;
 - Trajetória da partícula;
 - Desenhos em 2D e 3D;
 - Manipulação visual dos resultados (rotacionar, transladar, redimensionar, etc.);
 - Escala por cores dos resultados em contornos sombreados ou linhas.

4.3 Teoria de Turbulência

A maioria dos escoamentos encontrados na prática de engenharia e na natureza são turbulentos. A camada limite sobre a asa de um avião é normalmente turbulenta, as correntes no oceano são turbulentas, a camada limite atmosférica sobre a superfície da Terra é turbulenta, assim como o escoamento em compressores axiais onde a velocidade do escoamento é elevada. Segundo Kundu e Cohen (2004) este tipo de escoamento não permite um estudo analítico estrito, e este depende grandemente de intuição física. Algumas características de escoamentos turbulentos são:

- Aleatoriedade - os escoamentos turbulentos parecem ser irregulares, caóticos e imprevisíveis;
- Não-lineares - o escoamento turbulento é altamente não-linear.
- Difusivos - devido a mistura macroscópica das partículas de fluido, escoamentos turbulentos são caracterizados por uma rápida taxa de difusão de momento e calor;

- Vorticidade - a turbulência é caracterizada por altos níveis de vorticidade. A estrutura de um escoamento turbulento é vagamente chamada de turbilhões. A visualização do escoamento turbulento apresenta diversas estruturas - coalescentes, divididas, alongadas e sobre tudo rotatórias.
- Dissipativos - o mecanismo de alongamento dos vórtices transfere energia e vorticidade para o aumento das menores escalas, até que o gradiente se torne tão grande que ele se espalhe ou dissipe pela viscosidade, portanto o escoamento turbulento requer um constante suprimento de energia para compensação das perdas viscosas.

As variáveis em um escoamento turbulento não são determinísticas em detalhes e devem ser tratadas como variáveis randômicas, portanto são necessárias manipulações matemáticas para se definir um valor médio destas variáveis.

Segundo Kundu e Cohen (2004) um escoamento turbulento satisfaz instantaneamente as equações de Navier-Stokes. No entanto, é virtualmente impossível prever o escoamento em detalhe, já que há uma grande faixa de escalas para serem resolvidas, desde as menores escalas espaciais na ordem de milímetros, como as menores escalas de tempo na ordem de milissegundos. Até os computadores mais poderosos encontrados hoje em dia levariam um enorme tempo de computação para os detalhes de um escoamento turbulento ordinário, resolvendo todas as escalas mais finas envolvidas. De maneira geral, temos interesse em encontrar apenas as características grosseiras deste escoamento, tais como a distribuição da velocidade e temperatura médias. Devemos então derivar as equações de movimento para um estado médio em um escoamento turbulento e examinar o efeito das flutuações turbulentas podem causar no escoamento.

4.3.1 As equações de Navier-Stokes de média de Reynolds

Vamos assumir que a variação da densidade é causada somente pelas flutuações da temperatura. Sob a aproximação de Boussinesq, as equações do movimento para as variáveis instantâneas são:

$$\rho \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \rho \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \tilde{\rho} f_i \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} = \kappa \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4.11)$$

As variáveis instantâneas estão simbolizadas por um til (). As variáveis são portanto decompostas em uma parte média mais um desvio da média:

$$\tilde{u}_i = U_i + u'_i \quad (4.12)$$

$$\tilde{p} = P + p'$$

$$\tilde{T} = T + T'$$

$$\tilde{\rho} = \rho + \rho'$$

Nota-se que a velocidade média e a temperatura média são simbolizadas pela letra maiúscula, e suas flutuações turbulentas são denotadas pela letra minúscula. Esta convenção não será válida para temperatura (por esta variável já se encontrar em letra maiúscula) e também para densidade ou variáveis semelhantes. Nesse caso será utilizada uma barra sobre a variável média e um apóstrofe sobre a parte flutuante.

As equações satisfeitas pelo escoamento médio são obtidas através da substituição da decomposição de campos Reynolds nas equações de Navier-Stokes.

A equação da continuidade média ou de conservação da massa média é obtida como:

$$\overline{\frac{\partial}{\partial x_i} (U_i + u'_i)} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_i} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (4.13)$$

onde foi aplicada a seguinte regra da comutação:

$$\frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_i} = \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_i}}$$

$$\overline{\int u d\mathbf{x}} = \int \bar{u} d\mathbf{x} \quad (4.14)$$

Esta regra diz que a operação de diferenciação comuta com a operação de média amostral, de forma que suas ordens sejam intercambiáveis. De maneira similar

é possível mostrar que a operação de integração também se comuta com a de média amostral.

Utilizando $\overline{u'_i} = 0$, obtemos:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.15)$$

que é a equação da continuidade para o escoamento médio. Subtraindo esta da equação da continuidade para o escoamento total, obtém-se:

$$\frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (4.16)$$

que é a equação da continuidade para o campo de flutuação turbulenta. É portanto observado que a parte instantânea, a parte média e a parte turbulenta do campo de velocidades são todas não divergente.

A equação média da quantidade de movimento (4.9) é obtida da mesma forma:

$$\rho \frac{\partial (U_i + u'_i)}{\partial t} + \rho (U_j + u'_j) \frac{\partial (U_i + u'_i)}{\partial x_j} = - \frac{\partial (P + p')}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 (U_i + u'_i)}{\partial x_j \partial x_j} + (\bar{\rho} + \rho') f_i \quad (4.17)$$

O termo médio de pressão gradiente é:

$$\overline{\frac{\partial}{\partial x_i} (P + p')} = \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{p'}}{\partial x_i} = \frac{\partial P}{\partial x_i}$$

O termo médio da gravidade é:

$$\overline{(\rho + \rho') f_i} = \rho f_i + \overline{\rho'} f_i = \rho f_i$$

A média do termo viscoso é:

$$\overline{\mu \frac{\partial^2 (U_i + u'_i)}{\partial x_j \partial x_j}} = \mu \frac{\partial^2 U_i + u'_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

Unindo-se os termos a equação média da quantidade de movimento torna-se:

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{(u'_i u'_j)} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho f_i \quad (4.18)$$

A equação 4.18 é usualmente chamada de equação média de Reynolds de Navier-Stokes (RANS).

A correlação $\overline{(u'_i u'_j)}$ da equação 4.18 é geralmente não nula, embora $\overline{u'_i} = 0$.

A tensão de Reynolds:

Escrevendo termo $\overline{u'_i u'_j}$ no lado direito da equação e a equação da quantidade de movimento se torna:

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{(u'_i u'_j)} \right] + \rho f_i \quad (4.19)$$

que pode ser escrita como,

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (4.20)$$

onde,

$$\bar{\tau}_{ij} = -P\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{(u'_i u'_j)} \quad (4.21)$$

Comparando as equações 4.20 e 4.21 com suas correspondentes para escoamento instantâneos, dadas por

$$\frac{D\tilde{u}_i}{Dt} = \tilde{\rho} f_i + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j}$$

$$\tilde{\tau}_{ij} = -\tilde{\rho}\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

É possível observar que a equação 4.20 possui uma tensão adicional $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ agindo sobre a média do escoamento turbulento. De fato, essas tensões extras no campo médio de um escoamento turbulento são muito maiores do que a contribuição viscosa $\mu(\partial U_i/\partial x_j + \partial U_j/\partial x_i)$, exceto quando muito próximo de uma superfície sólida onde as flutuações são pequenas e os gradientes do escoamento médio são grandes. O tensor é chamado de Tensor Tensão de Reynolds e são interpretadas fisicamente como os termos de transporte médio de quantidade de movimento devido as flutuações turbulentas de velocidade. Este tensor possui nove componentes cartesianas.

$$\begin{bmatrix} -\rho \overline{u'^2} & -\rho \overline{u'v'} & -\rho \overline{u'w'} \\ -\rho \overline{u'v'} & -\rho \overline{v'^2} & -\rho \overline{v'w'} \\ -\rho \overline{u'w'} & -\rho \overline{v'w'} & -\rho \overline{w'^2} \end{bmatrix}$$

Este tensor é simétrico e suas componentes diagonais são tensões normais, e as componentes fora da diagonal são tensões cisalhantes. Se as flutuações turbulentas

forem completamente isotrópicas, ou seja, se não possuem direção preferencial então as componentes não diagonais de $\overline{u'_i u'_j}$ desaparecem e $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{w'^2}$. Segundo Silva Freire et al. (2006) essas tensões de Reynolds são cruciais para a modelação de escoamentos turbulentos, pois elas representam as flutuações estocásticas nas equações de Reynolds. Entretanto, a incorporação dos termos de flutuação resulta em um conjunto de dez variáveis independentes, sendo três componentes da velocidade U_i , o termo de pressão P e as seis componentes do tensor de Reynolds, para apenas três equações de governo. Este fato caracteriza o chamado problema de fechamento da turbulência.

4.3.2 Equações de transporte para o tensor de Reynolds

Segundo Silva Freire et al. (2006), as tensões de Reynolds são geradas, transportadas, difundidas e dissipadas à diferentes taxas ao longo do escoamento. Para se obter as equações de transporte que descrevam estes processos explicitamente, é necessário manipular as equações para as flutuações da velocidade $u'_i(x, t)$ e $u'_j(x, t)$. Deve-se reescrever as equações de Navier-Stokes e a equação média Reynolds para Navier-Stokes da seguinte forma:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \rho \tilde{u}_k \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_k \partial x_k} + f_i \quad (4.22)$$

e a equação de Reynolds como:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_k} + f_i \quad (4.23)$$

Subtraindo-se as equações 4.23 de 4.22 obtém-se a equação para flutuação $u'_i(x, t)$ e de modo similar para $u'_j(x, t)$:

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + U_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} + u'_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} - \overline{u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_k} + f'_i \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial u'_j}{\partial t} + U_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + u'_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} - \overline{u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 u'_j}{\partial x_k \partial x_k} + f'_j \quad (4.25)$$

Multiplicando a equação 4.24 por u'_j e a equação 4.25 por u'_i , somando seus resultados e obtendo a média temporal da soma, obtém-se a equação de transporte do tensor de Reynolds:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial t} + \rho U_k \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u'_i u'_j}) &= -\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} + \frac{1}{\rho} \overline{u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + u'_j \overline{\frac{\partial p'}{\partial x_i}} \\ &\nu \frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u'_i u'_j u'_k}) + \frac{1}{\rho} \overline{u'_i p'} f_j + \overline{u'_j p'} f_i \end{aligned} \quad (4.26)$$

Esta equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{D(\overline{u'_i u'_j})}{Dt} = P_{ij} + D_{ij} + \Phi_{ij} - \epsilon_{ij} + F_{ij} \quad (4.27)$$

onde

$$\frac{D(\overline{u'_i u'_j})}{Dt} = \frac{\partial(\overline{u'_i u'_j})}{\partial t} + U_k \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u'_i u'_j}) \quad (4.28)$$

representa o transporte convectivo do tensor de Reynolds ao longo do escoamento médio $U_k(\mathbf{x})$ Difusão molecular:

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} - \left(\overline{\delta_{jk} u'_i \frac{p'}{\rho}} + \overline{\delta_{ik} u'_j \frac{p'}{\rho}} \right) - \overline{(u'_i u'_j u'_k)} \right] \quad (4.29)$$

A equação 4.29 é a taxa de difusão do tensor de Reynolds devido a viscosidade molecular do fluido, às flutuações da pressão $p'(x, t)$ e à própria turbulência. Sendo um termo difusivo D_{ij} promove uma redistribuição espacial das tensões de Reynolds, onde

$$P_{ij} = -\left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (4.30)$$

$$F_{ij} = \overline{u'_i f'_j} + \overline{u'_j f'_i} \quad (4.31)$$

O termo P_{ij} representa ataxa de produção (criação ou destruição) da tensão turbulenta à medida que esta é transportada ao longo do escoamento, sendo afetada pelos gradientes da velocidade média $\partial U_j / \partial x_k$. F_{ij} representa a taxa de criação de forças instantâneas de corpo. Uma vez que os gradientes de velocidade média são maiores em algumas direções do que em outras, e que a existência de contornos

físicos ou forças de empuxo causam um amortecimento seletivo das flutuações turbulentas em direções específicas, a turbulência gerada pelos termos acima é geralmente anisotrópica;

$$\Phi_{ij} = \frac{p'}{\rho} \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \quad (4.32)$$

Φ_{ij} representa o termo de correlação entre as flutuações de velocidade e de pressão.

Como pela equação da continuidade, temos que

$$\Phi_{ii} = \frac{p'}{\rho} \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right)} = 0$$

Esse termo, portanto não contribui para o nível global da energia turbulenta, servindo apenas como um agente de distribuição da energia entre os componentes normais de tensão de Reynolds.

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} \quad (4.33)$$

O termo 4.33 representa a taxa de dissipação do tensor de Reynolds devido a viscosidade ν .

De maneira geral a turbulência é gerada através de instabilidades no escoamento, relacionadas aos gradientes de velocidade média $U_i(\mathbf{x})$, e descritas pelo termo de produção P_{ij} , que por sua vez, originam novas instabilidades em escalas menores. Este processo se repete até que as escalas se tornam suficientemente pequenas, e os gradientes das flutuações da velocidade suficientemente $\partial u'_i/\partial x_k$ grandes, de tal sorte que os efeitos viscosos se tornam importantes, e assim a energia turbulenta se dissipa na forma de energia interna e calor. Este processo é conhecido como cascata de energia turbulenta.

Na equação 4.27 os termos de produção e convecção são exatos e não necessitam ser modelados. Porém, os termos de redistribuição, difusão e dissipação não são exatos e requerem uma modelagem extensiva.

A tentativa de se obter uma equação para o tensor de Reynolds $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ resulta em uma equação que contém um termo de correlação tripla entre as flutuações de

velocidade, $\overline{u'_i u'_j u'_k}$. Da mesma forma, ao tentar se obter na equação para esta correlação tripla, encontra-se:

$$\frac{D(\overline{u'_i u'_j u'_k})}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_m} (\overline{u'_i u'_j u'_k u'_m}) + (\dots)$$

Cada equação para um momento estatístico de ordem N envolve necessariamente um termo com um momento de ordem N+1. Isso é uma característica de sistemas estocásticos não-lineares, e ilustra mais uma vez o problema de fechamento da turbulência.

4.4 Modelos de Turbulência

Segundo Bardina et al. (1997) os modelos de turbulência podem ser classificados da seguinte maneira:

Classificação principal:

- Modelo de Tensão de Reynolds;
- Modelo de Tensão algébrico;
- Modelo baseados no conceito de viscosidade turbulenta

Subclassificação 1 - determina o número de equações de modelo parciais diferenciais que são requeridas para definir as escalas turbulentas.

Subclassificação 2 - determina o número de diferenciais ordinárias ou outros modelos de equações diferenciais não-parciais requeridos para definir a escala turbulenta.

Subclassificação 3 - determina o tipo geral de fluido considerado pelo modelo:

- Modelos para fluidos compressíveis/incompressíveis;
- Modelo para fluidos compressíveis
- Modelo para fluidos incompressíveis

Subclassificação 4 - determina o tratamento próximo a parede:

- Integração até a parede;
- Função de parede;
- Algébrica com ponto de congruência;
- Mudança para uma equação próximo a parede

Outros modelos que não atendam essa classificação deveriam ser descritos pelo seu desenvolvedor.

Este trabalho focou na aplicação de modelos com classificação 32011, ou seja, modelo de viscosidade turbulenta, com duas equações parciais diferenciais para definir as escalas turbulentas, nenhuma diferencial ordinária, para fluidos compressíveis e incompressíveis com integração a parede. Os modelos de duas equações selecionados para as simulações forma o κ - ϵ , κ - ω e SST.

4.5 Modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta

Segundo Silva Freire et al. (2006), o tensor de tensões turbulentas consiste em um tensor de segunda ordem simétrico, já que $\overline{u'_i u'_j} = \overline{u'_j u'_i}$, logo a obtenção da média temporal da equação de Navier-Stokes resulta na introdução de seis incógnitas adicionais, o que configura um problema matematicamente indeterminado, ou de fechamento. Conseqüentemente as tensões de Reynolds precisam ser modeladas por equações adicionais de modo a se obter o fechamento do problema.

O primeiro modelo para a descrição matemática dos termos de tensões turbulenta foi proposto por Boussinesq, que introduziu o conceito de viscosidade turbulenta, ν_t .

Ao contrário da viscosidade molecular, a viscosidade turbulenta não é uma propriedade do fluido, mas do escoamento, devendo portanto embutir em sua formulação parâmetros que caracterizem adequadamente as tensões turbulentas. A hipótese de Boussinesq, em uma forma generalizada proposta por Kolmogorov (1942), tem

sideo amplamente utilizada para a modelação de escoamentos turbulentos. Segundo Kolmogorov o tensor de Reynolds é expresso por:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \quad (4.34)$$

onde δ_{ij} representa o delta de Kronecker e κ a energia cinética turbulenta por unidade de massa, dada por

$$\kappa = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (4.35)$$

Os modelos de turbulência baseados na hipótese de Boussinesq requerem a avaliação do valor da viscosidade turbulenta, que pode ser expressa como um produto entre valores característicos de velocidade e comprimento

$$\nu_t \propto v_t l_t \quad (4.36)$$

Considerando que exista uma estreita relação entre as características das estruturas presentes nas grandes escalas e as propriedades do campo médio do escoamento, é possível estabelecer uma escala característica de velocidade dada por:

$$v_t = l_t \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (4.37)$$

Na equação 4.37 o módulo do gradiente de velocidades é adotado a fim de garantir um valor positivo para a escala característica da velocidade independente do sinal do gradiente de velocidade. Combinando as equações 4.36 e 4.37 obtém-se:

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (4.38)$$

Esta equação representa o modelo de comprimento de mistura proposto por Prndtl (1925) onde l_m representa a escala característica do comprimento. Esse valor pode ser obtido através de equações algébricas simples para diversas categorias de escoamentos turbulentos.

Na camada limite o valor de l_m é:

$$l_m = \kappa_* y [1 - \exp(-y^+/29)]$$

onde κ_* é a constante de Von Kàrman com valor igual a 0,41 e y é a distância da parede.

Escoamentos submetidos a mudanças de direção suaves representam uma aplicação típica na qual o modelo de comprimento de mistura fornece bons resultados. Essas mudanças suaves de direção de escoamento permitem um ajuste local das propriedades turbulentas, minimizando, assim, a contribuição dos mecanismos de convecção e difusão no transporte das propriedades turbulentas. Esta característica justifica o bom desempenho dos modelos algébricos para a descrição das propriedades dos escoamentos turbulentos ao redor de perfis aerodinâmicos. No entanto, nos casos em que a convecção e a difusão das propriedades turbulentas são relevantes, como em escoamentos com recirculação por exemplo, um modelo baseado no conceito de comprimento de mistura não é mais considerado aplicável. No sentido de se obter uma melhor predição das propriedades dos escoamentos turbulentos, Prandtl (1945) propôs um modelo no qual a viscosidade turbulenta é descrita como uma função da energia cinética turbulenta,

$$\nu_t = C_\mu L_\mu k^{1/2} \quad (4.39)$$

onde C_μ representa uma constante adimensional empírica e L_μ uma escala de comprimento.

No modelo de Prandtl, o valor da energia cinética turbulenta κ é obtido através de uma equação diferencial de transporte, o que configura como um modelo a uma equação. Em termos concituais, a dependência em relação à energia cinética turbulenta representa a incorporação dos efeitos de “memória” do escoamento ao valor da viscosidade turbulenta. No entanto, apesar de prover uma descrição matemática mais realista das tensões turbulentas, a necessidade de se especificar uma escala de comprimento caracteriza o modelo de Prandtl como um modelo incompleto.

A limitação apresentada pelos modelos algébricos e a uma equação quanto a sua generalidade é evidente, ao exigirem conhecimento prévio das propriedades turbulentas do escoamento para sua aplicação. Os modelos a duas equações surgiram com o propósito de contornar as limitações quanto à generalidade e a dependência em relação aos dados experimentais apresentados pelos modelos algébricos e a uma equação. Os modelos a duas equações são denominados de modelos completos, visto que sua aplicação não requer a definição prévia de uma escala turbulenta

característica do escoamento, sendo necessário, apenas, a prescrição das condições de contorno e/ou iniciais do problema. É importante ressaltar, contudo que a menor dependência dos modelos completos em relação aos dados empíricos não implica, necessariamente, em um melhor desempenho ou universalidade do modelo.

4.5.1 O modelo κ - ϵ

O modelo κ - ϵ representa o modelo de duas equações mais amplamente difundido, sendo atualmente considerado o modelo de turbulência padrão em simulações industriais. Este modelo tem sido extensivamente validado para diversas aplicações, apresentando boa precisão e robustez.

O modelo κ - ϵ envolve a modelação de duas equações diferenciais de transporte para a energia cinética turbulenta κ , e para ϵ , que representa a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa.

O modelo κ - ϵ conhecido como padrão foi realizado por Launder e Spalding. Em seu modelo os autores sugerem a formulação de equações de transporte para κ e ϵ com base nos processos físicos relevantes envolvidos em suas variações.

A equação exata para o transporte de κ pode ser obtida diretamente a partir da equação de Navier-Stokes multiplicando-se a equação por u'_i e, em seguida, tomando a média temporal dos termos da equação, é possível obter após algumas manipulações a seguinte expressão:

$$\underbrace{\frac{\partial \kappa}{\partial t}}_{(I)} + \underbrace{U_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j}}_{(II)} = - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\overline{p'u'_j}}{\rho} \right]}_{(III)} + \underbrace{\frac{1}{2} \overline{\rho \kappa u'_j}}_{(IV)} - \underbrace{\nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j}}_{(V)} - \underbrace{-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{(VI)} - \underbrace{\nu \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k}}_{(VII)} \quad (4.40)$$

onde os termos (I), (II) e (V) representam respectivamente a taxa de variação local, o transporte convectivo e o transporte difusivo-molecular de κ e não necessita ser modelados. Os termos (III) e (IV) são associados ao transporte difusivo turbulento decorrente das flutuações presentes nos campos de pressão e velocidade. A difusão devido as flutuações turbulentas pode ser determinadas por analogia a hipótese de Boussinesq, assumindo-se que a difusividade de qualquer propriedade escalar seja proporcional à difusividade da quantidade de movimento. Portanto:

$$\nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \Gamma_t \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \quad (4.41)$$

onde Γ_t representa a difusividade turbulenta. Considerando que o transporte turbulento da quantidade de movimento, calor e massa seja realizado através dos mesmos mecanismos de difusão, é razoável prever que Γ_t esteja relacionado ao valor da viscosidade turbulenta. Introduzimos então o número de Prandtl turbulento, expresso por:

$$\sigma_t = \frac{\nu_t}{\Gamma_t} \quad (4.42)$$

a equação 4.41 pode ser reescrita como:

$$\nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\nu_t}{\Gamma_t} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \quad (4.43)$$

O termo (VI) geralmente denominado por termo de produção representa a taxa de transferência de energia do escoamento médio para o campo turbulento. O termo (VII) descreve a transformação de energia cinética em energia interna nas pequenas escalas turbulentas. Este termo, usualmente referenciado pela letra grega ϵ , pode ser interpretado como a taxa de dissipação viscosa de κ , ou seja:

$$\epsilon = \nu \frac{\overline{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}}{\partial x_k \partial x_k} \quad (4.44)$$

O conceito de cascata de energia permite relacionar a dissipação de energia nas pequenas escalas as grandes escalas turbulentas. Por conseguinte, assumindo os valores de κ e ϵ como referência para a definição de escalas de velocidade, ν_t e comprimento, l_t , representativas das grandes escalas da turbulência, tem-se que

$$\nu_t = \kappa^{1/2} \quad l_t = \frac{\kappa^{3/2}}{\epsilon} \quad (4.45)$$

onde l_t é uma escala característica de comprimento. O valor da viscosidade turbulenta pode ser então calculada aplicando-se o conceito de comprimento de mistura, obtendo-se:

$$\nu_t = \frac{\kappa^2}{\epsilon} \quad (4.46)$$

Como no caso da energia cinética turbulenta, a equação exata para o transporte da dissipação viscosa ϵ , pode ser obtida diretamente da equação de Navier-Stokes a

saber;

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = P_\epsilon + D_\epsilon + d_\epsilon \quad (4.47)$$

onde $P_\epsilon, D_\epsilon, d_\epsilon$ representam, analogamente à modelagem de κ , os termos de produção, difusão e destruição de ϵ , respectivamente, e cujas expressões exatas são:

$$P_\epsilon = -2\nu \left[\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} + \overline{\frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j}} \right] \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (4.48)$$

$$-2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \frac{\partial u'_k}{\partial x_m}} - 2\mu\nu \overline{\frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_m} \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_m}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} - \overline{\mu u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_m} \frac{\partial u'_j}{\partial x_m}} - 2\nu \overline{\frac{\partial p}{\partial x_m} \frac{\partial u'_j}{\partial x_m}} \right] \quad (4.49)$$

$$d_\epsilon = -2\nu u'_k \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_j}} \quad (4.50)$$

De modo a contornar a dificuldade para a obtenção de uma descrição exata, a modelagem dos termos acima é realizada, principalmente, através de técnicas de análise dimensional e da interpretação dos processos físicos envolvidos. Por exemplo, o transporte difusivo molecular pode ser desprezado para altos números de Reynolds. Assim sendo, a difusão de ϵ é estimada através do gradiente

$$D_\epsilon = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_t \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] \quad (4.51)$$

Os processos de produção e destruição da energia cinética turbulenta estão sempre acoplados. Por exemplo, a taxa de dissipação ϵ é alta onde a taxa de produção de κ é alta. Portanto, a modelagem dos termos de produção e destruição de ϵ deve incorporar uma relação de proporção entre os respectivos termos de produção e destruição presentes na equação de transportes de κ . O balanceamento entre os termos de produção de κ e ϵ pode ser obtido através da relação

$$P_\epsilon = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\kappa} P_\kappa \quad (4.52)$$

onde $C_{\epsilon 1}$ representa uma constante de proporcionalidade. Igualmente, o modelo deve ser capaz de garantir uma estreita relação entre os termos de destruição de modo a evitar o cálculo de valores fisicamente incoerentes (negativos) para a energia cinética turbulenta, logo

$$d_\epsilon = C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon}{\kappa} \epsilon \quad (4.53)$$

Igualmente C_{e2} representa uma constante de proporcionalidade. Aplicando as hipóteses e aproximações anteriormente discutidas, a formulação padrão do modelo κ - ϵ para altos números de Reynolds é expressa por

$$\rho \frac{\partial \kappa}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \quad (4.54)$$

$$\rho \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{e1} \frac{\epsilon}{k} \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{e2} \rho \frac{\epsilon^2}{\kappa} \quad (4.55)$$

sendo o valor da viscosidade turbulenta dado pela equação 4.46. Na formulação padrão do modelo κ - ϵ , os valores constantes C_μ , σ_κ , σ_ϵ , C_{e1} e C_{e2} foram obtidos a partir da correlação de dados experimentais de diversos escoamentos turbulentos, sendo dados por:

$$C_\mu = 0,09, \sigma_\kappa = 1,00, \sigma_\epsilon = 1,30, C_{e1} = 1,44, C_{e2} = 1,92$$

Regiões junto as superfícies são aracterizadas por intensos gradientes das propriedades do escoamento. Uma adequada descrição das propriedades do escoamento nestas regiões requer uma refinada discretização do domínio, cuja influência em relação ao esforço computacional requerido é óbvia. Para altos números de Reynolds, é possível evitar a resolução das equações governantes nas regiões próximas as paredes ao se assumir a hipótese de camada limite turbulenta completamente desenvolvida. Neste caso, o campo de velocidades na região logarítmica ($30 < y^+ < 100$) pode ser escrito diretamente pela lei de parede clássica conforme figura 4.1:

$$\frac{u}{u_\tau} = A \ln y^+ + B; \quad y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (4.56)$$

onde u_τ representa a velocidade de atrito, y a direção normal à superfície da parede e ν a viscosidade molecular, sendo os coeficientes A e B dados por:

$$A = \frac{1}{\kappa_*}; \quad B = \frac{1}{\kappa_*} \ln E \quad (4.57)$$

Nas equações 4.57, κ_* representa a constante de Von Kármán e E um parâmetro de rugosidade, cujo valor para superfícies lisas equivale a 9,8. Ao se adotar a hipótese de camada limite turbulenta completamente desenvolvida, os valores de κ e ϵ na superfície são diretamente calculados pelas seguintes funções de parede

$$\kappa = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_{mu}}}; \quad \epsilon = \frac{u_\tau^2}{\kappa_* y} \quad (4.58)$$

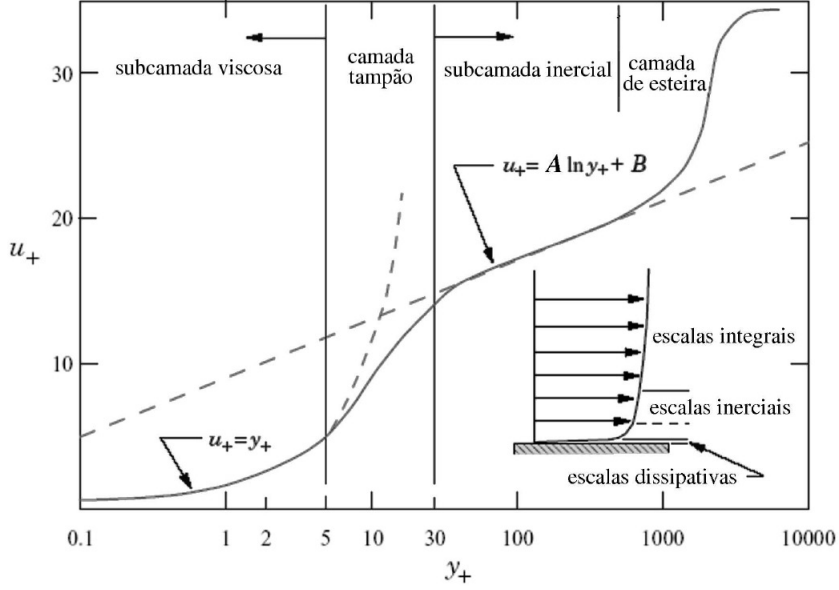


Figura 4.1: As diferentes regiões de umescoamento próximo à uma parede (Silva Freire et al., 2006)

Nas regiões próximas a parede onde $y^+ < 30$, o transporte difusivo molecular não pode ser desprezado e, conseqüentemente, sua contribuição deve ser incluída nas equações de transporte. Nos modelos de duas equações, as formulações para baixos números de Reynolds turbulento é dado por

$$Re_t = \frac{\kappa^2}{\nu \epsilon} \quad (4.59)$$

Normalmente o transporte difusivo molecular torna-se relevante quando $Re_t < 100$. A condição de não deslizamento na parede implica $\kappa \rightarrow 0$ quando $y \rightarrow 0$. Mas sabendo que na parede ϵ é diferente de 0, então nessa região o $Re_t \rightarrow 0$.

Considerando que a dissipação da energia cinética turbulenta é expressa por 4.45 para a dissipação na parede, ϵ_w , a seguinte condição ocorre:

$$\epsilon_w = \nu \left[\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial y} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2} \right] = 2\nu \left(\frac{\partial \kappa^{1/2}}{\partial y} \right)^2 \quad (4.60)$$

onde u' e w' representam as duas componentes das flutuações de velocidade perpendiculares à parede. da equação 4.60, é possível inferir que $\epsilon(y = 0)$ diferente de 0. No entanto, é conveniente definir uma nova dissipação tal que seu valor na parede

seja identicamente nulo:

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \kappa^{1/2}}{\partial y} \right)^2 \quad (4.61)$$

Lauder e Sharma propõem algumas modificações com o objetivo de tornar o modelo mais adequado à previsão de escoamentos livres. A versão final do modelo apresenta a seguinte forma:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \tilde{\epsilon} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \quad (4.62)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] - C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\kappa} \overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{\kappa} + 2\nu \nu_t \left(\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (4.63)$$

sendo a viscosidade turbulenta calculada através de

$$\nu_t = c_\mu f_\mu \frac{\kappa^2}{\tilde{\epsilon}} \quad (4.64)$$

Os termos f_1 , f_2 e f_μ representam funções de amortecimento introduzidas ao modelo para um melhor ajuste da difusão nas regiões do escalonamento onde os efeitos viscosos são expressivos. As seguintes funções de amortecimento são sugeridas:

Modelo de Launder-Sharma

$$f_1 = \left(1 + \frac{0,05}{f_\mu} \right)^3 \quad (4.65)$$

$$f_2 = 1 - \exp(-Re_T^2) \quad (4.66)$$

$$f_\mu = [1 - \exp(-0,0165 Re_t)]^2 \left(1 + \frac{20,5}{Re_t} \right) \quad (4.67)$$

Concluindo-se pode-se dizer que o modelo κ - ϵ é falho na previsão de escoamentos afastados da condição de equilíbrio local. Esta deficiência é séria o suficiente para que o modelo seja usado com cautela na previsão de escoamentos complexos.

4.5.2 O modelo κ - ω

O primeiro modelo de turbulência foi proposto por Kolmogorov. Em adição a equação de transporte para a energia cinética turbulenta, Kolmogorov sugere como segundo parâmetro a taxa de dissipação de energia por unidade de volume e tempo

ω . Neste modelo, conhecido como κ - ω , Kolmogorov refere-se ao parâmetro ω como “uma frequência média” determinada por:

$$\omega = C \frac{k^{1/2}}{L} \quad (4.68)$$

onde C representa uma constante, Sendo o parâmetro com dimensão e frequência, o inverso de ω representa uma escala de tempo. Analogamente, $k^{1/2}/\omega$ pode ser interpretado como um comprimento de mistura. Considerando que a transformação da energia cinética turbulenta em energia interna se processa nas menores escalas, o parâmetro ω esta associado das grandes escalas para as pequenas escalas. Logo, o valor de ω está associado as escalas de κ e L . O argumento de Kolmogorov de que $\omega \propto k^{1/2}/L$ é consistente com a hipótese de Boussinesq, na qual se assume que a viscosidade turbulenta possa ser expressa como um produto entre escalas características de velocidade e comprimento. Kolmogorov (1942) apresenta um desenvolvimento sucinto do modelo κ - ω cuja equação diferencial ω é dada por:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = -\beta \omega^2 + \alpha \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] \quad (4.69)$$

A formulação proposta por Wilcox (1988) representa a versão mais extensiva testada do modelo, sendo portanto, usualmente referenciada na literatura como κ - ω padrão:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + U_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \kappa \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \sigma^* \nu_t) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j}] \quad (4.70)$$

A equação para a taxa de dissipação específica é:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} [(\nu + \sigma \nu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j}] \quad (4.71)$$

Os coeficientes tomam os seguintes valores:

$$\alpha_1 = \frac{13}{25} \quad \beta_o = \frac{9}{125} \quad \beta_o^* = \frac{9}{100} \quad \sigma = \frac{1}{2} \quad \sigma^* = \frac{1}{2}$$

$$\beta = \beta_o f_\beta \quad \beta_o^* \beta^* = f_{\beta^*} \quad f_\beta = \frac{1 + 70 \xi_\omega}{1 + 80 \xi_\omega} \quad \xi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij} \Omega_{jk} S_{ki}}{(\beta_o^* \omega)^3} \right|$$

$$\epsilon = \eta^* \omega \kappa \quad l = \kappa^{1/2} / \omega$$

Para evitar o acúmulo de energia cinética turbulenta em regiões de estagnação, Menter (2003) introduziu o limitador para o termo de produção:

$$\tilde{P}_k = \min(P_k, C_{lim}\epsilon) \quad (4.72)$$

onde $C_{lim} = 10$ para modelos baseados na equação de ω . Esse limitador não afeta o desempenho do modelo em camadas limite, mas evita o acúmulo de energia cinética turbulenta em regiões de estagnação.

4.5.3 O modelo shear stress transport (SST)

As deficiências apresentadas pelo modelo κ - ω quanto à sensibilidade a variações nas condições de corrente livre representa uma característica indesejável do modelo. Como solução para este problema foi desenvolvida uma variação do modelo κ - ω , a qual ficou conhecida como modelo Baseline κ - ω (BSL κ - ω). O modelo Baseline κ - ω não representa um novo modelo de turbulência, mas a composição entre os modelos κ - ω e κ - ϵ . Originalmente proposto por Menter (2003), o modelo Baseline κ - ω envolve a transformação da equação de transporte para ϵ em uma formulação do tipo κ - ω , constituindo assim um modelo com dois conjuntos de equações para transporte. Na aplicação do modelo, as equações de transporte para κ - ω são utilizadas na região próxima a parede, enquanto as equações transformadas de transporte para κ - ϵ são adotadas na região externa. A ponderação da contribuição de cada modelo é realizada através de uma função de mistura do tipo

$$\Phi_3 = F_1\Phi_1 + (1 - F_1)\Phi_2 \quad (4.73)$$

A função de mistura F_1 equivale a unidade na parede, decaindo para valor 0 na região externa a camada limite. Os termos Φ representam as contribuições de cada modelo.

Na equação 4.73 a função de mistura é dada por

$$F_1 = \tanh(arg_1^4) \quad (4.74)$$

sendo

$$arg = \min\left(\max\left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\beta'\omega y}, \frac{500\nu}{y^2\omega}\right), \frac{4\rho\kappa}{CD_{k\omega}\sigma_\omega y^2}\right) \quad (4.75)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2}\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 1.0 \times 10^{-10} \right) \quad (4.76)$$

onde ρ representa a massa específica e y representa a distância em relação a parede.

As equações de transporte do modelo Baseline κ - ω são expressas por

As equações de k - ϵ transformadas em k - ω :

$$\rho \frac{\partial \kappa}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta' \rho \kappa \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k2}} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \quad (4.77)$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha_2 \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta_2 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 2}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2}\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (4.78)$$

onde as constantes assumem os valores $\alpha_2 = 0,44$, $\beta_{\omega 2} = 0,0828$, $\sigma_{k2} = 1,0$, $\sigma_{\omega 2} = 1/0,856$

O modelo Baseline κ - ω combina as vantagens dos modelos κ - ϵ e κ - ω , mas ainda falha na previsão do ponto de separação do escoamento em superfícies lisas (Menter, 2003). De modo a corrigir esta deficiência do modelo Baseline κ - ω , Menter (2003) sugere a adoção de um limitador para o valor da viscosidade turbulenta:

$$\nu_t = \frac{\alpha \kappa}{\max(\alpha \omega, SF_2)} \quad (4.79)$$

onde S representa uma medida invariante da taxa de deformação de F_2 uma função de mistura semelhante a F_1 .

Este modelo Baseline κ - ω modificado na literatura e conhecido como SST - shear stress transport. A concepção do modelo SST permite um adequado transporte das tensões cisalhantes, resultando, assim, em predições acuradas da separação sob condições de gradiente de pressões adverso. As equações de transporte do modelo SST são escritas, na forma indicial como:

$$\rho \frac{\partial \kappa}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta' \rho \kappa \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \quad (4.80)$$

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha_3 \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta_3 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2}\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (4.81)$$

Bardina et al. (1997) desenvolveram um extenso estudo de validação do moeldo SST, que apresentou boa capacidade de predição da separação em escoamentos sob gradientes de pressão adversos.

4.5.4 Conclusão sobre os modelos de turbulência

Os modelos de turbulência de duas equações baseados no conceito de viscosidade turbulenta, apresentados neste trabalho, foram utilizados nas simulações por suas vantagens no consumo de recursos computacionais e também devido a sua popularidade nas simulações de turbomáquinas, com resultados satisfatórios encontrados na literatura. A tabela 4.1 apresenta as vantagens e desvantagens dos modelos de turbulência utilizados quando comparados entre eles.

Tabela 4.1 Vantagens e desvantagens de modelos de turbulência

	Vantagem	Desvantagem
κ-ϵ	<p>Normalmente fornece bons resultados para maioria dos escoamentos na área industrial</p> <p>Relativamente simples e de fácil implementação</p> <p>Permite inclusão de efeitos adicionais (rugosidade da parede, etc.)</p>	<p>Difícil formulação para tratamento próximo a parede</p> <ul style="list-style-type: none"> - Requer funções de amortecimento complexas e apresenta baixa acurácia - Não é robusto nem preciso <p>Não captura escoamentos secundários;</p> <p>Resultados pobres para escoamentos com grandes curvaturas (geometria) e com fortes curvaturas das linhas de corrente (no escoamento)</p>
κ-ω	<p>Simple formulação para tratamento próximo a parede</p> <ul style="list-style-type: none"> - Robusto e preciso - Resultados mais precisos para transferência de calor com uma parede sólida; <p>Relativamente simples e de fácil implementação</p> <p>Permite inclusão de efeitos adicionais (rugosidade da parede, etc.)</p>	<p>Forte sensibilidade aos valores de ω na corrente livre;</p> <ul style="list-style-type: none"> - Valores diferentes levam a soluções diferentes na camada limite; - Este efeito não está presente no modelo κ-ϵ <p>Não captura escoamentos secundários;</p> <p>Resultados pobres para escoamentos com grandes curvaturas (geometria) e com fortes curvaturas das linhas de corrente (no escoamento)</p>
SST	<p>Combina as vantagens dos modelos κ-ϵ e κ-ω:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Transição suave através de função de combinação F1 - Robusto e preciso tratamento próximo a parede do modelo κ-ω; - Resultados mais precisos para transferência de calor com uma parede sólida; - Insensível aos valores da corrente livre de ω e ϵ; <p>Acrescenta melhor tratamento ao transporte de tensão cisalhante na camada limite, devido a aos resultados precisos da função de combinação F2;</p> <p>Numericamente tão barato quanto os modelos acima.</p>	<p>Implementação um pouco mais complexa:</p> <ul style="list-style-type: none"> -Requer cálculos das funções de combinação e da distância da parede. <p>Não captura escoamentos secundários;</p> <p>Resultados pobres para escoamentos com grandes curvaturas (geometria) e com fortes curvaturas das linhas de corrente (no escoamento)</p>

Capítulo 5

Análise de Resultados

A fluidodinâmica computacional permite ao engenheiro analisar o projeto de um equipamento sem a necessidade de se produzir um protótipo, ou pelo menos reduzindo a quantidade de protótipos produzidos. Este trabalho procurou realizar o caminho oposto, pois parte de um protótipo com resultados disponíveis na literatura. Com isso será possível analisar a ferramenta de CFD, confirmando sua confiabilidade em representar os fenômenos físicos reais adequadamente, assim como atingir o desempenho termodinâmico em conformidade com os dados experimentais disponíveis. Com isso será possível validar o modelo de turbulência mais adequado para solução do problema proposto.

5.1 Descrição do trabalho

Simular o desempenho de um compressor axial em um programa de CFD não é uma tarefa simples. Os códigos de computação que solucionam as equações médias de Reynolds para Navier-Stokes (RANS) são amplamente utilizados para o projeto de novos compressores e avaliação do desempenho de compressores existentes. Vários modelos de turbulência foram desenvolvidos para aproximar a solução real dos problemas de escoamento a um custo computacional compatível com a demanda da engenharia. A decisão de qual modelo é melhor não é simples, pois cada modelo possui vantagens ou limitações quando aplicados a determinado problema. Portanto é necessário conhecer cada modelo de turbulência, as características do problema de

escoamento e as limitações computacionais para geração da malha e solução do problema, para uma correta tomada de decisão.

O objetivo deste trabalho foi analisar a resposta de três modelos de turbulência disponíveis em um pacote de CFD comercial, $k-\epsilon$, $k-\omega$ e SST, utilizando como problema de escoamento um rotor de compressor axial transônico chamado NASA 37. Como o rotor é composto de diversas palhetas e a solução para o escoamento é periódica entre elas, foi tratada apenas uma palheta. Não foram incluídas neste trabalho as palhetas guias na entrada do rotor e as palhetas fixas a jusante do rotor e a interação destas com o rotor através de sua passagem. A geometria, a malha, e as condições de contorno utilizadas foram as mesmas, exceto pela vazão na face de saída e pelo modelo de turbulência utilizado.

Foram levantadas as curvas de desempenho, com cinco pontos para cada curva do rotor com cada modelo de turbulência. As principais curvas obtidas foram as de razão de pressão por vazão mássica normalizada e eficiência politrópica por vazão mássica normalizada. A vazão foi normalizada utilizando-se como vazão máxima, ou igual a 1, a vazão do compressor em *choke* igual a 20,93 kg/s.

O programa utilizado nas simulações computacionais foi o CFX, fornecido pela empresa ANSYS. Este programa é dividido em diversos módulos conforme a etapa do trabalho, mas para a área de turbomáquinas é possível destacar os seguintes módulos:

- Blade Gen - esse módulo permite criar a geometria de um compressor a partir de um projeto. Todos os parâmetros dimensionais para criação de um impelidor, ou difusor, ou uma palheta, podem ser definidos pelo engenheiro projetista para obter o desenho final do elemento a ser testado. Para este trabalho utilizamos a geometria do rotor 37, que faz parte de um conjunto de geometrias já disponíveis.
- Turbo Grid - esse módulo tem o objetivo de gerar a topologia no volume de controle e gerar a malha nos problemas de turbomáquinas.
- Turbo-Pre - aqui são definidas as condições de contorno e o modelo de turbulência utilizado para gerar um arquivo para o solver.

- Solver - Este módulo executa a solução do problema.
- Post-Processor - módulo de visualização dos resultados. Permite visualizar a distribuição de qualquer grandeza como temperatura, velocidade absoluta ou relativa, entropia, pressão, etc., como contorno da distribuição, vetores, linhas, dentre outras opções. Cria imagens com representação em 3D, gráficos diversos e planilhas com dados.

5.1.1 A geometria do compressor

O compressor usado neste trabalho é conhecido como rotor NASA 37, e a decisão de utilizá-lo neste trabalho foi devido à grande quantidade de informação disponível com dados de testes experimentais e também pela facilidade da geometria do compressor estar disponível no pacote de exemplos do programa CFX.

Este rotor foi projetado pela agência espacial norte-americana e inicialmente testado como parte de um programa de pesquisa envolvendo um compressor axial de quatro estágios. Estes estágios teriam a intenção de cobrir uma faixa de parâmetros de projeto típicos de um compressor de uma turbina a gás aeroderivada.

O relatório apresentado por Dunham (1998) apresenta um estudo onde diversos especialistas realizaram um teste cego com o Rotor 37. Neste teste, vários modelos de turbulência seriam avaliados, assim como diferentes quantidades de elementos na malha gerada de forma a se traçar alguma relação entre estes. No entanto os autores do trabalho não tiveram acesso aos dados experimentais para comparação. Outros especialistas realizaram trabalhos semelhantes, como Yamada et al. (2003), Ito et al. (2008), Benini e Biollo (2007), Calvert e Ginder (1999), Denton (1997), entre outros, porém focando em variantes do trabalho original, como escoamento na ponta da palheta, modificações na geometria da palheta, dentre outros.

Os testes experimentais foram conduzidos nas instalações do centro de pesquisas da NASA em Cleveland, Ohio.

Nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3 é possível observar detalhes da geometria do compressor testado conforme relatório emitido por Dunham (1998).

A geometria em CAD foi obtida através de um exemplo parte integrante do

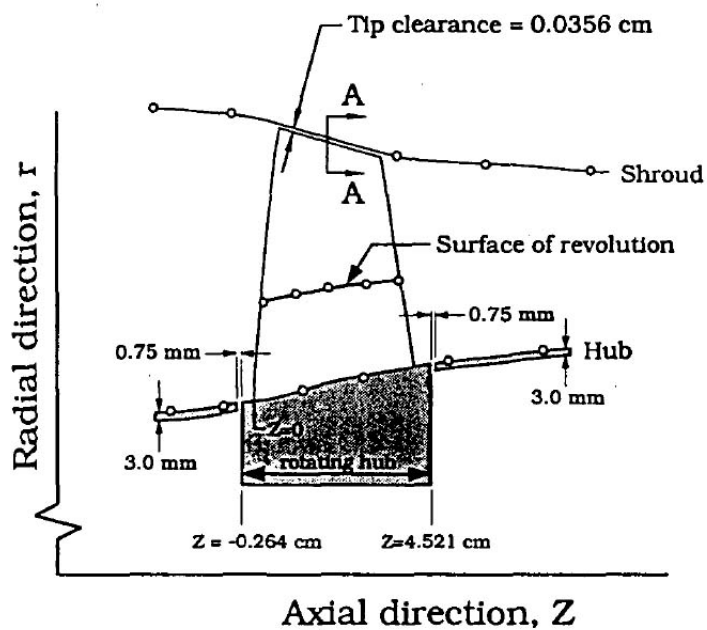
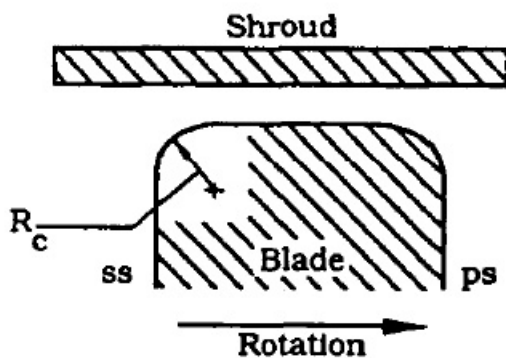


Figura 5.1: Vista lateral do rotor



View A-A

(Not to scale)

Note:

$$R_c = 0.0107 \text{ cm}$$

Tip clearance = 0.0356 cm
at design speed

Figura 5.2: Vista transversal em corte da ponta da palheta

Tabela 5.1: Principais parâmetros do Rotor 37

Parâmetro	Valor
Razão de diâmetro entre ponta e raiz da palheta	0,7
Diâmetro na ponta da palheta no bordo de ataque	0,5074 m
Razão de aspecto da palheta do rotor	1,19
Número de Mach relativo na ponta da palheta	1,48
Número de Mach no cubo ou raiz da palheta	1,13
Velocidade da ponta da palheta	454 m/s
Solidez do rotor na ponta	1,29
Seção do perfil do aerofólio (palheta)	Múltiplo Arco-Circular (MCA)
Número de palhetas por rotor	36

Tabela 5.2: Dados experimentais no ponto de projeto

Parâmetro	Valor
Rotação	17188,7 rpm
Razão de pressão total	2,106
Vazão mássica	20,19 kg/s
Eficiência politrópica	0,889

pacote de programas do CFX. Esta geometria já inclui o volume de controle do problema analisado.

As figuras 5.4 e 5.5 apresentam o desenho do domínio do rotor e da palheta analisados.

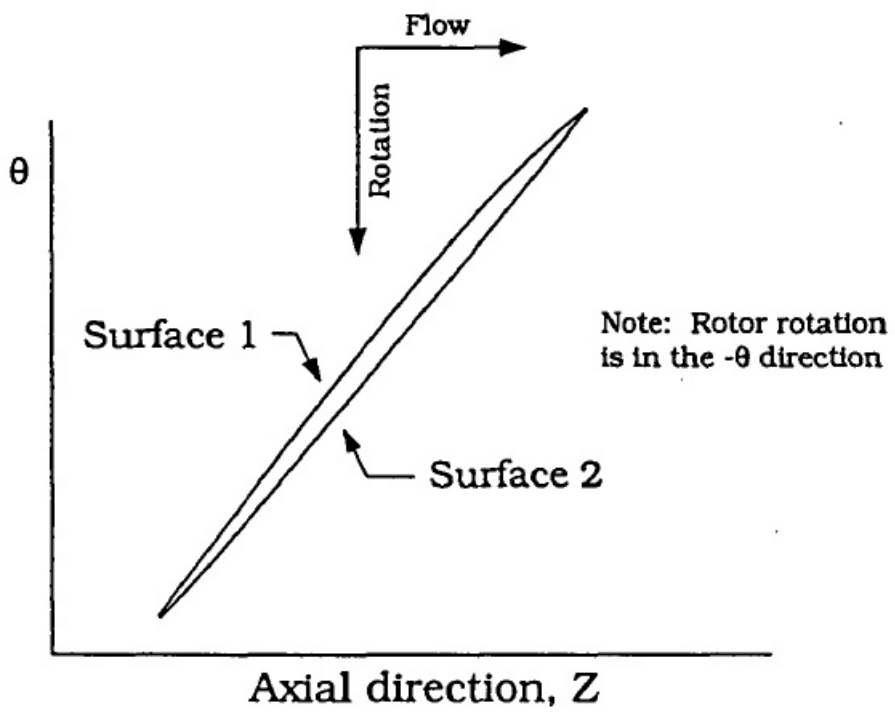


Figura 5.3: Vista superior com direção de rotação e sentido do escoamento

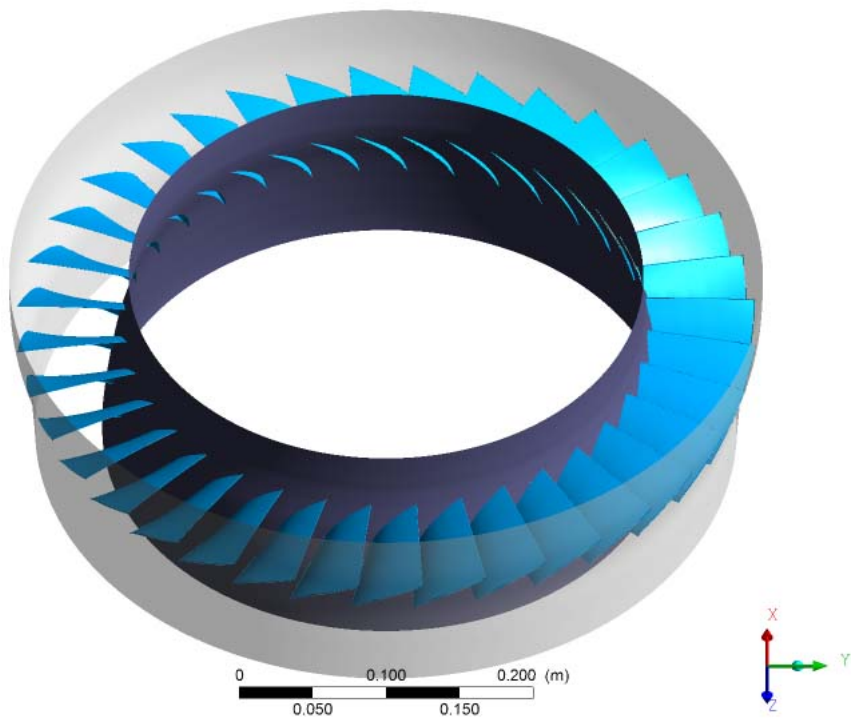


Figura 5.4: Rotor 37 em 3D

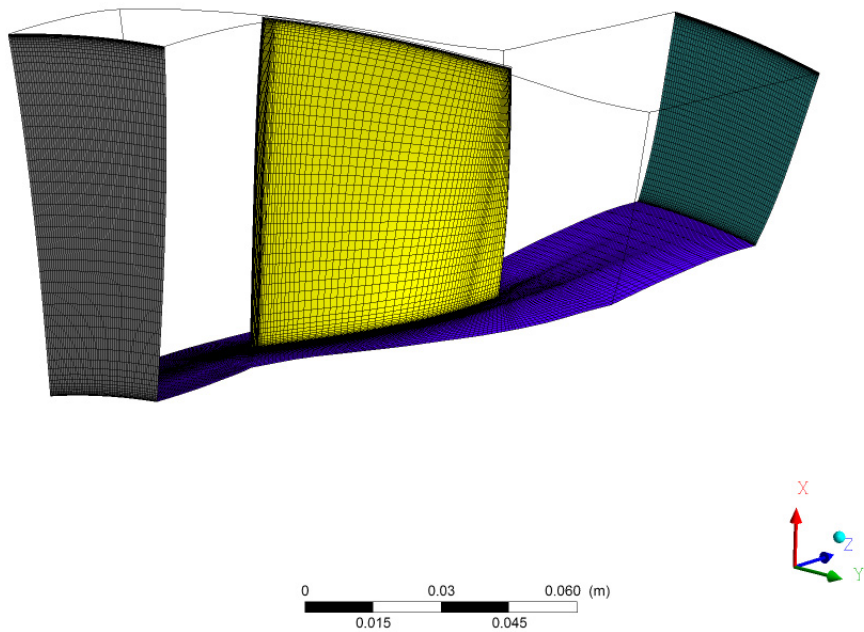


Figura 5.5: Vista do volume de controle

5.1.2 Geração da malha

A geração da malha é uma das etapas mais importante na preparação da simulação de um componente de turbomáquina, pois ela definirá quais são as principais regiões de interesse do domínio. Regiões próximas as paredes, na folga da ponta da palheta, no entorno da palheta onde a camada limite turbulenta é calculada são regiões onde deve-se buscar maior refinamento da região.

Inicialmente deve-se definir a topologia da geometria utilizada. O programa CFX, dentro do módulo Turbo-Grid, habilita o usuário a decidir o tipo de topologia que melhor se adéqua ao problema proposto. A topologia é uma estrutura dividida em grades onde a malha será criada. A topologia não varia do eixo para a carcaça, e é editada em camadas 2D ao longo da altura da palheta. Por padrão, os blocos da topologia possuem o mesmo número de elementos da malha em cada lado, porém estes podem variar em tamanho para suavizar a transição. Para o problema

analisado, a topologia utilizada no entorno da palheta foi a chamada O-grid, por permitir melhor adequação aos bordos de ataque e de fuga onde há grande variação no ângulo nas extremidades, no entorno da O-grid foi criada a topologia em H, ou H-grid seguindo recomendação de boas práticas para simulação de turbomáquinas no manual do programa. Alguns ajustes foram necessários para que a malha criada fosse aceita pelos requisitos do programa.. Outras topologias estão disponíveis neste módulo, como a J-grid, O-grid, C-grid, H-grid dominante.

Seguindo a etapa de criação da topologia, a malha é criada no mesmo pacote do Turbo Grid. A geração da malha hexaédrica é praticamente automatizada, possibilitando customização em caso de necessidade. Para o caso modelado, não foi realizada nenhuma customização da malha gerada. Os dados da malha gerada são: Minimum ângulo da face para o caso ROTOR 37

- Mín: 21.4477 [graus]
- Máx: 89.9982 [graus]

Máximo ângulo da face para o caso ROTOR 37

- Min: 90.0011 [graus]
- Max: 159.958 [graus]

Razão de volume do elemento para o caso ROTOR 37

- Min: 1
- Max: 30.9441

Razão de comprimento na borda para o caso ROTOR 37

- Min: 1.10107
- Max: 1290.53

Informação da malha para o caso ROTOR 37

- Número de nós: 657972

- Número de elementos: 628748
- Hexaedros: 628748

A malha gerada possui 657972 nós e 628748 elementos no domínio do rotor. A Figura 5.6 permite visualizar a malha gerada no Turbo-Grid.

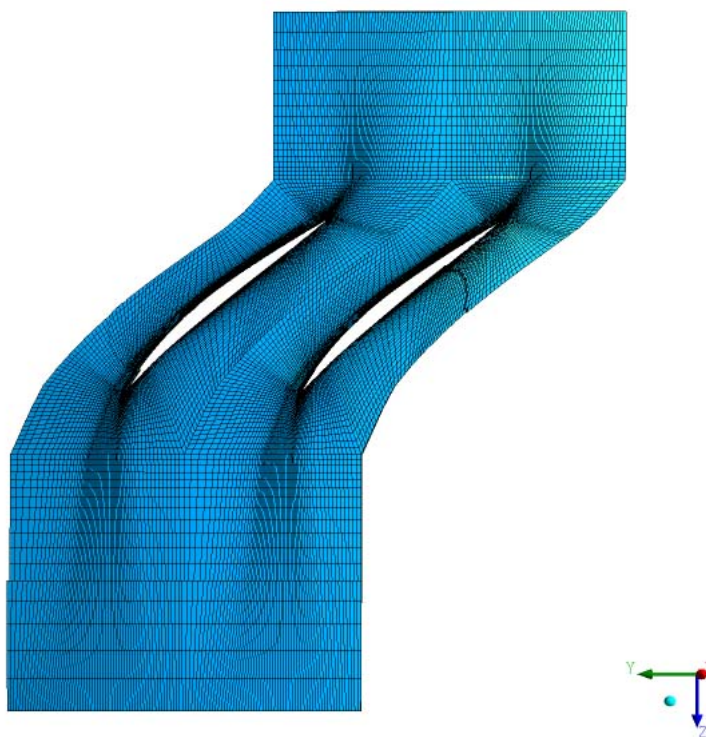


Figura 5.6: Malha gerada em vista superior das palhetas (ANSYS CFX)

5.1.3 Condições de contorno

Este problema trata de escoamento em um rotor de um compressor axial transônico. As condições de contorno informadas foram as mesmas em todos os casos, exceto pela condição na face de saída, onde foram informados valores de vazão mássica em função da vazão em *choke*.

Conforme informado nos dados experimentais, a vazão na condição de *choke* do rotor é igual a 20,93kg/s de ar, a qual recebeu o valor unitário. Os valores modelados em função da vazão no *choke* foram: 0,93, 0,94, 0,96, 0,98, 0,995.

A Figura 5.7 apresenta esquematicamente as regiões de contorno do problema.

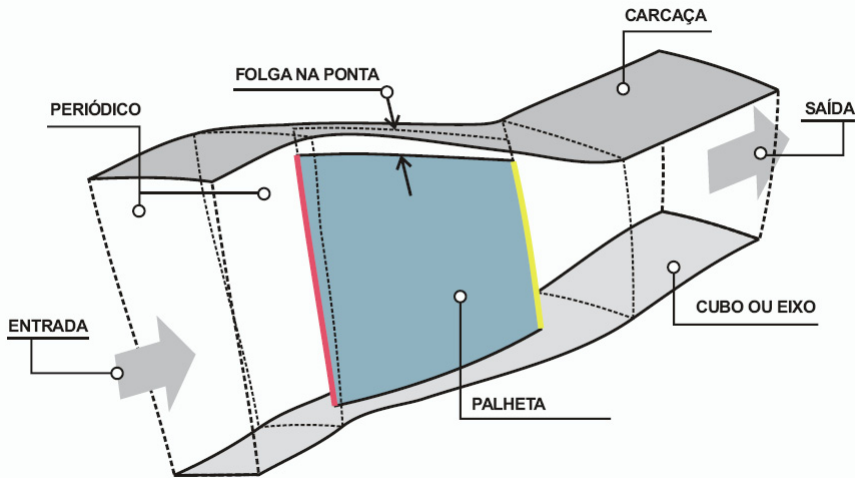


Figura 5.7: Representação das regiões de contorno

O fluido utilizado na entrada do compressor foi o ar. As condições de contorno utilizadas no levantamento da curva de desempenho do compressor estão resumidas na tabela 5.3. Outros parâmetros importantes usados na simulação são apresentados nas tabelas 5.4 a 5.6.

5.2 Resultados encontrados

As simulações foram realizadas no Laboratório de Simulação e Métodos de Engenharia - LASME, nas instalações do Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisas de Engenharia - COPPE, no período do primeiro semestre de 2009. O computador utilizado nas tarefas possui um processador Quad core (4 núcleos) da Intel e memória instalada de 4Gb. O laboratório também possui um *cluster* com múltiplos processadores Intel i7 para este tipo de tarefa que estava em fase final de customização para utilização do programa ANSYS CFX e outros aplicativos.

De forma a obter um resultado confiável e também com acurácia razoável foi definido que os resíduos deveriam atingir o critério de convergência igual a 10^{-4} . O número mínimo de *loops* por simulação foi definido em 100. Esses valores são típicos de referência do guia do usuário do CFX.

Tabela 5.3: Condições de contorno

Entrada		
Regime de escoamento	Subsônico	
Massa e quantidade de movimento	Pressão total	0 atm (rel)
Direção do escoamento	Direção normal a entrada	
Turbulência	Médio (5% de intensidade)	
Transferência de calor	Temperatura total	288.15K
Saída		
Regime de escoamento	Subsônico	
Massa e quantidade de movimento	Vazão mássica	
Eixo		
Massa e quantidade de movimento	Parede	sem escorregamento
Rugosidade da parede		Parede lisa
Transferência de calor		Adiabática
Tipo de sistema		Rotativo
Carga		
Massa e quantidade de movimento		Parede sem escorregamento
Rugosidade da parede		Parede lisa
Transferência de calor		Adiabática
Tipo de sistema		Contra-Rotação
Palheta		
Massa e quantidade de movimento		Parede sem escorregamento
Rugosidade da parede		Parede lisa
Transferência de calor		Adiabática
Tipo de sistema		Rotativo
Faces Laterais nas 3 regiões		
Massa e quantidade de movimento		Fluxo conservado na interface
Turbulência		Fluxo conservado na interface
Transferência de calor		Fluxo conservado na interface
Faces periódicas		Conexão da malha automática

Tabela 5.3: Condições de contorno (Continuação)

Ponta da palheta	
Massa e quantidade de movimento	Fluxo conservado na interface
Turbulência	Fluxo conservado na interface
Transferência de calor	Fluxo conservado na interface
Faces periódicas	Conexão da malha GGI (general grid interface)

Tabela 5.4: Detalhes do solver

Esquema de advecção	Alta resolução
Critério de convergência:	RMS, 10^{-4}
Escala de tempo física:	0.00056s
Número de iterações	mín.: 200, máx.:250

Tabela 5.5: Detalhes do domínio rotor 37

Fluido	Ar (gas ideal)
Pressão de referência	1atm
Rotação	17188,7rpm

Tabela 5.6: Modelos de turbulência e função de parede

Modelo	Função de parede
SST	Automática
κ - ω	Automática
κ - ϵ	Escalável

Resultados de quinze simulações são apresentados nesta dissertação de mestrado, sendo cinco com cada modelo de turbulência.

O objetivo desta dissertação de mestrado é validar aquele modelo de turbulência que alcance a maior acurácia numérica quando comparado aos casos reais, e que não viole a representação dos fenômenos físicos esperados.

Inicialmente foi traçada a curva de desempenho do compressor com cinco pontos para cada modelo de turbulência e também a curva com os dados experimentais. Os dados com os pontos calculados e os experimentais estão apresentados nas tabelas 5.7, 5.8 e 5.9.

Tabela 5.7: Razão de Pressão Global (P_{tot}/P_{ref})

Vazão mássica	$k-\epsilon$	erro %	$k-\omega$	erro %	SST	erro %
0,93	2,1562	0,3790	2,1997	2,4041	2,1173	-1,4319
0,94	2,1528	0,6364	2,1959	2,6511	2,1210	-0,8502
0,96	2,1441	1,4393	2,1859	3,4169	2,0890	-1,1675
0,98	2,1275	1,9376	2,1705	3,9979	2,0664	-0,9900
0,995	2,0848	3,1815	2,1090	4,3792	2,0058	-0,7284

Tabela 5.8: Eficiência Adiabática

Vazão normalizada	$\kappa-\epsilon$	erro %	$\kappa-\omega$	erro %	SST	erro %
0,93	85,0314	-0,0726	85,2946	0,2367	84,9475	-0,1712
0,94	85,4702	-0,3714	85,7105	-0,0913	85,4526	-0,3919
0,96	86,3711	-1,2095	86,6033	-0,9439	85,5216	-2,1812
0,98	87,3427	-0,6628	87,8012	-0,1413	86,2461	-1,9100
0,995	87,7385	-1,5754	87,7221	-1,5938	86,2343	-3,2628

Os resultados da simulação computacional da razão de pressão por vazão mássica normalizada são apresentados na figura 5.8 e os da eficiência politrópica por vazão normalizada na figura 5.9, comparando-se com os dados experimentais.

Tabela 5.9: Pontos da curva de desempenho experimental

Vazão normalizada	Vazão mássica	R_p	Eficiência Politrópica
0,9265	19,3921	2,1481	84,8406
0,9464	19,8091	2,1392	86,2609
0,9621	20,1373	2,1137	87,5362
0,9804	20,5204	2,0871	87,9420
0,9875	20,6686	2,0682	88,7246
0,9944	20,8126	2,0205	89,1304
0,9978	20,8846	1,9972	89,0435

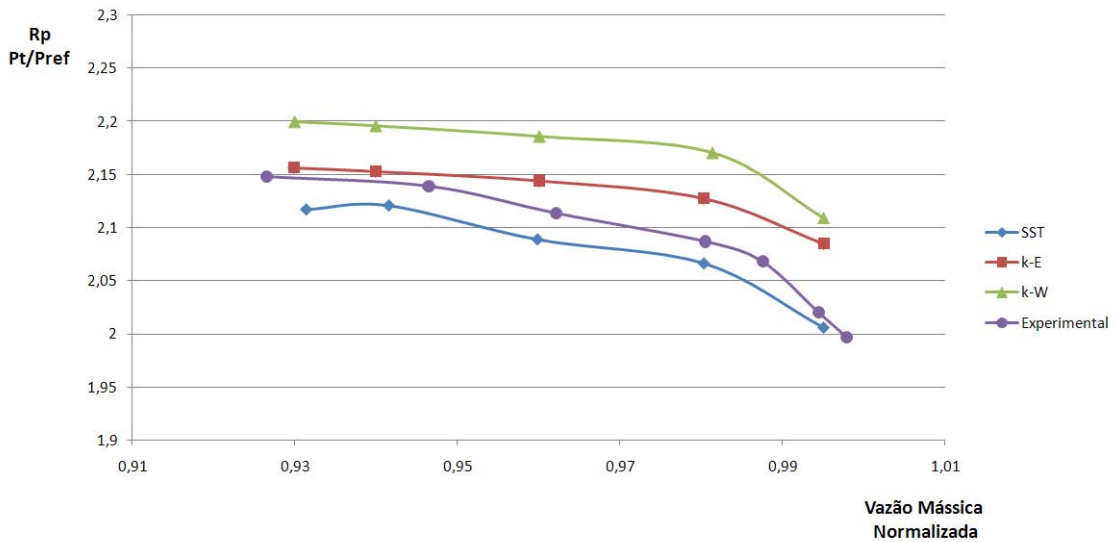


Figura 5.8: Gráfico com curva de razão de pressão por vazão mássica normalizada

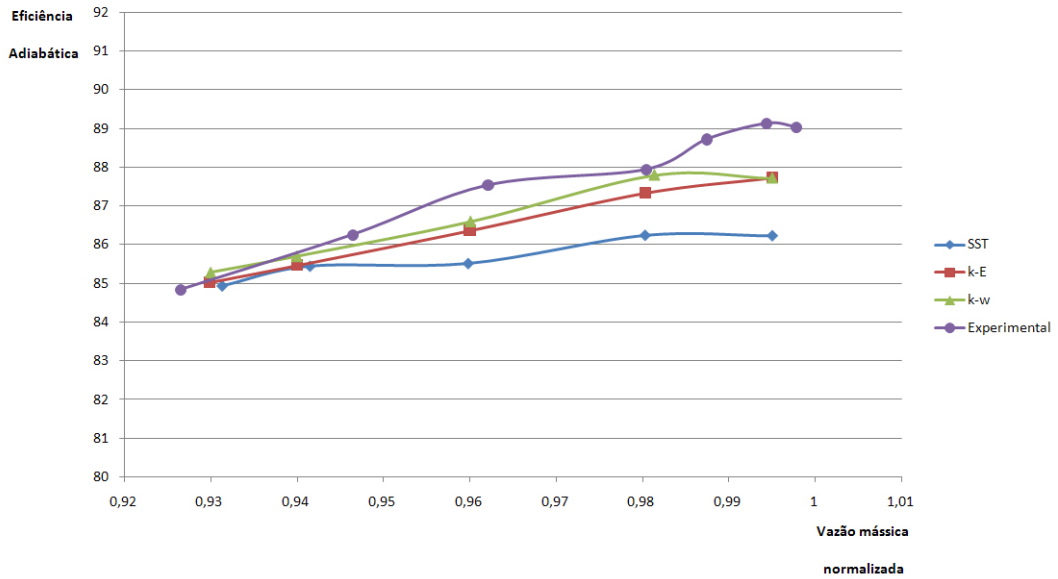


Figura 5.9: Gráfico com curva de eficiência por vazão mássica normalizada

Na figura 5.8 (gráfico de razão de pressão por vazão normalizada) é possível observar que o modelo de turbulência SST foi o que mais se aproximou da curva de razão de pressão por vazão normalizada do caso real, tanto na inclinação quanto na acurácia. O resultado encontrado pelo SST superou com grande vantagem o modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ nos pontos próximos ao de projeto da máquina, porém o modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ ficou mais próximo para vazão próxima ao *stall*. O modelo $\kappa\text{-}\omega$ foi o que apresentou os piores resultados, superestimando os valores de razão de pressão em todos pontos da curva. Podemos concluir a partir deste gráfico que o modelo SST superou os demais ao obter resultados mais próximos aos dados experimentais.

Na figura 5.9 (gráfico de eficiência politrópica por vazão normalizada) os três modelos apresentam valores semelhantes para vazões baixas. A eficiência encontrada pelo modelo SST se aproxima da curva experimental até a vazão normalizada 0,98, e para valores maiores ela retrata um erro maior. A curva desenvolvida pelo modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ se manteve paralelo a curva de eficiência experimental, se aproximando nos valores próximos ao choke. Mais uma vez o modelo $\kappa\text{-}\omega$ apresentou os piores resultados e não se aproximou dos dados experimentais. Podemos concluir que tanto o modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ quanto o SST encontraram resultados próximos a curva experimental com erros inferiores a 2,1%. Não foi possível encontrar o ponto de *surge* do rotor com nenhum

modelo de turbulência, pois quando se tentou modelar a vazão do compressor com 0,925 da vazão mássica normalizada obteve-se resultado de fluxo inverso pela face de saída com mensagem de erro, o que poderia ser caracterizado como surge. O ponto de menor vazão avaliado foi 0,93 da vazão mássica normalizada.

Nas figuras 5.10, 5.11 e 5.12 é possível observar o efeito das ondas de choque em forma de arco no bordo de ataque da palheta. As figuras representam o contorno do número de Mach relativo para altura da palheta de 95% a partir do *hub*, com vazão mássica normalizada de 0,98.

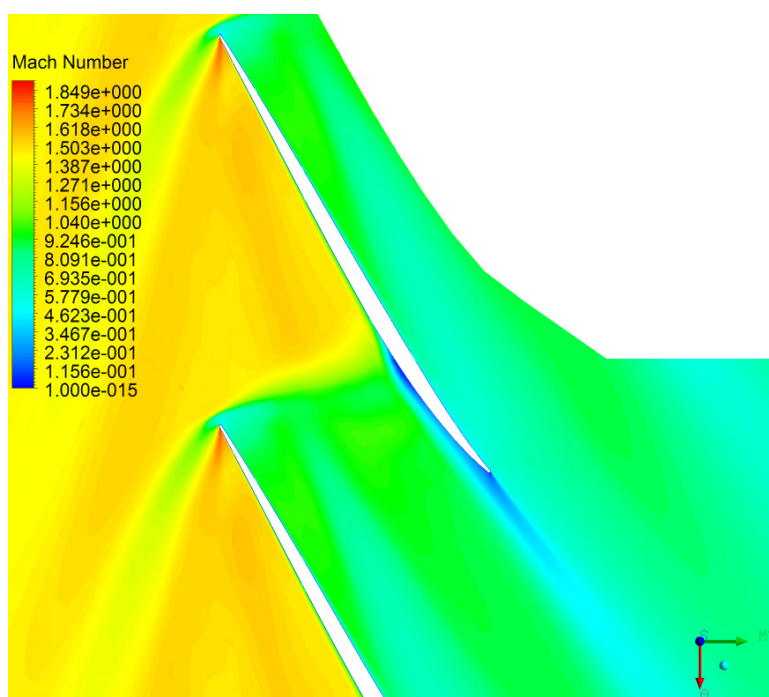


Figura 5.10: k - ϵ , contorno do número de Mach relativo a 95% do span

Nas figuras 5.10, 5.11 e 5.12 é possível observar um dos mais importantes fenômenos em compressores axiais transônicos, que é a onda de choque normal que parte a montante da palheta e atinge a palheta a frente no sentido de rotação na face sucção desta palheta. Essa onda de choque é responsável pela maior parcela de acréscimo de pressão no rotor do compressor. Após essa onda de choque o regime passa de supersônico para subsônico, e há um grande aumento na entropia do sistema. É importante ressaltar também que existe uma interação entre a onda de choque e a camada limite turbulenta, com conseqüente perturbação da camada limite turbulenta e aumento na entropia. Esse fenômeno foi estudado extensamente

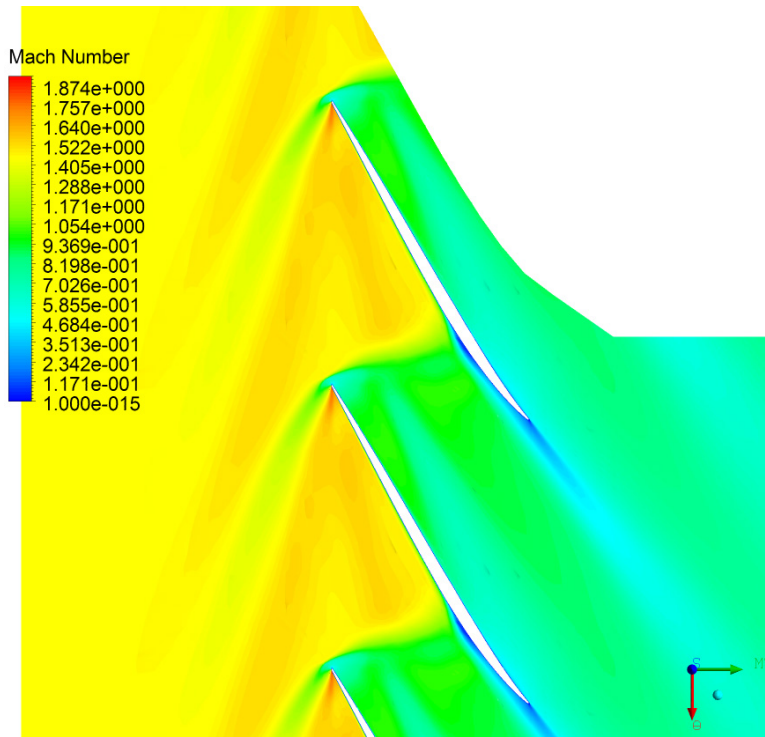


Figura 5.11: $k-\omega$, contorno do número de Mach relativo a 95% do span

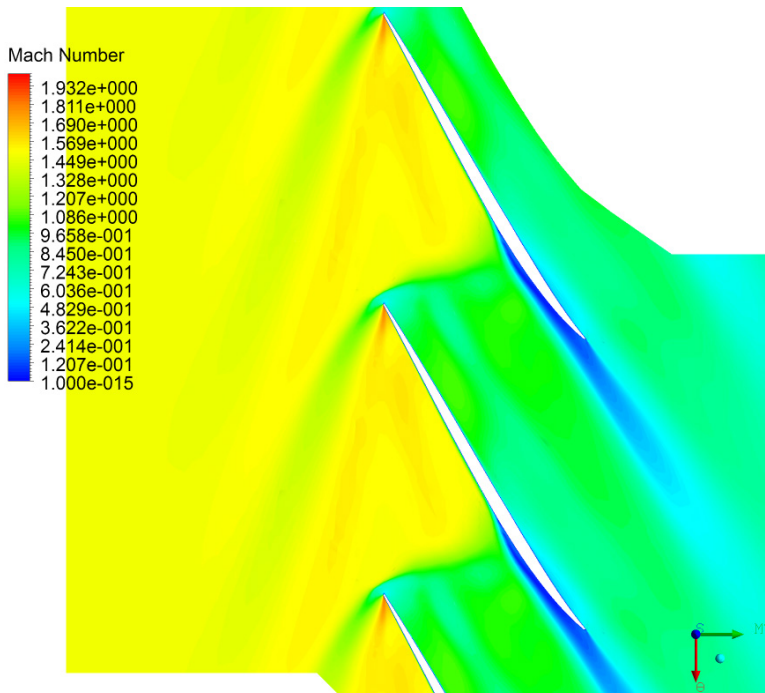


Figura 5.12: SST, contorno do número de Mach relativo a 95% do span

por Green (1971) entre outros autores. O modelo de turbulência SST apresentou um aumento significativo da espessura da camada limite turbulenta e nos demais modelos essa espessura tornou a reduzir na direção do bordo de fuga. A espessura da camada limite turbulenta influi diretamente a razão de pressão e eficiência politrópica encontradas na máquina. Nas figuras 5.13, 5.14 e 5.15 é possível observar em detalhe a interação entre a onda de choque normal e a camada limite turbulenta na face de sucção, onde o modelo SST apresenta a maior separação.

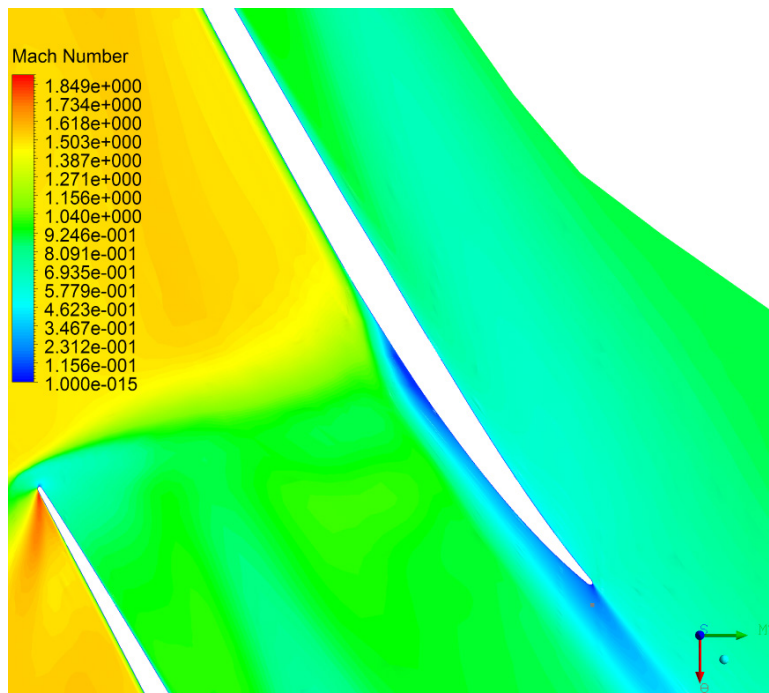


Figura 5.13: $k-\epsilon$, detalhe da interação entre a onda de choque e a camada limite

A jusante do bordo de ataque é possível observa uma onda de choque oblíqua com redução no número de Mach e em seqüência um leque de expansão de Prandtl-Meyer (*expansion fan*). Esse fenômeno ocorre devido ao alto número de Mach que incide sobre o bordo de ataque e um ângulo que permita sua ocorrência. Com isso a velocidade relativa do escoamento aumenta através desta expansão isentrópica, e esta será responsável pelo alto número de Mach incidente na palheta seguinte.

Para vazão de 0,98 da vazão mássica normalizada, é possível verificar, na figura 5.16, o aumento de entropia após a onda de choque. Esse aumento na entropia também pode ser observado como resultado do atrito viscoso na camada limite turbulenta no lado sucção da palheta e na extensão da esteira a jusante do rotor.

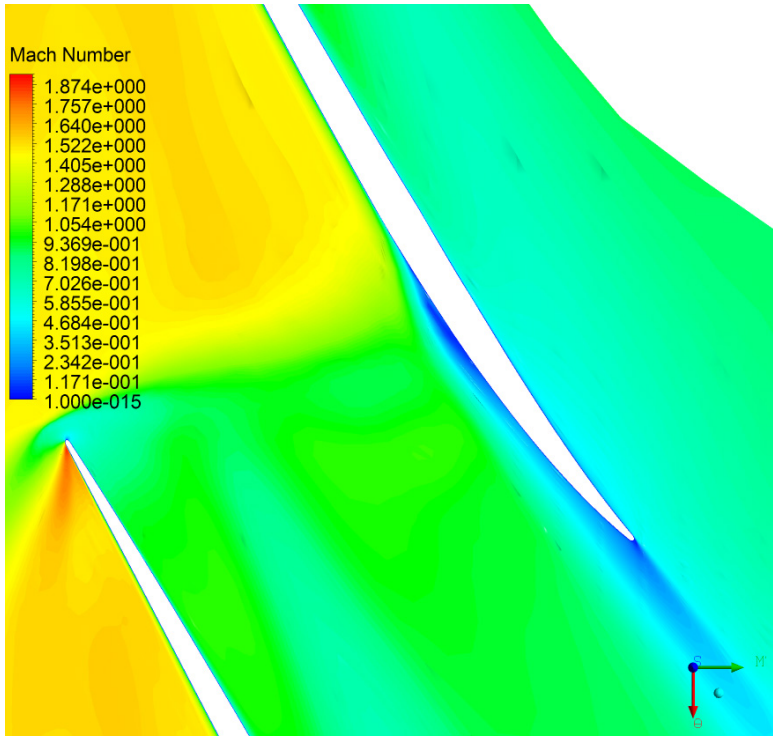


Figura 5.14: $k-\omega$, detalhe da interação entre a onda de choque e a camada limite

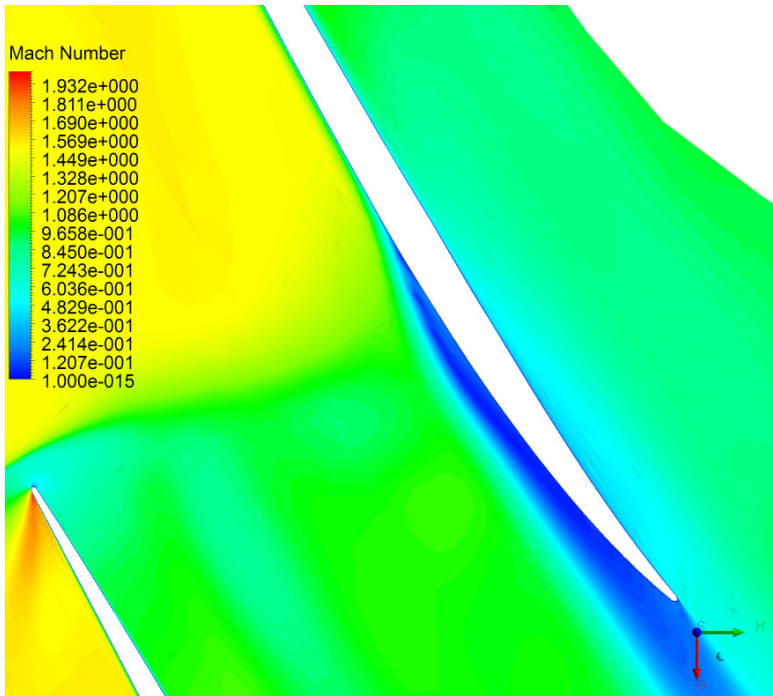


Figura 5.15: SST, detalhe da interação entre a onda de choque e a camada limite

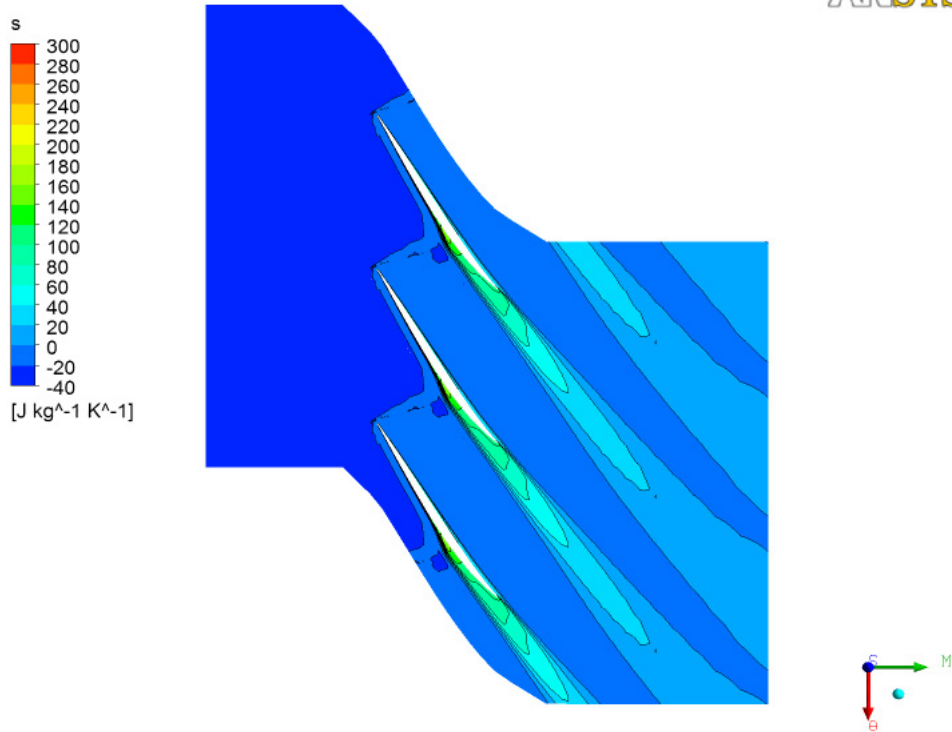


Figura 5.16: SST, contorno do valor de entropia a 80% do span

As figuras 5.17, 5.18 e 5.19 apresentam os contornos dos valores de entropia de uma vista em corte na região do bordo de fuga, para vazão mássica normalizada de 0,98.

Pela comparação entre os três modelos apresentados, nota-se que para as mesmas condições de contorno e vazão, o modelo de turbulência SST foi o que alcançou os maiores acréscimos de entropia na compressão. Este é um dos motivos da baixa eficiência politrópica apresentada. Segundo Bardina et al. (1997) o modelo de duas equações SST reúne a vantagem do modelo $k-\omega$ de solucionar problemas que envolvam escoamentos complexos com separação e ao mesmo tempo utiliza o modelo $k-\epsilon$ para a região próxima a interface da camada limite e corrente livre, e com isso predizer melhor a região de separação da camada limite. A combinação dos dois modelos é obtida através de uma função de combinação dos coeficientes dos modelos. Ainda segundo Bardina et al. (1997) os modelos de duas equações normalmente subestimam o retardamento e a separação da camada limite devido aos gradientes de pressão adversos. Esta seria uma séria deficiência dos modelos, que desconsidere-

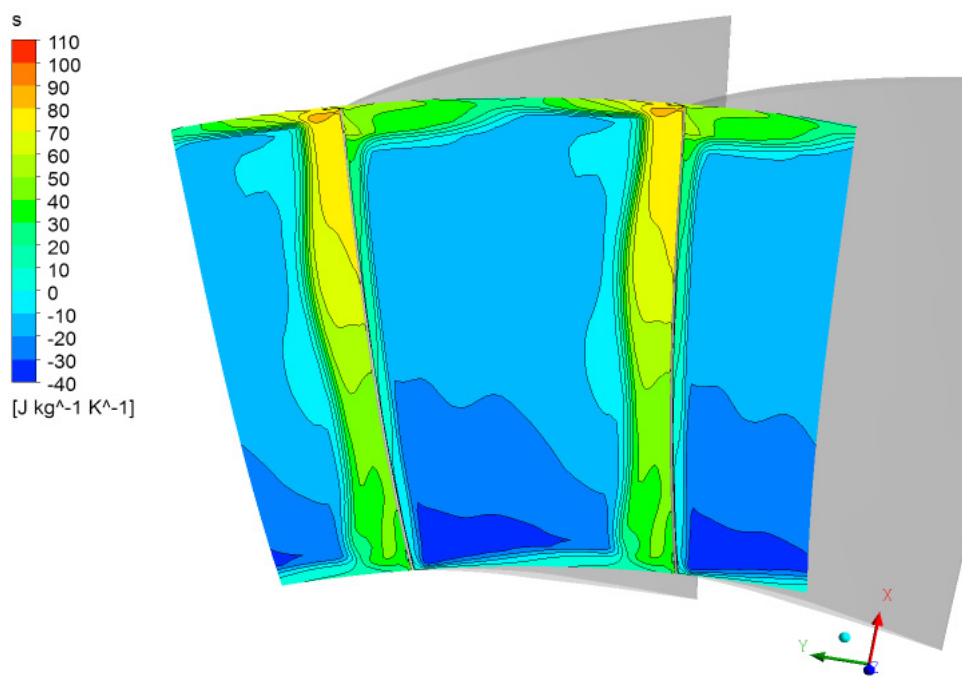


Figura 5.17: k - ϵ , contorno do valor de entropia no bordo de fuga

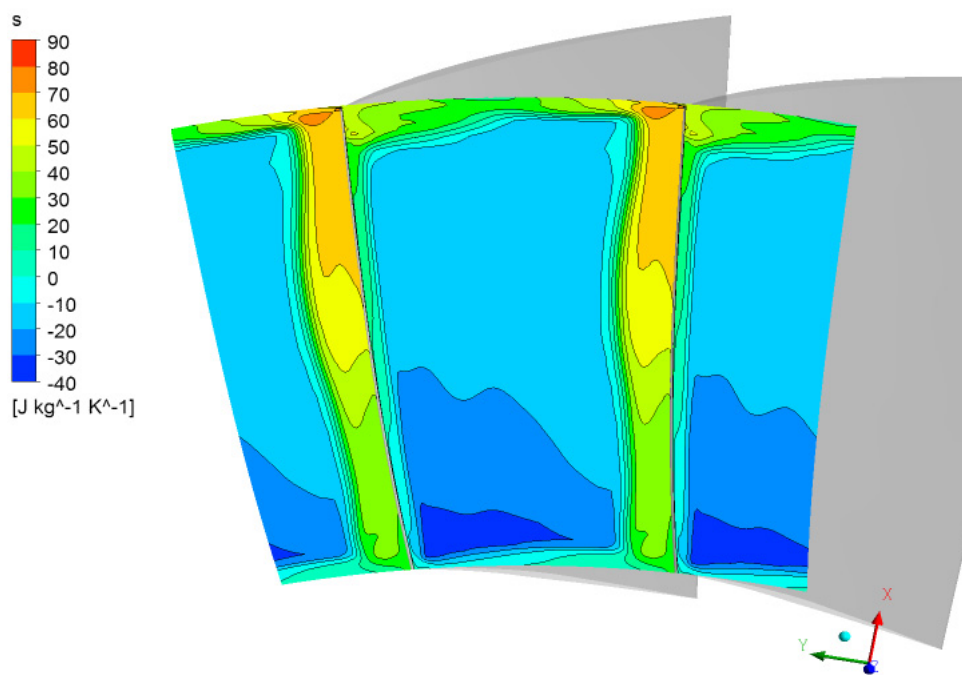


Figura 5.18: k - ω , contorno do valor de entropia no bordo de fuga

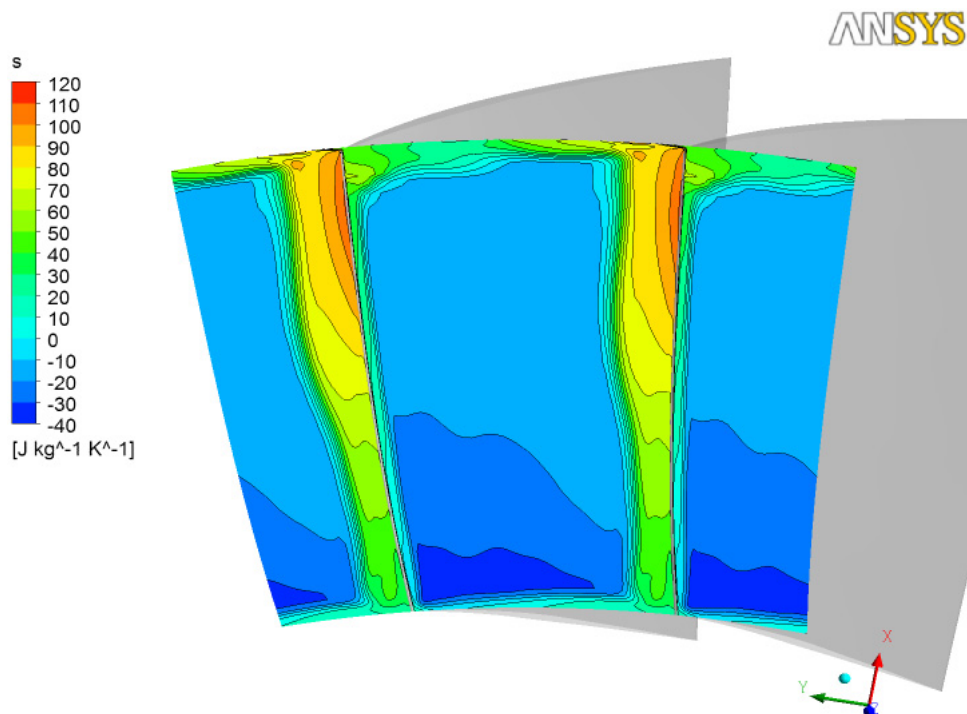


Figura 5.19: SST, contorno do valor de entropia no bordo de fuga

ram os importantes efeitos de transporte das tensões turbulentas, porém o modelo SST incorporaria uma modificação da função de viscosidade turbilhonar turbulenta de modo a compensar esta lacuna. Finalmente, Dunham (1998) afirma que não há um consenso sobre se essa camada limite sofre uma separação completa ou se ela se une novamente a parede. Esta foi a maior diferença observada entre os modelos estudados, e responsável pela diferença nos resultados encontrados.

Dentro dos resultados experimentais disponíveis para comparação, foram fornecidos gráficos relacionando a razão de pressão por $span\%$ e razão de temperatura por $span\%$ (valor percentual da altura radial no ponto medido). Os valores de pressão total e temperatura total foram medidos no ponto “Stn4” da bancada de teste conforme figura 5.20. Nesta bancada de testes, 18 pontos de medição foram instalados para cada variável (pressão e temperatura), sendo que os pontos próximo a parede não foram medidos.

No CFX, o volume de controle possui exatamente as dimensões axiais de entrada e saída entre os pontos “Stn1” e “Stn4” da figura 5.20 da bancada de testes,

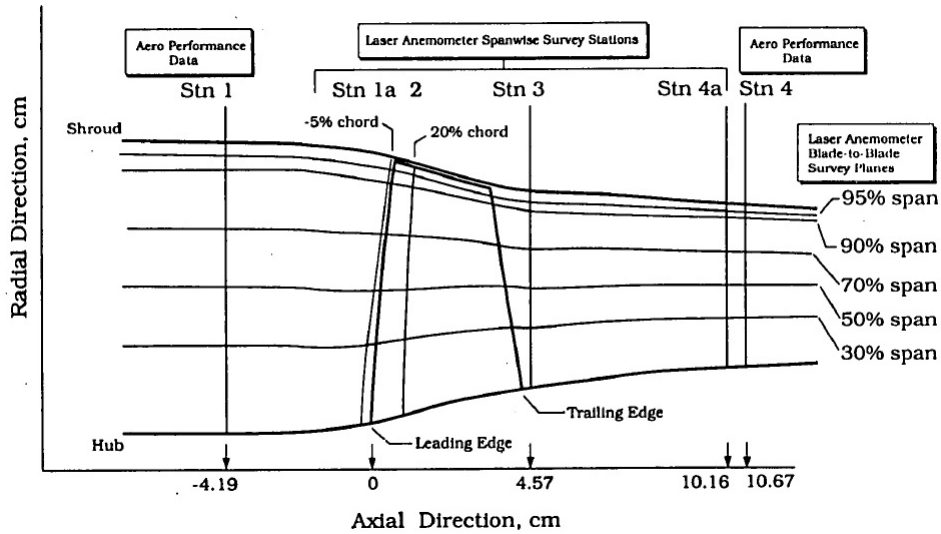


Figura 5.20: Bancada de teste do experimento (laboratório da NASA)

respectivamente. Para se obter esses resultados a partir do resultado da simulação, foi gerado um gráfico na parede de saída do volume de controle com 30 pontos na direção radial, espaçados igualmente.

A figura 5.21 apresenta o gráfico de razão de temperatura em função do span%. Neste gráfico podemos concluir claramente que o modelo de turbulência SST superou os demais ao encontrar valores muito próximos aos experimentais. Novamente o modelo $\kappa-\omega$ apresentando os piores resultados e o modelo $\kappa-\epsilon$ com valores intermediários.

A figura 5.22 apresenta o gráfico de razão de pressão total em função do span%. Neste gráfico é possível observar que os valores encontrados pelo modelo SST permanecem próximos aos valores experimentais até 60% do span e mais próximos do que o modelo $\kappa-\epsilon$ para valores acima deste. O modelo $\kappa-\omega$ novamente apresentou valores relativamente piores. Pode-se concluir que o modelo SST obteve maior acurácia quando comparado aos demais.

Os maiores erros percentuais absolutos estimados no ponto de projeto foram encontrados no modelo $k-\omega$, em torno de 5,4% e SST e $k-\epsilon$, com aproximadamente 4,02%.

Também foi possível observar um efeito resultante da interação entre a camada limite e a onda de choque incidente na palheta no lado sucção. Na região após a

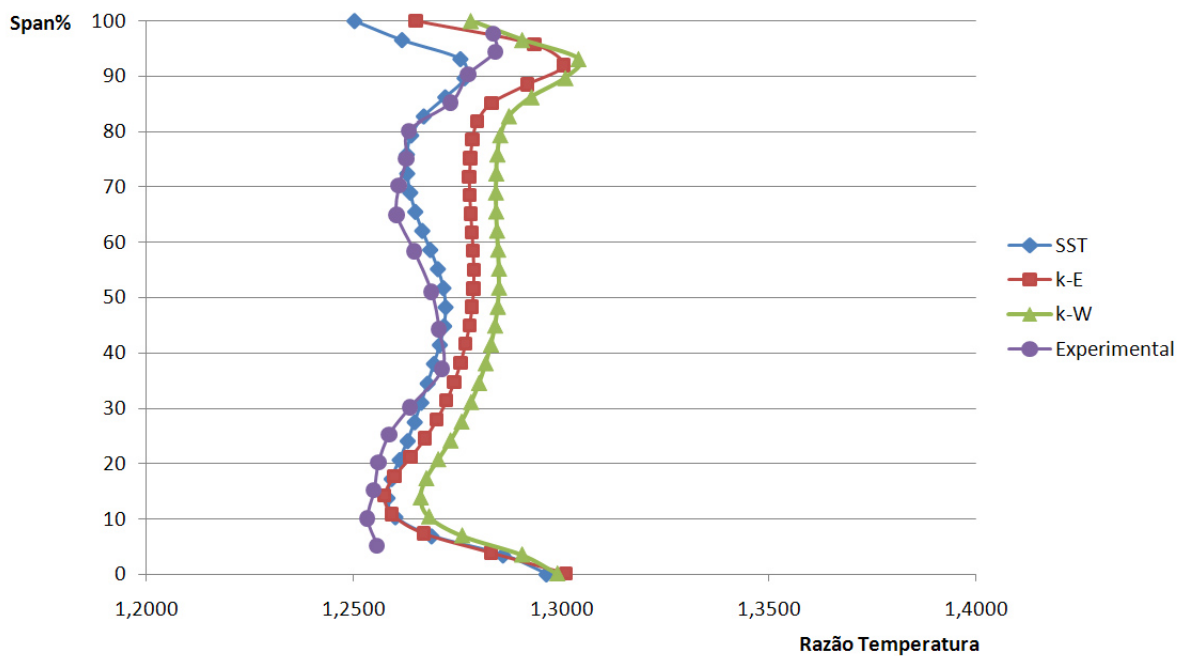


Figura 5.21: Gráfico comparativo razão de temperatura por span

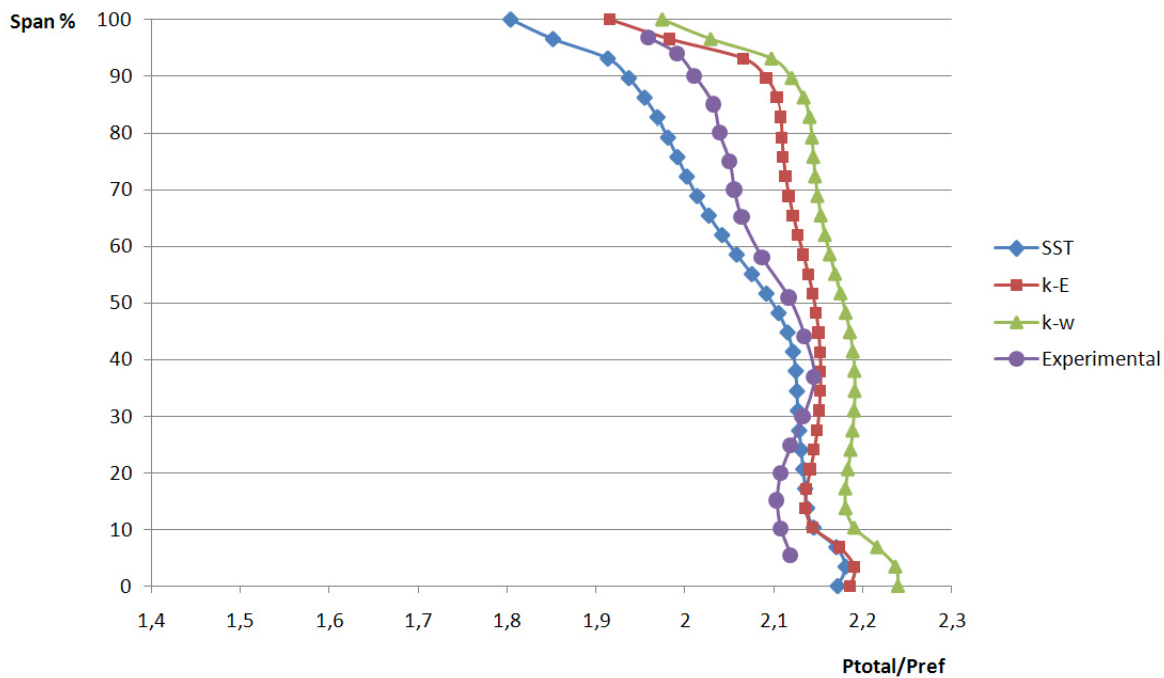


Figura 5.22: Gráfico comparativo razão de pressão por span

onda de choque é possível observar, através da figura 5.23, as linha de corrente do fluido sobre a superfície da palheta no lado sucção, demonstrando o gradiente de velocidade na direção radial da palheta, contribuído também pelo escoamento no hub próximo ao lado sucção. É possível verificar também linhas de corrente partindo do bordo de fuga no lado pressão para o lado sucção.

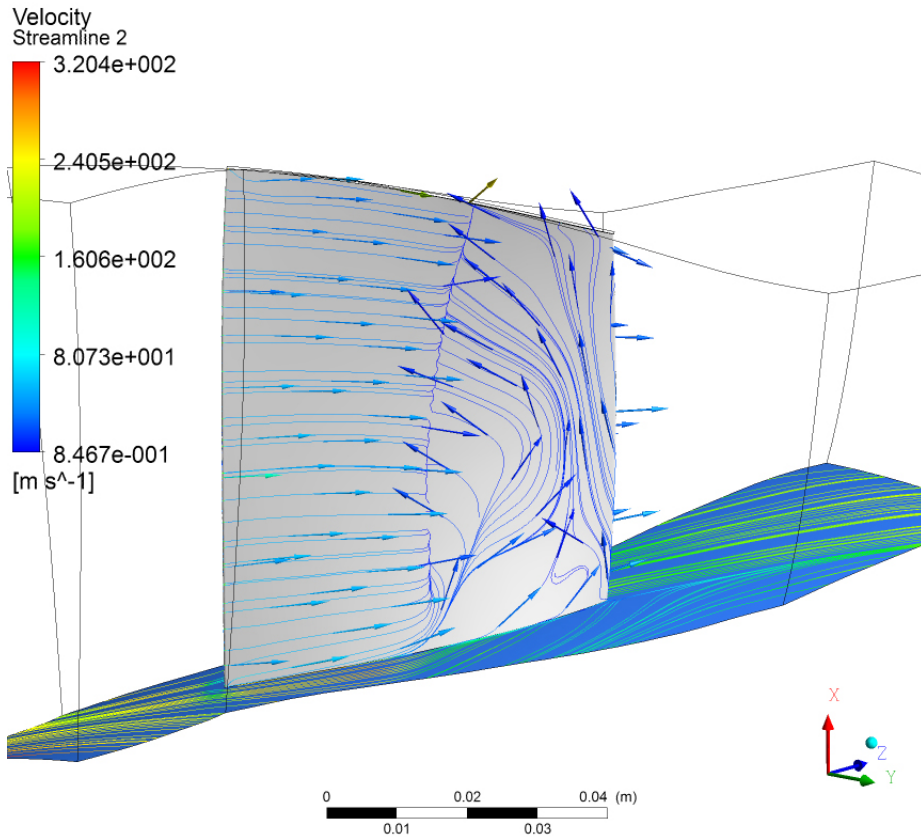


Figura 5.23: Linhas de corrente na superfície da palheta e do hub no lado sucção

A região próxima a ponta da palheta também é fortemente influenciada pela folga que esta tem em relação à carcaça (*tip clearance*). Esta folga pode ser observada na figura 5.2. Como esse pequeno espaço une o lado de pressão da palheta ao lado de sucção, e também como o número de Mach é maior na parte superior, é possível observar o escoamento do fluido através desta passagem. Ao escapar pela folga o fluido produz um jato devido a uma forte expansão supersônica. Este fluxo se depara com o fluxo principal com grande diferença na direção e ambos supersônicos causando bloqueio na área de passagem próxima ao shroud. O trabalho desenvolvido

por Yamada et al. (2003) especificamente sobre as perdas relacionadas a passagem do fluido pela folga na ponta da palheta detalham os efeitos do vazamento pela ponta da palheta sobre o bloqueio. A figura 5.24 apresenta os vetores de velocidade para o modelo $k-\epsilon$ na região do tip clearance, entre a carcaça e a folga. As figuras 5.25 e 5.26 apresentam os contornos de número de Mach a 20% da corda e o contorno de pressão a 20% da corda com o SST.

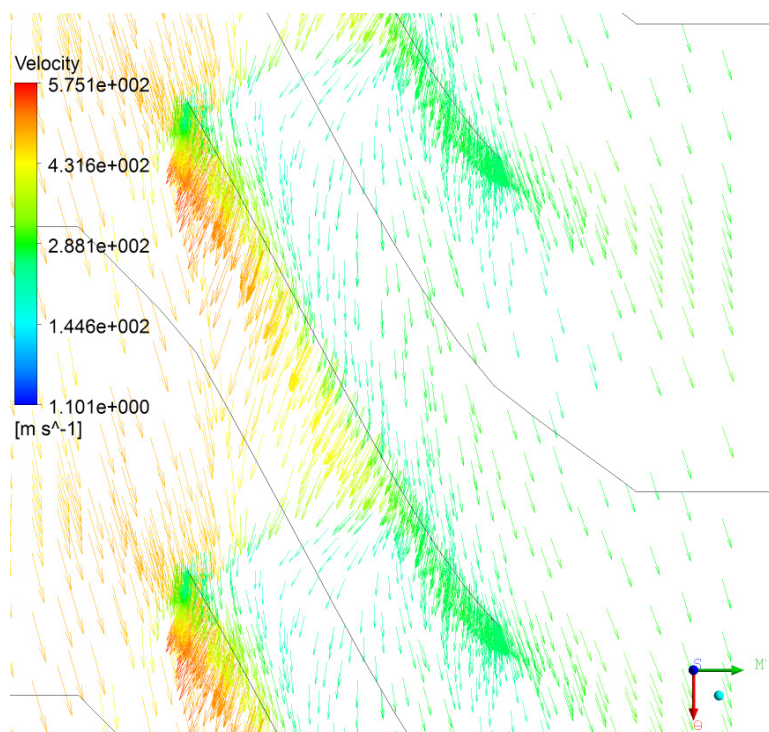


Figura 5.24: Vetores de velocidade no tip clearance

Podemos então concluir que todos os modelos de turbulência utilizados nas simulações do problema apresentaram soluções coerentes com os fenômenos físicos esperados. No entanto, conforme comparação dos dados experimentais com os dados obtidos através das simulações pode-se concluir que o modelo SST superou o modelo $k-\epsilon$ na maioria das medições e ambos superaram o modelo $k-\omega$ que se mostrou inadequado para este problema. Portanto, validamos o modelo de turbulência para simulação do rotor NASA 37, pois foi o que melhor representou o desempenho termodinâmico deste compressor.

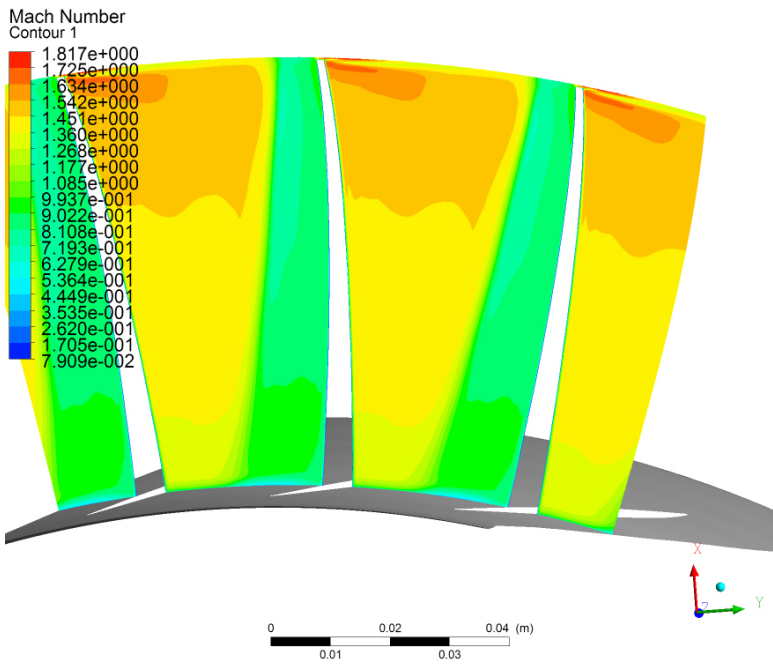


Figura 5.25: Contorno de número de Mach a 20% da corda

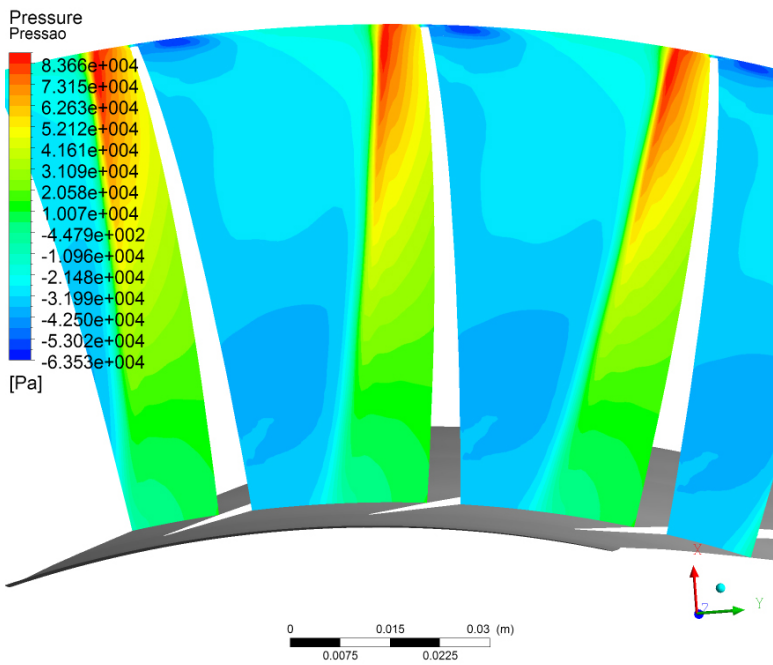


Figura 5.26: Contorno de número de Mach a 20% da corda

Capítulo 6

Conclusões e Sugestões

O principal objetivo desta dissertação de mestrado foi aplicar uma ferramenta de fluidodinâmica computacional na avaliação do desempenho do rotor de um compressor axial transônico chamado rotor 37. Para isso três modelos de turbulência disponíveis no programa de CFD foram utilizados, κ - ϵ , κ - ω e SST. Foram realizadas diversas simulações sob as mesmas condições de contorno para que fosse possível a comparação entre os modelos. Os resultados encontrados foram utilizados no levantamento das curvas de desempenho características do compressor para comparação com dados experimentais disponíveis na literatura. Finalmente, foi validado o modelo que caracterizasse melhor o comportamento do teste experimental.

6.1 Conclusões

Concluiu-se que o modelo de turbulência SST foi validado para este problema por apresenta os resultados com maior acurácia entre os três avaliados quando comparado com os dados experimentais de desempenho do compressor. Para isso foram comparadas curvas de razão de pressão por vazão mássica normalizada, eficiência politrópica por vazão mássica normalizada, curvas de razão de pressão total e razão de temperatura em função do span% do rotor. Foi concluído também que o modelo de turbulência κ - ω não obteve soluções precisas para este tipo de escoamento e que o modelo κ - ϵ obteve resultados ligeiramente piores dos que os reportados pelo modelo SST.

6.2 Recomendações e Trabalhos Futuros

Modelar um problema complexo como o descrito nesta dissertação requer uma boa preparação. Analisar resultados de uma simulação realizada sobre um modelo não confiável pode traduzir-se em uma propagação de erros. Inicialmente, é imperativo possuir as características dimensionais do problema analisado e uma correta definição do volume de interesse. A adequação da malha gerada pelo programa a geometria do problema é outro obstáculo, pois demanda o bom senso e conhecimento prático do técnico que irá realizar o estudo. Da mesma forma, a definição das condições de contorno precisas e a definição do modelo de turbulência adequado são indispensáveis. Para isso, é preciso conhecer as boas práticas adotadas para este tipo de trabalho. Muitas destas são explanadas neste texto, e outras são encontradas nas referências bibliográficas. O próprio manual do usuário da ferramenta computacional utilizada e o acesso a fóruns de discussão na internet são fontes de informação importantes.

O trabalho descrito sobre escoamento no interior de turbomáquinas aplicando a ferramenta de CFD envolve diversas disciplinas, como mecânica dos fluidos, termodinâmica, turbulência, fluidodinâmica computacional entre outras. Os resultados apresentados podem ser aproveitados em áreas distintas como no diagnóstico de problemas termodinâmicos encontrados em compressores em operação no campo, pois uma vez que o problema esteja modelado é possível identificar a perda de eficiência resultante do desgaste por toque da ponta das palhetas, incrustação ou deposição de sujeira, modificação na rugosidade por erosão entre outros. Como a quantidade de informação tratada é vasta e diversas especialidades são envolvidas, condensar todos os assuntos em um único trabalho tornar-se-ia impraticável, o que deixa algumas lacunas em aberto para um futuro aprofundamento.

Mesmo incorporando diversos temas, esse trabalho permite diversos desdobramentos ou aprofundamentos. Um passo importante na simulação das turbomáquinas é determinar a interação entre as palhetas rotativas e as estacionárias ou difusores, e também a importância de se utilizar as pás guias antes do primeiro rotor (IGV). A partir daí pode-se simular um compressor axial inteiro, o que requereria um recurso

computacional grande. Ao se simular um compressor axial pode-se analisar qual seria a melhor maneira de se controlar a capacidade do mesmo: (i) por variação da rotação ou (ii) por variação do ângulo de inclinação das palhetas estacionárias.

Outra linha de pesquisa pode se aprofundar na descrição de cada fenômeno aerodinâmico identificado aqui, buscando determinar os parâmetros que influenciam seu comportamento.

Devido a complexidade do escoamento no interior desta máquina, seria interessante testar o modelo para equação de transporte do tensor de Reynolds no problema do rotor 37 e compará-lo com as informações descritas neste trabalho. Também seria interessante avaliar alguns fenômenos e pontos operacionais aqui não discutidos, como pontos de estagnação no escoamento e escoamentos secundários. A caracterização do ponto de surge também é um dos temas de maior importância, pois ele irá determinar de certa forma a faixa operacional do compressor. O ponto de choke é o outro extremo do envelope operacional a ser estudado.

Referências Bibliográficas

- Aungier, R. H. (2003). *Axial-Flow Compressors – A Strategy for Aerodynamic Design and Analysis*. ASME Press, New York.
- Bardina, J. E., Huang, P. G., e Coakley, T. J. (1997). Turbulence modeling validation, testing, and development. Technical report, NASA TM 110446.
- Benini, E. e Biollo, R. (2007). Aerodynamics of swept and leaned transonic compressor-rotors. *Applied Energy*, 84(10):1012–1027.
- Calvert, W. J. e Ginder, R. B. (1999). Transonic fan and compressor design. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science*, 213(5):419–436.
- Chima, R. V. (1998). Calculation of tip clearance effects in a transonic compressor rotor. *Journal of Turbomachinery-Transactions of the Asme*, 120(1):131–140.
- Cumpsty, N. A. e Greitzer, E. M. (2004). Ideas and methods of turbomachinery aerodynamics: A historical view. *Journal of Propulsion and Power*, 20(1):15–26.
- Denton, J. D. (1997). Lessons from rotor 37. *Journal of Thermal Science*, 6(1):1–13.
- Denton, J. D. e Dawes, W. N. (1999). Computational fluid dynamics for turbomachinery design. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science*, 213(2):107–124.
- Ding, M. Y., Groth, C., Kacker, S., e Roberts, D. (2006). Cfd analysis of off-design centrifugal compressor operation and performance. In *International ANSYS Conference Proceedings*.
- Dixon, S. L. (2005). *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*. Elsevier-Butterworth Heinemann, Amsterdam, 5th edição.
- Dunham, J. (1998). Cfd validation for propulsion system components. Technical report, AGARD-AR-355.

- Dunker, R., Rechter, H., Starcken, H., e Weyer, H. (1984). Redesign and performance analysis of a transonic axial compressor stator and equivalent plane cascades with subsonic controlled diffusion blades. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power-Transactions of the Asme*, 106(2):279–287.
- Gallimore, S. J. (1999). Axial flow compressor design. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part C-Journal of Mechanical Engineering Science*, 213(5):437–449.
- Green, J. E. (1971). Interaction between shock waves and turbulent boundary layers. *Progress in Aerospace Science*, 11:235–260.
- Hobbs, D. E. e Weingold, H. D. (1984). Development of controlled diffusion airfoils for multistage compressor application. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power-Transactions of the Asme*, 106(2):271–278.
- Ito, Y., Watanabe, T., e Himeno, T. (2008). Effect of endwall contouring on flow instability of transonic compressor. *International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems*, 2(1):24–29.
- Kundu, P. e Cohen, I. M. (2004). *Fluid Mechanics*. Elsevier Academic Press.
- Marini, M., Paoli, R., Grasso, F., Periaux, J., e Desideri, J. A. (2002). Verification and validation in computational fluid dynamics: the flownet database experience. *Jsmc International Journal Series B-Fluids and Thermal Engineering*, 45(1):15–22.
- Menter, F. R. (2003). Turbulence modelling for turbomachinery. *QNET-CFD Network Newsletter*, 2(3):10–13.
- Rodrigues, P. S. B. (1991). *Compressores industriais*. Editora Didática e Científica LTDA.
- Silva Freire, A. P., Ilha, A., e Colaço, M. J. (2006). *Coleção Cadernos de Turbulência, Turbulência, Volume 5, Tomo 1*. ABCM, Rio de Janeiro.
- Suder, K. L. (1998). Blockage development in a transonic, axial compressor rotor. *Journal of Turbomachinery-Transactions of the Asme*, 120(3):465–476.
- Whitfield, A. e Baines, N. C. (1990). *Design of Radial Turbomachines*. Longman Scientific and Technical, Essex.
- Yamada, K., Furukawa, M., Inoue, M., e Funazaki, K.-I. (2003). Numerical analysis of tip leakage flow field in a transonic axial compressor rotor. In *Proceedings of the*

International Gas Turbine Congress, Tokyo.