

**MODELAÇÃO GEOMÉTRICA E ANÁLISE
INSTANTÂNEA DA RESISTÊNCIA AO AVANÇO DE
CASCOS ESBELTOS UTILIZANDO O MATHEMATICA™**

Rafael Botelho Duarte Coelho

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA À APRECIÇÃO DO CORPO DO-
CENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE EN-
GENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovado por:

Prof. Atila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.

Prof. Mikhail Dimitri Mikhailov, Ph.D.

Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.

Prof. Alexandre Teixeira de Pinho Alho

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Março de 2010

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ciências em Engenharia Mecânica.

MODELAÇÃO GEOMÉTRICA E ANÁLISE INSTANTÂNEA DA RESISTÊNCIA AO AVANÇO DE CASCOS ESBELTOS UTILIZANDO O MATHEMATICA™

Rafael Botelho Duarte Coelho

Março de 2010

Orientador: Atila Pantaleão Silva Freire

Co-orientador: Mikhail Dimitri Mikhailov

Programa: Engenharia Mecânica

O presente trabalho apresenta uma ferramenta de auxílio ao projeto de embarcações esbeltas na qual a modelação da geometria do casco e a análise de resistência ao avanço são feitas simultaneamente. A ferramenta aqui exposta, o simulador *MathSurf*, foi desenvolvida em linguagem computacional Mathematica™ 7.0. Os cálculos propriamente ditos são realizados de modo bastante geral através de um programa que pode ser executado em qualquer ambiente computacional por meio do MathematicaPlayer™. O simulador físico de previsão de arrasto, *MathSurf*, é validado por resultados particularmente escolhidos de cascos de referência (Wigley [1]). Os resultados teoricamente gerados são comparados com dados experimentais encontrados na literatura, além de simulações de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) através de modelagens com a estratégia RANS (modelagem da turbulência por equações de transporte dos elementos do tensor de Reynolds). O trabalho adicionalmente apresenta sistematicamente as vantajosas simplificações da linguagem utilizada, a qual permite que ferramentas robustas sejam desenvolvidas em poucas linhas de programação.

Abstract of the thesis submitted to PEM/COPPE/UFRJ as partial fulfilment of the requirements for the degree of Master in Sciences in Mechanical Engineering.

**GEOMETRIC MODELATION AND REAL-TIME
ANALYSIS OF DRAG OF A SLENDER-HULL
USING MATHEMATICATM**

Rafael Botelho Duarte Coelho

Março de 2010

Advisor: Atila Pantaleão Silva Freire

Joint-Advisor: Mikhail Dimitri Mikhailov

Department: Mechanical Engineering

The present work introduces a tool specially developed for the design of slender ships, the *MathSurf* simulator. Results provided by the simulator are given in real time and include the geometric details of the hull as well as the curves of resistance. The simulator was written with MathematicaTM 7.0 to generate an executable program through MathematicaPlayerTM. The predictions of flow resistance were validated by a choice of some reference results given by hulls of Wigley format and by some Computational Fluid Dynamics (CFD) data obtained with RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes equations). The work emphasizes all the advantages that the Mathematica environment provides.

Coelho, Rafael Botelho Duarte.

Modelação Geométrica e Análise Instantânea da Resistência ao Avanço de Cascos Esbeltos Utilizando o MathematicaTM.

(Rio de Janeiro) 2010.

vi, 78 p 29,7cm (PEM/COPPE/UFRJ, Engenharia Mecânica, 2010).

Dissertação de Mestrado - Universidade Federal do Rio de Janeiro.

1. Fenômenos de Transporte I. PEM/COPPE/UFRJ II. Título (Série)

AGRADECIMENTOS

Avaliar as vantagens e benefícios de um curso de mestrado não é uma tarefa simples em tempos de um mercado profissional superaquecido. Deste modo, serei sempre grato àqueles que de alguma maneira me mostraram a importância de realizar este estudo. Em especial, sou grato aos Profs. Protásio Dutra Martins e Sidney Lianza. Ao Prof. Fernando Antonio Sampaio de Amorim, agradeço a grande amizade e o incentivo para o início, desenvolvimento e término desta pesquisa, este último sempre feito de maneira amavelmente rude.

Agradeço aos meus pais por terem me dado paz, segurança e educação, requisitos fundamentais para a realização deste trabalho. Agradeço à minha irmã pela paciência e compreensão nos momentos de ausência. Ao Maurício Nepomuceno pela amizade e pela constante inspiração à conclusão. Registro minha gratidão à Gisele Maia, pelas inúmeras revisões textuais, carinho e companheirismo nas etapas finais desta pesquisa; à Maria Clara Nascimento pelo exemplo e motivação durante os árduos primeiros meses.

Não poderia deixar de agradecer ao meu orientador Prof. Atila Freire, pela amizade, respeito e por viabilizar esta conquista. Agradeço ao Prof. Mikhailov pela imensa contribuição, sem a qual este trabalho não seria possível. Em especial, pela constante simpatia e disponibilidade de me receber em sua casa. Agradeço também ao Prof. Leo Lazauskas (Univ. Adelaide) pela grande ajuda prestada via correio eletrônico com o método de Michell.

Nos últimos dois anos fiz amigos e convivi com outros antigos no Laboratório de Mecânica da Turbulência da COPPE. Agradeço ao José Zotin, Renata Braun, Daniel Rodrigues, Juliana Loureiro, Luis De Lucca, Bernardo Xavier, Fernanda Beatriz, Mario Guttemberg e Ricardo Balian, sempre dispostos a ajudar, tornar o ambiente agradável e manterem companhia em um "cafézinho" ao fim de tarde. Ao Prof. Alexandre Alho e ao amigo Thiago Vasconcelos pela ajuda com o Ansys-CFX.

Agradeço a Vera Noronha e Glace Farias por me ajudarem com os trâmites da COPPE.

Agradeço à CAPES pela bolsa de estudos oferecida durante parte do mestrado.

*Dedico este trabalho a esses inocentes,
esses pobres coitados, que, sem sentir,
como eu, tornaram-se para sempre
escravos do mar. Escravos de sua
beleza e mais ainda de sua incerteza.
(Aleixo Belov)*

Nomenclatura

Glossário de comandos do Wolfram Mathematica

Append - Une duas listas;

Apply - Substitui o tipo (head) de uma variável;

BSplineFunction - Constrói uma superfície B-Spline a partir de um conjunto de pontos de controle;

BSplineSurface - Representa a primitiva de uma superfície B-Spline associada a um conjunto de pontos de controle;

Flatten - Destrói os níveis de uma lista;

First - Seleciona o primeiro elemento de uma lista;

Graphics3D - Representa primitivas em três dimensões;

Last - Seleciona o último elemento de uma lista;

Length - Retorna o comprimento de uma lista;

Map - Executa uma função para cada elemento de uma lista;

Max - Seleciona o valor máximo de uma lista;

Module - Define variáveis locais;

Min - Seleciona o valor mínimo de uma lista;

N - Representa o valor como número;

NIntegrate - Realiza uma integração utilizando métodos numéricos;

NMinimize - Busca os valores para minimizar uma função objetivo;

Partition - Divide uma lista em grupos de elementos;

ReadList - Lê um arquivo e associa a uma variável em formato de lista;

Show - Une gráficos e imagens em um único espaço;

Sqrt - Raíz quadrada;

Subtract - Subtrai;

Table - Cria uma matriz;

Take - Seleciona um elemento de uma lista;

Transpose - Transpõe os níveis de uma matriz;

Nomenclatura

Lista de Símbolos

D - Força de arrasto;

ρ - Massa específica do fluido;

U - Velocidade do escoamento na direção X;

S - Área molhada do casco;

C_f - Coeficiente adimensional de resistência de atrito;

C_t - Coeficiente adimensional de resistência total;

C_w - Coeficiente adimensional de resistência de onda;

k - Fator de forma;

Rn - Número de Reynolds;

∇ - Volume deslocado pelo casco;

L - Comprimento de linha d'água do casco;

η_x - Taxa local de variação da boca do casco;

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Desafios no Projeto de Embarcações	3
2.1	Revisão histórica	3
2.2	O simulador <i>MATHSURF</i>	6
3	Metodologia utilizada no <i>MathSurf</i>	9
3.1	Modelagem da superfície do casco	10
3.2	Ambiente de trabalho do simulador <i>MathSurf</i>	13
3.3	Cálculo de Área	14
3.4	Cálculo de Volume	19
3.5	Cálculo das demais características hidrostáticas	22
4	Resistência ao avanço	26
4.1	Cálculo do Coeficiente de Atrito, C_f	27
4.2	Resistência de onda	29
4.3	O Trabalho de Michell	31
4.4	Implementando a resistência de onda	34
5	Simulação em CFD	36
5.1	Média do escoamento turbulento	37
5.1.1	Equação de transporte da quantidade de movimento	38
5.1.2	Equações de transporte de quantidades escalares	39
5.2	Modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta	39
5.2.1	Modelo a uma Equação	40

5.2.2	Modelos a Duas Equações	44
6	Resultados	49
6.1	Sensibilidade do simulador <i>MathSurf</i>	49
6.2	Resultados experimentais	51
6.3	O simulador <i>Michlet</i>	53
6.4	Simulação por Dinâmica de Fluidos Computacional	54
6.4.1	Ambiente de simulação	55
6.4.2	Malha	55
6.4.3	Solução próxima à parede	56
6.4.4	Elevação da superfície Livre	57
6.5	Comparativo	58
7	Conclusão	62

Capítulo 1

Introdução

De um modo geral, pode-se dividir o desenvolvimento de embarcações de alto desempenho em duas áreas de especialização: cálculo estrutural e dinâmica de escoamentos. A primeira delas constituiu-se em matéria cujo conteúdo avançou significativamente no passado, possuindo, hoje, uma taxa de desenvolvimento elevada. Do ponto de vista estrutural, a otimização atual dos projetos propostos vem atingindo níveis muito sofisticados, inimagináveis quando considerados os arcabouços teóricos ortodoxos. Na segunda matéria – hidrodinâmica – grandes avanços foram feitos nos últimos trinta anos. As competições esportivas e os conflitos armados são, talvez, os maiores responsáveis pela evolução tecnológica na área naval. O esporte invariavelmente consegue reunir e financiar grandes entusiastas e pesquisadores de uma mesma área em busca dos melhores desempenhos possíveis. Por exemplo, assim como as provas de Fórmula 1 grandemente influenciaram a evolução da indústria automobilística através de conceitos inovadores, a Copa América também vem influenciando a evolução da indústria náutica. A Copa América é, possivelmente, a grande responsável pela evolução tecnológica no projeto de embarcações de alto desempenho. A última disputa, ocorrida em 2010, e envolvendo um sindicato suíço e outro americano, testemunhou a utilização de embarcações com múltiplos cascos. As embarcações participantes da disputa apresentaram configurações de casco extremamente eficientes, capazes de alcançar 30 nós de velocidade com apenas 8 nós de vento.

O presente trabalho propõe o desenvolvimento de uma ferramenta computacional, o simulador *MathSurf*, para o projeto de cascos esbeltos através de uma linguagem computacional orientada por regras. Esta ferramenta avança sobre as práticas de projetos

tradicionais, mostrando ser possível obter em um mesmo ambiente, e, simultaneamente, a modelação e a avaliação das características hidrostáticas e hidrodinâmicas de uma embarcação.

O próximo capítulo apresenta uma breve descrição da metodologia geral de projeto de cascos esbeltos, além de uma revisão histórica do processo de projeto e avaliação hidrodinâmica de cascos. Ele apresenta também a metodologia utilizada na ferramenta proposta. No capítulo seguinte é apresentado o método de representação do casco através de superfícies NURBS (superfícies construídas com B-splines racionais e não uniformes). Essa parte da dissertação demonstra como são obtidas as coordenadas da superfície do casco que está sendo modelado, e como são feitos os cálculos de suas características hidrostáticas. O próximo capítulo, discorre sobre a metodologia utilizada para a estimativa do arrasto hidrodinâmico. A seguir, em capítulo específico, são apresentadas as equações de Navier-Stokes e os modelos de turbulência utilizados nas simulações de dinâmica dos fluidos computacional (CFD). O próximo capítulo apresenta uma análise crítica dos procedimentos propostos. Na primeira parte, são apresentados os resultados relativos à velocidade e à qualidade dos dados em função do número de elementos da malha computacional. A segunda parte mostra os resultados teóricos comparativamente aos resultados experimentais de um casco Wigley[1].

Portanto, o desempenho global do simulador *MathSurf* foi analisado a partir da comparação dos resultados de estimativa de resistência ao avanço de um mesmo casco, Wigley[1]. Tal casco foi analisado de três modos: (i) através da solução direta das equações promediadas de Navier-Stokes, utilizando o pacote comercial ANSYS-CFX, (ii) através do programa gratuito Michlet, que utiliza um teoria semelhante à do simulador *MathSurf*, e (iii) dos resultados experimentais publicados por Millward e Bevan[2]. A seção com resultados de CFD apresenta alguns detalhes da simulação como número de elementos da malha, qualidade do resultado na parede e elevação da superfície livre.

No último capítulo, são apresentadas as limitações do simulador *MathSurf*, suas qualidades e possíveis áreas de desenvolvimento futuro.

Capítulo 2

Desafios no Projeto de Embarcações

2.1 Revisão histórica

A prática de projeto de embarcações é, de uma maneira geral, um grande número de sínteses, análises e avaliações. Uma vez definido o problema, o projetista propõe uma síntese, cujo desempenho global como solução precisa ser avaliado através de diversas análises. A seleção das análises que a síntese será submetida é uma particularidade do problema. Em engenharia, as análises podem ser estabelecidas pelo projetista ou normalizadas por órgão competente prescrito pela lei. Nada impede que o projetista crie análises que vão além das normalizadas. Uma vez avaliada e comparada aos requisitos e restrições de projeto, a proposta pode dar início a uma nova iteração síntese-análise-avaliação ou ser considerada como solução final.

Quando o projetista naval inicia seu trabalho, é necessário que fiquem claros os requisitos e as restrições do projeto. Os requisitos são, normalmente, listados no contrato entre o cliente (proprietário da futura embarcação) e o projetista. Consta nesta lista, quase que unanimemente, a velocidade de serviço em determinados estados de mar e condições de carregamento. Este item é de fundamental importância para o sucesso da solução. As justificativas pela necessidade de garantia da velocidade de operação são diversas e passam por consumo de combustível, mérito esportivo, salvamento no mar e tempo de viagem.

A velocidade de serviço não é uma característica simples de ser estabelecida com precisão na etapa de projeto. Para tal é preciso que se quantifique a força de resistência ao avanço, força esta contrária ao movimento que surge quando um corpo se desloca em

um fluido.

A dinâmica do escoamento de um fluido ao redor de um casco pode ser modelada pelas equações de Navier-Stokes. Propostas em 1822 por Navier e em 1850 por Stokes[3], este conjunto de equações diferenciais parciais de segunda ordem não-lineares não exerceu inicialmente um grande impacto no projeto de embarcações. Isto se deveu, originalmente, ao elevado grau de dificuldade de tratamento matemático e obtenção de soluções analíticas. Atualmente, os computadores vem atingindo um poder de processamento suficiente para a obtenção, com restrições, de soluções discretas de equações especializadas para o tratamento de escoamentos turbulentos, as quais são chamadas normalmente de RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Infelizmente, procedimentos baseados em RANS são lentos e onerosos para serem utilizados como ferramenta de projeto inicial, tornando-se necessário lançar mão de métodos mais rápidos para as primeiras iterações de uma síntese-análise-avaliação[4].

Para solucionar o problema do cálculo da força de resistência ao avanço, os arquitetos navais buscaram a experimentação. Assim, projetos anteriores de navios semelhantes serviam de referência para os novos projetos. Essa metodologia de tentativa-e-erro produziu avanços muito tímidos, pois se temia que propostas ousadas e grandes alterações colocassem em risco o sucesso já garantido no passado.

William Froude publicou em 1870, para o almirantado Inglês, uma relação adimensional que permite a extrapolação da força de resistência de um modelo reduzido para um protótipo[5]. Sendo então possível prever a resistência de um protótipo a partir dos resultados obtidos de ensaios com um modelo reduzido, os arquitetos navais puderam então criar modelos matemáticos para uma estimativa da resistência a partir de parâmetros geométricos de embarcações semelhantes. A idéia era correr em tanques de prova diversos modelos similares e buscar empiricamente um polinômio que expressasse a resistência ao avanço daquele determinado tipo de casco. Holtrop e Mennen [6] foram os mais bem sucedidos nesta linha de ação quando publicaram em 1984 um modelo abrangente feito com o resultado de 334 experimentos.

Anteriormente a esse modo de trabalho, John Henry Michell[7], um matemático australiano, professor de matemática na Universidade de Melbourne, publicou o artigo “The

wave resistance of a ship” no qual propõe uma fórmula para calcular a resistência de ondas de um casco esbelto. Michell considerou que a boca do navio era pequena se comparada ao seu comprimento e que a amplitude das ondas geradas também era pequena se comparada ao comprimento. Isto permite a linearização da condição de contorno da superfície livre e uma solução em séries de potências crescentes em função da razão local entre a boca e o comprimento. A fórmula proposta por Michell é uma integral tripla onde o integrando é constituído a partir da nuvem de cotas do casco. A complexidade de tratar a fórmula manualmente e a ausência de aplicabilidade, uma vez que este tipo de casco não era comum, fez com que o modelo fosse abandonado e só voltasse a ser utilizado em 1923 quando Sir Thomas Havelock publicou explicitamente a utilização da fórmula de Michell. O trabalho de Michel foi ainda, segundo Tuck[8], alvo de injustas comparações por parte da imprensa. Tuck relata que foram feitas comparações com resultados experimentais duvidosos e comparações entre cascos diferentes. Tuck defende ainda que a falta de reconhecimento do trabalho de Michell fez com que o matemático australiano ficasse desiludido com a hidrodinâmica de navios e se desligado da área.

No mundo atual há uma crescente busca por velocidade e desempenho. Na arquitetura naval, esta busca resultou na utilização de embarcações de um ou mais cascos esbeltos. Segundo Gourlay[9] “Apesar da configuração de catamaran existir há muito tempo, somente no passado recente esse tipo de forma de casco teve um crescimento sem precedentes na indústria de transporte marítimo de alta velocidade. Um dos desafios de projeto que os arquitetos navais encaram é a estimativa com precisão das características hidrodinâmicas desse tipo de embarcação principalmente nas áreas de resistência, propulsão e comportamento no mar.”

O projeto de novos cascos com maior razão entre o comprimento e a boca fez com que o trabalho de Michell voltasse a ser utilizado com sucesso como ferramenta de projeto. Percival[4] e Noblesse[10] são os mais notados neste processo.

O rápido desenvolvimento do poder de processamento dos computadores tornou a utilização de códigos RANS mais viável, porém para as etapas de projeto iniciais esta ainda é uma ferramenta onerosa em tempo e custo[11].

A busca por um projeto ótimo requer que haja variações sistemáticas da forma do

casco, uma tarefa árdua e com uma parcela intuitiva quando feita manualmente[12]. O estado da arte na área é a utilização de programas de otimização que gerenciam programas de modelação e análise automaticamente[13]. Estes programas são utilizados em estágios avançados do projeto, quando o conceito da embarcação já está definido. Quando as análises são feitas através de métodos simples, utilizando teoria potencial para cálculo de resistência ao avanço por exemplo, há um ganho em tempo de busca da melhor síntese. Quanto mais rápida a metodologia mais cedo ela entra na etapa de projeto, pois o projetista necessita avaliar diversas configurações, e, uma vez que isto leve muito tempo, o bom processo de projeto torna-se inviável[14].

Para a análise do escoamento ao redor de cascos esbeltos, Gaillarde [14] mostrou ser possível prever com alguma precisão a elevação da superfície utilizando teoria potencial, inclusive na região da popa onde os efeitos viscosos tem grande influência no comportamento do escoamento. Este tipo de informação é fundamental nas etapas iniciais do projeto visto que é de suma importância o conhecimento da linha d'água dinâmica da embarcação, principalmente em cascos onde a popa se estende além da perpendicular de ré[15].

Em ambientes não automatizados (otimizadores) a modelação do casco é realizada em um ambiente virtual diferente do ambiente de análise de resistência ao avanço. Esta separação consome tempo e trabalho do projetista uma vez que perde-se tempo transferindo informações de um programa para outro.

2.2 O simulador *MATHSURF*

A ferramenta apresentada aqui, o simulador *MathSurf*, permite que o processo de modelação do casco ocorra simultaneamente com a simulação da resistência ao avanço. Entende-se por modelação o projeto de formas representáveis matematicamente enquanto a palavra simulação transmite a idéia de previsão de comportamento por aproximações matemáticas, omitindo características de menor importância[12]. A ferramenta realiza a modelação do casco utilizando superfícies NURB e a estimativa de resistência ao avanço é feita utilizando a teoria de cascos esbeltos e uma teoria similar ao arrasto de uma placa

plana. O simulador *MathSurf* foi implementado em linguagem orientada por regras, em particular, utilizando o programa MathematicaTM 7.0 da empresa Wolfram.

“Surface geometry is not the end goal of what the designer needs. [...] The analysis portion is just as important. [...] The synthesis model is based on the system approach. It embodies both geometry definitions and performance analysis concepts.” Dale E. Calkins (1989).

“A geometria da superfície não é o objetivo final do que um projetista precisa. [...] A parte da análise é tão importante quanto. [...] O modelo de síntese é baseado na aproximação sistêmica. Isso engloba definições geométricas e conceitos de análise de desempenho.” Dale E. Calkins (1989).

Segundo Harries[16] o acoplamento de modelação com simulação é conhecido como Computer Aided Engineering (CAE), e, enquanto no passado a modelação era a diretora do processo, a simulação está começando a decolar como tal. Isso permite um enorme ganho em tempo e custo de projeto.

O simulador *MathSurf* representa a geometria do casco através de uma superfície NURB onde o usuário altera a posição dos pontos de controle para obter a forma desejada. Cortes desta superfície podem ser visualizados em tempo real, permitindo assim uma melhor análise visual da forma. A resistência ao avanço é apresentada de maneira gráfica, velocidade versus resistência. O programa fornece ainda, em tempo real, uma tabela com as características hidrostáticas do casco que está sendo modelado.

Apesar de ser extremamente poderosa, a linguagem MathematicaTM é pouco utilizada em diversas áreas onde poderia ser vastamente explorada. A arquitetura naval se encontra neste grupo.

Para aumentar a participação no mercado, a Wolfram, desenvolvedora da linguagem, criou o MathematicaPlayerTM, um ambiente gratuito, obtido na Internet, que permite ao usuário processar códigos gerados no MathematicaTM transformando-os em programas executáveis. Assim, usuários que não possuem a licença do MathematicaTM podem aquilatar as capacidades da linguagem, experimentando os denominados “Demonstrations

Projects”. Estes são códigos de demonstração criados por usuários do MathematicaTM e expostos no sítio eletrônico da empresa Wolfram. Esta importante iniciativa foi fundamental no desenvolvimento da ferramenta, pois solucionou diversas dúvidas de programação e demonstrou que a ferramenta proposta aqui incorpora tecnologias inéditas a todos aqueles códigos previamente desenvolvidos.

Em suma, este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma ferramenta de projeto, bem como resultados obtidos no cálculo de características hidrostáticas e resistência ao avanço de cascos que são referência para este tipo de análise (casco Wigley[1]) além de uma comparação com resultados experimentais e obtidos utilizando CFD-RANS.

Capítulo 3

Metodologia utilizada no *MathSurf*

A ferramenta apresentada aqui, o *MathSurf*, foi desenvolvida na linguagem Wolfram MathematicaTM 7.0. A escolha desta versão da linguagem, última na ocasião do início da programação, se deu por esta incorporar rotinas de tratamento de superfícies NURB.

O simulador *MathSurf* consiste em uma única janela na qual o usuário visualiza a superfície do casco, o gráfico de resistência ao avanço e informações hidrostáticas importantes para o arquiteto naval que projeta um casco esbelto, como o volume deslocado, a posição do centro de flutuação, a área da linha d'água, a boca na linha d'água, o coeficiente de bloco, e o raio metacêntrico transversal entre outras. O usuário pode, na parte superior, escolher qual ponto da malha de controle deseja alterar e utilizar a área de manipulação para isto. Rapidamente o gráfico de resistência se altera, assim como as propriedades hidrostáticas. Há ainda a possibilidade da definição da resolução da malha que o código utiliza para discretizar o casco para realizar o cálculo das características hidrostáticas. Esta configuração existe para permitir o usuário adequar o código ao equipamento (computador) disponível. Uma malha com menos resolução exige menos poder de processamento, porém perde qualidade nos resultados, uma vez que as alterações de forma não são computadas com precisão. Para o cálculo da resistência ao avanço o programa utiliza sempre a resolução de 800 painéis. Tuck [8] utilizou 900 painéis para o cálculo de arrasto de um elipsóide de revolução e obteve resultados satisfatórios. O comportamento da estimativa de resistência ao avanço do *MathSurf* é apresentado no Capítulo 5.

O programa foi dividido em quatro partes:

- Modelagem da superfície;
- Cálculo das características hidrostáticas;
- Cálculo da resistência ao avanço;
- Manipulação dinâmica das variáveis.

Cada parte foi desenvolvida separadamente em um pequeno programa (*Notebook*) para finalmente serem unidas em um ambiente único que permite a manipulação dinâmica das variáveis.

3.1 Modelagem da superfície do casco

A representação matemática do casco de uma embarcação foi, durante séculos, feita através de cortes paralelos, conhecidos como linhas d'água (XY), planos do alto (XZ) e seções transversais (ZY). Mesmo com o desenvolvimento dos computadores esta metodologia continuou sendo utilizada. Somente em 1972 o engenheiro francês Pierre Bézier desenvolveu as superfícies paramétricas e as utilizou para projetar automóveis. A aplicação desse tipo de superfície para representação de cascos foi feita em 1984 por Andrew Mason [17] no desenvolvimento do programa *MacSurf*, que dez anos depois passou a ser comercializado com o nome de *Maxsurf*, sendo hoje uma referência nesse tipo de programa e utilizado por grande parte dos escritórios de arquitetura naval no mundo.

A modelagem de cascos utiliza um tipo particular das superfícies Bézier, estas são ditas NURBS (superfícies construídas com B-splines racionais e não uniformes) e são generalizações de curvas e superfícies B-Spline racionais e não racionais, e curvas e superfícies de Bézier não-racionais. Superfícies NURB permitem a modelação de formas livres e analíticas de maneira rápida, precisa e estável, e por isso são largamente utilizadas pela indústria naval, aeroespacial e automobilística, assim como diversas áreas de desenho industrial. Uma superfície NURB é expressa pelo produto tensorial de duas curvas NURB,

$$S(u, v) = \frac{\Delta_{ij} P_{ij}}{\Delta_{ij}}, \quad (3.1)$$

onde,

$$\Delta_{ij} = \sum_{i=0,nu} \sum_{j=0,nv} N_i^{Ku}(u) N_j^{Kv}(v) w_{ij}. \quad (3.2)$$

A primeira etapa na implementação do programa foi a entrada dos pontos de controle da superfície NURB. A ordem dos pontos é de suma importância para a definição da superfície. Optou-se por utilizar índices referentes às colunas e linhas, sendo estas no eixo longitudinal do casco (X) e aquelas no eixo vertical (Z).

A entrada de dados do casco inicial é feita através de um arquivo texto no qual cada linha representa as coordenadas X , Y , Z de um ponto da rede de controle. A sequência de pontos é dada, de maneira crescente, pelas linhas de controle. Em uma superfície com 5 linhas de controle, por exemplo, a primeira linha do arquivo é um ponto da primeira coluna assim como o ponto da sexta linha do arquivo de entrada. A linha de comando abaixo associa a lista de pontos a uma variável.

```
inputfile = ReadList["nurb.txt", Number];
(*arquivo texto com os pontos do casco, um ponto por linha.
Cada linha sendo X Y Z, separados por tabulação*)
```

A lista é quebrada em conjunto de três elementos referentes a X , Y , Z .

```
controlPoints = Partition[inputfile, 3];
(*divide a lista em conjuntos de pontos {x,y,z}*)
```

Apesar de ser um procedimento padrão representar o casco com cinco colunas de controle, essa variável pode ser alterada. Uma vez definido o número de colunas é feito a quebra da lista em conjuntos de linhas com tamanho igual ao valor desta variável.

```
rows = 5;
(*quantidade de colunas de controle da NURB*)

controlPoints = Partition[hullpoints, rows];
(*divide os conjuntos de pontos em linhas*)
```



Figura 3.1: Matriz de entrada de pontos da superfície NURB.

Uma das vantagens da modelagem do casco utilizando superfícies NURBS é a possibilidade de extrair as coordenadas de um ponto qualquer sobre a superfície de maneira rápida, precisa e estável. Esse é um grande avanço sobre a tecnologia passada[18], na qual o casco era representado através de cortes[19]. A obtenção de pontos na superfície é fundamental para execução dos cálculos hidrostáticos e hidrodinâmicos. O Mathematica™ 7.0 possui uma função embutida que retorna o valor do ponto de uma superfície dados os parâmetros normalizados da superfície [20].

Associando uma NURB a uma variável:

```
fhull=BSplineFunction[columns];
```

Solicitando o valor da variável para os parametros, 0, 0.9, respectivamente 0 por cento do comprimento e 90 por cento da altura :

```
fhull[0,0.9]
```

Fornece o ponto de coordenadas:

```
{0., 1.13, 0.459588}
```

Essa facilidade permitiu que fossem criadas funções específicas para cálculo de área da superfície, do volume entre a superfície e um plano paralelo ao de flutuação, de todas características hidrostáticas e da resistência ao avanço.

3.2 Ambiente de trabalho do simulador *MathSurf*

Desenvolver uma ferramenta como a proposta neste trabalho é uma tarefa árdua que necessita planejamento. Optou-se por separar cada seção do programa em pequenas rotinas (*Notebooks*) para união posterior. Com a segregação, cada função possui acervo de exemplos incluído nas pequenas rotinas (*Notebooks*), permitindo que, no futuro, fique claro o princípio de funcionamento da função ou rotina quando unida ao código completo.

A primeira etapa desenvolvida foi o estudo da entrada de dados da superfície NURB. Decidiu-se que a entrada das coordenadas dos pontos seria realizada através de um arquivo texto em que o usuário define um conjunto de pontos e os graus de flexibilidade da superfície em ambas as direções (linhas e colunas). Segundo Percival [4] um casco pode ser bem representado por 45 pontos de controle da superfície NURB, normalmente distribuídos em nove colunas com cinco pontos de controle cada.

O MathematicaTM possui uma função específica (*BSplineSurface*) que associa uma primitiva a um conjunto de pontos que define uma superfície NURB; essa primitiva é representada utilizando a função (*Graphics3D*). O MathematicaTM traz, implementado em sua função *Graphics3D*, recursos de interface com o usuário, como enquadramento (*pan*), aproximação e afastamento da imagem (*zoom*), modificação de cores e espessuras de linhas. Pré-programações como essa facilitam substancialmente o trabalho de programação da ferramenta.

O programa aqui exposto foi desenvolvido fazendo uso da função *Manipulate*. Essa função permite com poucas linhas de comando gerar, não mais um resultado estático mas um aplicativo que interage com usuário. O simulador *MathSurf* é composto por duas seções, uma onde são definidas as regras e outra onde o *Manipulate* é definido e executado. As regras são válidas em qualquer situação. Assim, apenas as informações que são atualizadas pelo usuário constam no *Manipulate*.

Para uma completa análise visual da geometria durante o processo de projeto, é preciso visualizar cortes da superfície. Tradicionalmente essa visualização é feita através da configuração da posição dos planos de corte. Na metodologia do simulador *MathSurf*, a possibilidade de mudar o plano de corte em tempo real reduz o tempo de projeto. A

ferramenta mostra, além da superfície NURB, um gráfico com a resistência ao avanço e uma pequena tabela com informações hidrostáticas. O gráfico de resistência ao avanço ajusta-se automaticamente em função do comprimento do casco, ou seja, o gráfico é apresentado em função do número de Froude do casco, variando de 0.05 a 0.5, pois este parece ser o limite da teoria de Michell, conforme resultados do Capítulo 5.

A manipulação dos pontos é feita através de três barras deslizantes, uma para cada eixo e uma lista (*drop-list*) onde o usuário seleciona o ponto que deseja movimentar.

Organizar a tela de trabalho da função *Manipulate* não é simples visto que o MathematicaTM não oferece recursos de manipulação gráfica para alocação espacial dos objetos, como ocorre em outras linguagens. No simulador *MathSurf* a organização do espaço de trabalho foi realizada através da criação de uma tabela (grade).

3.3 Cálculo de Área

O conhecimento da área da superfície do casco é de suma importância para o projetista naval. A rotina do cálculo de área é a rotina básica para o cálculo de outras propriedades geométricas. A função desenvolvida para a obtenção da área tem como princípio de funcionamento a divisão da superfície em diversos triângulos. Cada triângulo possui as coordenadas de seus vértices identificadas e a partir delas calcula-se a área utilizando a fórmula de Heron. O somatório das áreas dos triângulos resulta, obviamente, na área total da superfície.

O MathematicaTM processa a superfície NURB através de dois comandos:

- *BSplineSurface*: Representa graficamente uma superfície NURB definida por um conjunto de pontos X , Y , Z .
- *BSplineFunction*: Retorna o valor do ponto de uma superfície dado os parâmetros normalizados da superfície.

Sendo assim, para os cálculos somente o segundo comando é utilizado. Cabe à função *BSplineSurface* fazer a representação gráfica da superfície.



Figura 3.2: Tela de trabalho mostrando a superfície do casco e a curva de resistência ao avanço.

Primeiro criou-se uma regra associando a variável “funct” a função que calcula o ponto na superfície.

```
funct=BSplineFunction[controlPoints,SplineDegree->{4,3}]
```

Definiu-se um conjunto de pontos criados a partir de coordenadas normalizadas da superfície.

```
coordinates=Table[function[xi,eta],{xi,0,1,0.02},{eta,0,1,0.05}]
```

Utilizando um espaçamento de 0.05 obteve-se 51 e 21 coordenadas xi e eta respectivamente, resultando em 1071 pontos. O usuário pode alterar o espaçamento entre pontos e, conseqüentemente, a quantidade de coordenadas.

A visualização dos pontos da malha na superfície permite que o usuário avalie se a malha representa bem a geometria do casco:

```
surfacePoints=Map[Point,coordinates,{2}]
```

```
Graphics3D[{surface,surfacePoints},Boxed->False,Axes->True,
AxesLabel->{"X","Y","Z"}]
```

A malha pode ser representada através da sintaxe:

```
Show[Graphics3D[{Map[Point,coordinates],Red,Line[coordinates],
Blue,Line[Transpose[coordinates]]},Axes->True,
Boxed->False,AxesLabel->{"X","Y","Z"}]]
```

Reduziu-se o número de vértices das figuras que representam os quadriláteros da malha de modo que o leitor pudesse identificá-los facilmente. Os índices apresentados em cada vértices são referências à linha e à coluna de cada um.

```
coordinates=Table[function[xi,eta],{xi,0,1,0.1},{eta,0,1,0.2}]
```

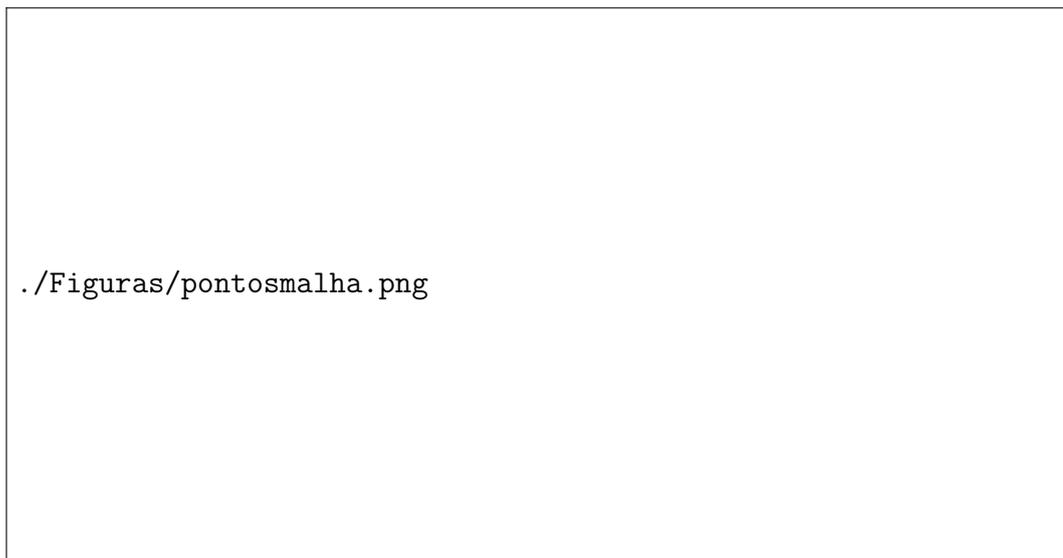


Figura 3.3: Superfície NURB do casco com pontos da malha.

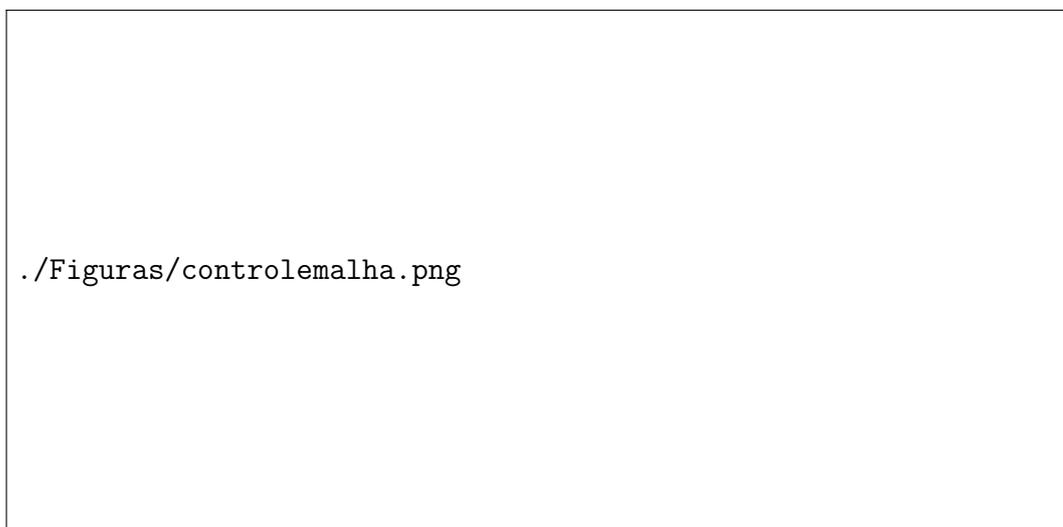


Figura 3.4: Malha de cálculo.

```
Show[Graphics3D[{Map[Point,coordinates],Red,Line[coordinates],Blue,
Line[Transpose[coordinates]]},Axes->True,Boxed->False, AxesLabel->
{"X","Y","Z"}]{imax,jmax}=Take[Dimensions[coordinates],2]
label=Table[Text[ToString[i]<>","<>ToString[j],
coordinates[[i,j]]{-.2,0,-.1}],{i,imax},{j,jmax}];
```

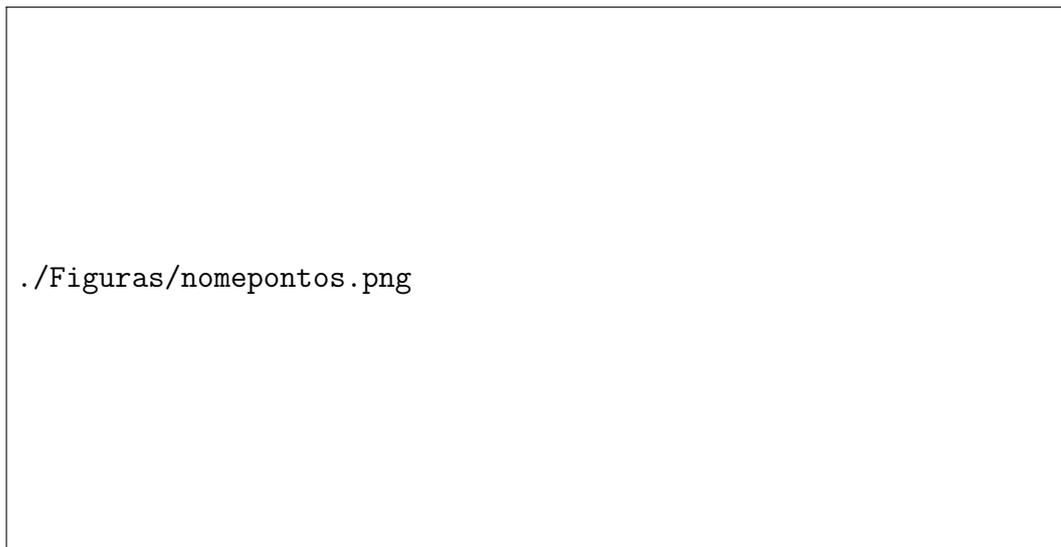


Figura 3.5: Identificação dos pontos da malha.

Uma vez identificados os pontos, foi feita a identificação de cada quadrilátero. Para isso, as legendas (*label*) de cada um dos seus quatro pontos precisam ser agrupadas em uma sub-lista.

```
quadrangle=Flatten[Table[{{i,j},{i+1,j},{i+1,j+1},{i,j+1}},
{i,1,imax-1},{j,1,jmax-1}],1]
```

Seccionados em sentido horário, os quadriláteros são transformados em dois triângulos.

```
triangles=Flatten[Map[{{#[[1]],#[[4]],#[[3]]},{#[[1]],#[[3]],#[[2]]}}
&,quadrangle],1]
```

Para o cálculo da área faz-se necessário conhecer as as coordenadas de cada triângulo, utilizando o seguinte comando:

```
trianglesCoords=Map[coordinates[[Sequence@@#]]&,triangles,{2}],7]
```

A fórmula de Heron permite o cálculo da área de um triângulo através do comprimento de cada lado,

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)s-b)s-c}, \quad (3.3)$$

onde a , b , e c são os comprimentos de cada lado e s é o semiperímetro.

A fórmula de Heron pode ser representada de maneira mais elegante utilizando o determinante de Cayley-Menger

$$-16\Delta^2 = \begin{pmatrix} 0 & a & b & c \\ a & 0 & b & c \\ b & c & 0 & a \\ c & b & a & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & c^2 & b^2 \\ 1 & c^2 & 0 & a^2 \\ 1 & b^2 & a^2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

```
heron[{p1_, p2_, p3_}] :=
Module[{A, s},
  A = Apply[EuclideanDistance, {{p1, p2}, {p2, p3}, {p3, p1}}, {1}];
  s = Plus @@ A/2; Sqrt[s Times @@ (s - A)]]
```

Aplicando-se a função ao conjunto de pontos obtém-se o a área de cada triângulo.

```
areas=Map[heron,trianglesCoords]
```

Somando-se todas as áreas obtém-se a área da superfície.

```
Plus@@areas.
```

3.4 Cálculo de Volume

O cálculo do volume, assim como todos os outros cálculos, utiliza a mesma metodologia da malha do procedimento para obtenção da área da superfície.

A metodologia de cálculo do volume entre cada triângulo da malha e um plano paralelo ao plano ZX consiste em dividir esse volume $(p_1, p_2, p_3, 1, 2, 3)$ em dois tetraedros e um prisma.

$$V_{(p_1, p_2, p_3, 1, 2, 3)} = V_{(1, 3, 2, 4)} + V_{(1, 3, 4, 5)} + V_{(1, 4, 5, p_1, p_2, p_3)} \quad (3.5)$$

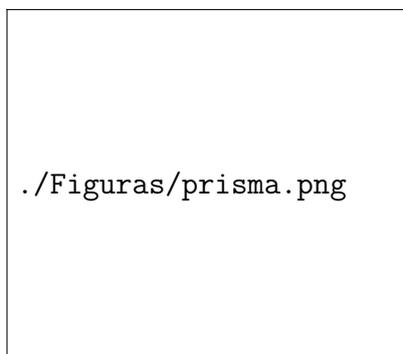


Figura 3.6: Volume entre o triangulo 123 e sua projeção: $p_1 p_2 p_3$.

O volume V de um tetraedro pode ser expresso por:

$$V_1 = \frac{1}{6} \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Substituindo x_4 e y_4 por x_2 e y_2 respectivamente, e subtraindo a coluna 4 e 3 obtém-se uma redução para o determinante de cálculo da área.

$$\begin{aligned} V_{(1, 2, 3, 4)} &= \frac{1}{6} \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 & 0 \\ y_1 & y_2 & y_3 & 0 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 - z_2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{z_2 - z_4}{6} \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_{p1} & x_{p2} & x_{p3} \\ y_{p1} & y_{p2} & y_{p3} \end{pmatrix} \\ &= \frac{z_2 - z_4}{6} 2A_p \end{aligned} \quad (3.7)$$

O mesmo pode ser feito para o cálculo de $V(1, 3, 4, 5)$

$$V_{(1, 3, 4, 5)} = \frac{z_3 - z_5}{6} 2A_p \quad (3.8)$$

O volume do prisma $V(1, 4, 5, p_1, p_2, p_3)$ é, desde que $z_1 = z_4 = z_5$, igual a :

$$V_{(1,4,5,p_1,p_2,p_3)} = z_1 A_p \quad (3.9)$$

Assim temos:

$$\begin{aligned} V_{(p_1,p_2,p_3,1,2,3)} &= \frac{z_2 - z_4}{6} A_p + \frac{z_3 - z_5}{6} A_p + z_1 A_p \\ &= \frac{z_1 + z_2 + z_3}{3} A_p \end{aligned} \quad (3.10)$$

ou seja, o volume entre um triângulo da malha e sua projeção em um plano é igual a área da projeção multiplicada pela média de z_1 , z_2 e z_3 .

A função que retorna cada volume da malha é similar à função de cálculo de área, porém é preciso definir o plano de referência para cálculo.

```
BSplineVolume[controlPnts_, step1_, step2_, opts___] :=
Module[{surface, func, coords, imax, jmax, quadrangle, triangles, triangCoords},
surface=BSplineSurface[controlPnts, opts];
func=BSplineFunction[controlPnts, opts];
coords=Table[func[x, y], {x, 0, 1, step1}, {y, 0, 1, step2}];
{imax, jmax}=Take[Dimensions[coords], 2]-1;
quadrangle=Flatten[Table[{{i, j}, {i+1, j}, {i+1, j+1}, {i, j+1}}, {i, 1, imax},
{j, 1, jmax}], 1]; triangles=Flatten[Map[{{#[[1]], #[[4]], #[[3]]}, {#[[1]],
#[[3]], #[[2]]}} &, quadrangle], 1]; triangCoords=Map[coords[[Sequence@@#]]
&, triangles, {2}]]
```

Para definição do plano, primeiro encontra-se o valor mínimo de Z , ou seja, o ponto mais baixo na superfície:

```
minZ=Min[Map[Last, Flatten[triangCoords, 1]]]
```

A projeção de um ponto (x_p, y_p, z_p) em um plano paralelo a x_{0y} em z_m é $(x_p, y_p, \min Z)$. Logo a projeção de todas as coordenadas de todos os triângulos em um plano x_{0y} em $z = \min Z$ resulta:

```
Short [triangCoordsOnPlane=Map[{-#[[1]],#[[2]],minZ}&,triangCoords,{2}],2]
```

A área dos triangulos projetados é:

```
areas=Map[heron,triangCoordsOnPlane]
```

Para calcular o volume basta então conhecer as médias das alturas dos vértices:

```
meanZ=Map[Mean,Map[Last,triangCoords-triangCoordsOnPlane,{2}]]
```

O volume é então:

```
areas.meanZ
```

3.5 Cálculo das demais características hidrostáticas

O casco de embarcação é uma superfície tridimensional complexa que precisa ser avaliada quanto ao comportamento como corpo flutuante. Estas avaliações são feitas pela análise das características hidrostáticas da superfície. Tais características podem ser dimensionais como comprimento, boca, calado, área, volume deslocado, etc, ou adimensionais na forma de coeficientes, C_b , C_p etc. O simulador *MathSurf* apresenta as características hidrostáticas mais relevantes aos arquitetos navais quando se projeta um casco esbelto.

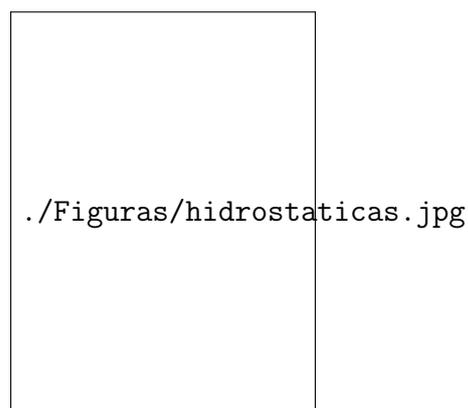


Figura 3.7: Tabela de características hidrostáticas exposta no MathSurf.

Os pontos da superfície são capturados da mesma maneira exposta na função *BSplineVolume*. As coordenadas de interesse são as que possuem a cota $Z \leq 0$. A seleção desses pontos é feita através do código :

```
coords1 = Partition[Flatten[Map[If[#[[3]] > 0, {}, #] &, coords, {2}]], 3];
```

É necessário também que os pontos da curva gerada pela interseção do plano de flutuação com o casco sejam conhecidos, pois diversas características hidrostáticas do casco são propriedades geométricas desta curva, chamada linha d'água. Esses pontos são obtidos através da condição:

```
coordslwl = Partition[Flatten[Map[If[-depth/(2000*step) < #[[3]] <
depth/(2000*step), #, {}] &, coords, {2}]], 3];
```

Note que a condição se aplica a todos os pontos da superfície e que é função do passo definido na obtenção das coordenadas da superfície. Desta maneira apenas os pontos com $Z = 0$ são selecionados.

As características hidrostáticas calculadas pelo simulador *MathSurf* são:

Tabela 3.1: Características hidrostáticas calculadas.

Loa	Comprimento total do casco
Beam	Boca máxima (largura máxima do casco)
Depht	Calado (profundidade máxima do casco)
Bwl	Boca da linha d'água
Lwl	comprimento da linha d'água
Awl	Área da linha d'água
Lcf	Centro longitudinal de flutuação
Volume	Volume deslocado pelo casco
BMt	Raio metacêntrico transversal
Cb	Coefficiente de Bloco
Cwl	Coefficiente de Linha d'água

As quais são calculadas através dos códigos :

```

loa = Max[Map[First, Flatten[coords, 1]]]-Min[Map[First,
Flatten[coords, 1]]];
beam=2*Max[Flatten[coords,1][[All,2]]];
depth = -Min[Map[Last, Flatten[coords, 1]]];
coordslwl =Partition[Flatten[Map[If[-depth/(2000*step)<#[[3]]<
depth/(2000*step),#{},{}]&,coords,{2}]],3];
bWL=N[2*Max[Table[coordslwl[[i]][[2]],{i,1,Length[coordslwl]}]],3];
lWL=Max[Map[First, Flatten[coords, 1]]]-
Min[Map[First, Flatten[coords, 1]]];

```

A área da linha d'água é calculada por :

$$Awl = \int_0^{Loa} y dx \quad (3.11)$$

onde Y é a boca do casco no ponto em questão.

Ocorre que o espaçamento (em X) não é uniforme. Deste modo foi desenvolvida uma função para fazer a integração de duas listas, uma com as cotas em X e outra com os valores de Y. A função de integração utiliza o método dos trapézios :

```

IntLists[x_List, f_List] :=
Map[-Subtract @@ # &, Partition[x, 2, 1]].Map[Plus @@ #/2 &,
Partition[f, 2, 1]]

```

$$Lcf = \frac{\int_0^{Loa} xy dx}{Awl} \quad (3.12)$$

Desta maneira é possível calcular a área da linha d'água e o centro de flutuação:

```

aWL=2*IntLists[coordslwl[[All,1]],coordslwl[[All,2]]];
lcf=IntListsMom[coordslwl[[All,1]],coordslwl[[All,2]]]/(aWL/2);

```

O raio metacêntrico transversal é expresso por :

$$BMt = \frac{\int_0^{Bwl/2} \int_0^{Loa} y^2 dx dy}{\nabla} \quad (3.13)$$

A integração dupla para espaçamentos aleatórios também precisou de uma função específica:

```
IntLists2Mom[x_List, f_List] :=
  Map[-Subtract @@ # &,
    Partition[x, 2, 1]].(Map[Plus @@ #/2 &, Partition[x, 2, 1]]*
    Map[Plus @@ #/2 &, Partition[f, 2, 1]]^2)
```

O raio metacêntrico é calculado através do código:

```
BMt=-1*IntLists2Mom[coordslw1[[All,2]],coordslw1[[All,1]]]/volume;
```

O coeficiente de bloco é expresso por :

$$C_b = \frac{\nabla}{L * B * T} \quad (3.14)$$

onde ∇ é o volume deslocado pelo casco, L o comprimento, B a boca e T o calado.

Capítulo 4

Resistência ao avanço

Para o cálculo de resistência ao avanço (arrasto), o simulador *MathSurf* utiliza uma modelagem simples, segundo a qual a energia dissipada pelo corpo é decomposta em duas componentes: a de atrito da superfície do corpo com o fluido e a energia de formação de ondas. Foi Froude quem propôs essa decomposição ao perceber que as duas parcelas resultantes da energia dissipada pelo corpo não obedeciam às mesmas leis. No *MathSurf*, calcula-se a primeira parcela a partir de uma expressão, proposta por Toki[21] com referência ao trabalho de Grigson[22] o qual baseia-se na linha de correlação modelo-protótipo do ITTC e no trabalho sobre resistência de uma placa plana em escoamentos turbulentos de Schlichting[23]. A segunda parcela é calculada considerando o trabalho de Michell e Havelock. Milgram[24] obteve sucesso ao calcular a resistência de atrito em cascos de veleiros esbeltos valendo-se da mesma teoria apresentada neste trabalho. Milgram frisa ainda que o modelo é preciso o suficiente para as primeiras etapas de projeto.

A força de resistência ao avanço (D) de um casco movendo-se com velocidade constante, em águas profundas e calmas, pode ser expressa por,

$$D = \frac{\rho U^2 S C_t}{2}, \quad (4.1)$$

onde S é a superfície molhada do casco, ρ é a massa específica do fluido e C_t o coeficiente adimensional de resistência total.

A decomposição da força de arrasto é modelada no cálculo do coeficiente de resistência através de,

$$C_t = C_w + (1 + k)C_f, \quad (4.2)$$

onde C_w é calculado através da teoria de Michell⁷, exposta a seguir, C_f através da linha de atrito de Toki^[21], e K é o fator de forma.

4.1 Cálculo do Coeficiente de Atrito, C_f .

A resistência de atrito é a grande parcela da resistência total dos cascos, sendo importante também em embarcações mais rápidas, nas quais a resistência de ondas é expressiva. William Froude foi o primeiro a tentar estimar essa resistência. Ao realizar diversos experimentos utilizando placas planas de comprimentos diferentes em velocidades variadas, Froude chegou a uma relação do tipo:

$$R = fSV^n, \quad (4.3)$$

porém essa relação não teve muita valia prática.

Blasius^[5], em 1908, conseguiu com sucesso obter uma solução para pequenos números de Reynolds, ou seja, escoamentos laminares. Tampouco essa relação teve utilidade prática no projeto de navios, visto que quase não há escoamento laminar ao redor de um casco; ela, no entanto, gerou informações importantes para os avanços nos anos seguintes.

Em 1932 foi criado o *International Conference of Ship Tank Superintendents (ICSTS)* com o objetivo de propôr normas aos ensaios de modelos, reunindo assim os resultados e criando uma solução para o problema da estimativa da resistência de navios através da resistência de modelos. Três anos mais tarde, em 1935, o ICSTS adotou a metodologia de Froude para extrapolação dos resultados dos modelos como padrão a ser seguido.

Hughes^[5], em 1954, publicou uma série de experimentos com flutuantes e placas planas cobrindo uma grande variedade de razões de aspecto e número de Reynolds. Hughes propôs a relação

$$c_f = \frac{0,066}{(\log R_n - 2,03)^2}. \quad (4.4)$$

Na conferência de 1957, em Madrid, o *International Towing Tanking Conference (ITTC)*, publicou uma revisão da expressão de Hughes, sendo ela utilizada até hoje para a extrapolação de resultados do modelo para o protótipo,

$$c_f = \frac{0,075}{(\log R_n - 2,00)^2}. \quad (4.5)$$

Somente em 1977, Granville [5] mostrou que a linha de correlação do ITTC poderia ser utilizada como uma linha de resistência de atrito para placas planas em escoamentos turbulentos.

Em 1978 o ITTC publicou que a utilização de um fator de forma, k , permite que seja aplicada a expressão de relação modelo-protótipo para o cálculo da resistência de atrito de um navio.

Existem diversas expressões para estimar o arrasto de uma placa plana em regime turbulento, sendo a linha de Schlichting-Prandtl[23] uma boa referência.

Estudos recentes representam com mais precisão os valores de arrasto para uma placa plana em regime turbulento em uma larga faixa de número de Reynolds. Tais trabalhos utilizam a teoria de camada limite unida a recentes resultados experimentais. Toki[21] publicou, em 2005, uma aproximação para o arrasto de placa plana em regime turbulento baseada no trabalho de Grigson[22], e Katsui[25].

$$c_f = \frac{0.0066577}{(\log R_n - 4.3762)(0.042612 \log R_n + 0.56725)} \quad (4.6)$$

As expressões são semelhantes conforme se verifica na figura 3.1:

Cascos não são superfícies planas e por isso a utilização de expressões de arrasto de placas planas para estimativa de arrasto de um casco esbelto, sem variações bruscas das linhas de corrente, necessita de um coeficiente de correção. Este coeficiente é conhecido como fator de forma.

A definição do fator de forma é feita a partir de resultados experimentais com o modelo a baixas velocidades, um ensaio em águas abertas com um propulsor e um ensaio autopropelido. Ocorre que experimentos a baixas velocidades produzem forças pequenas



Figura 4.1: Coeficiente de atrito em função do número de Reynolds.

o que torna o nível de incerteza no processo elevado. O fator de forma aplicado neste trabalho, utilizado também por Percival[4] para o estudo de cascos esbeltos, corresponde à expressão ajustada de resultados publicados no PNA[5],

$$k = 0,6\sqrt{\frac{\nabla}{L^3}} + 9\frac{\nabla}{L^3}, \quad (4.7)$$

onde ∇ é o deslocamento do casco e L o comprimento da linha d'água.

4.2 Resistência de onda

Existem diversas maneiras de estimar a resistência de ondas de um casco. Atribui-se a Kelvin os primeiros trabalhos sobre a formação de ondas a partir do movimento de um navio. Kelvin considerou, em 1887, um simples ponto de pressão viajando na superfície da água produzindo ondas que se combinavam gerando um padrão característico. Esse padrão consistia em dois sistemas de ondas: transversais (que seguiam o ponto) e divergentes (emitidas pelo ponto).

Conforme dito anteriormente, para obter a componente contrária ao movimento, este trabalho baseia-se na teoria de Michell[7]. Esse método foi desenvolvido por Michell em 1898 para um casco esbelto movendo-se por um fluido não viscoso. Entende-se como esbelto um casco que possui não só a boca mas também o calado muito menor que o comprimento.

A teoria de Michell tem algumas restrições, sendo elas:

- O fluido deve ser invíscito e o escoamento irrotacional, definindo desta maneira um potencial de velocidade ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -U, \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad (4.9)$$

que precisa obedecer as seguintes condições de contorno:

- Em todos os pontos da superfície do casco a velocidade normal deve ser zero (impenetrabilidade).
- A pressão em qualquer ponto da superfície livre deve ser igual à atmosférica.
- O casco deve ser esbelto. Deste modo a distância da superfície ao plano diametral é pequena se comparada ao comprimento.
- A embarcação é fixa, não apresenta guinada(*yaw*), compasso(*trim*), banda (*heel*) ou afundamento(*sinkage*).

A teoria de cascos esbeltos consiste na distribuição de funções de onda no plano diametral do casco, ou seja, na projeção do casco em $Y = 0$. As funções de onda possuem intensidade igual a taxa da distribuição de boca ($\frac{dy}{dx}$) da superfície do casco.

Michell considera que em todo o casco a inclinação do plano tangente a qualquer ponto da superfície é pequena em relação ao plano diametral. Para Michell os pontos singulares próximos à meia-nau e ao fundo da embarcação pouco interferiam na formação de ondas

e na resistência ao avanço, visto que as ondas são geradas próximas à proa e à popa da embarcação.

Pressupor que o escoamento seja irrotacional e o fluido não viscoso impede a consideração da turbulência ao redor do casco. Michell desprezou as consequências dessa simplificação uma vez que a geometria virtual de um casco esbelto é pouco alterada.

4.3 O Trabalho de Michell

Considerando o plano diametral, $y = 0$, e a superfície livre não perturbada como $z = 0$, o eixo Ox sendo na direção do movimento do navio e Oz orientado positivamente para baixo, pode-se supor que o navio está parado e a água movimenta-se para trás com velocidade uniforme e igual a v , desconsiderando a perturbação da superfície. O movimento é admitido como constante e o potencial de velocidade dado por : $-v_x + \phi$. Se a inclinação entre a superfície do navio e o plano $y = 0$ é pequena em qualquer ponto, ϕ também é pequeno e portanto seus quadrados podem ser desconsiderados em relação à primeira potência. Na superfície da água considera-se ζ a depressão em (x, y) abaixo do nível médio. Logo:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = -v \frac{\partial \zeta}{\partial x} \quad (4.10)$$

é a condição cinemática da superfície e,

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}q^2 - g\zeta = \text{const}, \quad (4.11)$$

a equação de pressão onde :

$$q^2 = \left(-v + \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2 = v^2 - 2v \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4.12)$$

resulta em

$$v \frac{\partial \phi}{\partial x} + g\zeta = 0. \quad (4.13)$$

Substituindo:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{v_2}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \dots \quad (4.14)$$

Considerando que o casco é simétrico em relação ao plano $y = 0$, temos $\partial \phi = \partial y = 0$ quando $y = 0$, exceto sobre o navio, onde, se h é a meia-boca em (x, z) :

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = -v \frac{\eta}{x} = -vf(x, z). \quad (4.15)$$

Considerando a solução de ϕ para a parte onde y é positivo e respeitando as condições de contorno : $z = 0, z = h, y = 0$, a solução típica será:

$$a \cos(n(z - h)) \cos(mx_\alpha) \cos(py + \beta) \quad (4.16)$$

onde $m^2 + n^2 + p^2 = 0$ e, m deve ser real uma vez que a água se estende de $x = -\infty$ a $x = \infty$; n e p podem ser reais ou imaginários, mas se p é imaginário ($= ip'$) o último fator, $\cos(py + \beta)$, a forma $e^{-p'y}$.

Este termo satisfaz as condições de contorno:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad z = h. \quad (4.17)$$

E também satisfaz a equação 4.14 se

$$n \tan(nh) = \frac{-v^2 m^2}{g}. \quad (4.18)$$

Esta equação possui um número infinito de soluções reais e uma única raiz imaginária que é responsável pela resistência de geração de ondas. Esta raiz imaginária é expressa por:

$$n' \tan(n'h) = \frac{-v^2 m^2}{g}, \quad n = n'. \quad (4.19)$$

É interessante frisar que a teoria de Michell adota águas infinitamente profundas, e que a expressão equivalente para águas de profundidade restrita só foi exposta trinta e oito anos depois.

Para obter o potencial de velocidades e de pressão no plano $y = 0$, representando o casco linearizado, Michell utilizou uma transformada (série) de Fourier e obteve:

$$R = \frac{4\rho g^2}{\pi U^2} \int_1^\infty (I^2 + J^2) \frac{\lambda^2 d\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}}, \quad (4.20)$$

$$I = \int \int_H \eta_x(x, z) e^{\frac{\lambda^2 gz}{U^2}} \cos\left(\frac{\lambda gz}{U^2}\right) dx dz, \quad (4.21)$$

$$J = \int \int_H \eta_x(x, z) e^{\frac{\lambda^2 gz}{U^2}} \sin\left(\frac{\lambda gz}{U^2}\right) dx dz. \quad (4.22)$$

Essa é a equação de Michell, a qual segundo Tuck[8], deve ter assustado os projetistas da época por se tratar de uma integral tripla. A primeira etapa para calcular I e J utilizando uma integral dupla, da projeção de H (meia-boca) no plano diametral, e a segunda integrando uma função com os quadrados dessas variáveis (I e J) em função de λ . A fórmula de Michell permite o cálculo da resistência de ondas através da entrada da geometria do casco $\eta(x, z)$. Essa teoria é muito similar à teoria de asas finas (*nonlifting*) em aerodinâmica, mas, esta é mais simples visto que não há superfície livre. A teoria de asas finas levou vinte anos a mais para ser apresentada e não faz qualquer referência ao trabalho de Michell.

Apesar de ter sido desdenhada à época de sua publicação, a teoria de Michell é hoje vastamente utilizada em projeto preliminar de cascos esbeltos. Com o advento dos computadores o cálculo da integral tripla de Michell passou a ser feito em segundos. Percival [4] constatou que o cálculo de resistência de ondas para uma velocidade em um computador de 1 GHz leva menos de um segundo para ser processado.

A teoria de cascos esbeltos em sua forma original, utilizada neste trabalho, prevê que o casco possua o espelho de popa fora da água, ou seja, as cotas Y da proa e da popa precisam ser iguais a zero. Leo[26] e Tuck[8] propõe um termo aditivo à fórmula de Michell para considerar o arrasto devido ao produto da pressão pela área molhada do espelho de popa.

O MathematicaTM é uma linguagem de programação por regras e por isso traz grandes ganhos na realização de cálculos uma vez que os valores numéricos são substituídos após

o desenvolvimento analítico, ganhando-se precisão.

4.4 Implementando a resistência de onda

Implementar a fórmula de Michell foi certamente a parte mais difícil deste trabalho. A integral de Michell é uma função bastante oscilatória para baixos números de Froude, isto requer técnicas de integração rebuscadas como a quadratura de Filon. Felizmente o Mathematica possui uma função própria (*NIntegrate*) que analisa o integrando e opta pela melhor maneira de integração, isentando o usuário de definir o método de integração.

Para o cálculo da resistência é preciso primeiro calcular as equações 4.21,4.22, para só então calcular 4.20. O primeiro passo para calcular a resistência de ondas é o cálculo de $\eta_x(x, z)$, a taxa de variação da distribuição de boca do casco, $\frac{dy}{dx}$.

Para esse cálculo é preciso que se aumente o comprimento da lista repetindo o penúltimo elemento ($n-1$) e colocando-o como último absoluto ($n+1$). Deste modo a lista de $\eta_x(x, z)$ contém o mesmo número de elementos que a lista de Y .

```
dcoords = Append[Table[{coords1[[i]][[1]], (coords1[[i]][[2]] -
coords1[[i + 1]][[2]])/(coords1[[i]][[1]] - coords1[[i + 1]][[1]]),
coords1[[i]][[3]]}, {i, 1, Length[coords1] - 1}],
{coords1[[Length[coords1]][[1]], (coords1[[Length[coords1]][[2]]
-coords1[[Length[coords1] - 1]][[2]])/(coords1[[Length[coords1]][[1]] -
coords1[[Length[coords1] - 1]][[1]]), coords1[[Length[coords1]][[3]]}];
```

Este não é o código mais eficiente para este cálculo, mas a diferença de tempo de processamento é desprezível.

As funções do integrando utilizam as coordenadas X , Z e $\eta_x(x, z)$; sendo assim, a lista *dcoords* originou três novas listas:

```
{crdsX, crdsY, crdsZ} = Transpose[dcoords]
```

As equações 4.21 e 4.22 são similares, sendo a única diferença a substituição da função *Sen* por *Cos*. Sendo assim, somente o código para o cálculo de 4.21 será expresso.

Definiu-se uma variável para o integrando:

```
IcoordX = Partition[Table[crdsY[[i]]*Exp[(t^2)*g*crdsZ[[i]]/veloc^2]*
Cos[t*g*crdsX[[i]]/veloc^2],{i, 1,Length[crdY}}], (1/step1) + 1];
```

Para então fazer a integração em X utilizando a função `IntLists` (descrita na seção 2.5 deste texto):

```
Ituckarea = Table[IntLists[coordXpart[[i]],IcoordX[[i]]],
{i,1,Length[IcoordX}}];
```

A integração em Z ocorre de maneira semelhante. A lista de coordenadas Z é dividida em sublistas com número de elementos inversamente proporcional ao passo definido para obtenção das coordenadas do casco.

```
crdZpart = Partition[crdsZ, (1/step1) + 1];
```

A integração ocorre em uma linha de comando:

```
Ituck = IntLists[Map[First, crdZpart], Ituckarea];
```

O cálculo da resistência de onda é feito através da função `NIntegrate`:

```
Rtuck = ((4*\[Rho]*g^2)/(Pi*veloc^2))*NIntegrate[((Ituck)^2 +
(Jtuck)^2)*(t^2)/(Sqrt[t^2 - 1]), {t, 1, 500},
MaxRecursion -> 100, PrecisionGoal -> 12]]
```

Este último comando é responsável por 98 por cento do tempo de processamento da função `WaveResistance`.

Capítulo 5

Simulação em CFD

A riqueza de escalas em escoamentos turbulentos, e, em particular, seus diminutos valores nas escalas de dissipação fazem da simulação direta uma estratégia proibitiva. Nos procedimentos mais utilizados, os campos do escoamento sob investigação são decompostos em partes médias e partes flutuantes. Resulta que as equações de Navier-Stokes são reduzidas a um novo conjunto de equações onde a contribuição dos efeitos turbulentos aparece em um termo isolado comumente chamado de tensor de Reynolds. Isso necessariamente incorpora novas incógnitas ao problema – que acoplam os campos médios e os turbulentos – que devem ser modeladas por equações complementares.

Em um procedimento rigoroso, as equações de Navier-Stokes (ENS) podem ser novamente manipuladas algébricamente para se obter equações de transporte para cada um dos termos do tensor de Reynolds. Entretanto, por serem as ENS não lineares, nessas equações sempre surgirão novos termos desconhecidos correspondentes aos momentos de ordem superior. Isso leva a um processo recursivo que precisa ser interrompido em algum momento pela introdução de relações ditas de “fechamento”. Relações que visam tornar o sistemas de equações de governo determinado, isto é, com um número idêntico de equações e incógnitas.

Por serem mais robustos e relativamente universais, os modelos de turbulência mais difundidos atualmente são aqueles baseados nas equações médias de Reynolds.

5.1 Média do escoamento turbulento

Em sua forma original, as equações de Navier-Stokes, para fluidos newtonianos, podem ser escritas da seguinte forma, em notação indicial:

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_j} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{2}{3} \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (5.1)$$

Utilizando a mesma notação acima, a equação da continuidade assume a forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.2)$$

Ao aplicar o processo de média nas equações de Navier-Stokes, utiliza-se uma integração em um intervalo de tempo t longo o suficiente para que as flutuações instantâneas do escoamento possam ser desprezadas, mas curto o suficiente para que as quantidades médias do escoamento não variem apreciavelmente. Quando variações temporais do escoamento, não associadas à turbulência, ocorrem ao longo de escalas de tempo muito maiores do que as referentes às maiores estruturas, é conveniente separar os componentes de velocidade U_i em uma direção x_i , bem como outras quantidades, em uma soma de um componente médio com um componente flutuante. Assim, para a velocidade, temos:

$$U_i = u_i + u'_i; \quad (5.3)$$

para uma quantidade escalar Φ qualquer:

$$\Phi_i = \phi_i + \phi'_i \quad (5.4)$$

onde u_i e ϕ_i são as quantidades médias, definidas como:

$$u_i = \frac{1}{t} \int_{t_0+t/2}^{t_0-t/2} U_i dt \quad (5.5)$$

e

$$\phi_i = \frac{1}{t} \int_{t_0+t/2}^{t_0-t/2} \Phi_i dt \quad (5.6)$$

para um t_0 qualquer.

5.1.1 Equação de transporte da quantidade de movimento

Utilizando as propriedades do operador média de Reynolds, podemos encontrar equações para o transporte da quantidade de movimento através da substituição da equação 5.3 na equação de Navier-Stokes 5.1, obtendo a equação:

$$\frac{\partial \bar{\rho} u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial \bar{\rho} u_i}{\partial x_j} = \bar{\rho} f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \quad (5.7)$$

onde

$$\frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} = -\overline{\rho' \frac{\partial u_i'}{\partial t}} + \overline{\bar{\rho} u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} + \overline{u_j \rho' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} + \overline{\rho' u_j' \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} + \overline{\rho' u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} \quad (5.8)$$

E a equação da continuidade é reescrita como:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} u_j + \overline{\rho' u_j'}) = 0 \quad (5.9)$$

A tensão τ_{ij} agrupa todos os termos que envolvem flutuações, ou seja, agrupa os termos originados devido à turbulência do escoamento. Primeiramente introduzidos por Reynolds, eles definem os elementos do tensor de tensões “aparentes” ou “turbulentas”, que ficou conhecido por suas origens como o tensor de Reynolds.

Combinando as equações 5.8 e 5.9, obtemos:

$$\frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} = - \left[\frac{\partial}{\partial t} \overline{\rho' u_i'} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\bar{\rho} u_i' u_j'} + \overline{u_i \rho' u_j'} + \overline{u_j \rho' u_i'} + \overline{\rho' u_i' u_j'}) \right] \quad (5.10)$$

A equação 5.7 é conhecida como a equação de Reynolds e difere da equação 5.1 apenas pelo termo adicional τ_{ji} .

Todas as quantidades envolvidas nas equações acima podem apresentar flutuações decorrentes do escoamento. Considerando que as flutuações de massa específica e viscosidade sejam suficientemente pequenas para que seus efeitos sobre a turbulência possam ser desprezados e, que o escoamento é incompressível. Assim, as equações da continuidade, de Navier-Stokes e de Reynolds, respectivamente, assumem a forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad (5.12)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (5.13)$$

onde $\rho = \bar{\rho}$, e $\nu = \mu / \rho$.

5.1.2 Equações de transporte de quantidades escalares

O transporte de uma quantidade escalar Φ , de uma forma semelhante ao transporte da quantidade de movimento, pode ser escrito através de uma equação da forma:

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \Phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) + S_\Phi, \quad (5.14)$$

onde Γ quantifica a difusividade de Φ e S_Φ representa eventuais fontes ou sumidouros, além de qualquer outro termo que não se encaixe na estrutura dos outros termos. Aplicando o operador média à equação 5.14 e considerando o escoamento incompressível, temos:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} - \overline{u'_j \phi} \right) + \overline{S_\phi}, \quad (5.15)$$

onde $\gamma = \Gamma / \rho$. O termo $\overline{u'_j \phi}$ é uma correlação que envolve flutuações turbulentas e precisa ser modelado.

As equações de transporte da energia cinética turbulenta e das tensões de Reynolds são muito importantes são exemplos de equações de transporte importantes, e são as bases dos principais modelos de turbulência que serão abordadas mais a diante.

5.2 Modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta

A hipótese de viscosidade turbulenta, proposta por Boussinesq em 1877, considera que os fluxos de quantidade de movimento e de escalares se processem de forma análoga. Tomando um escoamento unidirecional ao longo de uma placa plana infinita, Boussinesq propôs que a contribuição da turbulência na transferência de quantidade de movimento poderia ser modelada por

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (5.16)$$

onde u' e v' são flutuações associadas às componentes de velocidade U e V , paralela e normal à superfície, respectivamente, e y é a direção normal à superfície da placa. Ao contrário da viscosidade molecular ν , a viscosidade turbulenta ν_t não é uma propriedade do fluido, mas do escoamento, devendo, portanto, embutir em sua formulação parâmetros que caracterizem adequadamente a turbulência.

Nos últimos anos, a hipótese de Boussinesq, em uma forma generalizada proposta, em 1942, por Kolmogorov[27], tem sido um dos métodos mais utilizados nas simulações numéricas de escoamentos turbulentos. O tensor de Reynolds, generalizado por Kolmogorov[27], tem a seguinte formulação:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa, \quad (5.17)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker e κ é a energia cinética turbulenta. Introduzindo esta relação na equação 5.13, resulta:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3} \kappa \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (5.18)$$

Modelos seguindo essa hipótese modelam ν_t utilizando desde simples relações algébricas, como o modelo do comprimento de mistura de até mesmo equações diferenciais.

5.2.1 Modelo a uma Equação

Uma simples análise dimensional mostra que a viscosidade turbulenta pode ser expressa o produto de uma velocidade por um comprimento característicos:

$$\nu_t \sim u_c L_c \quad (5.19)$$

Podemos introduzir em ν_t um pouco mais de informação física do escoamento considerando a energia cinética turbulenta no cálculo da velocidade característica u_c . Sendo a energia cinética turbulenta definida como $\kappa = \overline{u'_i u'_i} / 2$, u_c pode ser escrito como

$$u_c = \kappa^{1/2} \quad (5.20)$$

A equação de transporte de κ pode ser obtida diretamente por uma manipulação algébrica da equação de Navier-Stokes (5.1), multiplicando-a por u_i e em seguida tomando a média da equação resultante.

Após algumas operações obtemos:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + C_\kappa = D_\kappa + P_\kappa + \epsilon \quad (5.21)$$

onde

$$C_\kappa = u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j},$$

$$D_\kappa = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{u'_j \left(\kappa + \frac{p}{\rho} \right)} - \nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right],$$

$$P_\kappa = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

e

$$\epsilon = -\nu \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2}.$$

Na Equação 5.21, os termos do lado esquerdo e o último termo de D_κ denotam, respectivamente, a taxa de variação local, o transporte convectivo e o transporte difusivo molecular de κ e não necessitam ser modelados. Os primeiros dois termos de D_κ são associados ao transporte difusivo turbulento e são, portanto, modelados pela idéia do conceito de viscosidade turbulenta:

$$-\overline{u'_j \left(\kappa + \frac{p}{\rho} \right)} \sim \gamma_\kappa \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \quad (5.22)$$

A difusividade γ_κ é determinada pela analogia de Reynolds, que assume ser a difusividade de qualquer propriedade dos escoamento proporcional à difusividade da quantidade de movimento. Assim:

$$\gamma_\kappa \sim \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \quad (5.23)$$

O número de Prandtl turbulento σ_κ para o transporte de κ é geralmente tomado como igual a 1. O termo P_κ , geralmente chamado de termo de produção, representa a taxa de transferência de energia do escoamento médio para o mecanismo de turbulência. Em modelos baseados na hipótese da viscosidade turbulenta, o tensor $\overline{u'_i u'_j}$ na equação de P_κ é aproximado utilizando a hipótese generalizada de Boussinesq (5.17).

O último termo, ϵ , é interpretado como sendo a taxa de dissipação viscosa de κ . Neste caso, a hipótese de equilíbrio local e a observação experimental, que relacionam a dissipação de energia dos grandes vórtices ($\sim \kappa$) com suas escalas de tempo ($\sim L/\kappa^{1/2}$), produzem a seguinte estimativa para ϵ :

$$\epsilon \sim \frac{\kappa^{3/2}}{L_\epsilon} \quad (5.24)$$

Com essas aproximações, podemos escrever o modelo a uma equação como:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\kappa^{3/2}}{L_\epsilon} \quad (5.25)$$

A viscosidade turbulenta é obtida de uma relação proposta independentemente por Kolmogorov[27] e Prandtl[28]:

$$\nu_t = c_\mu \kappa^{1/2} L_\mu \quad (5.26)$$

onde c_μ é uma constante adimensional empírica e vale 0,09 e L_μ é uma escala de comprimento.

Para que se possa resolver a equação 5.25, faz-se necessário encontrar expressões tanto para L_ϵ como para L_μ . Assumindo a condição de equilíbrio local, temos que $\epsilon = P_\kappa$. Assim, a partir de 5.21, temos:

$$\epsilon = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5.27)$$

Combinando as equações 5.27 e 5.24:

$$L_\epsilon = \frac{\kappa^{3/2}}{-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \quad (5.28)$$

Para modelar L_ϵ na camada limite, supomos que o perfil de velocidade é logarítmico, como previsto pela lei de parede clássica:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y) + A \quad (5.29)$$

onde u é a componente de velocidade paralela à parede, y é a coordenada espacial perpendicular à parede, $\kappa = 0,41$ é a constante de von Kárman e A é uma constante igual a 5 (parede lisa). Além disso, o termo $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ é denominado velocidade de atrito e τ_w é o valor da tensão na parede.

Introduzindo esta relação na equação de L_ϵ (5.28), e lembrando que na região próxima à parede a tensão local $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ é praticamente igual à tensão na parede τ_w , obtemos:

$$L_\epsilon = -\frac{\kappa^{3/2}}{(\overline{u'_i u'_j})^{3/2}} \kappa y \quad (5.30)$$

Para a maior parte da camada limite, verifica-se que o coeficiente estrutural $-\overline{u'_i u'_j}/\kappa = 0,3$ se aplica. Logo,

$$L_\epsilon = 2,44y \quad (5.31)$$

A escala de comprimento L_μ é geralmente considerada igual a L_ϵ . No entanto, para a região muito próxima à parede, onde a viscosidade molecular ν é comparável ou maior que a viscosidade turbulenta ν_t , a inclusão de funções de amortecimento (equações 5.32 e 5.33) torna-se necessária:

$$L_\epsilon = 2,44y[1 - \exp(-A_D y^*)] \quad (5.32)$$

$$L_\epsilon = 2,44y[1 - \exp(-A_\mu y^*)] \quad (5.33)$$

onde A_D e A_μ são constantes empíricas respectivamente iguais a 0,235 e 0,016 e y^* representa um número de Reynolds local que indica a intensidade da turbulência e é definido

como $y^* = y\kappa^{1/2}/\nu$.

Para escoamentos livres, L_ϵ é em geral definido como

$$L_\epsilon = c\delta \quad (5.34)$$

onde $0,4 < c < 1$, dependendo do tipo de escoamento, e δ é a espessura da camada limite.

Na prática, observa-se que o modelo a uma equação prevê razoavelmente bem escoamentos em dutos, a hipótese de um perfil puramente logarítmico na região de camada limite é inadequada para a previsão de vários tipos de escoamento.

5.2.2 Modelos a Duas Equações

Modelos a duas equações surgiram para superar as limitações e a forte dependência de dados experimentais do modelo a uma equação. A idéia básica desses modelos é formular duas equações de transporte, ao invés de uma, para assim obter modelos mais gerais e com menor dependência de dados empíricos. Estes modelos são chamados *completos*, ou seja, podem ser usados para prever as propriedades de um dado escoamento turbulento sem conhecimento *a priori* da estrutura da turbulência. De fato, estes são os mais simples modelos completos de turbulência.

Atualmente, o modelo que equaciona a energia cinética turbulenta κ e sua dissipação ϵ , ou modelo $\kappa - \epsilon$, é o que tem recebido maior atenção.

Modelo $\kappa - \epsilon$

O modelo $\kappa - \epsilon$ hoje em dia está implementado na maioria dos códigos de CFD e é considerado o modelo padrão em simulações industriais. O modelo tem se mostrado numericamente estável e robusto, sendo utilizado na maioria das aplicações de propósitos gerais, demonstrando uma boa relação entre acurácia e robustez.

Na formulação do modelo $\kappa - \epsilon$, a idéia é obter a equação exata para ϵ , além da equação para κ , e encontrar aproximações adequadas para o seu fechamento. Pode-se obter uma equação para ϵ através de uma manipulação da equação de Navier-Stokes, que, após um longo algebrismo, toma a forma:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = D_\epsilon + P_\epsilon + d_\epsilon \quad (5.35)$$

onde P_ϵ , D_ϵ e d_ϵ , de uma forma análoga à modelagem de κ , são chamados de difusão, produção e destruição de ϵ , respectivamente. Freire *et al*[29] expõe diversas manipulações e simplificações para estes termos, de modo que a formulação do modelo $\kappa - \epsilon$ para altos números de Reynolds se dá por:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \epsilon \quad (5.36)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\kappa} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{\kappa} \quad (5.37)$$

onde

$$\nu_t = c_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon} \quad (5.38)$$

e as constantes do modelo assumem os seguintes valores: $c_\mu = 0,09$, $c_{\epsilon 1} = 1,44$, $c_{\epsilon 2} = 1,92$, $\sigma_\kappa = 1$ e $\sigma_\epsilon = 1,3$.

Modelo κ - ϵ para baixos números de Reynolds

Em regiões junto a superfícies sólidas, onde $y^+ = u_\tau y / \nu < 30$, o transporte difusivo molecular não pode ser desprezado e portanto deve ser incluído em todas as equações de transporte. Praticamente todos os modelos a duas equações utilizam alguma correção, em função de um número de Reynolds relacionado à turbulência, para melhorar a capacidade de previsão do modelo.

Considera-se que os efeitos viscosos começam a ser importantes quando

$$Re_t = \frac{\kappa^2}{\nu \epsilon} < 100. \quad (5.39)$$

Em regiões próximas a paredes sólidas, a condição de não deslizamento implica que κ tende a zero e $\epsilon \neq 0$ enquanto y tende a zero, sendo y a distância à parede. Então, nessas regiões, Re_t tende a zero. Sabemos que

$$\epsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j}\right)^2} \quad (5.40)$$

Portanto, para a dissipação na parede, ϵ_w , a seguinte condição ocorre:

$$\epsilon_w = \nu \left[\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial y}\right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial y}\right)^2} \right] = 2\nu \left(\frac{\partial \kappa^{1/2}}{\partial y}\right)^2, \quad (5.41)$$

onde u' e w' são as duas componentes das flutuações de velocidade perpendiculares à parede.

Da equação acima podemos inferir que ϵ em $y = 0$ é diferente de zero. No entanto, é conveniente definir uma nova dissipação tal que seu valor na parede seja identicamente nulo:

$$\tilde{\epsilon} = \epsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \kappa^{1/2}}{\partial y}\right)^2 \quad (5.42)$$

O primeiro modelo $\kappa - \epsilon$ para baixos números de Reynolds adota $\tilde{\epsilon}$ ao invés de ϵ com o objetivo de simplificar a condição de contorno de ϵ na parede. Além disso, foi adicionado na equação de dissipação um termo fonte igual a

$$2\nu\nu_t \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j}\right) \quad (5.43)$$

com o objetivo de melhorar a previsão do perfil de energia cinética turbulenta próximo à parede.

A versão final do modelo tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \tilde{\epsilon} - 2\nu \left(\frac{\partial \kappa^{1/2}}{\partial x_i}\right)^2 \quad (5.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_j} \right] + f_{1c\epsilon 1} \frac{\tilde{\epsilon}}{\kappa} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ & - f_{2c\epsilon 2} \frac{\tilde{\epsilon}^2}{\kappa} + 2\nu\nu_t \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j}\right) \end{aligned} \quad (5.45)$$

com a viscosidade turbulenta sendo calculada através de

$$\nu_t = f_\mu c_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon}. \quad (5.46)$$

As funções f_1 , f_2 e f_μ são funções introduzidas para corrigir o modelo em regiões do escoamento onde os efeitos viscosos são expressivos:

$$f_1 = 1, 0,$$

$$f_2 = 1, 0 - 0, 3 \exp(-Re_t^2)$$

e

$$f_\mu = \exp[-3, 4/(1, 0 + Re_t/50)^2].$$

Deficiências e limitações do modelo $\kappa - \epsilon$

Embora seja um modelo robusto e possa ser aplicado em escoamentos em geral, o modelo $\kappa - \epsilon$ possui deficiências significativas.

Escoamentos que possuem linhas de corrente curvas são um exemplo onde o modelo $\kappa - \epsilon$ falha. Bradshaw [30] mostrou que mesmo taxas de deformação pequenas, associadas a curvaturas suaves das linhas de corrente, acarretam um efeito pronunciado sobre as tensões de Reynolds. Resumidamente, pode-se dizer que as força centrífuga reduz a turbulência sobre superfícies convexas e aumenta sua produção sobre superfícies côncavas.

Mais recentemente, Muck et al.[31], em 1985, analisaram em detalhes os efeitos de curvaturas convexas e côncavas sobre camadas limite e concluíram que eles são totalmente diferentes entre si, mesmo qualitativamente. Uma das diferenças apontadas por eles é que a estrutura da turbulência é muito mais sensível à curvatura de superfícies côncavas do que convexas. Por conta disso, foi sugerido que modificações nos modelos de turbulência para contabilizar esse efeito deveriam ser implementados de forma distinta para os dois tipos de curvatura. Sugerem ainda que para prever os efeitos de curvatura mencionados, os modelos baseados na hipótese de viscosidade turbulenta deveriam adotar uma relação do tipo:

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \alpha \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (5.47)$$

onde $8 < \alpha < 15$, dependendo da curvatura da superfície.

Quando um escoamento próximo a uma parede está sujeito a um gradiente adverso de pressão, este é desacelerado junto à superfície até o repouso para então separar-se. As informações disponíveis sobre este tipo de escoamento tem se originado quase que exclusivamente de trabalhos experimentais e muito pouco de abordagens teóricas. Apesar da grande importância tecnológica e do grande esforço envolvido na investigação desse fenômeno, o entendimento do fenômeno de separação de escoamentos permanece ainda um grande desafio.

Concluindo, pode-se dizer que o modelo $\kappa - \epsilon$ é falho na previsão de escoamentos afastados da condição de equilíbrio local. Esta deficiência é séria o suficiente para que o modelo seja usado com cautela na previsão de escoamentos complexos. Basicamente, os erros no modelo $\kappa - \epsilon$ originam-se pelo uso de uma relação entre tensões turbulentas e taxas de deformação do escoamento médio análoga à usada para o caso laminar e também à pouca fundamentação física da equação de transporte de ϵ , para a qual nenhuma das correções propostas até o momento fornece uma generalidade suficiente.

Capítulo 6

Resultados

A metodologia de cálculo utilizada na ferramenta proposta é tradicional. É preciso porém que o desempenho do programa seja avaliado tanto em tempo de processamento quanto em qualidade dos resultados obtidos. Para avaliar o tempo de processamento, foi feita uma comparação com outra tecnologia – CFD-RANS – que devido à complexidade das equações requer maior tempo computacional, oferecendo, teoricamente, resultados que retratam o fenômeno físico com maior fidelidade.

Em um primeiro instante, foram feitas investigações sobre a resposta do simulador e diversos níveis de refinamento da malha de cálculo, definindo-se, dessa maneira, o valor mínimo do espaçamento da malha para obtenção de valores confiáveis no cálculo de área, volume e características hidrostáticas. Posteriormente, calculou-se a resistência ao avanço para um casco referência, o casco Wigley[1]. Os resultados obtidos nesta etapa foram comparados com dados experimentais publicados por Millward e Bevan[2] e resultados gerados através da técnica de CFD-RANS.

6.1 Sensibilidade do simulador *MathSurf*

Com a finalidade de reduzir o tempo de processamento, o simulador *MathSurf* considera somente metade do casco da embarcação, sendo a divisão no plano de simetria $Y = 0$.

A análise do valor calculado da área da superfície do casco para cada resolução de malha mostra que um intervalo de 0.05 gera resultados precisos.

O mesmo pode ser constatado no cálculo do volume deslocado para cada intervalo da malha:

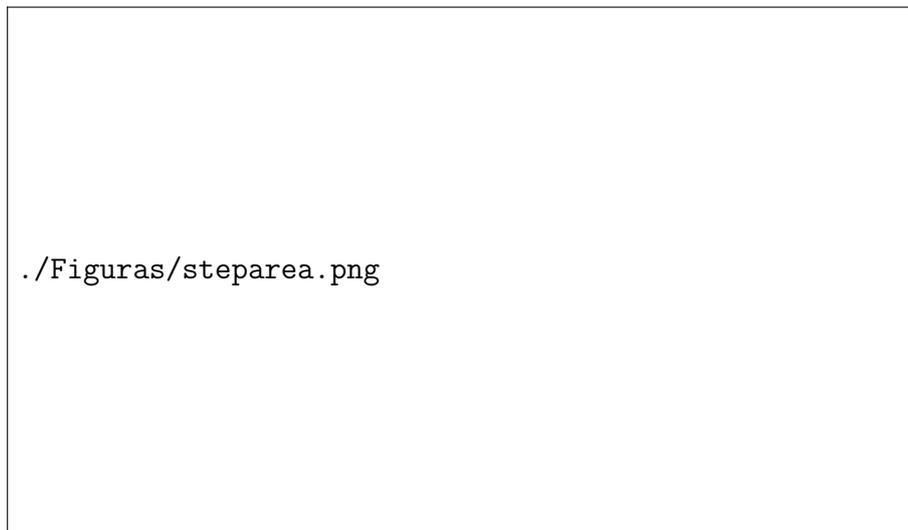


Figura 6.1: Valor da área do casco para cada resolução de malha.

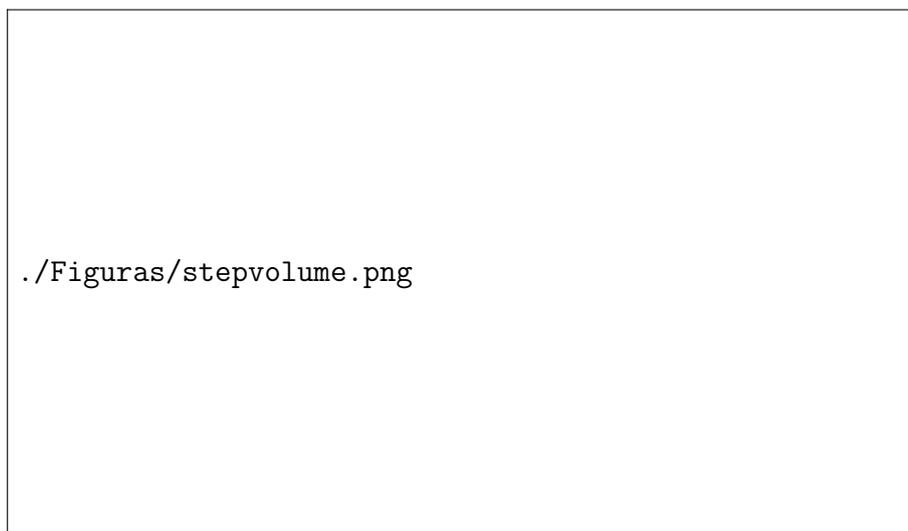


Figura 6.2: Valor do volume calculado para cada resolução de malha.

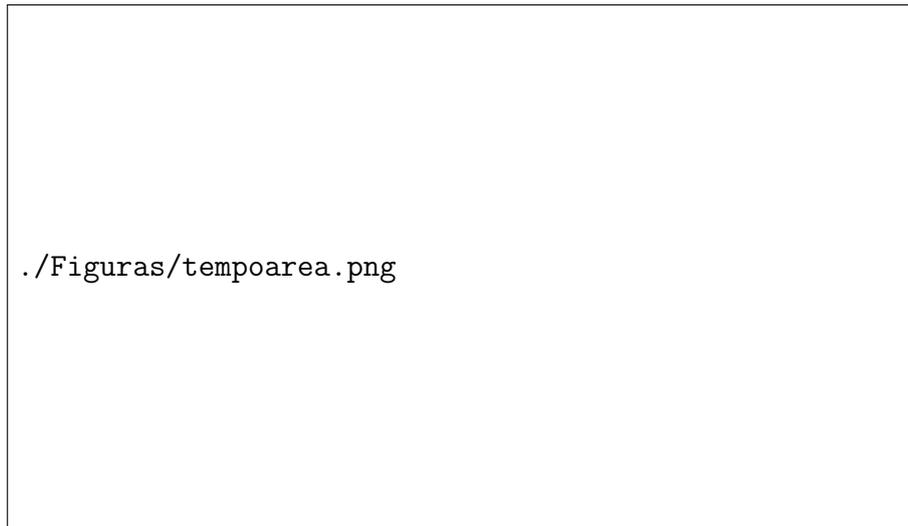


Figura 6.3: Tempo de processamento do cálculo de área para cada resolução de malha.

O tempo de processamento para o cálculo do volume deslocado em função da resolução da malha é mostrado na Figura 6.4.

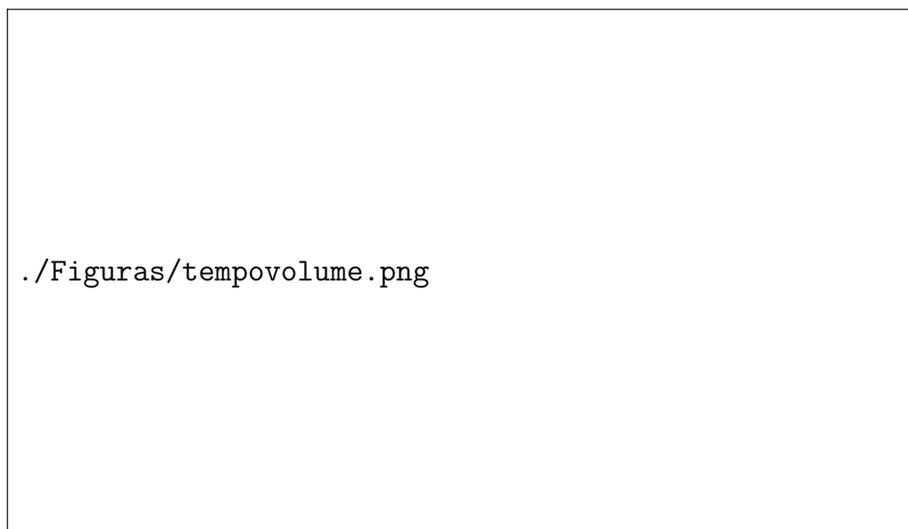


Figura 6.4: Tempo de processamento do cálculo de volume.

6.2 Resultados experimentais

Realizar experimentos hidrodinâmicos em embarcações ou modelos reduzidos de embarcações requer infra-estrutura e aparato técnico especializados não disponíveis no Brasil.

Uma vez que a proposta do presente trabalho é desenvolver uma ferramenta de projeto, utilizou-se dados da literatura para uma validação dos resultados obtidos.

Tradicionalmente utiliza-se cascos Wigley[1] para validação de teorias de estimativa da resistência ao avanço. Cascos Wigley[1] são representados matematicamente por expressões simples definindo perfis parabólicos. Essa simplificação permite que métodos analíticos (como a integral de Michell) sejam utilizados com facilidade.

Os resultados[2] utilizados neste trabalho foram obtidos no tanque de provas número dois do *National Maritime Institute*, Liverpool, Inglaterra. O tanque possui 195 m de comprimento, 6,1 m de largura e mais da metade do comprimento com 2,7 m de profundidade, sendo o restante regulável entre zero e 0,6 m. Só foram considerados os resultados da região profunda do tanque de provas.

O casco utilizado nos ensaios é um casco Wigley[1] definido pela equação :

$$n(x, z) = (1 - x^2)(1 - z^2) \quad (6.1)$$

As dimensões do modelo do ensaio foram:

Tabela 6.1: Dimensões do casco de Millward e Bevan[2].

Comprimento	1,905 m
Boca	0,238 m
Calado	0,096 m
Área	0,507 m ²

O trabalho de Millward e Bevan[2] consiste na análise da variação da resistência ao avanço em águas profundas e rasas e a comparação com um método simplificado de resistência ao avanço. O modelo do ensaio foi fixado a dois sensores de deformação (*strain-gage*) de modo que a resistência poderia ser medida mas o modelo não possuía liberdade de afundamento (*heave*) nem de compasso (*trim*). As medições cobrem uma faixa de número de Froude de 0,2 a 1,0.

Os dados experimentais foram corrigidos para temperatura da água e estimuladores de turbulência para dar a resistência total medida. Millward e Bevan[2] calculam a resistência de atrito utilizando a fórmula do ITTC para a área molhada estática. Desta maneira, eles

separam a resistência de atrito e a resistência residual. Neste trabalho, a resistência de atrito do modelo de Millward e Bevan[2] foi calculada utilizando a mesma metodologia do simulador *MathSurf*. A captação da variação da resistência entre as regiões rasa e profunda do tanque indica que o ensaio possui qualidade nas medições.

Somente os resultados nas regiões de águas profundas foram considerados neste trabalho.



Figura 6.5: Resultados experimentais de resistência ao avanço obtidos por Millward e Bevan[2]

6.3 O simulador *Michlet*

O simulador *MathSurf* não é a única ferramenta computacional que utiliza a teoria de Michell para estimar a resistência ao avanço. Lauzasca[26] e Tuck desenvolveram o *Michlet*, um programa gratuito que calcula a resistência ao avanço utilizando a formulação do ITTC e a teoria de Michell com algumas melhorias como amortecimento de ondas

devido a turbulência e uma opção para considerar cascos com espelho de popa a qual é possível desde que seja feita uma integração por partes da equação 4.20. A função de amortecimento de ondas foi desativada na simulação. Com o intuito de verificar os resultados gerados pelo *MathSurf* foi analisado o casco de Millward e Bevan[2] no *Michlet*. Lauzasca[26] garante a precisão de seis casa decimais no cálculo da integral de Michell.



Figura 6.6: Coeficientes de resistência de onda do casco de Millward e Bevan2.

6.4 Simulação por Dinâmica de Fluidos Computacional

A solução numérica das equações promediadas de Navier-Stokes com fechamento turbulento permite que se obtenha as características de escoamentos complexos. Utilizou-se esta técnica para calcular o escoamento ao redor do casco de Milward e Bevan[2] e assim comparar os resultados da interação do casco com o escoamento aos resultados obtidos através do simulador *MathSurf* e os dados experimentais de Millward e Bevan[2]. Para resolver as equações promediadas de Navier-Stokes foi utilizado o pacote comercial Ansys-

CFX. Considerou-se que o tempo não era um fator determinante no comportamento do escoamento. Assim, a simulação se deu em estado estacionário.

6.4.1 Ambiente de simulação

A geometria do domínio de simulação assemelha-se a um tanque de provas. Foi definido um paralelogramo com dimensões em função do comprimento do casco. O escoamento entra no domínio através da superfície frontal (*inlet*) com velocidade uniforme.

O casco de Millward e Bevan foi modelado no simulador *MathSurf* e exportado em formato NURB, padrão em computação gráfica tridimensional. O pacote comercial Ansys-CFX reconhece a superfície NURB, deste modo o casco foi inserido no domínio de simulação. Para economia de esforço computacional, foi considerado simetria no plano ZX , similarmente ao *MathSurf*.

O posicionamento do casco no domínio é de suma importância para os resultados. É preciso que haja malha suficiente a montante e a jusante do casco para que os efeitos de pressão e difusão sejam capturados antes do final do domínio. Sendo a esteira a região que necessita maior volume para representação dos efeitos hidrodinâmicos, o casco foi posicionado mais próximo a entrada do escoamento, conforme mostrado na figura [6.7].

6.4.2 Malha

Optou-se por construir uma malha estruturada. Este tipo de malha permite um menor tempo de processamento e um número menor de elementos. As dimensões do domínio foram definidas em função das dimensões do casco; este domínio foi proposto por Alho e Pederassi[34].

As características específicas da malha são mostradas na tabela e na figura a seguir.

- Elementos hexaédricos: 770k
- Elementos quadriédricos: 57k
- Elementos na superfície do casco: 5,2k
- Razão de aspecto mínima: 0,05

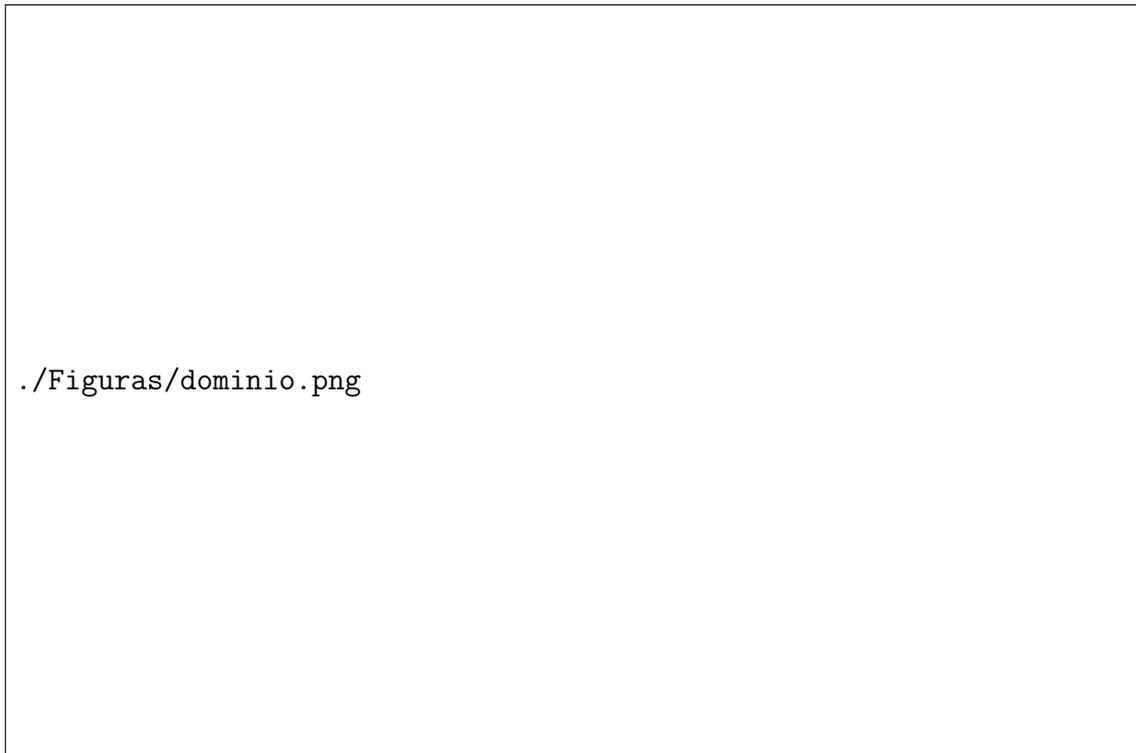


Figura 6.7: Dominio da simulação em CFD.

6.4.3 Solução próxima à parede

A qualidade da solução da simulação numérica próxima à parede pode ser avaliada através do valor de y^+ , o qual é definido como :

$$y^+ = \frac{u_\tau y}{\nu}. \quad (6.2)$$

onde $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ é denominada a velocidade de atrito e τ_w é o valor da tensão cisalhante na parede.

A figura [6.9] mostra os valores de y^+ na superfície do casco. Os valores obtidos são demasiadamente elevados, mostrando que o problema não foi suficientemente refinado próximo à parede. A figura[6.10] mostra que há concordância entre os valores do coeficiente de atrito obtidos na simulação e através da expressão de Toki. Este fato não garante que os valores da força de atrito sejam corretos mas indicam que mesmo com y^+ muito alto os resultados são coerentes.

Percebe-se na figura [6.10] que há uma considerável concordância entre os valores

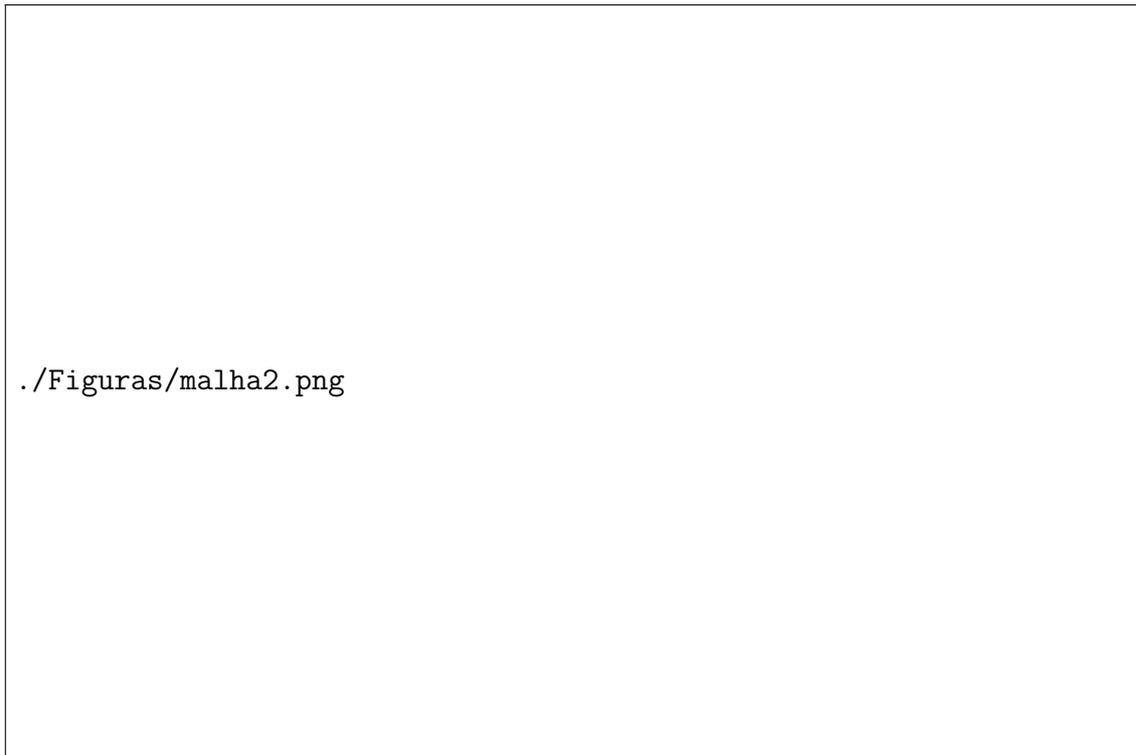


Figura 6.8: Malha da simulação em CFD.

obtidos via CFD e através da equação de Toki.

6.4.4 Elevação da superfície Livre

A solução completa do escoamento no domínio da simulação permite que o mesmo seja avaliado de diversas maneiras. Uma informação importante para o projetista e interessante de ser representada é a elevação da superfície livre. A visualização das ondas geradas pelo casco permite avaliar se há significado físico no resultado da simulação. A figura [6.11] apresenta o contorno da elevação da superfície livre. Percebe-se que as ondas são geradas na região de proa e popa da embarcação, o que concorda com o fenômeno físico.

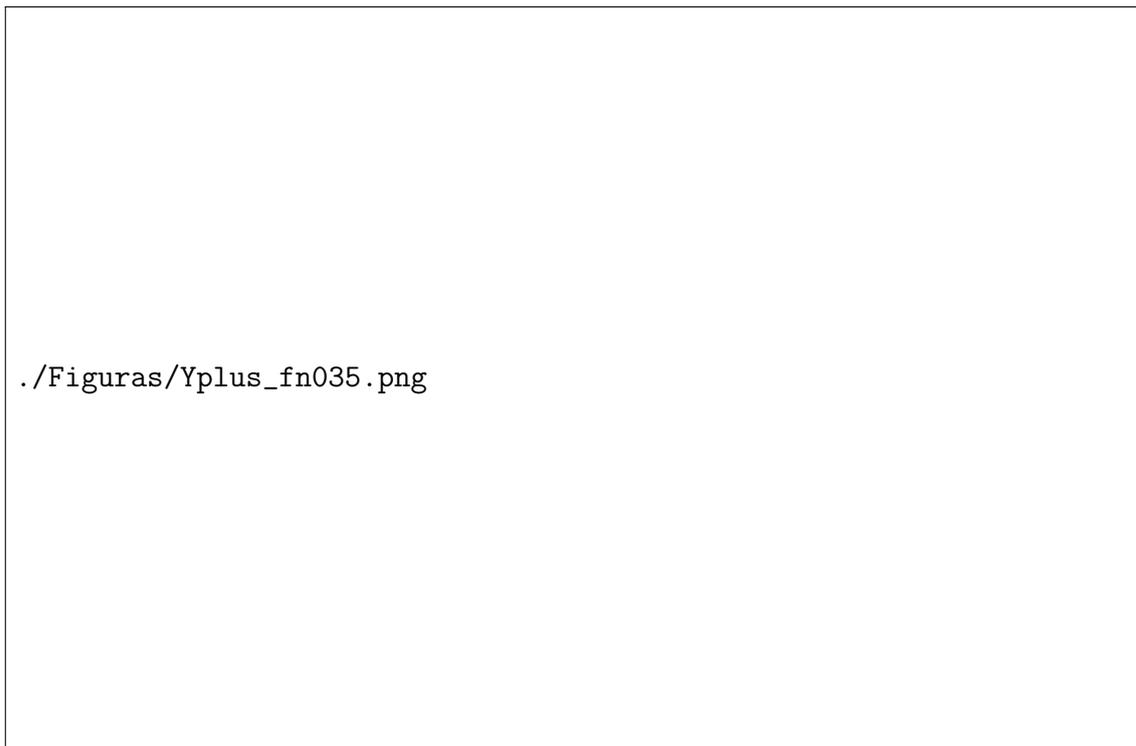


Figura 6.9: Valores de $y+$ na superfície do casco.

6.5 Comparativo

Obter no simulador *MathSurf* a estimativa de resistência ao avanço do casco utilizado por Millward e Bevan[2] nos ensaios experimentais é simples uma vez que se conheça os pontos de controle da NURBS que gera uma superfície igual a do casco de Millward. O casco em questão é uma superfície de perfil parabólico com projeção retangular no plano diametral; sendo assim uma BSplineSurface do segundo grau é capaz de representar a geometria com apenas 3 colunas e 3 linhas de pontos de controle.

A posição do segundo ponto da segunda coluna é a variável principal deste problema. Utilizando o simulador *MathSurf* variou-se a cota y deste ponto até que a boca do barco fosse igual a boca do casco de Millward e Bevan. As maiores diferenças entre os pontos gerados pela equação do casco de Millward e Bevan e os pontos obtidos da NURB foram da ordem de 10^{-4} .

A decomposição da força de resistência ao avanço em duas é uma tarefa complexa em experimentos apesar de ser simples em uma estimativa numérica. Os dados do artigo de

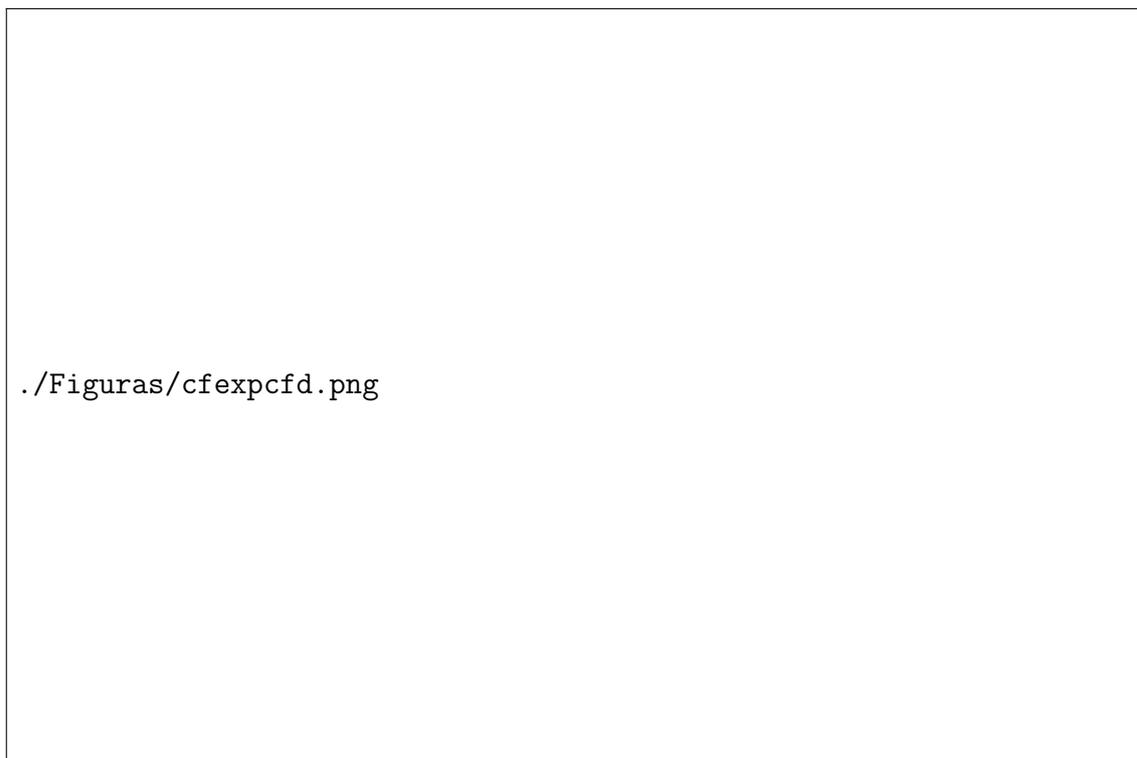


Figura 6.10: Coeficientes de resistência de atrito experimentais e obtidos via CFD.

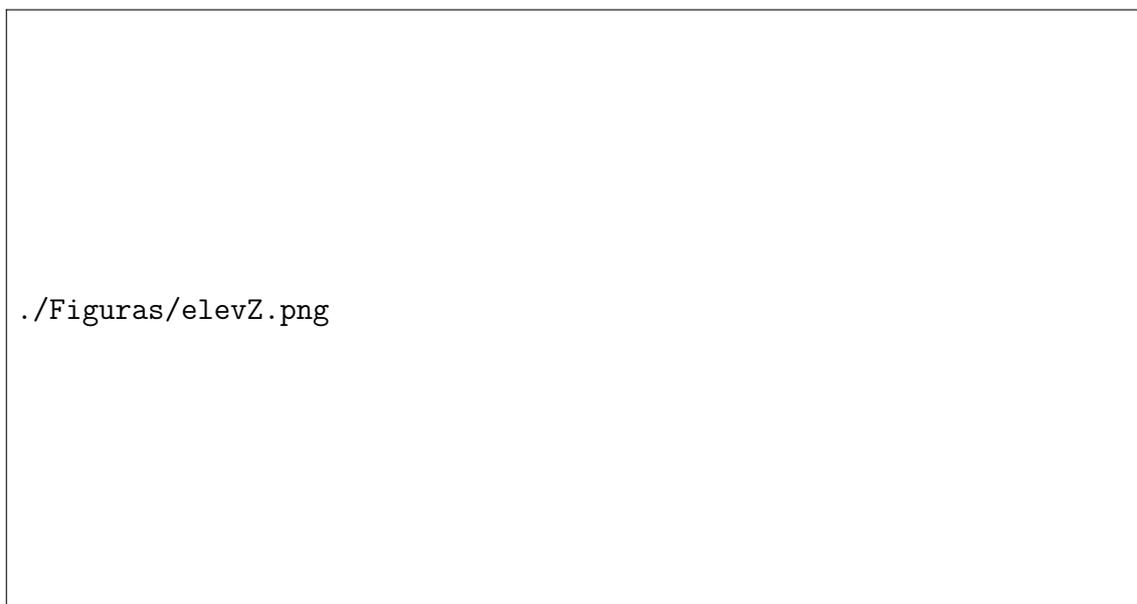


Figura 6.11: Elevação da superfície livre.

Millward e Bevan não permitem avaliar o valor da parcela de resistência de atrito, utiliza a equação do ITTC para estimar esta parcela. Deste modo não faz sentido comparar os resultados fornecidos pelo simulador *MathSurf* ao experimento para avaliação da resistência de atrito pois os valores serão ambos empíricos. A técnica de CFD permite o cálculo da força tangencial e normal à superfície do casco, respectivamente a parcela da resistência de atrito e resistência residual.

Comparou-se o valor da resistência de atrito obtida nas simulações de CFD aos valores obtidos utilizando a formulação de Toki.



Figura 6.12: Coeficientes de resistência total: experimentais e numéricos.

Nota-se na figura [6.12] que até Froude 0,35 há uma grande concordância dos valores de resistência ao avanço. A partir deste ponto, os valores numéricos destoam-se do experimental. Vasconcellos [35] obteve resultado similar utilizando teoria potencial em estudo

de catamarans de cascos esbeltos. Há duas razões para a discrepância de valores a partir de Froude 0,35 [36]. A primeira delas é a quebra das ondas geradas pelo casco. Os dois modelos numéricos não são capazes de contabilizar a dissipação de energia da onda quebrando. Outra razão é causada no experimento. Em altas velocidades, Froude $> 0,35$, há o aumento de força vertical devido a sustentação dinâmica do modelo. Esta força atinge valores elevados e compromete a medição da força de arrasto. Há também a incidência do fundo e das bordas do tanque de provas. Ocorre que estas são incertezas inseridas no processo experimental que não podem ser adequadamente avaliadas.

Capítulo 7

Conclusão

Este trabalho mostra que é possível obter uma ferramenta de simulação na qual técnicas avançadas de modelação de casco ocorram simultaneamente à análises instantâneas do comportamento da futura embarcação quanto à condição de corpo móvel flutuante. A utilização do MathematicaTM 7.0 para modelar superfícies NURBS é uma novidade que abre espaço de desenvolvimento em diversos campos. A construção de um modelador de casco em poucas linhas de programação, como exposto nas primeiras seções deste trabalho, limita a importância de ferramentas que se disponham a considerar efeitos separadamente. O tempo é um fator limitante no projeto de uma embarcação. Sendo assim, ferramentas que facilitem o trabalho de síntese e análise do projetista são fundamentais. A análise da resistência do casco no momento da modelação transcende o ganho de tempo, pois permite ao projetista um domínio maior do espaço de projeto. Esta prática, possibilita ao arquiteto naval aquilatar, mesmo que despreziosamente, uma relação entre as sucessivas alterações de forma, de modo que a busca pelo melhor casco seja não apenas mais rápida mas também mais eficiente.

A linguagem MathematicaTM 7.0 permite que pessoas de diversas áreas criem programas poderosos sem amplo conhecimento de programação. Isso é possível porque há um grande número de funções pré-programadas que permitem a execução de rotinas que necessitariam de centenas de linhas de programação em apenas uma. A possibilidade de programação por regras é também uma facilidade importante pois há um controle do momento em que os valores numéricos são substituídos nas variáveis. Desta forma, impede-se erros numéricos inerentes aos processos computacionais.

Apesar de muito prática e poderosa, a linguagem MathematicaTM 7.0 dispõe de poucos recursos para a construção de programas com alto nível de interação gráfica com o usuário, como é o caso do simulador *MathSurf*. Essa limitação torna a programação do arranjo do espaço da tela de trabalho demorada e entediante.

Os resultados obtidos com o simulador *MathSurf* mostram que a aplicação da equação de Toki e a integral de Michell na decomposição proposta por Froude são capazes de prever com pouca margem de erro a resistência ao avanço de um casco esbelto.

O simulador *MathSurf* permite um grande ganho de tempo no projeto de cascos esbeltos. O programa porém precisa de melhorias na interface com o usuário e uma alteração na metodologia do cálculo de volume que permita seções transversais concavas. Uma metodologia similar à aplicada no cálculo da área de linha d'água seria a mais adequada. A implementação das correções de Tuck para cascos com espelho de popa mergulhado também são simples de serem implementadas e permitirão mais flexibilidade ao programa. A visualização da elevação da superfície livre na esteira do casco também pode ser feita com a representação das funções de onda em um domínio definido. A elevação da superfície livre próxima ao casco poderá ser implementada através de uma função de Green e métodos de perturbação, uma modelagem um pouco mais complexa mas passível de ser feita[37,38].

Um programa como o simulador *MathSurf*, criado em uma linguagem orientada por regras e poderosa como o MathematicaTM 7.0 torna o desenvolvimento de um otimizador praticamente uma atividade mandatória na engenharia. Ocorre que um otimizador necessita de diversas rotinas para permitir uma análise global do projeto[11], incluindo modelos de estimativa de peso, volume dos motores e propulsores, arranjo de área, estabilidade em grandes ângulos, comportamento no mar, entre outros[15]. Desta maneira, a tarefa de construir um otimizador completo precisou obedecer a certos limites. Como futuro trabalho, persiste a idéia de criar uma ferramenta que gere uma superfície cujas características atendam a parametros pré-selecionados pelo usuário. Neste caminho, foi desenvolvido um código que permite ajustar uma curva NURB a um conjunto de pontos. Esse código faz uso da função *NMinimize*, função embutida do Mathematica que contém todos os melhores algoritmos de otimização existentes.

Bibliografia

- [1] WIGLEY, W.C.S., 1942, “Calculated and measured wave resistance of a series of forms defined algebraically, the prismatic coefficient and angle of entrance being varied independently”. *Trans. Inst. Naval, Arch.* 86, pp.41–56.
- [2] MILLWARD, A. e BEVAN, M.G., 1986, “Effect of Shallow Water on a Mathematical Hull at High Subcritical and Supercritical Speeds”, *J. Ship Research*, Vol. 30, No. 2, pp. 85-93
- [3] BATCHELOR, G. K., 1970, “Slender-body theory for particles of arbitrary cross-section in Stokes flow”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 44: 419–440, doi:10.1017/S002211207000191X
- [4] PERCIVAL, S., HENDRIX, D., NOBLESSE, F., 2001, “Hydrodynamic Optimization of ship hull forms”, *Applied Ocean Research*, v.23(nov), pp. 337-355
- [5] LEWIS, E.V., 1988, **Principles of Naval Architecture**, SNAME, Vol. 2.
- [6] HOLTROP, J., 1984, “A statistical re-analysis of resistance and propulsion data”, *International Shipbuilding Progress*, Vol.25, pp.272-276
- [7] MICHELL, J.H., 1898, “The wave resistance of a ship”, *Philosophical Magazine*, v.36, pp.430-437
- [8] TUCK, E.O., 1989, “The wave resistance formula of J.H. Michell (1898) and its significance to recent research in ship hydrodynamics”, *J. Austral Math. Soc.*, B30 , 365-377
- [9] GOURLAY, T., 2007, “Slender-body methods for predicting ship squat”, *Ocean Engineering*, v.35 (2008), pp. 191-200

- [10] NOBLESSE, F., 1983, “A Slender ship theory of wave resistance”. *Journal of Ship Research*, v.27(1), pp.13-33
- [11] FASSARDI, C.D., HOCHKIRCH, K., 2006, “Sailboat Design by Response Surface Optimization”, In:*High Performance Yacht Design Conference*, Auckland, Nova Zelandia.
- [12] HARRIES, S., ABT C., HOCHKIRCH K., 2002, “Advanced Parametric Yacht Design”, In:*High Performance Yacht Design Conference*, Auckland, Nova Zelandia.
- [13] HARRIES, S., et al., 2002, “Towards Optimal Design of Ship Hull Shapes”, In: *Functional Design Optimization of Ship Hull Forms*, MARIN, Holanda
- [14] RIDDER, E.J. e GAILLARDE, G., 2006, “Advanced and future hydrodynamic optimisation tools in sail yacht design”,In: *MDY Madrid Design Yacht*, Madrid, Espanha
- [15] SUZUKI, K., KAI, H. e KASHIWABARA, S., 2005, “Studies on the optimization of stern hull form based on a potential flow solver”, *Journal of Marine Science and Technology*, v. 10, pp.61-69, doi:10.1007/s0073-005-0198-x
- [16] ABT, C. e HARRIES, S., 2001, “From Redesign to Optimal Hull Lines by means of Parametric Modeling”, In: *8th International Symposium on Pratical Design of Ships and Other Floating Structures*, Shanghai
- [17] MASON, A., 2002, “MacSurf an early ship hull design system: a historical note”, *Computer-Aided Design*, v.34, pp. 545-546
- [18] HARRIES, S., 1998, “Hydrodynamic Modeling of Sailing Yachts”, In:*The 15th Chesapeake Sailing Yacht Symposium*, Annapolis, MD, EUA.
- [19] SHAMISUDDIN, S.M., AHMED, M.A. e SAMIAN, Y., 2006, “NURBS skinning surface for ship hull design based on new parametrization method”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, v.28, pp.936-941, doi:10.1007/s00170-004-2454-3

- [20] BRYANT, J., 2008, *B-Spline Surfaces*, Disponível em: <<http://demonstrations.wolfram.com/BSplineSurfaces>>, Acesso em: 20 janeiro de 2010
- [21] TOKI, N. et al, 2005, “Final Report and Recommendations to the 22nd International Towing Tank Conference”, *Specialist committee on powering performance prediction*, Vol. 2, Edinburgh, UK, pp. 601-638
- [22] GRIGSON, C.W.B., 1989, “Note on an accurate turbulent velocity profile for use at ship scale”, *J. Ship Research*, Vol. 33, No. 2, pp. 162-168
- [23] SCHLICHTING, H., 1979, **Boundary-Layer Theory**, New York, NY, McGraw-Hill
- [24] MILGRAM, J.H., 1998, “Fluid Mechanics for Sailing Vessel Design”, *Annual Reviews of Fluid Mechanics*, v.30, pp. 613-653
- [25] KATSUI, T., ASAI, H., HIMENO, Y., TAHARA Y., 2005, “The proposal of a new friction line”, In: *Proceedings of the 5th Osaka Colloquium on Advanced Reserach on Ships Viscous Flow and Hull Form Design by EFD and CFD Approaches*, Osaka, pp. 76-83
- [26] LAUSAZAKAS, C.W.B., 1989, “Note on an accurate turbulent velocity profile for use at ship scale”, *J. Ship Research*, Vol. 33, No. 2, pp. 162-168
- [27] KOLMOGOROV, A. N., 1942, **Equations of Turbulente Motion of an Incompressible Fluid.** , Akad, Nak USSR, Ser. Phys., v.6, pp.56-58
- [28] PRANDTL, L., 1945, “Uber ein neues Formelsystem derausgebildeten Turbulenz.”, *Narchr.Akad.Wiss. Gottingen*, pp.6-9
- [29] FREIRE S. A., MENUT e SU, 2002, **Turbulência - I Escola de Transição e Turbulência, 1998**, ABCM.
- [30] BRADSHAW P., PATEL, V.C., 1973, “Mean Velocity Profile of a thick Turbulent Boundary-Layer along a circular Cylinder-comment.”, *AIAA J.*, v.11, pp.893.
- [31] MUCK, K.C., HOFFMANN, P.H, BRADSHAW, P., 1985, “The effect of concave surface curvature on turbulent boundary-layers.”, *J. of Fluid Mechanics*, v.161, pp.371-403

- [32] FORMATION DESIGN SYSTEMS, 2006, *Hullspeed User Manual*, Disponível em: <<http://www225.pair.com/magic/ftp/Maxsurf/HSManual.pdf>>, Acesso em: 20 janeiro de 2010.
- [33] INSEL, M., TANG, A. S. T. e DOCTOR, L. J., 1996, “Shallow water effects on slender ship waves”, *Hydrodynamics*, pp. 133-136
- [34] ALHO, A. T. P. e PEDERASSI, L. G., 2008, “Simulação numérica do escoamento viscoso ao redor de um casco de deslocamento de alto coeficiente de bloco”, In: *22o Congresso Nacional de Transporte Aquaviário, Construção Naval e Offshore*, Rio de Janeiro
- [35] VASCONCELLOS, J.M., MORAES, H.B., LATORRE, R.G, 2004, “Wave resistance for high-speed catamarans”, *Ocean Engineering*, v.31, pp. 2253-2282
- [36] CHEN, C.Y. e NOBLESSE, F., 1983, “Comparison between theoretical predictions of wave resistance and experimental data for the Wigley hull”, *J. Ship Research*, Vol. 27, No. 4, pp. 215-226
- [37] HAN,D., LI, Y. e HUANG, D., 2003, “Study of algorithms of new slender ship theory of wave resistance”, *Journal of Marine Science and Application*, v.2, n2., pp.53-60
- [38] HINCH, E. J., 1991, **Perturbation Methods**, Cambridge University Press, ISBN 0521378974