

**INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL E NUMÉRICA
DO ESCOAMENTO AO REDOR DE
QUILHAS DE VELEIROS**

Renata Mont'Alverne Braun Chaves

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE ENGENHARIA MECÂNICA DA COORDENAÇÃO DE PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovado por:

Prof. Atila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.

(presidente)

Prof. Alexandre T. Pinho Alho, D.Sc.

Prof. Fernando Pereira Duda, D.Sc.

Prof. Antonio Fernando Sampaio de Amorim, D.Sc.

Prof. Maria Laura Martins da Costa, D.Sc.

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Dezembro de 2006

Chaves, Renata Mont'Alverne Braun.

Investigação experimental e numérico do escoamento ao redor de quilhas de veleiros.

(Rio de Janeiro) 2006.

vii, 117 p 29,7cm (PEM/COPPE/UFRJ, Engenharia Mecânica, 2006).

Tese de Mestrado - Universidade Federal do Rio de Janeiro.

1. Fenômenos de Transporte I. PEM/COPPE/UFRJ II. Título (Série)

AGRADECIMENTOS

A minha mãe, por sua atenção, amor e dedicação. A meu pai por toda ajuda e ensinamentos. A minha irmã, pela amizade, pela ajuda, pela escuta sensível. A Tê, por sua presença em minha vida em momentos únicos, por suas palavras, por seu carinho. A minha família, pelo esforço, paciência e apoio para esta conquista.

Ao meus orientadores: Professor Atila P. Silva Freire, pela direção amigável, por sua ajuda profissional e pessoal. Jamais esquecerei a sua paciência e generosidade sem limites e as palavras de incentivo durante todo o meu percurso no mestrado. Minha gratidão pelos sábios ensinamentos; Professor Alexandre Alho pela amizade. Por sua dedicação, pelos ensinamentos, pela ajuda constante. É indescritível o acolhimento e a ajuda que me deram para esta conquista.

Aos amigos do Laboratório de Mecânica da Turbulência, pela ajuda e paciência com meus problemas para realização de meu trabalho. Ao Ricardo Balian, pela determinação e perfeição na confecção dos sistemas quilha/bulbo e posicionadores. Admiro e respeito sua grande competência técnica e dedicação ao trabalho. À Valentina pelo apoio e amizade. Agradeço a Glace Farias e a Vera Lúcia Noronha por todo o esforço para que este projeto fosse realizado.

A meus amigos pela força e apoio nas horas mais difíceis. Pela amizade.

Agradeço à Capes pela bolsa de estudos durante o mestrado.

Resumo da dissertação de Mestrado apresentada ao PEM/COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

INVESTIGAÇÃO EXPERIMENTAL E NUMÉRICA DO ESCOAMENTO AO REDOR DE QUILHAS DE VELEIROS

Renata Mont'Alverne Braun.

Dezembro de 2006.

Orientador: Atila Pantaleão Silva Freire.

Departamento: Engenharia Mecânica.

O presente trabalho trata de investigar o escoamento ao redor do sistema quilha/bulbo, um sistema de apêndices utilizado largamente para a estabilidade de veleiros. O estudo consistirá na completa caracterização do escoamento pela anemometria térmica. Os resultados serão obtidos com sensores de dois canais, o que implicará no fornecimento de dados de velocidade média e flutuantes longitudinais, transversais e cruzadas. Em adição, o trabalho investigará o comportamento dos momentos estatísticos de ordem superior. Duas geometrias de sistema serão abordadas: i) um sistema com a quilha situada na região central do bulbo e ii) outro com a quilha situada no bordo de ataque. Os resultados obtidos serão então utilizados para verificar o desempenho de simulações numéricas do fenômeno a partir de modelos turbulentos representativos do presente estado da arte. De fato, recorreremos fundamentalmente a dois tipos de modelo para a simulação do escoamento: i) o modelo SST- ω e o ii) modelo RSM-BSL- ω . Será mostrado que a concordância obtida para a previsão dos perfis médios é da ordem de 10%. As previsões para as grandezas turbulentas, entretanto, se mostrarão bastante pobres. Isso se dá pelos exacerbados efeitos difusivos numéricos em geometrias tri-dimensionais.

Abstract of the dissertation submitted to PEM/COPPE/UFRJ as partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science in Mechanical Engineering.

EXPERIMENTAL AND NUMERICAL STUDY OF THE FLOW AROUND THE KEEL OF A YATCH

Renata Mont'Alverne Braun.

Dezembro de 2006.

Supervisor: Atila Pantaleão Silva Freire.

Department: Mechanical Engineering.

The present work investigates the flow around a system composed by a keel and a bulb of a yacht. Apendages are much used in sailing to provide stability. The study aims at characterizing experimentally the flow through the hot-wire anemometry. Results are obtained with a two-channel probe, so that mean data on longitudinal and transversal profiles are obtained. The work, in addition, will present data on higher order moments, second and third order. Two geometries will be analysed: i) a system with the keel placed at the crest point of the bulb, ii) a system with the keel at the leading edge of the bulb. All results are used to validate the current state of the art in turbulence modelling. Simulations of the problem are performed with the i) SST- ω model and the ii) RSM-BSL- ω model. These models are considered to be representative enough of the large selection of models currently available in literature. Results show that predictions of mean profiles are accurate to within 10%. Predictions of turbulence quantities, however, are shown to be very poor.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Métodos Experimentais	13
2.1	A Anemometria de Fio-quente	13
2.1.1	Modelagem Físico-Matemática	16
2.1.2	Da utilização do sensor de fio-quente	19
2.1.3	A calibração do sensor de fio-quente	21
2.1.4	Sensibilidade Direcional	21
2.2	Análise estatística do escoamento	26
2.3	Análise de Incertezas	28
2.3.1	Tipos de Erros Associados à Medição	29
2.3.2	Incerteza dos Resultados	31
3	Modelos de Turbulência	33
3.1	Média do Escoamento Turbulento	34
3.1.1	Equação de Transporte da Quantidade de Movimento	35
3.1.2	Equações de Transporte de Quantidades Escalares	36
3.2	Modelos Baseados no Conceito de Viscosidade Turbulenta	37
3.2.1	Modelo a uma Equação	38
3.2.2	Modelos a Duas Equações	41
3.3	Modelos Baseados no Transporte das Tensões de Reynolds	54
4	Metodologia científica para a investigação do problema	62
4.1	Investigação Experimental	63

4.2	Resultados Experimentais	65
4.3	Investigação Numérica	71
4.3.1	O sistema quilha/bulbo	79
4.3.2	Escolha da Geometria e da Malha	83
4.3.3	Condições de Contorno	85
4.3.4	Escolha dos Modelos de Turbulência	86
4.3.5	Critério de Convergência	87
4.3.6	Nível de resíduo RMS	90
4.4	Resultados Numéricos	90
4.5	Comparação entre modelo NACA 0012 ₄₅ e NACA 0012 ₀₀	92
4.6	Conclusão	110
5	Referências	113

Capítulo 1

Introdução

As quilhas, ou bolinas, representam um dos principais elementos de uma embarcação à vela. Em conjunto com o leme, a quilha é responsável pela manutenção do rumo da embarcação. Em sendo um apêndice, a quilha contribui como uma parcela de resistência ao avanço da embarcação. O projeto de quilhas envolve, portanto, dois aspectos centrais: uma eficiente geração de forças de sustentação, associada ao um baixo valor de arrasto. Nos últimos anos, os avanços tecnológicos na área náutica, em particular, o desenvolvimento de novos materiais mais leves e resistentes, possibilitaram o projeto de embarcações à vela de alto desempenho. A disponibilidade de cascos e mastros mais eficientes resultou no projeto de embarcações cada vez mais velozes, apresentando valores de área vélica crescentes. Esta tendência impôs novas exigências quanto ao problema da estabilidade das embarcações à vela. Uma das soluções adotadas para a garantia de condições de estabilidade satisfatórias em veleiros de alto desempenho consiste na instalação de um bulbo na parte inferior da quilha. É imediato perceber que a concentração de peso nesta região é particularmente vantajosa quanto à geração de momentos de restauração. Todavia, o bulbo, tal como a quilha, constitui um apêndice e, portanto, contribui para o aumento da resistência ao avanço da embarcação. O estudo das características de desempenho de conjuntos quilha-bulbo tem sido objeto de diversos trabalhos nos anos recentes (Rosen et al. 2000, Parolini e Quarteroni 2004). Em particular, observa-se um grande movimento no sentido de se obter uma configuração geométrica que conjugue um bom desempenho hidrodinâmico com elevados valores de momento de restauração. A Fig. (1) ilustra a situação de forças atuando no conjunto quilha-bulbo. Em conjunto com o leme, a

quilha é a responsável pela manutenção do rumo da embarcação. Entretanto, não nos esqueçamos que a quilha é um apêndice; pois, ela contribui como uma parcela de resistência ao avanço da embarcação. Este fato também deve ser fortemente considerado na definição das premissas de projetos.

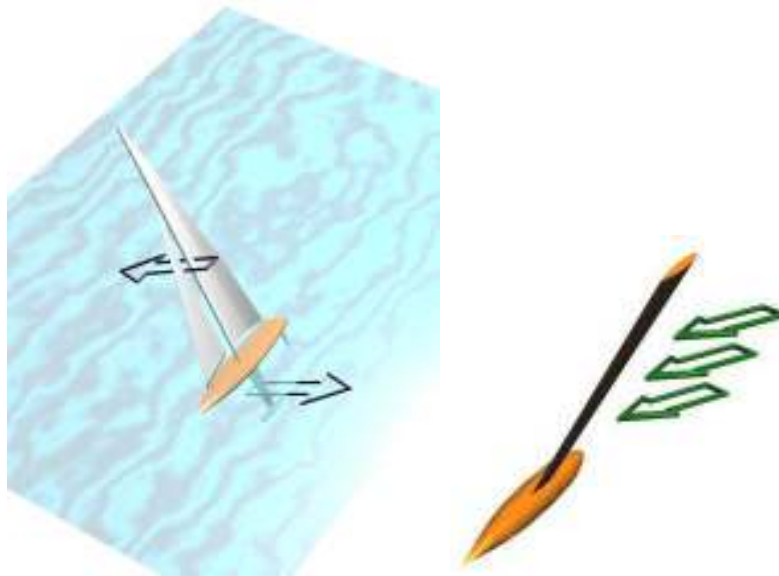


Figura 1.1: Esquema simplificado das forças atuando sobre um iate e do escoamento incidente em sua quilha.

A força de sustentação gerada pela quilha irá depender de pelo menos 3 parâmetros: sua área, seu coeficiente de sustentação e a velocidade da embarcação. Sob este ponto de vista, o desejável seria então uma quilha com grandes áreas e coeficientes de sustentação. Entretanto, como já mencionamos, sob a água, a quilha também gera arrasto. Um aumento de área também resultará em um aumento do arrasto. De fato, a força de arrasto resultará de dois efeitos: o arrasto induzido e o arrasto de forma. O arrasto induzido é produzido pela componente de força de sustentação que age em sentido contrário ao do escoamento. O arrasto de forma depende da geometria da quilha: do atrito superficial, e do atrito provocado pela esteira que se forma. O arrasto induzido pode ser minimizado pela confecção de quilhas com uma grande razão de aspecto. O arrasto de forma requer uma cuidadosa escolha do perfil transversal da quilha para sua minimização.

Portanto, o projeto de uma quilha deverá começar pela escolha do perfil que lhe forneça a força de sustentação desejada. Esse mesmo perfil deverá desenvolver a menor força de

arrasto possível. Quilhas mais esbeltas provocam um arrasto menor; entretanto, a força de sustentação provocada também será menor. Isso obrigará o projetista a aumentar a área da quilha com um decorrente aumento de arrasto. É justamente essa relação de compromisso que torna o projeto de quilhas uma tarefa difícil.

O objetivo do presente trabalho é justamente avaliar como o presente estado da arte para a modelagem de escoamentos turbulentos complexos pode ser utilizado para o projeto racional de plataformas complexas de quilhas. Não pretende-se aqui fazer um estudo exaustivo de toda e possível modelagem turbulenta existente. Mas, sim, pretende-se estudar com bastante cuidado o desempenho de modelos diferenciais de duas equações e modelos de tensão de Reynolds. Todo esse esforço deverá ser validado contra medições obtidas em túneis de vento por intermédio da anemometria de fio-quente.

Todas as previsões numéricas serão testadas contra dados de perfis médios, bem como contra características turbulentas do escoamento. Dois tipos de sistema quilha/bulbo serão ensaiados. Esses tipos tomam como base fundamental para a sua definição um hidrofólio do tipo *NACA0012*. Tanto a quilha como o bulbo foram construídos a partir dessa definição de perfil de asa, tendo a sua composição final ilustrada na Fig. 1.2.

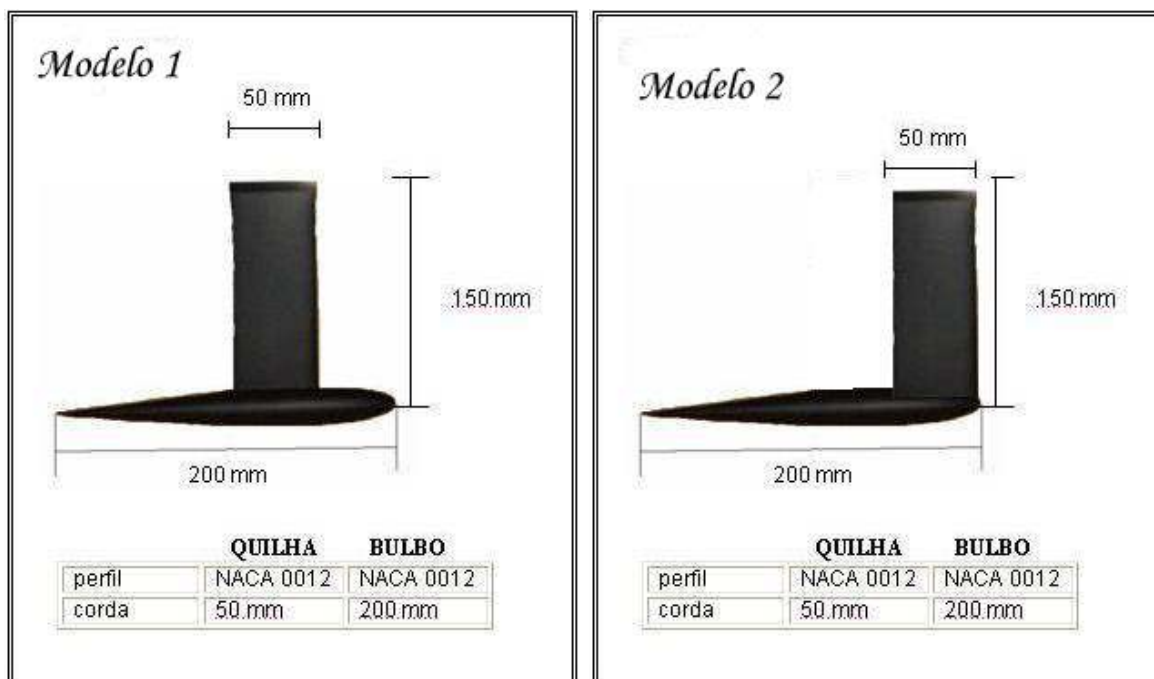


Figura 1.2: Geometria dos sistemas quilha/bulbo a serem estudados.

Mais genericamente, podemos afirmar que o tipo de escoamento a ser abordado no presente trabalho ocorre corriqueiramente na natureza e na tecnologia. A indústria aeronáutica apresenta aplicações muito próximas da aplicação aqui pretendida. Na engenharia civil, o efeito da interação dos ventos com edificações também apresenta semelhanças com este estudo. Mesmo a análise do resfriamento de componentes eletrônicos possui exacerbada semelhante com o presente estudo. De fato, em fenômenos dominados por processos convectivos forçados, a interação entre os campos de velocidade e de temperatura poderá ser desacoplada. Nesse caso, a dinâmica do escoamento será a resultante do processo interativo ditado pelos vários componentes.

Pois, os escoamentos de fluidos ao redor de objetos está em toda parte. Além dos exemplos citados acima, não nos esqueçamos ainda da natureza, aí incluídos os processos geofísicos, a fauna e a flora. Em todos os casos mencionados a geometria específica dos objetos em estudos são um fator de extrema importância no desenvolvimento de modelos e de soluções.

Voltando ao nosso problema de interesse específico, a quilha, verificamos ser sua geometria revestida de grande complexidade adicional em função de sua junção com a superfície do casco, e em alguns casos, com um bulbo colocado em sua base. Essas junções promovem um largo efeito de desordem no escoamento resultando em um fator de grande impacto no desempenho da embarcação. Com as novas tecnologias, e seus resultantes diversos novos apêndices, esses problemas só tendem a aumentar. Entretanto, devemos reconhecer que o mundo da vela vem se expandindo bastante, criando um ambiente sofisticado com projetos inovadores e competições de alto nível. Assim inúmeros escritórios de projeto de veleiros de alto desempenho surgiram. Via de regra, o investimento em projetos do nível requerido é alto, necessitando estudos aprofundados, análises numéricas complexas e validações experimentais rigorosas. Por essa razão, muito pouco material sobre metodologias de projeto para veleiros de alto desempenho pode ser encontrado na literatura. Com isso, responder aos naturais questionamentos que surgem é tarefa freqüentemente difícil. Foi esse o exato motivo que nos levou a conduzir o presente estudo. Com isso pretendemos conseguir um encaminhamento racional para várias questões típicas. Dentre elas podemos destacar: i) Que perfil de fólio deve ser utilizado para uma quilha da qual se deseje um

certo desempenho? ii) Que geometria de quilha é mais eficiente? iii) Qual a diferença de desempenho entre quilhas do tipo T e do tipo L ? iv) Em que situações o uso de winglets deve ser considerado? v) Que características possui o escoamento de um fluido ao redor de uma quilha? iv) Qual a influência da junção de formas diferentes como a quilha e o bulbo?

Este trabalho não pretende responder todas essas as perguntas, mas, sim, apresentar um estudo sistemático que mostre como diversas ferramentas computacionais e experimentais podem ser utilizadas para responder várias das questões existentes. Para isso recorreremos a diversos modelos para a modelagem da turbulência disponíveis na literatura, além de validação experimental. Com relação a esse último ponto, lembramos que a anemometria térmica é entendida como uma técnica de excelência para a medição das propriedades de escoamentos complexos turbulentos. Ela pode ser utilizada, entre outras aplicações, para medir a velocidade e a temperatura instantâneas de um escoamento, a concentração em mistura de gases ou pode ainda discriminar mudanças de fases em meios multi-fásicos. Essa técnica quando utilizada para medição de velocidade e de temperatura nos permite obter as principais propriedades de um escoamento: sua velocidade média, suas flutuações, seus momentos de ordem superior, os comprimentos de escala relevantes, etc.

Com relação às simulações numéricas, algumas características do escoamento devem ser observadas na escolha dos modelos mais adequados. A junção que se estabelece entre as superfícies da quilha e do bulbo, por exemplo, dá origem a um escoamento bastante complexo. De fato, os efeitos de bloqueio resultantes de estrutura quilha/bulbo dão origem a um forte gradiente de pressão adverso. Isso, força a camada limite que se forma a separar e gerar múltiplos vórtices. Os maiores vórtices preservam o sentido de rotação da camada limite; os vórtices menores rodam no sentido contrário para preservar a topologia das linhas de corrente. Um ponto de estagnação se forma; ele separa as regiões à montante a à jusante do escoamento que contorna a estrutura. Portanto, linhas de separação se formam ao redor da estrutura. Ao lado do obstáculo os vórtices se esticam na direção à jusante do escoamento. Esse escoamento lateral complexo que se forma depende de inúmeros fatores, tais como: o estado da camada limite, o número de Reynolds, a rugosidade da superfície,

a frequência dos vórtices gerados, etc. Uma das características deste tipo de escoamento é a estrutura do vórtice ferradura. Esta estrutura é o resultado da combinação de dois efeitos: a torção e o esticamento dos vórtices presentes na camada limite e a separação da camada limite devido ao gradiente adverso de pressão. Portanto, qualquer modelo de turbulência eleito para descrever o complexo escoamento que se forma ao redor de uma quilha deve ser capaz de capturar todos os fenômenos acima descritos. Os modelos de duas equações, apesar de algumas limitações, possuem grande flexibilidade de aplicação. Aqui eles serão abordados na versão SST (*Shear Stress Turbulence*). Adicionalmente, analisaremos com bastante cuidado o modelo RSM-Baseline (*Reynolds Stress Model*).

Este trabalho terá a seguinte organização. No Capítulo 2 discorreremos sobre a metodologia experimental, incluindo as técnicas utilizadas, os aparatos e instrumentos de apoio, a preparação dos ensaios. No Capítulo 3 serão abordados os modelos de turbulência a serem utilizados. O Capítulo 4 apresentará todos os resultados obtidos. Finalmente, o último capítulo trará as considerações finais.

No projeto de quilhas, todos os princípios bem estabelecidos da aerodinâmica podem ser utilizados. Embora a maioria dos aviões voe a velocidades altas o suficiente para que um regime de escoamento compressível possa ser caracterizado, muita informação pode ser obtida de resultados obtidos para o regime incompressível.

Por esse motivo, não é de se surpreender que muitos dos trabalhos utilizados para o projeto de quilhas sejam oriundos das ciências aeronáuticas. Afinal, o tipo de escoamento que se forma na junção de uma asa com a fuselagem de um avião ou mesmo entre a asa de um avião e suas “winglets” é exatamente o tipo de escoamento que pretendemos modelar.

Um escoamento em junção, ou, *Junction Flow* em inglês, é definido como aquele escoamento que se forma quando uma camada limite encontra um obstáculo colado a uma superfície. Sob essa égide, uma vasta literatura se desenvolveu. Mas, a grande maioria dos trabalhos disponíveis na literatura sobre escoamentos em junções tratam do caso de um cilindro unido a uma placa plana, freqüentemente com um ângulo de ataque zero. Especificamente, no que diz respeito a aplicações relacionados à quilha de veleiros de regata, esta é uma forte restrição. O casco de um veleiro, e, portanto, de sua quilha, em condições de navegação sempre terá um ângulo de ataque diferente de zero.

Um trabalho importante que resume as realizações dos últimos 40 anos é o trabalho de revisão de Simpson (2001). Este autor comenta criticamente o fenômeno de escoamentos em junções para escoamentos laminares e turbulentos. A separação tridimensional tendo como resultado vórtices ferradura gerados na junção foi explicada em termos fenomenológicos. Métodos numéricos foram também criticados. Para este tipo de estudo, Simpson aconselhou o uso de métodos que possam capturar movimentos caóticos de larga escala. Além disso, ele reviu trabalhos para o controle, a modificação e a eliminação de vórtices ferradura.

Em um plano mais específico, podemos, por ordem cronológica, citar vários trabalhos pioneiros onde a orientação principal estava voltada para a visualização de escoamentos. Os padrões de vórtices do tipo ferradura foram observados por Sieverding (1985) junto com o escoamento encontrado nos pontos de junção entre as pás e seu rotor em turbomáquinas. O trabalho de Dickinson (1988) realizou uma visualização variável no tempo de um escoamento na região de separação de uma junção formada por uma placa plana e por um perfil de asa. Utilizando técnicas de visualização com filmes e com gotas de óleo, as superfícies de separação e de recolamento do escoamento foram determinadas. Fotografias obtidas a intervalos de tempo diferentes foram utilizadas para estudar a tensão superficial cisalhante.

A partir de 1987, Devenport e Simpson publicaram uma série de trabalhos em escoamentos em junções (Devenport e Simpson (1987a, 1987b, 1988, 1989a, 1989b, 1990, 1992)). Nesta série de trabalhos os autores enfatizam a estrutura bimodal do sistema de vórtices ferradura que se forma. Através de medições tri-dimensionais dos campos de velocidades e de turbulência por anemometria laser Doppler, foi verificado que em uma certa região de escoamento separado que se forma à frente do obstáculo, um histograma das flutuações de velocidade na direção x possuíam um comportamento bimodal. Esse fenômeno foi apontado como o responsável pelos altos níveis de flutuação da pressão e pelas altas taxas de transferência de calor. Essa zona de escoamento separado foi também mostrada variar aperiodicamente de um modo para outro em intervalos cuja função densidade de probabilidade era aleatória. Elevados níveis de produção de energia cinética turbulenta também foram observados.

Uma visualização do escoamento promovida por Dargahi (1989) revelou as consequências dos padrões transientes de vórtices. Uma sequência de 3 vórtices primários e de dois vórtices secundários era gerada periodicamente. Os resultados indicaram que na região de separação o escoamento se dava principalmente no sentido reverso.

Visualizações por bolhas de hidrogênio juntamente com medições com anemometria laser foram feitas por Kim et al. (1991). Os resultados serão discutidos a seguir. Um esquema simplificado do processo altamente transiente de separação é mostrado na Fig. 1.3. No início da sequência de eventos (*a*) um grande vórtice do tipo ferradura produzido pelo escoamento incidente deixa o obstáculo. Devido ao fato das linhas de vorticidade serem esticadas ao longo do obstáculo, a seção reta do vórtice diminui à jusante da separação à medida que o tempo aumenta (*b – g*). Simultaneamente, um vórtice secundário se forma também à jusante da separação (*b*), aumentando a medida que a circulação aumenta com o tempo (*c e d*). Outros vórtices terciários são também formados (veja *c e d*). Em algum instante, os vórtices secundários e terciários combinam-se entre si, podendo a seguir i) combinarem-se diretamente com o vórtice principal, ou ii) deslocarem-se para sobre o vórtice principal, para só então combinarem-se com ele. A resultante combinação cria um vórtice ferradura muito intenso que é esticado ao longo da superfície. Durante essa sequência aperiódica, o escoamento se desloca mais para junto do obstáculo (*e*), sendo momentaneamente estabilizado. Quando o escoamento se torna instável (*f*), um novo vórtice ferradura é formado e o processo começa novamente (*g*). Devenport mostra que em cada processo parece haver espaço suficiente para apenas um vórtice primário, os vórtices secundários e terciários são varridos para uma região à montante antes de se combinarem com o vórtice principal, o vórtice principal parece ser dissipado pela viscosidade ou apenas se torna incoerente durante a fase (*e*). Khan et al. (1995) investigou a influência do número de Reynolds na dinâmica do escoamento à jusante de junções. Os autores observaram que, tal como no caso do escoamento ao redor de cilindros, a estrutura de vórtices formada a ré do conjunto perfil-placa plana possui uma forte dependência com número de Reynolds.

O comportamento bimodal parece não ser dependente do número de Reynolds. A geometria do obstáculo, por outro lado, é crucial para a determinação das propriedades

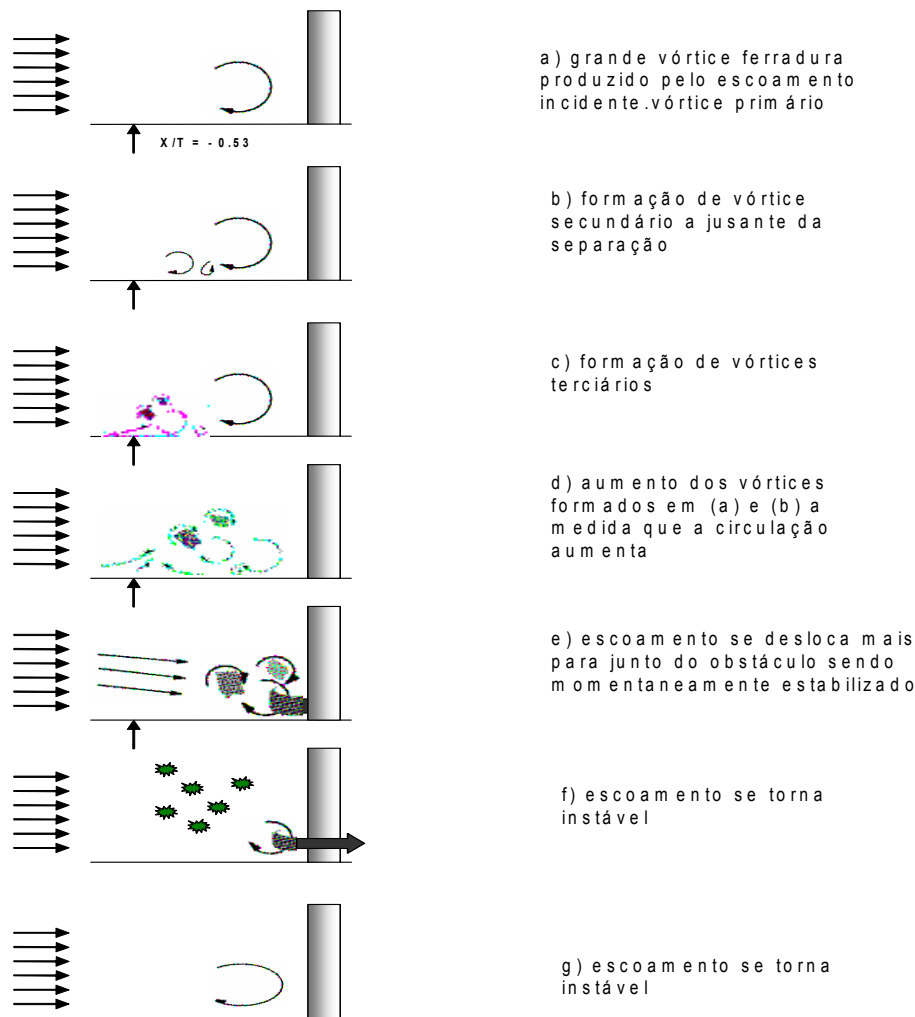


Figura 1.3: Padrão do escoamento que se forma à montante de um obstáculo.

do escoamento pois ela determina os gradientes de pressão à frente e ao redor do corpo. Hasan et al. (1985) mediram flutuações de pressão que mostraram um aumento dos contingentes de baixa flutuação na frente de uma elipse com razão de aspecto 3:1. Rife et al. (1992) examinaram as relações entre a velocidade bimodal e as flutuações de pressão na frente do obstáculo. Uma análise espectral mostrou que a região bimodal é dominada por flutuações de baixa frequência da ordem de 20 Hz.

Para o cálculo das propriedades de escoamentos de junção, os modelos algébricos de viscosidade turbulenta e de comprimento de mistura foram bastante utilizados. As

limitações no uso de modelos algébricos para o cálculo de escoamentos tri-dimensionais foi discutida por Simpson (1996). Desde que não ocorram zonas de separação ou de gradientes adversos de pressão muito intensos, esses modelos fornecem resultados aceitáveis. O modelo algébrico de Baldwin e Lomax (1972) também foi utilizado extensivamente por vários grupos (veja, por exemplo, Fleming et al. (1993)). A distribuição superficial de pressão, a localização dos pontos de separação, a descrição dos vórtices primários foram previstos com uma certa exatidão. Na literatura, outros seis grupos utilizaram versões do modelo κ - ϵ e pelo menos um grupo utilizou modelos de tenões de Reynolds. O padrão geral das linhas de corrente é bem capturado pelos modelos, entretanto, todos os modelos subestimam a intensidade do vórtice principal. As previsões de κ também são muito ruins.

Devenport e Simpson (1992) testaram seis diferentes modelos de turbulência para concluir que o modelo algébrico de Cebeci e Smith (1974) juntamente com um modelo algébrico, são os que apresentam melhores resultados para o cálculo da tensão cisalhante ao redor da junção. Nos seus cálculos, o modelo κ - ϵ se houve muito mal.

Olçmen e Simpson (1996,1997) também testaram vários modelos para análise do escoamento em uma junção. Alguns modelos repetiram as tendências do escoamento nas regiões externas do escoamento, longe da junção. Mas, nenhum deles foi capaz de capturar as rápidas flutuações dos momentos de segunda e de terceira ordem no escoamento bimodal.

Parneix et al. (1998) aplicou o modelo $V2F$ ao escoamento ao redor de junções de geometrias diferentes. O modelo $V2F$ é baseado no modelo κ - ϵ , recebendo um tratamento diferenciado para o tratamento das condições de parede. As linhas de separação calculadas foram comparadas com as obtidas pela visualização do escoamento tendo sido obtidos bons resultados. A previsão da produção de turbulências perto do obstáculo foi melhor que a do modelo κ - ϵ . A previsão das linhas de separação se mostrou adequada, semelhante às obtidas por intermédio de visualização por óleo. A esteira formada atrás do obstáculo também foi bem caracterizada.

Deng e Visolneau (1998) usaram um modelo de duas equações combinado com um fechamento do tensor de Reynolds junto à parede. O modelo de tensão de Reynolds capturou o comportamento das tensões normais de Reynolds, bem como a amplificação

das velocidades longitudinais. A anisotropia também foi capaz de capturar os altos valores de tensão cisalhante perto da parede. Já os níveis de energia cinética no bordo de ataque não foram bem simulados.

O escoamento laminar ao redor de um bloco quadrado montado a uma curta distância do bordo de ataque de uma placa foi investigado experimental e numericamente por Rouvreau et al. (2001). O número de Reynolds baseado no obstáculo foi de 1000. Uma detalhada análise do escoamento mostrou que os campos de pressão e de velocidade dependem fortemente da distância do bordo de fuga. A estrutura vortical do escoamento na esteira do bloco foi bem capturada pelas simulações.

Os efeitos de uma superfície rugosa formada por ripas igualmente espaçadas sobre o escoamento que se forma em uma junção foram estudados por Kairouz e Rahai (2005). O estudo experimental utilizou um obstáculo com seção reta definida por um aerofólio NACA0012. O número de Reynolds baseado na corda do aerofólio foi de $5,4 \times 10^5$. Medições utilizando anemometria térmica foram efetuadas em quatro planos diferentes. Os resultados mostraram uma significativa redução na circulação do escoamento.

O controle de vórtices ferradura foi extensamente estudado por Barberis et al. (1998). Como conclusão principal foi verificado que uma modificação do campo de pressão produzido pelo obstáculo, por alteração de sua geometria com geradores de vórtice colocados à montante do obstáculo, poderia trazer efeitos benéficos ao escoamento. Os ensaios foram realizados em um túnel de vento subsônico. O escoamento na superfície foi caracterizado usando um fluido viscoso para melhorar a visualização. Resultados experimentais foram obtidos através da anemometria laser Doppler (LDV). O artigo mostra que a extensão da região de separação é reduzida e que as linhas de separação são mais próximas do bordo de ataque quando um gerador de vórtice é fixado no modelo. Gerando sucção por um orifício no plano de simetria no bordo de ataque do obstáculo, o tamanho do vórtice era observado diminuir.

Linear Eddy viscosity model e modelos algébricos stress models podem promover uma ligação entre Linear Eddy Viscosity Models e Full differential Reynolds Stress Model. Gatski e Jogen (2000) estudaram vários modelos e apresentaram suas diferenças e similaridades. Além disso, apresentaram as ligações com Reynolds Stress Models e capacidade

de previsão diante de Linear Viscosity Models.

Cumming et al. (2003) consideraram o escoamento com grandes ângulos de ataque em seus estudos numéricos. O artigo propõe soluções baseadas em modelos híbridos de turbulência.

Capítulo 2

Métodos Experimentais

2.1 A Anemometria de Fio-quente

Este Capítulo tem como objetivo descrever a técnica da anemometria a fio-quente, mostrando suas aplicações, vantagens e desvantagens em comparação a outros métodos usados na medição das propriedades de um escoamento turbulento.

A anemometria de fio-quente sofre de algumas dificuldades que a tornam muitas vezes pouco atrativa e de operação complicada. Uma dessas dificuldades, certamente, é a fragilidade do elemento sensível, o fio-quente. Em função de suas diminutas dimensões, da ordem de poucos microns, os elementos sensíveis podem se romper com facilidade provocando para o seu usuário grandes problemas. Por esse motivo, um grande obstáculo para o uso intensivo de fios-quentes pode ser a dificuldade encontrada por certos grupos de pesquisa para o seu reparo.

Em adição, o circuito eletrônico de um anemômetro de fio-quente é de análise extremamente complicada. O filamento aquecido possui inércia térmica, e, portanto, uma constante de tempo associada; o circuito eletrônico possui suas próprias constantes de tempo que interagem de um modo não trivial com o filamento. O próprio filamento fica exposto a fenômenos aeroelásticos e termoelásticos; ele é sensível a inúmeras perturbações espúrias incluindo variações de temperatura no escoamento e contaminação por poeira (Perry(1982) Bremhorst e Gilmore (1976)).

De qualquer forma, a anemometria de fio-quente (AFQ) se estabeleceu naturalmente como a técnica mais importante para a medição de escoamentos turbulentos complexos.

Ela pode ser utilizada entre outras aplicações para medir a velocidade e a temperatura de um escoamento, concentrações em mistura de gases ou discriminações e mudanças de fases em meios multi-fásicos. Vale ressaltar que a AFQ quando utilizada para a medição de velocidade e de temperatura nos permite a aquisição das componentes média e de flutuação de um escoamento turbulento.

Com o desenvolvimento recente da informática, a técnica de anemometria a fio-quente recebeu um grande impulso, tornando-se robusta e muito precisa. Com isso, grandezas turbulentas passaram a poder ser medidas rotineiramente. Este fato impulsionou fortemente inovadores estudos sobre escoamentos turbulentos, e, inclusive, da mecânica dos fluidos em geral que havia permanecido estagnada pela incapacidade dos equipamentos existentes até então de quantificarem mais precisamente os fenômenos. Os modelos turbulentos propostos por matemáticos ou físicos puderam, então, ser confrontados contra resultados experimentais que caracterizassem, por exemplo, os momentos de segunda e terceira ordem.

Simplificadamente, um anemômetro de fio-quente consiste de um filamento aquecido que fica exposto ao escoamento de um fluido. Este filamento fica conectado a um circuito eletrônico que é capaz de monitorar a sua variação de resistência elétrica pela ação de escoamento. Pode-se, então, estabelecer uma relação de pertinência entre a velocidade do escoamento e a resistência observada no filamento aquecido. A medição é então processada com base na troca de calor que se estabelece por convecção entre o filamento metálico e o escoamento incidente. Qualquer alteração no fluido que afete a troca de calor por convecção será imediatamente detectada pelo sensor. Geralmente o material que utilizamos para o filamento é o tungstênio, muitas vezes revestido com platina.

O filamento aquecido é, de fato, um dos resistores de uma ponte de Wheastone. Em condições de operação, um circuito de controle, também chamado de circuito de retro-alimentação, aplica uma corrente elétrica à ponte de Wheatstone, promovendo, assim, o aumento de temperatura e de resistência do filamento até um valor pré-determinado, em geral em torno de 250 °C. Nessa condição de equilíbrio, dizemos que a ponte está balanceada. Um pequeno aumento de velocidade provoca um resfriamento do sensor, diminuição de sua resistência e conseqüente desbalanceamento da ponte de Wheatstone.

Isso faz com que o circuito de retro-alimentação aumente a corrente que alimenta o sensor, de modo a levar a ponte novamente à condição de equilíbrio. Tendo em mente que a resposta do circuito é muito rápida, a temperatura do sensor permanece virtualmente constante ao longo da variação da velocidade do fluido. Logo, a diferença de tensão entre os extremos da ponte é proporcional à velocidade medida.

A medição através da técnica de anemometria a fio quente tem características peculiares, garantido assim sua aplicação para vários problemas de interesse na engenharia. O fio quente, por possuir dimensões micrométricas (o filamento varia de 1 microm até 12 microns), possui resposta (sensibilidade) às variações em um escoamento muito alta. Isso possibilita a detecção de altos graus de frequência do escoamento.

Algumas vantagens da técnica de anemometria à fio quente podem ser listadas como (Bruun, 1995):

- Permite obter frequências de resposta de até 50 kHz com sensores de anemometria de fio quente no modo de temperatura constante.
- Possibilidade de medir campos de velocidade e de temperatura simultaneamente, o que pode acontecer com a utilização de um sensor de fio-frio.
- Medição em escoamentos bifásicos, tanto de velocidades de fases como de frações de vazão.
- A exatidão de uma medida feita com um sensor de anemômetro de fio quente é de (0.1 - 0.2)%, equivalente àquela alcançada pela anemometria Laser Doppler.
- O sensor de anemometria a fio quente fornece informações espaciais e temporais para flutuações turbulentas.
- O sinal de saída do sensor de anemometria a fio quente é contínuo, o que facilita a sua análise de frequência.

Cabe aqui observar que a técnica de anemometria de fio-quente nunca deverá ser abandonada por se tratar de um procedimento simples e robusto. O seu tempo de resposta também possibilita a detecção de altas frequências no escoamento, o que nem sempre é

conseguido por outras técnicas de medição como o LDA (Lase Doppler Anemometer) e o PIV (Particle Impulse Velocimetry).

A desvantagem do fio quente é o fato dele ser uma técnica intrusiva, a qual, portanto, sempre perturba o escoamento. Em algumas aplicações, devido à geometria do problema, a técnica de anemometria a fio quente pode não ser a melhor solução.

Antes de se fazer uma medição com um sensor de fio-quente, o mesmo precisa ser calibrado. Tal procedimento pode ser feito, normalmente, com a ajuda de um tubo de Pitot, medindo-se velocidades médias e comparando-se com as voltagens de saída do anemômetro.

Um sensor típico de anemometria à fio quente é constituído basicamente por duas agulhas com um filamento soldado entre elas.

Na figura 2.1 encontramos um esquema simplificado de um anemômetro a temperatura constante. Nessa configuração, o circuito procura manter os pontos A e B com o mesmo potencial elétrico, estando assim, a ponte balanceada. Esta discussão será mais desenvolvida na seção 2.2.

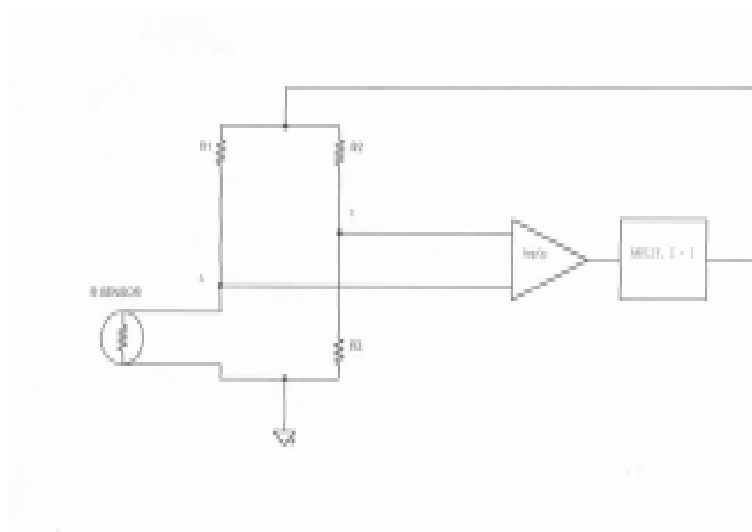


Figura 2.1: Esquema do circuito do anemômetro de temperatura constante.

2.1.1 Modelagem Físico-Matemática

Como citado anteriormente, o princípio de funcionamento do sensor de anemometria à fio quente consiste na troca de calor que se estabelece entre o filamento aquecido e o escoamento; por isso, é de fundamental importância a modelagem deste fenômeno.

Para um comprimento elementar de fio dx , mostrado na figura 2.2, temos a seguinte equação de equilíbrio para troca de calor entre o filamento e o escoamento (Freythuth (1970)):

$$d\dot{G}_{elet} = d\dot{Q}_{cf} + d\dot{Q}_c + d\dot{Q}_r + d\dot{Q}_a, \quad (2.1)$$

onde,

$$d\dot{G}_{elet} = \frac{I^2 R_{fio}}{A_{fio}} dx \quad (2.2)$$

é a geração de calor devido à corrente que passa pelo fio,

$$d\dot{Q}_{cf} = \pi dh_{cf}(T_{fio} - T_{amb})dx \quad (2.3)$$

é a transferência de calor por convecção forçada,

$$d\dot{Q}_c = -K_{fio} A_{fio} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} dx \quad (2.4)$$

é a transferência de calor por condução e

$$d\dot{Q}_a = \rho c_{fio} A_{fio} \frac{\partial T_{fio}}{\partial t} \quad (2.5)$$

é a transferência de calor por acumulação.

Vale a pena ressaltar que a taxa de calor por condução deve ser incluída devido a troca de calor entre o fio e as agulhas que o suportam.

Como a temperatura de um sensor de fio-quente é sempre alta (quase sempre maior que 260°C), podemos desprezar a troca térmica por radiação, por ser este termo infinitamente pequeno se comparado aos outros termos considerados. De fato, os efeitos convectivos dominam a física do problema.

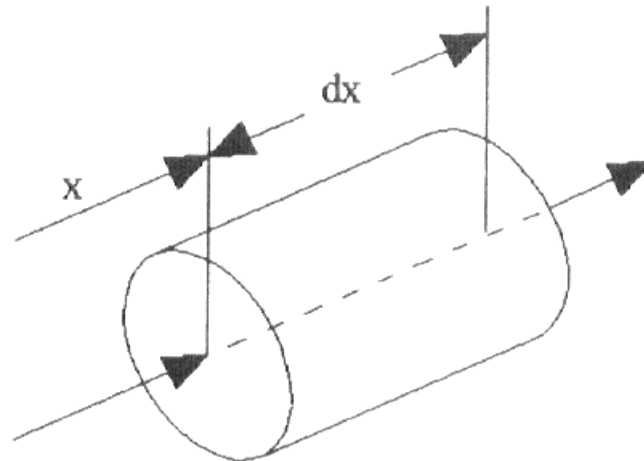


Figura 2.2: Pedaco elementar dx do filamento.

Outra hipótese importante consiste em considerar ser o sensor um fio infinitamente longo com condições uniformes. Com isso, podemos desprezar as trocas de calor por condução nas duas extremidades do fio e também desprezar a troca de calor por acumulação, pois o filamento, então, estará sob condições uniformes ($\frac{\partial T}{\partial t}$).

Considerando todas estas hipóteses, a equação geral da troca de calor pode ser simplificada para:

$$I^2 R_{fio} = \pi d h_{cf} l (T_{fio} - T_{amb}) \quad (2.6)$$

Lembrando que R_{fio} é a resistência do fio na temperatura de funcionamento e pode ser expressa por:

$$R_{fio} = R_{fio,amb} + R_{fio,20*c} \alpha_{20*c} (T_{fio} - T_{amb}) \quad (2.7)$$

Com a modelagem já feita, o problema se resume então a determinar o coeficiente de transferência de calor por convecção forçada (h_{cf}).

King (1914), expressou a transferência de calor por convecção entre o filamento e o escoamento como uma relação entre o número de Nusselt e o de Reynolds, tendo ela assumido a forma

$$Nu = A + B Re^{0.5} \quad (2.8)$$

onde A e B são constantes empíricas de calibração.

Kramers (1946) realizou experimentos para ar, água e óleo. Ao tratar seus dados experimentais, ele sugeriu uma lei para a determinação do coeficiente de transferência de calor por convecção da forma:

$$Nu = 0.42Pr^{0.2} + 0.57Pr^{0.33} Re^{0.5} \quad (2.9)$$

Inserindo o número de Nusselt na Eq. 2.6, temos:

$$I^2 R_{fio} = \pi K_{fio} l (T_{fio} - T_{amb}) Nu \quad (2.10)$$

Substituindo agora as Eq. 2.7 e Eq. 2.9 na Eq. 2.10, temos:

$$I^2 R_{fio,20^\circ C} = \frac{\pi K_{fio} l (T_{fio} - T_{amb})}{1 - \alpha_{20^\circ C} (T_{fio} - T_{amb})} (0.42Pr^{0.2} + 0.57Pr^{0.33} Re^{0.5}) \quad (2.11)$$

Finalmente, se multiplicarmos a equação por $(R_{fio,20^\circ C})$ nos dois lados, chegamos a uma expressão final:

$$I^2 R_{fio,amb}^2 = \frac{R_{fio,20^\circ C} K_{fio} l (T_{fio} - T_{amb})}{1 - \alpha_{20^\circ C} (T_{fio} - T_{amb})} \quad (2.12)$$

Como,

$$I^2 R_{fio}^2 = E_{fio}^2 \quad (2.13)$$

podemos escrever a Eq. 2.12 como

$$E^2 = A^2 + BU^{0.5} \quad (2.14)$$

$$A = 0.42\pi K_{fio} l (T_{fio} - T_{amb}) R_{20^\circ C} (1 - \alpha_{20^\circ C} (T_{fio} - T_{20^\circ C})) Pr^{0.2} \quad (2.15)$$

$$B = 0.57\pi K_{fio} l (T_{fio} - T_{amb}) R_{20^\circ C} (1 - \alpha_{20^\circ C} (T_{fio} - T_{20^\circ C})) Pr^{0.33} \frac{\rho d}{\mu} \quad (2.16)$$

Essas deduções foram feitas para um filamento de comprimento infinito. Na prática o que ocorre é que a troca de calor por condução entre o filamento e as agulhas (nas extremidades) deve ser considerada. O que se procura fazer, então, é ajustar o parâmetro n de acordo com esse efeito.

$$E^2 = A + B.U^n \quad (2.17)$$

2.1.2 Da utilização do sensor de fio-quente

Nesta seção daremos ênfase aos procedimentos essenciais em uma campanha de medições com sensores de anemometria a fio-quente.

A primeira tarefa que nos interessa é determinar a resistência elétrica do filamento, apenas dele, sem as agulhas. Para este fim, devemos inserir uma sonda em curto no lugar do sensor e medir a resistência geral. Teremos, portanto, uma resistência de curto circuito.

Após isso, devemos conectar o sensor que iremos usar e medir uma nova resistência total. Ao valor que iremos medir, devemos subtrair o valor da resistência em curto-circuito, para assim obter a resistência do filamento à temperatura ambiente.

A fórmula abaixo nos fornece a resistência do filamento (e somente dele) na temperatura de funcionamento:

$$R_{T_{func}} = R_{T=20^\circ} (1 + \alpha), \quad (2.18)$$

onde α é a taxa de sobreaquecimento e $R_{T=20^\circ C}$ é a resistência somente do filamento a 20 °C.

Calculada a resistência de operação do filamento, devemos acrescentar a ela as resistências dos cabos que ligam o sensor ao anemômetro e também da própria agulha do sensor. Teremos assim a temperatura de funcionamento do sensor, que deverá ser ajustada no anemômetro.

Vale lembrar que é o operador que define a temperatura de funcionamento do sensor. O fator α indica o quanto estamos sobreaquecendo-o. Quanto maior o valor de α , maior será a temperatura do sensor e também sua sensibilidade já que a troca de calor por

convecção aumentará. Isso se deve claramente ao aumento da diferença de temperatura entre o escoamento e o filamento.

O filamento, no entanto, possui um limite para ser superaquecido. Se ultrapassarmos este limite o filamento se rompe. Na literatura, normalmente recomenda-se ($\alpha = 0.6$) para medições com uma exímia precisão e ($\alpha = 0.8$) para experimentos ainda mais refinados. Abaixo encontramos uma fórmula que fornece a temperatura de funcionamento do sensor em função da resistência de operação.

$$T_{sensor} = \frac{100}{\alpha_o} \frac{R_{sensor, T_{func}}}{R_{sensor, T_{amb}}} - 1 + T_{amb} \quad (2.19)$$

onde α_o é o coeficiente de resistividade térmica do sensor em $^{\circ}C$. Vale ressaltar que a temperatura de oxidação do tungstênio é de $350^{\circ}C$.

Porém, voltando ao procedimento a ser utilizado na operação de uma ponte CTA, de posse do valor da resistência de funcionamento R_{func} , devemos inserir esta resistência nas décadas resistivas do anemômetro de temperatura constante.

Ao selecionarmos esta resistência, estamos ajustando a resistência R_3 da ponte de Wheatstone do anemômetro, e na qual o sensor (filamento) é uma resistência variável.

Quando ajustamos o valor de R_3 , estamos informando ao circuito eletrônico que a ponte de Wheatstone ficará balanceada com um valor R de resistência do sensor (filamento). O circuito retro-alimentador de voltagem do anemômetro tentará então manter essa resistência constante.

2.1.3 A calibração do sensor de fio-quente

Todo sensor de fio-quente deve ser devidamente calibrado antes que iniciemos qualquer medição com o mesmo. A calibração consiste em calcular os parâmetros A e B na equação abaixo.

King (1914) foi o primeiro a propor uma curva de calibração da forma:

$$E^2 = A + B.U^n, \quad (2.20)$$

sugerindo o valor de $n = 0.5$. Posteriormente, Collis e Willians (1959) mostraram que o

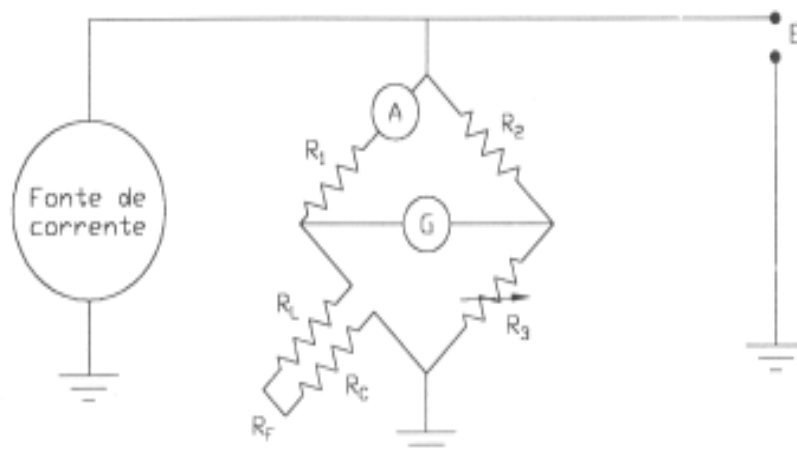


Figura 2.3: Esquema da ponte de Wheatstone do Anemômetro de temperatura constante.

valor de $n = 0.45$ é mais favorável para se obter melhores resultados, por fornecer uma faixa de Reynolds onde a calibração válida é bem mais ampla.

Apesar de vários outros pesquisadores terem proposto outras curvas de calibração, a curva de Collis e Willians é certamente a mais largamente usada atualmente para medidas em que se deseje um resultado refinado.

Na figura 2.1.3, apresentamos uma foto que ilustra o processo de calibração de um sensor de fio-quente em um túnel de baixas velocidades. Uma premissa importante a ser considerada é a de que o escoamento incidente sobre o tubo de Pitot possui as mesmas condições daquele que incide sobre o fio-quente.

2.1.4 Sensibilidade Direcional

Sensor de fio quente simples

Como o funcionamento do sensor de fio quente se baseia na troca de calor entre o filamento e o escoamento, então, facilmente, podemos perceber que o plano ortogonal ao filamento possui uma sensibilidade privilegiada.

Considere o uso de um sensor de fio quente para a medição de um escoamento com velocidade U_{esc} em uma direção desconhecida. Podemos então decompor a velocidade (U_{esc}) em três componentes: U (velocidade em um plano ortogonal ao filamento e paralela

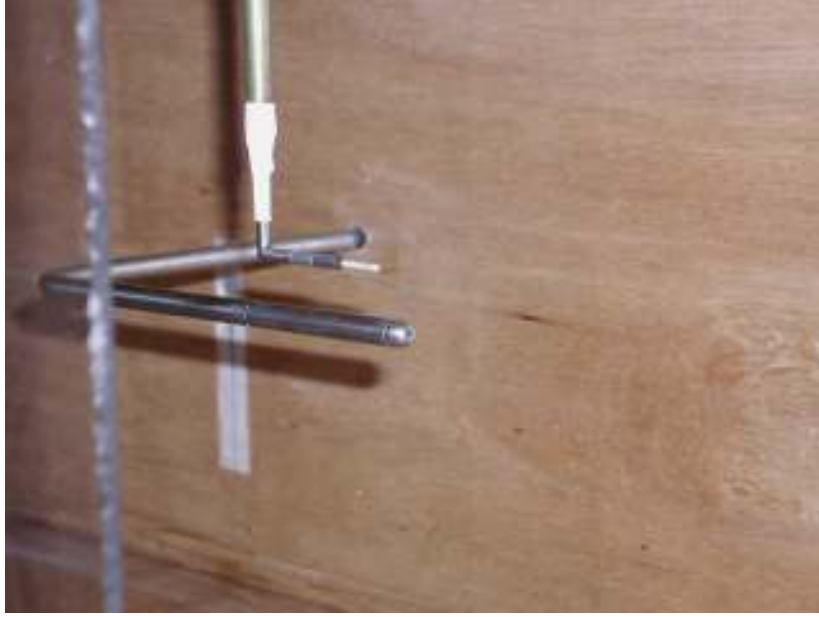


Figura 2.4: Sensor de fio-quente ao lado do tubo de Pitot para calibração.

ao eixo formado sensor), V (velocidade em um plano ortogonal ao filamento e ortogonal ao eixo formado sensor) e W (velocidade na direção do filamento).

No entanto, segundo a lei de King, $E^2 = A + B \cdot (U_{eff})^n$, o sensor fornece uma voltagem E devido a sua sensibilidade em relação a uma velocidade efetivamente sentida por ele. Cada velocidade U , V e W descrita acima possui um coeficiente de sensibilidade.

$$(U_{eff})^2 = U^2 + k^2 V^2 + h^2 W^2 \quad (2.21)$$

Os coeficientes k e h são respectivamente os coeficientes de sensibilidade de guinada e arfagem e valem aproximadamente 0.2 e 1.05.

Suponhamos então que coloquemos o filamento alinhado a um escoamento com velocidade média \bar{U} , de modo que \bar{V} e $\bar{W} = 0$, mas, que, por outro lado, se estabeleçam flutuações u' , v' e w' . Da equação anterior, podemos obter:

$$(U_{eff})^2 = (\bar{U} + u')^2 + k^2 (v')^2 + h^2 (w')^2 \quad (2.22)$$

Através de manipulações matemáticas, chegamos a equação simplificada abaixo:

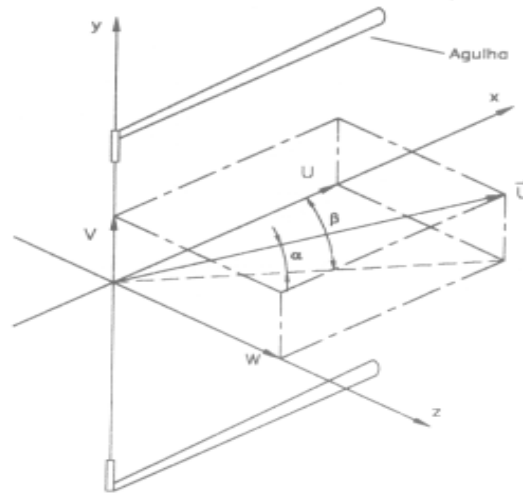


Figura 2.5: Escoamento de direção desconhecida sobre o filamento.

$$U_{eff} = \bar{U} \left[1 + \frac{u'}{\bar{U}} + \frac{1}{2} \frac{(u')^2}{\bar{U}^2} + \frac{1}{2} k^2 \frac{(v')^2}{\bar{U}^2} + \frac{1}{2} h^2 \frac{(w')^2}{\bar{U}^2} \right] \quad (2.23)$$

Porém, podemos considerar que u'/\bar{U} , v'/\bar{U} e $w'/\bar{U} \ll 1$ e assim:

$$E^2 = A + B(\bar{U} + u')^n \Rightarrow E = \sqrt{A + BU^n \left(1 + \frac{u'}{\bar{U}}\right)^n} \quad (2.24)$$

Podemos definir então $E = \bar{E} + e'$ e por decorrência $\bar{E} = \sqrt{A + B\bar{U}^n}$, daí temos que:

$$e' = \frac{nBu'}{2E\bar{U}^{(1-n)}} \quad (2.25)$$

Verificamos que o sensor só é sensível às perturbações de velocidade u' e definimos o coeficiente de sensibilidade (k_u):

$$K_u u' = e' \Rightarrow K_u = \frac{nB}{2E\bar{U}^{(1-n)}} \quad (2.26)$$

Sensor com o filamento enfiado

Agora consideremos que o filamento tenha sido montado com uma inclinação ϕ , como mostrado na figura a seguir. Suponhamos ainda que tal sensor esteja exposto a um escoamento $\bar{U} = \overline{U_x}$, de tal forma que $\bar{W} = \bar{V} = 0$.

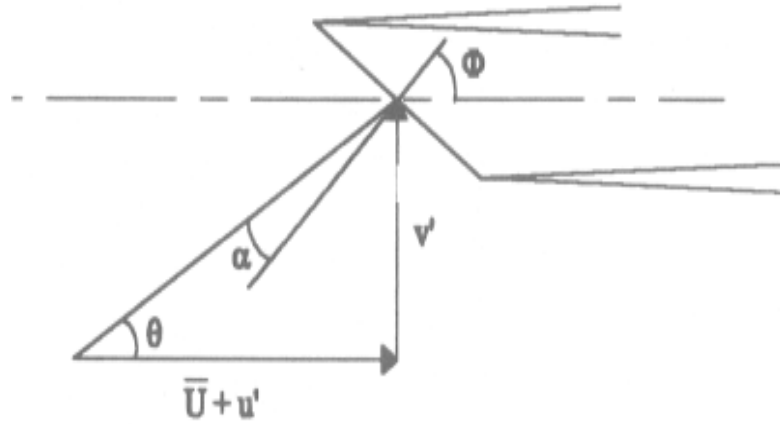


Figura 2.6: Fio quente com o filamento inclinado.

Verifiquemos agora como o sensor reage às sensibilidades de u' e v' já que sabemos que o sensor não será sensível à w' , pelo mesmo motivo mostrado para o sensor simples.

Projetando a velocidade U_x em um plano ortogonal ao filamento e em outro paralelo a ele, temos:

$$U_N = (\bar{U} + u') \cos \phi + v' \sin \phi \quad (2.27)$$

$$U_L = (\bar{U} + u') \sin \phi + v' \cos \phi \quad (2.28)$$

$$U_{eff}^2 = U_K^2 + k^2 U_L^2 \quad (2.29)$$

Mas, no entanto, já vimos que $\frac{u'}{\bar{U}}$ e $\frac{v'}{\bar{U}} \ll 1$ e, por isso, podemos obter uma equação simplificada:

$$U_{eff} = \bar{U} \cos \phi (1 + k^2 \tan^2 \phi) \left(1 + \frac{u'}{\bar{U}} + \frac{(1-k)^2 \tan \phi v'}{1 + k^2 \tan^2 \phi \bar{U}} \right) \quad (2.30)$$

Podemos definir novamente $E = \bar{E} + e'$ e, por decorrência, $\bar{E} = \sqrt{(A + B\bar{U}^n)}$, daí substituindo U_{eff} na lei de King ($E^2 = A + BU_{eff}^n$) temos que:

$$B' = B \cos \phi (1 + k^2 \tan^2 \phi)^{n/2} e' = K_u u' + K_v v' \quad (2.31)$$

onde,

$$K_u = \frac{nB'}{2\overline{E}(\overline{U})^{1-n}} \quad (2.32)$$

$$K_v = \frac{(1 - k^2) \tan \phi}{2\overline{E}(\overline{U})^{1-n}(1 + k^2 \tan^2 \phi)} \quad (2.33)$$

Medição de duas componentes de velocidade

Medições de duas componentes de velocidade são normalmente realizadas com o uso de um sensor de dois canais, onde os fios estão dispostos em uma configuração cruzada, chamada configuração em “X”, onde cada fio está inclinado de 45° (ϕ) com relação ao escoamento. Para fins de análise do sinal, podemos considerar que os dois fios estão contidos em um mesmo plano. Na prática, os dois fios estão colocados em planos diferentes, pois caso contrário a esteira térmica de cada fio poderia influenciar a leitura do outro. Jerome et al. (1971) mostrou que se um espaçamento de cerca de 1 mm for utilizado, os efeitos de esteira podem ser desprezados. Ao longo dos anos, o sensor de dois canais em X se tornou muito popular; a geometria utilizada atualmente minimiza os efeitos de esteira do fio e interferência aerodinâmica das agulhas.

Para fins de calibração e de medição, o procedimento padrão é considerar que a componente de velocidade perpendicular ao plano dos fios em X quando comparada com as componentes verticais e longitudinais, U e V , é pequena de modo que as equações para os dois fios podem ser escritas como;

$$E_1 = F_1(U, V) = F_3(\tilde{V}, \theta, \alpha), \quad (2.34)$$

$$E_2 = F_2(U, V) = F_4(\tilde{V}, -\theta, \alpha). \quad (2.35)$$

onde \tilde{V} denota o módulo do vetor velocidade, θ o ângulo de ataque e α o ângulo de guinada do escoamento.

Um método simplificado de calibração e análise do sinal pode ser proposto com a introdução do conceito de velocidade efetiva:

$$V_e = \tilde{V}f(\alpha) = \tilde{V}(\cos^2 \alpha + k^2 \sin^2 \alpha)^{1/2}, \quad (2.36)$$

$$= (U_N^2 + k^2 U_T^2)^{1/2}. \quad (2.37)$$

$$k = \frac{1}{\sin \alpha} \left[\left(\frac{E^2(\alpha) - A}{E^2(0) - A} \right)^{1/2} - \cos^2 \alpha \right]^{1/2}. \quad (2.38)$$

Logo, a equação para o sinal de saída dos dois fios pode ser escrita como:

$$E_1^2 = A + BV_{e1}^n, \quad (2.39)$$

$$E_2^2 = A + BV_{e2}^n, \quad (2.40)$$

Então, a relação completa de calibração para a faixa de velocidade e ângulo do escoamento para um sensor de dois canais em X pode ser expressa como:

$$E^2 = A(\theta) + B(\theta)V_e^{n(\theta)}. \quad (2.41)$$

No chamado método de calibração de velocidade efetiva, cada fio do sensor em X é considerado separadamente, de modo que o procedimento de calibração clássica do fio simples de um canal pode ser utilizado. Isso resulta em uma expressão simples para V_e , que pode ser escrita como:

$$V_e = f(\alpha) [U - g(\alpha)v], \quad (2.42)$$

onde

$$f(\alpha) = (\cos^2 \alpha + k^2 \sin^2 \alpha)^{1/2}, \quad (2.43)$$

$$g(\alpha) = \frac{(1 - k^2) \cos^2 \alpha}{(\cos^2 \alpha + k^2 \sin^2 \alpha)} \tan \alpha. \quad (2.44)$$

Os valores de U e V podem ser obtidos por um procedimento de soma e diferença, que fornece:

$$U = \frac{[V_{e1}/f_1(\alpha_1)]g_2(\alpha_2) + [V_{e2}/f_2(\alpha_2)]g_1(\alpha_1)}{g_1(\alpha_1) + g_2(\alpha_2)}, \quad (2.45)$$

$$V = \frac{[V_{e2}/f_2(\alpha_2)] + [V_{e1}/f_1(\alpha_1)]}{g_1(\alpha_1) + g_2(\alpha_2)}, \quad (2.46)$$

Para escoamentos com variações de temperatura, os parâmetros A e B devem ser considerados dependentes não só de θ mas também de T .

2.2 Análise estatística do escoamento

No procedimento para a medição de um perfil de velocidades, o que se faz é realizar várias medidas em diferentes alturas (posições) do valor da velocidade.

Para a medição do valor da velocidade de um escoamento em um ponto, devemos fazer várias aquisições. Geralmente, faz-se o uso de uma placa de aquisição de dados, para, através dela, regulamos o número de amostras que iremos medir para cada ponto, além da frequência que estas medidas serão feitas. Logo, para cada ponto em que se deseje medir a velocidade, temos um sinal adquirido no formato mostrado na figura 2.2.

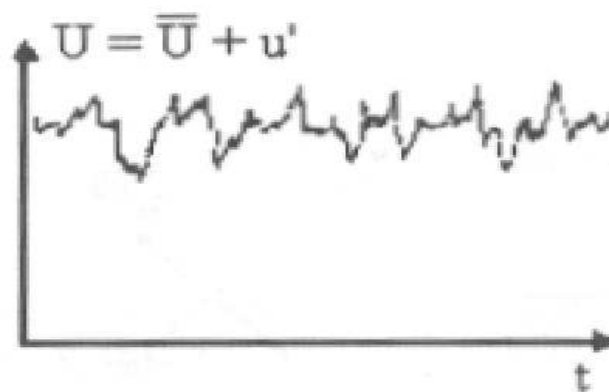


Figura 2.7: Velocidade instantânea em função do tempo.

Observamos então que obtemos várias medições de velocidades instantâneas. Este sinal pode ser decomposto em um valor médio \bar{U} e uma flutuação u' , $U = \bar{U} + u'$. Para este ponto medido, teremos então um valor de \bar{U} e de u' . Esse procedimento é repetido para para todo os pontos (diferentes posições) do perfil de velocidades.

A análise estatística do escoamento consiste em nada mais do que estudar como se dá a distribuição dos valores de u' , de acordo com as velocidade instantâneas medidas para cada ponto. Ou seja, para um dado sinal, iremos estudar a função de densidade de probabilidades de u' , como mostrado na figura 2.2. Na maior parte dos casos, esperamos que esta função de densidade de probabilidade satisfaça uma distribuição Gaussiana.

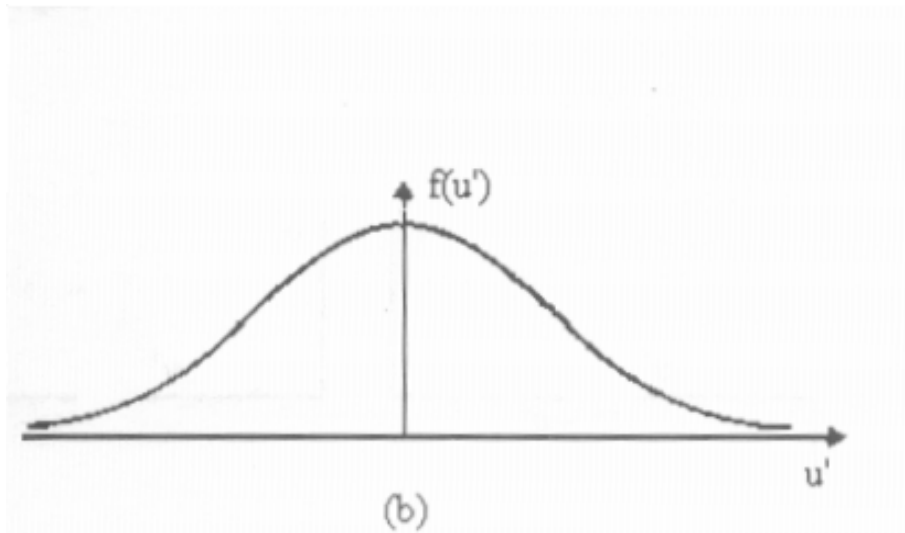


Figura 2.8: Função de distribuição de probabilidades de u' .

Inicialmente, definimos σ^2 como sendo a variância da velocidade U . A variância também é denominada intensidade turbulenta, valor geralmente expresso em porcentagem do valor médio de velocidades.

$$\sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}} \quad (2.47)$$

$$IT(\%) = \sqrt{\frac{\overline{u'^2}}{\bar{u}^2}} \quad (2.48)$$

Para um perfil de velocidades medidos, podemos obter o valor de intensidade turbulenta para cada ponto.

Quando estamos interessados apenas em medir a velocidade e a intensidade turbulenta de um escoamento, nos limitamos a avaliar \bar{U} e u' para um dado ponto. Porém, com apenas esses dados, estamos perdendo muitas informações das propriedades estatísticas do escoamento.

De posse dos valores de velocidades instantâneas para um determinado ponto, podemos analisar em adição a distribuição dos chamados momentos de segunda ordem ($\overline{u'^2}$), terceira ordem ($\overline{u'^3}$) e de quarta ordem ($\overline{u'^4}$).

$$\sigma_u^2 = \overline{u'u'} = \frac{1}{N_{ptos}-1} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{ptos}} [u'(j)][u'(j)] \right\} = \quad (2.49)$$

$$= \frac{1}{N_{ptos}-1} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{ptos}} [u(j)]^2 - N_{ptos} \bar{u}^2 \right\} \quad (2.50)$$

$$\sigma_u^3 = \overline{u'u'u'} = \frac{1}{N_{ptos}-1} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{ptos}} [u'(j)][u'(j)][u'(j)] \right\} = \quad (2.51)$$

$$= \frac{1}{N_{ptos}-1} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{ptos}} [u(j)]^3 \right\} - 3\bar{u} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{ptos}} [u(j)]^2 \right\} + 2N_{ptos} \bar{u}^3 \quad (2.52)$$

$$\sigma_u^4 = \overline{u'u'u'u'} = \frac{1}{N_{ptos}-1} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{ptos}} [u'(j)][u'(j)][u'(j)][u'(j)] \right\} \quad (2.53)$$

$$= \frac{1}{N_{ptos}-1} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{ptos}} [u(j)]^4 \right\} - 4\bar{u} \left\{ \sum_{j=1}^{N_{ptos}} [u(j)]^3 \right\} + 6\bar{u}^2 \left\{ \sum_{j=1}^{N_{ptos}} [u(j)]^2 \right\} - 3N_{ptos} \bar{u}^4 \quad (2.54)$$

Podemos então definir o coeficiente de assimetria (S) e de achatamento (T) da distribuição:

$$S = \frac{\overline{u'^3}}{(\overline{u'^2})^{3/2}} \quad (2.55)$$

$$T = \frac{\overline{u'^4}}{(\overline{u'^2})^2} \quad (2.56)$$

Vale a pena ressaltar que para uma distribuição Gaussiana $S = 0$ e $T = 3$.

Na figura 2.2 podemos observar o comportamento real para um escoamento turbulento desses parâmetros.

Percebemos assim a importância em se obter os valores de velocidade instantâneas medidas para cada ponto, para, assim, realizar uma análise estatística cuidadosa das propriedades de um escoamento.

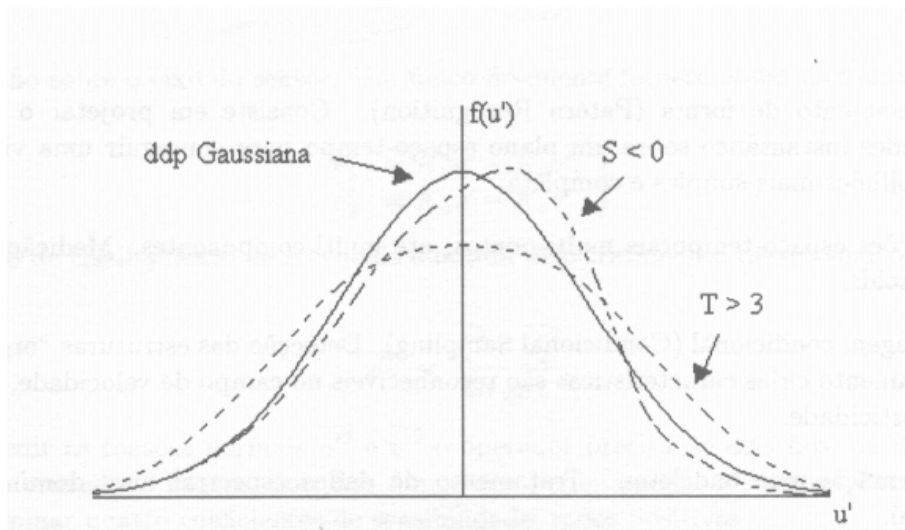


Figura 2.9: Efeito dos momentos de segunda e terceira ordem.

2.3 Análise de Incertezas

Considerando que todo processo de medição possui erros associados, é de extrema importância para qualquer trabalho experimental a investigação do grau de confiabilidade dos resultados obtidos. O texto a seguir apresenta algumas considerações básicas sobre o assunto, revisando as definições clássicas e mostrando o procedimento de estimativa de incerteza utilizado no presente trabalho. Contudo, uma análise extensiva sobre propagação de erros e análise de incertezas pode ser encontrada em Kline (1985) e Moffat (1985).

Os erros associados à medição são definidos como a diferença entre o valor medido e o valor verdadeiro, normalmente desconhecido. O erro total (δ_k) possui duas componentes: um erro viciado fixo (β) e um erro aleatório, também chamado precisão (ϵ_k). Logo, $\delta_k = \beta + \epsilon_k$, e conclui-se que uma boa medição é aquela que possui ambos os erros, aleatório e viciado, baixos.

2.3.1 Tipos de Erros Associados à Medição

Erro Aleatório Os erros aleatórios são observados em medições repetidas, as quais não são, e não se espera que sejam exatamente iguais devido às numerosas fontes que influenciam no valor medido. Erro de precisão é um outro nome dado ao erro aleatório. A medida

da distribuição dos erros de precisão (ϵ_k) é dado pelo desvio-padrão (σ). Para uma distribuição normal de erros, o intervalo de $\mu \pm 2\sigma$ irá incluir aproximadamente 95% do total dos pontos medidos. Dessa forma, um desvio-padrão grande significa uma grande dispersão das medidas obtidas. A estatística (S) é calculada para estimar o desvio-padrão e é chamada índice de precisão.

$$S = \left[\frac{\sum_{k=1}^N (X_k - \bar{X})^2}{N - 1} \right] \quad (2.57)$$

onde N é o número de medidas realizadas. Existem muitas maneiras de se calcular o índice de precisão. Se o parâmetro a ser medido pode ser mantido constante, um certo número de repetições da medição pode ser utilizado para o cálculo de S através da equação acima.

Erro Sistemático A segunda componente do erro total é o erro sistemático β . Em medições repetidas, usando as mesmas condições ambientes e técnicas experimentais, cada medida apresenta o mesmo erro viciado. Ele é, em geral, um acúmulo de vários erros sistemáticos individuais.

A esse tipo de erro incluem-se aqueles que podem ser calibrados, aqueles que são desprezíveis e ignorados, e aqueles que são estimados e incluídos na análise de incertezas. Na maioria dos casos β é um valor a mais ou a menos que o valor medido, e normalmente não se sabe se o erro sistemático é positivo ou negativo. Estima-se, então, o limite $\pm B$ como um valor máximo para o erro viciado β .

O erro sistemático é um parâmetro difícil de se estimar, e os procedimentos normalmente recomendados são comparar as medidas com resultados de instrumentos-padrão ou comparar medidas independentes realizadas com instrumentos que utilizam princípios diferentes para avaliar a grandeza medida. Quando existe alguma causa de erro sistemático conhecida, os seus efeitos podem ser contabilizados através de um processo de calibração.

Incerteza da Medição

Seguindo estes conceitos, o objetivo da análise de incerteza da medição é identificar possíveis fontes de erros e proporcionar uma estimativa numérica dos limites superior dos

erros de precisão e viciado.

Por simplicidade, é conveniente expressar um único valor de incerteza U para expressar o limite aceitável de erro. Esse número, que é uma combinação do erro aleatório e do erro sistemático, deve ter uma interpretação simples, como o máximo erro esperado e ser útil e informativo sem a necessidade de maiores esclarecimentos. Normalmente o valor medido é expresso na forma de intervalo, como $\bar{X} \pm U$, que representa uma faixa na qual espera-se que esteja o valor verdadeiro da grandeza medida.

Entretanto, a incerteza U apesar de ser amplamente utilizada, não é considerada um parâmetro de confiança rigoroso. Isso acontece porque o erro sistemático não é uma grandeza estatística, sendo normalmente estimado por comparação ou experiência. Assim, considera-se que nenhuma função desses dois erros possui uma base estatística rigorosa. Para contornar este problema, a literatura (ASME(1985) e Kline(1985)) recomenda a utilização de dois intervalos de incerteza que possuem uma cobertura análoga aos intervalos de 95% e 99% de confiança, descritos pela teoria estatística. Estes intervalos de incerteza indicam a frequência na qual o valor verdadeiro estará contido na faixa estimada. Dessa forma, uma amostra que tenha um intervalo de incerteza de 95% irá conter o valor verdadeiro em noventa e cinco por cento dos casos. Estes intervalos são dados por:

$$U_{99\%} = B + tS_{\bar{X}}, \quad (2.58)$$

$$U_{95\%} = [B^2 + (tS_{\bar{X}})^2]^{1/2}, \quad (2.59)$$

onde B é o limite do erro sistemático, $S_{\bar{X}}$ é o índice de precisão e t é o valor correspondente à distribuição de t-Student. O produto $tS_{\bar{X}}$ representa adequadamente o erro de precisão de \bar{X} .

2.3.2 Incerteza dos Resultados

Os resultados desejados dificilmente são grandezas medidas diretamente. Normalmente grandezas básicas como temperatura e pressão são obtidas e a partir delas são calculadas as grandezas de interesse. Portanto, para estimar a incerteza desse valor calculado é preciso

propagar os erros das grandezas primárias através da fórmula funcional que relaciona o resultado e os parâmetros medidos.

Neste contexto pode ser utilizado o conceito de sensibilidade, que representa o erro propagado ao resultado em decorrência de mudança de unidades entre parâmetros e valor calculado. Quando a relação matemática é conhecida, a sensibilidade pode ser calculada analiticamente através de diferenciação parcial. Dado um resultado r obtido em função dos parâmetros P_1 , P_2 e P_3 , $r = f(P_1, P_2, P_3)$, a sensibilidade de r em relação ao parâmetro P_1 será dado pelo coeficiente θ_1 :

$$\theta_1 = \frac{\partial r}{\partial P_1}. \quad (2.60)$$

Neste trabalho os valores de velocidade e temperatura podem ser considerados grandezas primárias, e por isso os intervalos de incerteza foram calculados segundo o método descrito acima. Todos os dados de velocidade e temperatura apresentados neste capítulo estão associados a um intervalo de incerteza de $U = 0.039m/s$, $P = 0.99$ e $T = 0.2^\circ C$, $P = 0.95$.

Capítulo 3

Modelos de Turbulência

A riqueza de escalas em escoamentos turbulentos, e, em particular, seus diminutos valores nas escalas de dissipação fazem da simulação direta uma estratégia proibitiva. Muitas estratégias de ataque podem então ser definidas. Nos procedimentos mais utilizados, os campos do escoamento sob investigação são decompostos em partes médias e partes flutuantes. Resulta que as equações de Navier-Stokes são reduzidas a um novo conjunto de equações onde a contribuição dos efeitos turbulentos aparece em um termo isolado comumente chamado de tensor de Reynolds. Isso necessariamente incorpora novas incógnitas ao problema — que acoplam os campos médios e os turbulentos — que devem ser modeladas por equações complementares.

Em um procedimento rigoroso, as equações de Navier-Stokes (ENS) podem ser novamente manipuladas algébricamente para se obter equações de transporte para cada um dos termos do tensor de Reynolds. Entretanto, por serem as ENS não lineares, nessas equações sempre surgirão novos termos desconhecidos correspondentes aos momentos de ordem superior. Isso leva a um processo recursivo que precisa ser interrompido em algum momento pela introdução de relações ditas de “fechamento”. Relações que visam tornar o sistemas de equações de governo determinado, isto é, com um número idêntico de equações e incógnitas.

Portanto, os modelos de turbulência mais difundidos atualmente são aqueles baseados nas equações médias de Reynolds. Eles possuem várias vantagens; são robustos, relativamente universais e exigem recursos computacionais relativamente baixos.

3.1 Média do Escoamento Turbulento

Em sua forma original, as equações de Navier-Stokes, para fluidos newtonianos, podem ser escritas da seguinte forma, em notação indicial:

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_j} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{2}{3} \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.1)$$

Utilizando a mesma notação acima, a equação da continuidade assume a forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.2)$$

Ao aplicar o processo de média nas equações de Navier-Stokes, utiliza-se uma integração ao longo de um intervalo de tempo t longo o suficiente para que as flutuações instantâneas do escoamento possam ser desprezadas, mas curto o suficiente para que as quantidades médias do escoamento não variem apreciavelmente. Quando variações temporais do escoamento, não associadas à turbulência, ocorrem ao longo de escalas de tempo muito maiores do que as referentes às maiores estruturas, é conveniente separar os componentes de velocidade U_i em uma direção x_i , bem como outras quantidades, em uma soma de um componente médio com um componente flutuante. Assim, para a velocidade, temos:

$$U_i = u_i + u'_i; \quad (3.3)$$

para uma quantidade escalar Φ qualquer:

$$\Phi_i = \phi_i + \phi'_i \quad (3.4)$$

onde u_i e ϕ_i são as quantidades médias, definidas como:

$$u_i = \frac{1}{t} \int_{t_0+t/2}^{t_0-t/2} U_i dt \quad (3.5)$$

e

$$\phi_i = \frac{1}{t} \int_{t_0+t/2}^{t_0-t/2} \Phi_i dt \quad (3.6)$$

para um t_0 qualquer.

3.1.1 Equação de Transporte da Quantidade de Movimento

Utilizando as propriedades do operador média de Reynolds, podemos encontrar equações para o transporte da quantidade de movimento através da substituição da equação 3.3 na equação de Navier-Stokes (Equação 3.1), obtendo a equação:

$$\frac{\partial \bar{\rho} u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial \bar{\rho} u_i}{\partial x_j} = \bar{\rho} f_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} \quad (3.7)$$

onde

$$\frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} = -\overline{\rho' \frac{\partial u_i'}{\partial t}} + \overline{\bar{\rho} u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} + \overline{u_j \rho' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} + \overline{\rho' u_j' \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} + \overline{\rho' u_j' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j}} \quad (3.8)$$

E a equação da continuidade é reescrita como:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} u_j + \overline{\rho' u_j'}) = 0 \quad (3.9)$$

A tensão τ_{ij} agrupa todos os termos que envolvem flutuações, ou seja, agrupa os termos originados devido à turbulência do escoamento. Primeiramente introduzidos por Reynolds, eles definem os elementos do tensor de tensões “aparentes” ou “turbulentas”, que ficou conhecido por suas origens como o tensor de Reynolds.

Combinando as equações 3.8 e 3.9, obtemos:

$$\frac{\partial \tau_{ji}}{\partial x_j} = - \left[\frac{\partial}{\partial t} \overline{\rho' u_i'} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\bar{\rho} u_i' u_j'} + \overline{u_i \rho' u_j'} + \overline{u_j \rho' u_i'} + \overline{\rho' u_i' u_j'}) \right] \quad (3.10)$$

A equação 3.7 é conhecida como a equação de Reynolds e difere da equação 3.1 apenas pelo termo adicional τ_{ji} .

Todas as quantidades envolvidas nas equações acima podem apresentar flutuações decorrentes do escoamento. Daqui em diante será considerado que as flutuações de massa específica e viscosidade sejam suficientemente pequenas para que seus efeitos sobre a

turbulência possam ser desprezados. Consideraremos também que o escoamento é incompressível. Assim, as equações da continuidade, de Navier-Stokes e de Reynolds, respectivamente, assumem a forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = f_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \overline{u'_i u'_j} \right) \quad (3.13)$$

onde $\rho = \bar{\rho}$, e $\nu = \mu / \rho$.

3.1.2 Equações de Transporte de Quantidades Escalares

O transporte de uma quantidade escalar Φ , de uma forma semelhante ao transporte da quantidade de movimento, pode ser escrito através de uma equação da forma:

$$\frac{\partial \rho \Phi}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_j \Phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right) + S_\Phi, \quad (3.14)$$

onde Γ quantifica a difusividade de Φ e S_Φ representa eventuais fontes ou sumidouros, além de qualquer outro termo que não se encaixe na estrutura dos outros termos. Aplicando o operador média à equação 3.14 e considerando o escoamento incompressível, temos:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + u_j \frac{\partial \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} - \overline{u'_j \phi} \right) + \overline{S_\phi}, \quad (3.15)$$

onde $\gamma = \Gamma / \rho$. O termo $\overline{u'_j \phi}$ é uma correlação que envolve flutuações turbulentas e precisa ser modelado.

A equação da energia é um exemplo de uma equação de transporte importante quando o escoamento não é isotérmico. Outras equações muito importantes são as equações de transporte da energia cinética turbulenta e das tensões de Reynolds, que são as bases dos principais modelos de turbulência e serão abordadas mais a diante.

3.2 Modelos Baseados no Conceito de Viscosidade Turbulenta

A hipótese de viscosidade turbulenta, proposta por Boussinesq em 1877, considera que os fluxos de quantidade de movimento e de escalares se processem de forma análoga. Tomando um escoamento unidirecional ao longo de uma placa plana infinita, Boussinesq propôs que a contribuição da turbulência na transferência de quantidade de movimento poderia ser modelada por

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (3.16)$$

onde u' e v' são flutuações associadas às componentes de velocidade U e V , paralela e normal à superfície, respectivamente, e y é a direção normal à superfície da placa. Ao contrário da viscosidade molecular ν , a viscosidade turbulenta ν_t não é uma propriedade do fluido, mas do escoamento, devendo, portanto, embutir em sua formulação parâmetros que caracterizem adequadamente a turbulência.

Ao longo dos últimos anos, a hipótese de Boussinesq, em uma forma generalizada proposta por Kolmogorov (1942), tem sido um dos métodos mais utilizados nas simulações numéricas de escoamentos turbulentos. O tensor de Reynolds, generalizado por Kolmogorov, tem a seguinte formulação:

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa, \quad (3.17)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker e κ é a energia cinética turbulenta. Introduzindo esta relação na equação 3.13, resulta:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_i} \left(p + \frac{2}{3} \kappa \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.18)$$

Modelos seguindo essa hipótese modelam ν_t utilizando desde simples relações algébricas, como o modelo do comprimento de mistura de até mesmo equações diferenciais.

3.2.1 Modelo a uma Equação

Uma simples análise dimensional mostra que a viscosidade turbulenta pode ser expressa o produto de uma velocidade por um comprimento característicos:

$$\nu_t \sim u_c L_c \quad (3.19)$$

Podemos introduzir em ν_t um pouco mais de informação física do escoamento considerando a energia cinética turbulenta no cálculo da velocidade característica u_c . Sendo a enrgia cinética turbulenta definida como $\kappa = \overline{u'_i u'_i} / 2$, u_c pode ser escrito como

$$u_c = \kappa^{1/2} \quad (3.20)$$

A equação de transporte de κ pode ser obtida diretamente por uma manipulação algébrica da equação de Navier-Stokes (3.1), multiplicando-a por u_i e em seguida tomando a média da equação resultante.

Após algumas operações obtemos:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + C_\kappa = D_\kappa + P_\kappa + \epsilon \quad (3.21)$$

onde

$$C_\kappa = u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j},$$

$$D_\kappa = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{u'_j \left(\kappa + \frac{p}{\rho} \right)} - \nu \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right],$$

$$P_\kappa = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$$

e

$$\epsilon = -\nu \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2}.$$

Na Equação 3.21, os termos do lado esquerdo e o último termo de D_κ denotam, respectivamente, a taxa de variação local, o transporte convectivo e o transporte difusivo

molecular de κ e não necessitam ser modelados. Os primeiros dois termos de D_κ são associados ao transporte difusivo turbulento e são, portanto, modelados pela idéia do conceito de viscosidade turbulenta:

$$-\overline{u'_j \left(\kappa + \frac{p}{\rho} \right)} \sim \gamma_\kappa \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \quad (3.22)$$

A difusividade γ_κ é determinada pela analogia de Reynolds, que assume ser a difusividade de qualquer propriedade dos escoamento proporcional à difusividade da quantidade de movimento. Assim:

$$\gamma_\kappa \sim \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \quad (3.23)$$

O número de Prandtl turbulento σ_κ para o transporte de κ é geralmente tomado como igual a 1. O termo P_κ , geralmente chamado de termo de produção, representa a taxa de transferência de energia do escoamento médio para o mecanismo de turbulência. Em modelos baseados na hipótese da viscosidade turbulenta, o tensor $\overline{u'_i u'_j}$ na equação de P_κ é aproximado utilizando a hipótese generalizada de Boussinesq (3.17).

O último termo, ϵ , é interpretado como sendo a taxa de dissipação viscosa de κ . Neste caso, a hipótese de equilíbrio local e a observação experimental, que relacionam a dissipação de energia dos grandes vórtices ($\sim \kappa$) com suas escalas de tempo ($\sim L/\kappa^{1/2}$), produzem a seguinte estimativa para ϵ :

$$\epsilon \sim \frac{\kappa^{3/2}}{L_c} \quad (3.24)$$

Com essas aproximações, podemos escrever o modelo a uma equação como:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\kappa^{3/2}}{L_c} \quad (3.25)$$

A viscosidade turbulenta é obtida de uma relação proposta independentemente por Kolmogorov (1942) e Prandtl (1945):

$$\nu_t = c_\mu \kappa^{1/2} L_\mu \quad (3.26)$$

onde c_μ é uma constante adimensional empírica e vale 0,09 e L_μ é uma escala de comprimento.

Para que se possa resolver a equação 3.25, faz-se necessário encontrar expressões tanto para L_ϵ como para L_μ . Assumindo a condição de equilíbrio local, temos que $\epsilon = P_\kappa$. Assim, a partir de 3.21, temos:

$$\epsilon = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}. \quad (3.27)$$

Combinando as equações 3.27 e 3.24:

$$L_\epsilon = \frac{\kappa^{3/2}}{-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \quad (3.28)$$

Para modelar L_ϵ na camada limite, supomos que o perfil de velocidade é logarítmico, como previsto pela lei de parede clássica:

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln(y) + A \quad (3.29)$$

onde u é a componente de velocidade paralela à parede, y é a coordenada espacial perpendicular à parede, $\kappa = 0,41$ é a constante de von Kármán e A é uma constante igual a 5 (parede lisa). Além disso, o termo $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ é denominado velocidade de atrito e τ_w é o valor da tensão na parede.

Introduzindo esta relação na equação de L_ϵ (3.28), e lembrando que na região próxima à parede a tensão local $-\overline{\rho u'_i u'_j}$ é praticamente igual à tensão na parede τ_w , obtemos:

$$L_\epsilon = -\frac{\kappa^{3/2}}{(\overline{u'_i u'_j})^{3/2}} \kappa y \quad (3.30)$$

Para a maior parte da camada limite, verifica-se que o coeficiente estrutural $-\overline{u'_i u'_j}/\kappa = 0,3$ se aplica. Logo,

$$L_\epsilon = 2,44y \quad (3.31)$$

A escala de comprimento L_μ é geralmente considerada igual a L_ϵ . No entanto, para a região muito próxima à parede, onde a viscosidade molecular ν é comparável ou maior

que a viscosidade turbulenta ν_t , a inclusão de funções de amortecimento (equações 3.32 e 3.33) torna-se necessária:

$$L_\epsilon = 2,44y[1 - \exp(-A_D y^*)] \quad (3.32)$$

$$L_\epsilon = 2,44y[1 - \exp(-A_\mu y^*)] \quad (3.33)$$

onde A_D e A_μ são constantes empíricas respectivamente iguais a 0,235 e 0,016 e y^* representa um número de Reynolds local que indica a intensidade da turbulência e é definido como $y^* = y\kappa^{1/2}/\nu$.

Para escoamentos livres, L_ϵ é em geral definido como

$$L_\epsilon = c\delta \quad (3.34)$$

onde $0,4 < c < 1$, dependendo do tipo de escoamento, e δ é a espessura da camada limite.

Na prática, observa-se que o modelo a uma equação prevê razoavelmente bem escoamentos em dutos, tanto em regiões plenamente desenvolvidas como em regiões em desenvolvimento, mas falha na previsão de outras características de escoamentos, por conta do grande número de hipóteses e constantes empíricas incluídos em sua formulação. Em particular, a hipótese de um perfil puramente logarítmico na região de camada limite é inadequada para a previsão de vários tipos de escoamento.

3.2.2 Modelos a Duas Equações

Modelos a duas equações surgiram para superar as limitações e a forte dependência de dados experimentais do modelo a uma equação. A idéia básica desses modelos é formular duas equações de transporte, ao invés de uma, para assim obter modelos mais gerais e com menor dependência de dados empíricos. Estes modelos são chamados *completos*, ou seja, podem ser usados para prever as propriedades de um dado escoamento turbulento sem conhecimento *a priori* da estrutura da turbulência. De fato, estes são os mais simples modelos completos de turbulência.

Para a elaboração de tais modelos, faz sentido continuarmos usando a equação para a energia cinética κ , devido ao pouco empirismo usado em sua obtenção. A questão que se coloca então é: qual deve ser a segunda variável? Para a resposta desta pergunta, várias propostas surgiram ao longo dos anos:

- Freqüência dos vórtices ω ($= \kappa^{1/2}L^{-1}$) (Kolmogorov, 1942);
- produto energia x escala de comprimento κL (Rodi e Spalding, 1970);
- dissipação ϵ ($= \kappa^{3/2}L^{-1}$) da energia cinética turbulenta (Harlow e Nakayama, 1968 e Launder e Spalding, 1974).

Atualmente, o modelo que equaciona a energia cinética turbulenta κ e sua dissipação ϵ , ou modelo $\kappa - \epsilon$, é o que tem recebido maior atenção devido, principalmente, ao trabalho de Jones e Launder (1972, 1973) e Launder e Spalding (1974).

Modelo $\kappa - \epsilon$

O modelo $\kappa - \epsilon$ hoje em dia está implementado na maioria dos códigos de CFD e é considerado o modelo padrão em simulações industriais. O modelo tem se mostrado numericamente estável e robusto e tem sua capacidade preditiva bem estabelecida, sendo utilizado na maioria das aplicações de propósitos gerais, demonstrando uma boa relação entre acurácia e robustez.

Na formulação do modelo $\kappa - \epsilon$, a idéia é obter a equação exata para ϵ , além da equação para κ (já obtida na seção anterior), e encontrar aproximações adequadas para o seu fechamento. Pode-se obter uma equação para ϵ através de uma manipulação da equação de Navier-Stokes, que, após um longo algebrismo, toma a forma:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = D_\epsilon + P_\epsilon + d_\epsilon \quad (3.35)$$

onde P_ϵ , D_ϵ e d_ϵ , de uma forma análoga à modelagem de κ , são chamados de difusão, produção e destruição de ϵ , respectivamente, e cujas expressões exatas são:

$$P_\epsilon = -2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + \frac{\partial u'_k}{\partial x_i} \frac{\partial u'_k}{\partial x_j} \right),$$

$$D_\epsilon = -2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} - 2\nu \overline{\left(\frac{\partial^2 u'_k}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{\nu u_j \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right)^2} + 2 \frac{\nu}{\rho} \overline{\frac{\partial p}{\partial x_i} \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}} - \nu \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right]$$

e

$$d_\epsilon = -2\nu u'_j \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_k}}$$

A modelagem dos termos acima é realizada principalmente através de técnicas de análise dimensional e intuição física. Por exemplo, para altos números de Reynolds, o transporte difusivo molecular de ϵ (os dois primeiros termos de D_ϵ) podem ser desprezados (Tennekes e Lumley (1972)). Assim, D_ϵ é aproximado usando o gradiente de ϵ :

$$D_\epsilon = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right]$$

A produção P_κ de κ deve ser balanceada pela produção P_ϵ de ϵ para evitar o aumento ilimitado de κ . Assim:

$$P_\epsilon \propto \frac{\epsilon}{\kappa} P_\kappa$$

Para garantir que a energia cinética turbulenta, κ , não se torne negativo, ϵ deve tender ao infinito quanto κ tender a zero. Logo:

$$d_\epsilon \propto \frac{\epsilon}{\kappa} \epsilon$$

Substituindo as aproximações anteriores na equação original de ϵ , obtemos a formulação do modelo $\kappa - \epsilon$ para altos números de Reynolds:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \epsilon \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\kappa} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{\kappa} \quad (3.37)$$

onde

$$\nu_t = c_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon} \quad (3.38)$$

e as constantes do modelo assumem os seguintes valores: $c_\mu = 0,09$, $c_{\epsilon 1} = 1,44$, $c_{\epsilon 2} = 1,92$, $\sigma_\kappa = 1$ e $\sigma_\epsilon = 1,3$.

Modelo κ - ϵ para Baixos Números de Reynolds

Em regiões junto a superfícies sólidas, onde $y^+ = u_\tau y / \nu < 30$, o transporte difusivo molecular não pode ser desprezado e portanto deve ser incluído em todas as equações de transporte. Praticamente todos os modelos a duas equações utilizam alguma correção, em função de um número de Reynolds relacionado à turbulência, para melhorar a capacidade de previsão do modelo.

Considera-se que os efeitos viscosos começam a ser importantes quando

$$Re_t = \frac{\kappa^2}{\nu \epsilon} < 100. \quad (3.39)$$

Em regiões próximas a paredes sólidas, a condição de não deslizamento implica que κ tende a zero e $\epsilon \neq 0$ enquanto y tende a zero, sendo y a distância à parede. Então, nessas regiões, Re_t tende a zero. Sabemos que

$$\epsilon = \nu \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \right)^2} \quad (3.40)$$

Portanto, para a dissipação na parede, ϵ_w , a seguinte condição ocorre:

$$\epsilon_w = \nu \left[\overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial y} \right)^2} + \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial y} \right)^2} \right] = 2\nu \left(\frac{\partial \kappa^{1/2}}{\partial y} \right)^2, \quad (3.41)$$

onde u' e w' são as duas componentes das flutuações de velocidade perpendiculares à parede.

Da equação acima podemos inferir que ϵ em $y = 0$ é diferente de zero. No entanto, é conveniente definir uma nova dissipação tal que seu valor na parede seja identicamente nulo:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon - 2\nu \left(\frac{\partial \kappa^{1/2}}{\partial y} \right)^2 \quad (3.42)$$

O primeiro modelo $\kappa - \epsilon$ para baixos números de Reynolds foi proposto por Jones e Launder em 1972 e adota $\tilde{\epsilon}$ ao invés de ϵ com o objetivo de simplificar a condição de contorno de ϵ na parede. Além disso, foi adicionado na equação de dissipação um termo fonte igual a

$$2\nu\nu_t \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (3.43)$$

com o objetivo de melhorar a previsão do perfil de energia cinética turbulenta próximo à parede.

Posteriormente, Launder e Sharma (1974), otimizaram o modelo a fim de torná-lo adequado à previsão de escoamentos livres. A versão final do modelo tem a seguinte forma:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \tilde{\epsilon} - 2\nu \left(\frac{\partial \kappa^{1/2}}{\partial x_i} \right)^2 \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial t} + u_j \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_j} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial x_j} \right] + f_1 c_{\epsilon 1} \frac{\tilde{\epsilon}}{\kappa} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ & - f_2 c_{\epsilon 2} \frac{\tilde{\epsilon}^2}{\kappa} + 2\nu\nu_t \left(\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} \right) \end{aligned} \quad (3.45)$$

com a viscosidade turbulenta sendo calculada através de

$$\nu_t = f_\mu c_\mu \frac{\kappa^2}{\tilde{\epsilon}}. \quad (3.46)$$

As funções f_1 , f_2 e f_μ são funções introduzidas para corrigir o modelo em regiões do escoamento onde os efeitos viscosos são expressivos:

$$f_1 = 1, 0,$$

$$f_2 = 1, 0 - 0, 3 \exp(-Re_t^2)$$

e

$$f_\mu = \exp[-3, 4/(1, 0 + Re_t/50)^2].$$

Deficiências e Limitações do Modelo $\kappa - \epsilon$

Embora seja um modelo robusto e possa ser aplicado em escoamentos em geral, o modelo $\kappa - \epsilon$ possui deficiências significativas. Os próximos parágrafos serão dedicados à exposição das maiores deficiências do modelo em questão.

Escoamentos que possuem linhas de corrente curvas são um exemplo onde o modelo $\kappa - \epsilon$ falha. Bradshaw (1973) mostrou que mesmo taxas de deformação pequenas, associadas a curvaturas suaves das linhas de corrente, acarretam um efeito pronunciado sobre as tensões de Reynolds. Resumidamente, pode-se dizer que as força centrífuga reduz a turbulência sobre superfícies convexas e aumenta sua produção sobre superfícies côncavas.

Mais recentemente, Muck et al., em 1985, analisaram em detalhes os efeitos de curvaturas convexas e côncavas sobre camadas limite e concluíram que eles são totalmente diferentes entre si, mesmo qualitativamente. Uma das diferenças apontadas por eles é que a estrutura da turbulência é muito mais sensível à curvatura de superfícies côncavas do que convexas. Por conta disso, foi sugerido que modificações nos modelos de turbulência para contabilizar esse efeito deveriam ser implementados de forma distinta para os dois tipos de curvatura. Foi observado, a partir de dados experimentais, que para que pudessem prever os efeitos de curvatura mencionados, os modelos baseados na hipótese de viscosidade turbulenta deveriam adotar uma relação do tipo

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \alpha \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad (3.47)$$

onde $8 < \alpha < 15$, dependendo da curvatura da superfície.

Através da evidência experimental sabe-se que a escala de comprimento L_ϵ dada pela Equação 3.31 é válida mesmo para escoamentos sob ação de gradientes adversos de pressão elevados. Entretanto, quando a camada limite progride em direção à separação do escoamento, o modelo $\kappa - \epsilon$ prevê escalas de comprimento $L_\epsilon = \kappa^{3/2}/\epsilon$ muito maiores do que $2,44y$. Conseqüentemente, os níveis de turbulência são superestimados e o escoamento tende a não separar, enquanto a evidência experimental indica o contrário. Esse problema, associado à equação de ϵ , é ainda mais crítico quando adota-se o modelo $\kappa - \epsilon$ para baixos números de Reynolds.

Hanjalic e Launder (1980) propuseram uma modificação do modelo $\kappa - \epsilon$ baseados na modelação de escoamentos em bocais. Considerando os grandes gradientes de velocidade na direção principal do escoamento em tais situações, eles propuseram que a energia através do espectro da turbulência seria transmitida preferencialmente pelas tensões normais. Para conseguir esse efeito, propuseram uma reformulação do termo de produção P_ϵ , incluindo um coeficiente maior do que $c_{\epsilon 1}$ para as tensões normais. Em resumo, a expressão modificada para gradientes adversos de pressão é:

$$P_\epsilon = (\tilde{c}_{\epsilon 1} - \tilde{c}'_{\epsilon 1})c_\mu\kappa \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] - \tilde{c}_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\kappa} (\overline{u'^2} - \overline{v'^2}) \frac{\partial u}{\partial x} + 2c_\mu\kappa(\tilde{c}_{\epsilon 1} + \tilde{c}'_{\epsilon 1}) \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.48)$$

A aplicação desse modelo mostrou uma melhora significativa na previsão de camadas limite e jatos sujeitos a gradientes adversos de pressão.

Mas, para escoamentos com linhas de correntes curvas, o modelo $\kappa - \epsilon$ modificado tem se mostrado bastante inadequado. Por exemplo, sobre superfícies convexas, $\partial u/\partial y$ é positivo e $\partial v/\partial x$ é negativo, o que torna o produto entre eles, presente na Equação 3.48, negativo. Assim, esse termo pode tornar-se elevado o suficiente para a diminuição de ϵ causando justamente o efeito contrário ao observado experimentalmente.

Quando um escoamento próximo a uma parede está sujeito a um gradiente adverso de pressão, este é desacelerado junto à superfície até o repouso para então separar-se. As informações disponíveis sobre este tipo de escoamento tem se originado quase que exclusivamente de trabalhos experimentais e muito pouco de abordagens teóricas. Apesar da grande importância tecnológica e do grande esforço envolvido na investigação desse fenômeno, o entendimento do fenômeno de separação de escoamentos permanece ainda um grande desafio. Simpson et al. (1974) realizaram uma análise experimental de uma camada limite com separação usando anemometria laser e observaram que a lei de parede é válida somente até a região próxima ao ponto de separação, onde, segundo eles, as tensões normais do escoamento têm grande importância. Além disso, chegaram a uma importante conclusão: não é possível estabelecer uma lei de parede para a região de separação, pois o escoamento em sentido reverso após o ponto de separação não é proveniente do escoamento médio a justante, e sim de grandes vórtices que cruzam a camada limite. Além

disso, foi observado que a tensão cisalhante $\overline{u'v'}$ é dependente somente da estrutura da turbulência, não tendo relação alguma com a taxa de deformação do escoamento médio. Nesta situação a hipótese de Boussinesq se torna totalmente inadequada, e Simpson et al. (1981) concluíram que modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta são inadequados para a descrição da região de separação.

Simulações de jatos livres com o modelo $\kappa - \epsilon$ fornecem uma taxa de espalhamento maior do que o observado, novamente devido a problemas originados na equação de ϵ . Várias tentativas de melhoria do modelo foram tentadas, mas nenhuma delas alcançou sucesso. Para o caso de jatos incidentes o problema se agrava, uma vez que, além da estrutura inicial de jato livre, um jato incidente possui uma região de grande curvatura, logo após a incidência, e eventualmente possui um ponto de separação, conforme a região de jato de parede se desenvolve.

Existem ainda outras variações do modelo $\kappa - \epsilon$, como o modelo $\kappa - \epsilon$ não linear, proposto por Speziale (1980), que é empregado em escoamentos onde a relação linear para modelar $\overline{u'_i u'_j}$ não é adequada. Por exemplo, onde a turbulência não é isotrópica (escoamentos em dutos retangulares, por exemplo) ou em regiões de separação, onde $\overline{u'_i u'_j}$ não tem relação com o escoamento médio. Esta variação do modelo $\kappa - \epsilon$ tem mostrado alguma precisão na previsão de escoamentos em dutos retangulares, mas nada muito significativo relativo a regiões de separação.

Mais recentemente também foi proposta uma outra variação do modelo (Orszag et al., 1993), denominada RNG $\kappa - \epsilon$, que obtém numericamente as constantes e funções que aparecem no modelo $\kappa - \epsilon$, e não empiricamente, como no caso da versão tradicional do modelo. Este modelo tem se mostrado adequado à previsão de escoamentos em regiões internas de camadas limite (baixos números de Reynolds) sem a inclusão de termos de correção. Além disso, devido à natureza matemática do modelo RNG $\kappa - \epsilon$, seus autores defendem que ele possui um espectro de aplicação maior que o modelo clássico. De fato, resultados preliminares indicam que o modelo RNG $\kappa - \epsilon$ fornece previsões mais precisas do que o modelo $\kappa - \epsilon$ em situações de separação, linhas de corrente curvas e estagnação.

Concluindo, pode-se dizer que o modelo $\kappa - \epsilon$ é falho na previsão de escoamentos afastados da condição de equilíbrio local. Esta deficiência é séria o suficiente para que o

modelo seja usado com cautela na previsão de escoamentos complexos. Basicamente, os erros no modelo $\kappa - \epsilon$ originam-se pelo uso de uma relação entre tensões turbulentas e taxas de deformação do escoamento médio análoga à usada para o caso laminar e também à pouca fundamentação física da equação de transporte de ϵ , para a qual nenhuma das correções propostas até o momento fornece uma generalidade suficiente.

Modelo $\kappa-\omega$

O primeiro modelo de turbulência formulado a duas equações foi o modelo $\kappa-\omega$, proposto por Kolmogorov (1942). Posteriormente esse modelo foi aperfeiçoado por vários pesquisadores (Saffman, 1970; 1980; Speziale et al., 1990, entre outros). O modelo $\kappa-\omega$ considerado padrão hoje, embora não seja a versão mais moderna, é a formulação $\kappa-\omega$ de Wilcox (1988), que será abordada nesta seção.

Para enfatizar a sua relação física de ω com a “escala externa da turbulência, L ”, Kolmogorov referiu-se a essa variável como uma “frequência” média determinada por $\omega = c\kappa^{1/2}/L$, onde c é uma constante. Por outro lado, o inverso de ω é a escala de tempo em que a dissipação da energia turbulenta ocorre. Enquanto o real processo de dissipação ocorre nas menores escalas, a taxa de dissipação é a taxa de transferência de energia cinética turbulenta para as menores escalas. Então, a taxa ω é associada às maiores escalas, portanto a κ e L , o que implica em ω ser indiretamente associado a processos dissipativos. Além disso, em analogia com a viscosidade molecular, espera-se que a viscosidade turbulenta seja proporcional a um produto de escalas de comprimento e velocidade características de escoamentos turbulentos, o que é consistente com o argumento de Kolmogorov de que $\omega \sim \kappa^{1/2}/L$. Ainda assim, é importante ter em mente que analogias entre processos moleculares e turbulentos não são sempre confiáveis, e o argumento de Kolmogorov é essencialmente baseado em análises dimensionais, e não em fundamentos físicos.

O desenvolvimento do modelo $\kappa-\omega$ de Kolmogorov (1942) é relativamente breve; ele não chegou a estabelecer valores para todas as constantes do modelo. Combinando intuição física e análise dimensional, Kolmogorov postulou a primeira versão da equação de transporte de ω :

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = -\beta \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\nu_t}{\sigma} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) \quad (3.49)$$

É interessante notar que, nesta equação, não existe um termo de produção análogo ao termo P_κ na equação da energia cinética turbulenta, o que é consistente com a noção de Kolmogorov de que ω é associado às menores escalas de turbulência, e portanto não tem interação direta com o escoamento médio. Porém, a formulação de Kolmogorov falha nesse aspecto, uma vez que as grandes escalas são primariamente responsáveis pela determinação das escalas de tempo da turbulência e pela taxa de dissipação em si.

Também podemos perceber que a Equação 3.49 não possui um termo de difusão molecular, e por isso ela se aplica estritamente a escoamentos a altos números de Reynolds, e não pode ser integrada através da subcamada viscosa presente próximo a paredes.

Ao longo dos anos, a interpretação física de ω veio evoluindo. Em 1972 Wilcox e Alber identificaram ω como sendo a raiz quadrada da média quadrática das flutuações de vorticidade, também conhecida como *enstrofia*. Wilcox (1988) e Speziale et. al (1990) interpretaram ω como sendo a razão ϵ/κ , ou seja, a taxa de dissipação por unidade de energia cinética turbulenta.

Após a formulação de Kolmogorov (1942), o modelo κ - ω sofreu diversas modificações. Um termo de produção foi adicionado à equação de ω e a maioria dos autores subsequentes reescreveu a equação de ω em termos de ω^2 . Mas é a formulação de Wilcox (1988) – a formulação mais extensivamente testada – que hoje é considerada o modelo κ - ω padrão. As Equações 3.50 e 3.51 representam a formulação de Wilcox para o modelo:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\kappa 1}} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_\kappa \kappa \omega \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\omega 1}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_1 \frac{\omega}{\kappa} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_{\omega 1} \omega^2 \quad (3.51)$$

$$\nu_t = \frac{\kappa}{\omega} \quad (3.52)$$

onde $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_\kappa = 9/100$, $\beta_{\omega 1} = 3/40$, $\sigma_{\kappa 1} = 2$ e $\sigma_{\omega 1} = 2$.

Uma das vantagens do modelo κ - ω sobre o modelo κ - ϵ é o tratamento de escoamentos em regiões de parede. O modelo não envolve as complexas funções de amortecimento não lineares requeridas no modelo $\kappa - \epsilon$, ou seja, não é necessária uma formulação para baixos números de Reynolds (embora existam algumas variações do modelo que incorporem formulações de baixos Reynolds), além de ser mais preciso e robusto. Além disso, verifica-se que formulações de baixos números de Reynolds para o modelo $\kappa - \epsilon$ requerem tipicamente uma resolução próxima a paredes da ordem de $y^+ < 0.2$, enquanto para o modelo κ - ω uma resolução de $y^+ < 2$ já é suficiente. Como conseqüência, a malha usada para a discretização do modelo κ - ω requer uma densidade menor do que a requerida pelo modelo κ - ϵ .

Para evitar o acúmulo de energia cinética turbulenta em regiões de estagnação, Menter (1994) introduziu um limitador para o termo de produção P_κ

$$\tilde{P}_\kappa = \min(P_\kappa, c_{lim}\epsilon), \quad (3.53)$$

onde $c_{lim} = 10$ para modelos baseados na equação de ω . Esse limitador não afeta o desempenho do modelo em camadas limite, mas tem evitado o acúmulo de energia cinética turbulenta em regiões de estagnação em simulações aerodinâmicas.

O principal problema com o modelo κ - ω é sua bem conhecida sensibilidade a condições de corrente livre. Em alguns casos, pequenas variações no valor de ω na condição de contorno de entrada podem originar resultados significativamente diferentes. Claramente, esta é uma característica indesejável, e, para resolver este problema, foi desenvolvida uma nova variação do modelo κ - ω , que ficou conhecido como modelo *Baseline* κ - ω .

Modelo *Baseline* (BSL) κ - ω

Para corrigir o problema da formulação de Wilcox, Menter (1994) combinou os modelos κ - ω e κ - ϵ (que é robusto em condições de corrente livre) através de uma função de ponderação, de tal forma que o modelo possua predominantemente características do modelo κ - ω próximo a paredes e κ - ϵ em regiões de corrente livre. Assim, o modelo BSL κ - ω consiste, em linhas gerais, em uma transformação do modelo κ - ϵ em uma formulação κ - ω e uma

subseqüente soma das formulações de Wilcox e de Menter. Mais especificamente, o modelo de Wilcox é multiplicado por uma função F_1 e o modelo κ - ω transformado por $1 - F_1$ sendo então somadas as equações correspondentes. F_1 é igual a 1 junto à parede e tende para zero no fim da camada limite.

As equações do modelo κ - ϵ transformado:

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\kappa 2}} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] + \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_{\kappa} \kappa \omega \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_{\omega 2}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \frac{2}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \\ &+ \alpha_2 \frac{\omega}{\kappa} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] - \beta_{\omega 2} \omega^2 \end{aligned} \quad (3.55)$$

onde as constantes assumem os valores $\alpha_2 = 0,44$, $\beta_{\omega 2} = 0,0828$, $\sigma_{\kappa 2} = 1$, $\sigma_{\omega 2} = 1/0,856$.

Multiplicando as equações do modelo de Wilcox pela função F_1 e as equações do modelo κ - ϵ modificado por $1 - F_1$ e em seguida somamos as equações correspondentes, obtém-se assim as equações do modelo BSL κ - ω :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \nu_t \left(\frac{1}{F_1^{-1} \sigma_{\kappa 1}} + \frac{1}{(1 - F_1)^{-1} \sigma_{\kappa 2}} \right) \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] \\ &+ \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \beta_{\kappa} \kappa \omega \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \nu_t \left(\frac{1}{F_1^{-1} \sigma_{\omega 1}} + \frac{1}{(1 - F_1)^{-1} \sigma_{\omega 2}} \right) \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ &+ (1 - F_1) \frac{2}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} - [F_1 \beta_{\omega 1} + (1 - F_1) \beta_{\omega 2}] \omega^2 \\ &+ [F_1 \alpha_1 + (1 - F_1) \alpha_2] \frac{\omega}{\kappa} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right] \end{aligned} \quad (3.57)$$

A função F_1 , crítica para o sucesso do modelo, é dada por

$$F_1 = \tanh \left[\min \left(\max \left(\frac{\sqrt{\kappa}}{\beta_{\kappa} \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \kappa}{CD_{\kappa \omega} \sigma_{\omega 2} y^2} \right) \right]^4, \quad (3.58)$$

onde:

$$CD_{\kappa\omega} = \max\left(\rho \frac{2}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10}\right).$$

Este modelo combina as vantagens dos modelos $\kappa\text{-}\epsilon$ e $\kappa\text{-}\omega$, mas ainda pode falhar na previsão do ponto de separação do escoamento em superfícies lisas, por razões detalhadas em Menter (1994). A principal razão disto ocorrer é que o modelo BSL $\kappa\text{-}\omega$ não leva em conta o transporte das tensões turbulentas cisalhantes.

Modelo *Shear Stress Transport (SST)* $\kappa\text{-}\omega$

O modelo SST $\kappa\text{-}\omega$ foi desenvolvido para corrigir a deficiência do modelo BSL $\kappa\text{-}\omega$ na previsão de separação de escoamentos. Para levar em conta o transporte das tensões cisalhantes, foi introduzido um limitador para a viscosidade turbulenta:

$$\nu_t = \frac{a_1 \kappa}{\max(a_1 \omega, SF_2)}, \quad (3.59)$$

onde

$$F_2 = \tanh\left[\max\left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\beta_{\kappa} \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega}\right)\right]^2. \quad (3.60)$$

A inclusão do efeito do transporte das tensões cisalhantes tem feito deste último um dos modelos mais adequados para simulações de escoamentos sob gradientes adversos de pressão, onde ocorre separação, e simulações de camadas limite. Seu desempenho superior aos outros modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta foi demonstrada em um extenso estudo de validação feito por Bardina et al. (1997).

Embora modelos de turbulência baseados no conceito de viscosidade turbulenta tenham alcançado sucesso na solução de determinados escoamentos externos, muitas deficiências são ainda encontrados em escoamentos internos. Tais deficiências estão na maior parte das vezes associadas a situações onde a hipótese de de viscosidade turbulenta é falha, como escoamento com linhas de corrente curvas e regiões de separação de escoamento.

3.3 Modelos Baseados no Transporte das Tensões de Reynolds

Modelos baseados no transporte das tensões de Reynolds abandonam a hipótese de viscosidade turbulenta e calculam os momentos de segunda ordem $\overline{u'_i u'_j}$ diretamente de suas equações de transporte. Estes modelos naturalmente incluem em sua formulação os efeitos de curvatura de linhas de corrente, escoamentos secundários e uma correta avaliação das tensões normais, essenciais para a predição da separação de escoamentos. Tais modelos fazem uso de um menor número de hipóteses, ou utilizam hipóteses mais gerais, quando comparados aos modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta, sendo por isso considerados modelos com um maior grau de universalidade, embora frequentemente demonstrem desempenho não superior aos modelos de viscosidade turbulenta. Porém, estes são modelos mais complexos matematicamente, contando com um maior número de equações altamente acopladas, o que resulta em um modelo menos robusto numericamente e que requisita maior esforço computacional.

Modelo para o Transporte das Tensões de Reynolds Baseado na Equação de ϵ

Podemos obter as equações de transporte através da manipulação da equação média de Reynolds, seguindo o procedimento abaixo (Daly e Harlow (1970))

1. Troca do índice repetido "j" pelo índice "k" na equação 3.12;
2. multiplicação da equação referida acima por u_j ;
3. média da equação resultante;
4. adição de uma equação equivalente a anterior mas com os índices "i" e "j" trocados de posição.

Reagrupando apropriadamente os termos da equação resultante e, como na dedução da equação de transporte da energia cinética turbulenta, desconsiderando o efeito de forças externas, obtemos:

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + C_{ij} = P_{ij} + D_{ij} + \phi_{ij} - \epsilon_{ij}, \quad (3.61)$$

onde:

$$C_{ij} = u_k \frac{\partial u'_i u'_j}{\partial x_k},$$

$$P_{ij} = - \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right),$$

$$D_{ij} = - \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u'_i u'_j u'_k} + \delta_{jk} \frac{\overline{u'_i p'}}{\rho} + \delta_{ik} \frac{\overline{u'_j p'}}{\rho} - \nu \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right),$$

$$\phi_{ij} = \frac{1}{\rho} \overline{p' \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} \right)}$$

e

$$\epsilon_{ij} = 2\nu \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k \partial x_k}.$$

Os termos do lado esquerdo da equação 3.61 representam respectivamente a parcela transiente e convectiva do transporte das tensões turbulentas e por não possuírem em sua estrutura termos desconhecidos, não precisam ser modelados.

O termo P_{ij} representa a taxa de produção de $\overline{u'_i u'_j}$ pela deformação do escoamento médio, e, ao contrário do que ocorre em modelos de viscosidade turbulenta, é escrito inteiramente em termos de quantidades conhecidas e não precisa ser modelado.

O termo ϕ_{ij} não contribui para o nível total da energia da turbulência, atuando apenas como um redistribuidor de energia entre as tensões normais.

D_{ij} agrupa as parcelas associadas ao transporte difusivo turbulento e molecular das tensões de Reynolds. O termo que representa o transporte molecular (o último termo de D_{ij}) pode ser desprezado em regiões totalmente turbulentas do escoamento.

A taxa de destruição de $\overline{u'_i u'_j}$ por ação viscosa é representada por ϵ_{ij} e não pode ser desprezado em nenhuma situação, pois engloba correlações de derivadas de flutuações de velocidade, que são elevadas em todas as escalas do escoamento.

Uma vez que os termos transiente, convectivo e de produção devido ao escoamento médio não precisam ser modelados, restam apenas os termos difusivo (D_{ij}), de redistribuição (ϕ_{ij}) e de dissipação (ϵ_{ij}) a serem modelados.

A correlação tripla de flutuações em D_{ij} é em geral modelado através da hipótese generalizada do gradiente de difusão de Daly e Harlow (1970). De acordo com esta hipótese:

$$\overline{u'_k \phi} = -c_\phi \frac{\kappa}{\epsilon} \overline{u'_k u'_m} \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial x_m} \quad (3.62)$$

De modo que, quando $\phi = \overline{u'_i u'_j}$, temos o termo $\overline{u'_i u'_j u'_k}$:

$$\overline{u'_i u'_j u'_k} = -c_s \frac{\kappa}{\epsilon} \overline{u'_k u'_m} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_m}, \quad (3.63)$$

onde $c_s = 0,22$.

Os termos que envolvem correlações de flutuações de pressão em D_{ij} normalmente são desprezados, pois sua modelagem é difícil devido à falta de dados experimentais, e também porque resultados recentes em DNS têm mostrado que tais termos são pequenos. O último termo em D_{ij} já é escrito em função das tensões de Reynolds e não precisa ser modelado.

Para a modelagem de ϕ_{ij} , pode-se chegar a equação 3.64 a partir de uma manipulação da equação de u'_i , cuja solução nos fornece p .

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 p}{\partial x_i^2} = -2 \frac{\partial u'_m}{\partial x_l} \frac{\partial u_l}{\partial x_m} - \frac{\partial^2}{\partial x_l \partial x_m} (u'_l u'_m - \overline{u'_l u'_m}) \quad (3.64)$$

Chou (1945) mostrou que a solução da Equação 3.64 substituída em ϕ_{ij} produz um novo termo composto de três parcelas:

$$\phi_{ij} = \phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{ij,w} \quad (3.65)$$

onde:

$$\phi_{ij,1} = -\frac{1}{4\pi} \int_V \overline{\left(\frac{\partial^2 u'_l u'_m}{\partial x_l \partial x_m} \right)_r} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \frac{dV}{r^2} \quad (3.66)$$

$$\phi_{ij,2} = -\frac{1}{4\pi} \int_V 2 \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_m} \right) \overline{\left(\frac{\partial u'_m}{\partial x_l} \right)_r} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \frac{dV}{r^2} \quad (3.67)$$

$$\phi_{ij,w} = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{1}{\vec{r}} \left(\frac{\partial}{\partial n} \right)_r \overline{p_r \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} - \overline{p_r \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)} \left(\frac{\partial}{\partial n} \right)_r \frac{1}{\vec{r}} \right] dS \quad (3.68)$$

Nas equações acima, dV e dS são respectivamente elementos de volume e de área das integrais em torno de um ponto do escoamento. Derivadas normais a superfícies sólidas são representadas por n . O sub-índice “ r ” indica que a quantidade é avaliada a uma distância r do local x_i considerado.

A parcela $\phi_{ij,1}$ da equação 3.66 é associada essencialmente a flutuações de velocidade, enquanto $\phi_{ij,2}$ representa contribuições provenientes de quantidades do escoamento médio e da turbulência. O termo $\phi_{ij,w}$ representa a influência de paredes sólidas na redistribuição da turbulência.

Como os termos em ϕ_{ij} atuam no sentido de redistribuir energia entre as tensões de Reynolds, tanto $\phi_{ij,1}$ como $\phi_{ij,2}$ devem agir no sentido de levar a turbulência à condição de isotropia (onde as tensões normais são iguais e as tensões cisalhantes são nulas, ou seja, $\overline{u'_i u'_j} = 2/3 \delta_{ij} \kappa$). Seguindo essa idéia, Rotta (1951) assumiu que para a modelagem de $\phi_{ij,1}$, o retorno a condição de isotropia é proporcional ao nível de anisotropia:

$$\phi_{ij,1} = -c_1 \frac{\epsilon}{\kappa} \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right), \quad (3.69)$$

onde $c_1 = 1, 8$.

Da mesma forma, Naot et. al (1970) propuseram que $\phi_{ij,2}$ teria o papel de redistribuir os termos de produção P_{ij} no sentido da condição de isotropia:

$$\phi_{ij,2} = -c_2 \left(P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P_\kappa \right), \quad (3.70)$$

onde $c_2 = 0, 6$ e $P_\kappa = P_{ii}$.

A presença de paredes sólidas faz com que as flutuações turbulentas em suas proximidades decaiam mais rapidamente na direção perpendicular à parede do que em outras direções. Ao contrário do transporte difusivo associado a mecanismos viscosos, os efeitos de paredes sobre ϕ_{ij} são sentidos mesmo em regiões afastadas no escoamento, até $y^+ \sim 200$. A proposta mais difundida para a modelação de ϕ_{ij} foi apresentada por Gibson e Launder (1978) e é dada por:

$$\phi_{ij,1}^w = c'_1 \frac{\epsilon}{\kappa} \left(\overline{u'_k u'_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_k u'_j} n_k n_i - \frac{3}{2} \overline{u'_k u'_i} n_k n_j \right) f_w \quad (3.71)$$

$$\phi_{ij,2}^w = c'_2 \left(\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_k n_i \right) f_w \quad (3.72)$$

Nestas equações, as constantes c'_1 e c'_2 são iguais a 0,5 e 0,3, respectivamente. n_i representa as componentes do vetor unitário $vec{n}$, normal à superfície sólida. A função de escala de comprimento f_w é introduzida de tal forma a diminuir a atuação de $\phi_{ij,1}^w$ e $\phi_{ij,2}^w$ à medida que se afasta da parede. É comum adotar-se f_w como escrito na Equação 3.73:

$$f_w = \frac{\kappa^{3/2}/\epsilon}{c_l d_w}, \quad (3.73)$$

onde $c_l = 2,44$ e d_w é uma distância à parede, que pode ser difícil definir em escoamentos em geometrias complexas.

Quando o escoamento incide sobre uma superfície, como no caso de um jato, a modelação de $\phi_{ij,2}^w$ falha completamente e distribui energia de forma fisicamente inconsistente. Embora propostas recentes para a modelação de $\phi_{ij,2}^w$ (Craft, 1992) corrijam esta anomalia, eles não apresentam generalidade suficiente para aplicação em diferentes escoamentos. Por essa razão, o termo $\phi_{ij,2}^w$ tem sido frequentemente suprimido da modelagem de ϕ_{ij} .

Por último, a modelagem do tensor ϵ_{ij} é simplesmente

$$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon \quad (3.74)$$

Assumir que a dissipação é isotrópica é equivalente a assumir que para as menores escalas (onde a dissipação ocorre), as derivadas $\partial u_i / \partial x_k$ e $\partial u_j / \partial x_k$ não são correlacionadas se $i \neq j$, ou seja, nas menores escalas u_i e u_j não são correlacionados para $i \neq j$, o que é coerente com a hipótese de que a turbulência nessas pequenas escalas é isotrópica.

Substituindo os termos modelados na equação de transporte de $\overline{u'_i u'_j}$, obtemos o modelo básico de transporte de tensões de Reynolds:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + u_k \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} = & - \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(c_s \frac{\kappa}{\epsilon} \overline{u'_k u'_l} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_l} + \nu \delta_{kl} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right) \\
& - c_1 \frac{\epsilon}{\kappa} \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right) - c_2 \left[- \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \\
& + c'_1 \frac{\epsilon}{\kappa} + c'_1 \frac{\epsilon}{\kappa} \left(\overline{u'_k u'_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_k u'_j} n_k n_i - \frac{3}{2} \overline{u'_k u'_i} n_k n_j \right) f_w \\
& + c'_2 \left(\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_k n_i \right) f_w - \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon
\end{aligned}$$

Ainda precisamos de uma equação para ϵ . Normalmente ϵ é modelado nos modelos baseados no transporte das tensões de Reynolds da mesma forma que em modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta:

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} = D_\epsilon + c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{\kappa} P_\kappa - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{\kappa}, \quad (3.75)$$

sendo o termo de difusão D_ϵ modelado através da hipótese generalizada do gradiente de difusão de Daly e Harlow (1970), e o termo de produção, P_κ , obtido diretamente da equação de transporte de $\overline{u'_i u'_j}$, fazendo $i = j$:

$$P_\kappa = 2 \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.76)$$

$$D_\epsilon = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(c_\epsilon \overline{u'_i u'_j} \frac{\kappa}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right), \quad (3.77)$$

onde $c_\epsilon = 0,18$.

Modelo para o Transporte das Tensões de Reynolds Baseado na Equação de ω

Devido ao grande número de hipóteses envolvidas na sua obtenção, a equação de transporte de ϵ continua a ser uma das principais fontes de erro nos modelos de transporte das tensões de Reynolds. De forma análoga aos modelos de viscosidade turbulenta, foram desenvolvidos modelos baseados na equação de ω ao invés da equação de ϵ , com a vantagem de se ter um tratamento mais acurado em escoamentos próximos a paredes. A formulação básica para modelos de tensões de Reynolds baseados na equação de ω é a seguinte:

$$\begin{aligned}
\frac{\overline{\partial u'_i u'_j}}{\partial t} + u_k \frac{\overline{\partial u'_i u'_j}}{\partial x_k} = & - \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{c_s}{c_\mu \omega} \frac{\kappa}{\epsilon} \overline{u'_k u'_l} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_l} + \nu \delta_{kl} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right) \\
& - c_1 c_\mu \omega \left(\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right) - c_2 \left[- \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \frac{2}{3} \delta_{ij} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right] \\
& + c'_1 c_\mu \omega \left(\overline{u'_k u'_m} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_k u'_j} n_k n_i - \frac{3}{2} \overline{u'_k u'_i} n_k n_j \right) f_w \\
& + c'_2 \left(\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_k n_i \right) f_w - \frac{2}{3} \delta_{ij} c_\mu \kappa \omega
\end{aligned}$$

E a equação de transporte de ω é dada por:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = D_{\omega 1} + \alpha_1 \frac{\omega}{\kappa} P_\kappa - \beta_{\omega 1} \omega^2, \quad (3.78)$$

onde

$$D_{\omega 1} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{c_{\omega 1}}{c_\mu \omega} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) \quad (3.79)$$

e P_κ é dado pela Equação 3.76.

Modelo para o Transporte das Tensões de Reynolds *Baseline* (BSL)- ω

Existe, ainda, uma formulação para o modelo de transporte das tensões de Reynolds baseado na equação de ω análogo à formulação BSL κ - ω . Tal formulação consiste em combinar a equação de transporte de ω com uma equação de transporte de ϵ modificada, resultando em uma formulação robusta e precisa por combinar as vantagens das equações de transporte de κ e de ω . Maiores detalhes podem ser encontrados na subseção *Modelo Baseline (BSL) κ - ω* . Após as devidas modificações, a equação de transporte de ω é reescrita como:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \omega}{\partial t} + u_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = & F_1 D_{\omega 1} + (1 - F_1) D_{\omega 2} + [F_1 \alpha_1 + (1 - F_1) \alpha_2] \frac{\omega}{\kappa} P_\kappa - [F_1 \beta_1 + (1 - F_1) \beta_2] \omega^2 \\
& + (1 - F_1) \frac{2}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \\
D_{\omega 2} = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{c_{\omega 2}}{c_\mu \omega} \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right) \quad (3.80)
\end{aligned}$$

e P_κ novamente é dado pela Equação 3.76.

Comparando os modelos de viscosidade turbulenta com os de transporte das tensões de Reynolds, devemos destacar que os primeiros em geral não levam em conta os efeitos de anisotropia da turbulência, e portanto são inadequados sempre que esses efeitos sejam importantes. Em escoamentos de camadas limite, escoamentos rotacionais e escoamentos com fortes curvaturas de linhas de corrente, entre outros, a turbulência é sempre anisotrópica, e modelos baseados no transporte das tensões de Reynolds devem ser primariamente considerados. Entretanto os modelos de viscosidade turbulenta fornecem bons resultados quando apenas quantidades médias são importantes.

Capítulo 4

Metodologia científica para a investigação do problema

Este capítulo será dedicado à descrição detalhada do procedimento adotado para a realização da investigação experimental/numérica, que compreende i) a forma de reproduzir o escoamento em questão, usando um túnel de vento de baixa velocidade e a técnica de anemometria de fio quente descrita em capítulo anterior, e ii) a definição do problema numérico. No capítulo seguinte serão apresentados os resultados das simulações, incluindo sua comparação com os dados experimentais.

O objetivo deste trabalho está relacionado à caracterização do escoamento ao redor de conjuntos quilha-bulbo. O que se pretende, portanto é a identificação dos principais aspectos relacionados ao comportamento do escoamento. A fim de restringir a análise ao estudo da interação quilha-bulbo e sua influência no escoamento optou-se pela adoção de geometrias simples, baseadas em perfis hidrodinâmicos tipicamente empregados na área náutica e cujas características de desempenho estejam fartamente documentadas a literatura específica. Segundo essa orientação, o perfil NACA 0012 foi selecionado como geometria de referência para este estudo. Assim sendo, ambos os modelos de quilha e bulbo adotados neste trabalho apresentam seção típica baseada nesse perfil.

De modo a ampliar o escopo da análise foram adotadas duas configurações diferentes de modelos, cuja principal diferença reside na posição da junção quilha-bulbo. No primeiro modelo foi adotada uma configuração típica de conjunto bulbo-quilha, na qual a quilha é posicionada a ré da extremidade de vante do bulbo. Na configuração adotada, o ponto de junção entre a quilha e o bulbo está a 45mm do bordo de ataque do bulbo. A se-

gunda geometria possui, igualmente, uma configuração típica, na qual a quilha e bulbo se encontram alinhados pela parte de vante.

4.1 Investigação Experimental

Os experimentos foram realizados no Túnel de Vento Aerodinâmico do Laboratório de Mecânica da Turbulência (COPPE/UFRJ). Este túnel possui uma seção de testes com 4 m de comprimento e seção transversal de 0.30 x 0.30 m, e opera com uma faixa de velocidade variável até 12 m/s. Suas principais características são descritas abaixo:



Figura 4.1: Túnel de vento aerodinâmico.

- Circuito: aberto.
- Seção de testes: 0.30 x 0.30 x 4 m comprimento.
- Faixa de velocidades: variável continuamente até 12 m/s.
- Gradiente de pressão longitudinal: ajustável por meio de movimentação do teto do túnel.
- Intensidade turbulenta: inferior a 0.2%.

O esquema de montagem do sistema quilha/bulbo no túnel de vento é mostrado na Fig. 4.2. O primeiro modelo testado no túnel foi o NACA 0012₄₅ (onde o subscrito 45 indica a montagem da quilha no ponto mediano do bulbo). Este modelo foi posicionado com ângulo de ataque zero. Para esta primeira análise foi usado um fio de um canal, modelo P11 da Dantec. Com isso, apenas valores de velocidade longitudinal foram obtidos. Dois planos ortogonais ao eixo principal de definição da revolução do bulbo foram ensaiados. Em cada plano foram tomadas aproximadamente 300 medidas. Especificamente, os planos estavam situados a distâncias de 58 mm e 108 mm do bordo de fuga. No presente trabalho, apenas os resultados obtidos no plano 58 mm serão mostrados. Em cada ponto foram obtidos valores de velocidade média, momentos de segunda e de terceira ordem.

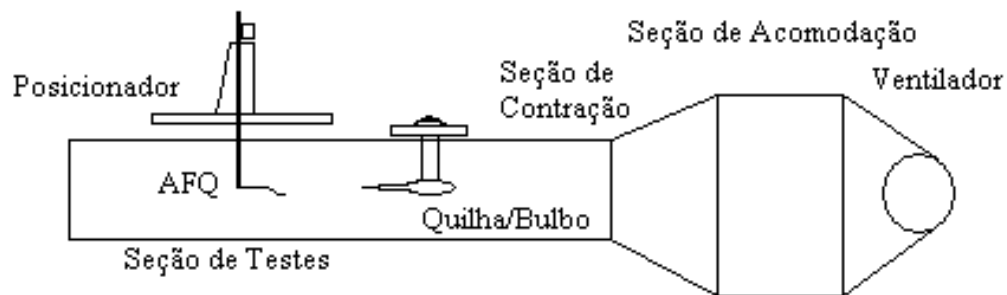


Figura 4.2: Esquema simplificado mostrando a quilha montada em sua posição de ensaio.

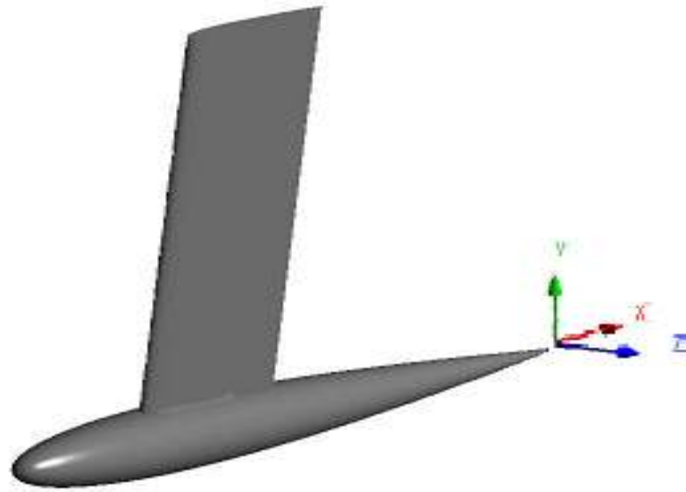


Figura 4.3: Sistema de Cordenadas.

O segundo modelo a ser testado no túnel de vento foi o NACA 0012₀₀ (onde o subscrito 00 indica a montagem da quilha na posição mais avante do bulbo). Este modelo foi posicionado na seção de testes com angulo de ataque igual a zero. Para este caso, utilizamos um sensor de fio-quente de dois canais, modelo P51 da Dantec. Com isso, foram obtidas informações sobre o campo de velocidades bidimensional do escoamento. Todos os resultados foram obtidos para o plano $x = 58$ mm. A área de medição do plano escolhido foi definida pela área projetada do bulbo. O ponto $(y/d, z/d) = (0,0)$ corresponde exatamente ao seu bordo de fuga.

4.2 Resultados Experimentais

Os resultados obtidos serão apresentados de duas formas: através de linhas de contorno e de gráficos tri-dimensionais. As linhas de contorno oferecem ao leitor uma visão bastante quantitativa do fenômeno. Os gráficos tri-dimensionais, por outro lado, são mais difíceis de serem lidos quantitativamente mas oferecem uma excelente visão qualitativa do processo físico. Eles, na realidade, se complementam.

Os perfis de velocidade média para o escoamento formado na esteira do sistema

quilha/bulbo são mostrados nas Figs. 4.4 e 4.5. Observe que o pico de velocidade mínima, da ordem de 80%, se encontra deslocado um pouco para baixo e para a esquerda da origem. Esse fato ocorreu devido a um desalinhamento da quilha em relação ao túnel de vento. Verificamos que o primeiro modelo estava com um pequeno ângulo de ataque em relação ao escoamento incidente. Esse desalinhamento foi reproduzido no programa numérico e obtivemos resultados satisfatórios de comparação. O déficit de velocidade observado na Fig. 4.5 corresponderá, claramente, a um déficit de quantidade de movimento que será o responsável pela resistência ao avanço do conjunto. O arrasto provocado pela quilha pode ser particularmente identificado na figura tri-dimensional.

Os níveis de intensidade turbulenta longitudinais atingem um certo valor máximo da ordem de 0,007 em toda uma região de raio $r/d = 0.2$ atrás do bulbo. O aumento observado atrás apenas da quilha é da ordem de 0,002.

A assimetria longitudinal do escoamento é sempre negativa (Figs. 4.8 e 4.9), o que indica que o escoamento externo a maiores velocidades está sendo tragado para a esteira. Isso já era esperado. A Fig. 4.9, em particular, mostra que a maior parte de fluido entranhado se encontra em um anel relativamente bem definido onde valores de assimetria variando entre -0.35 e -0.50 são encontrados.

A seguir, mostraremos os resultados obtidos com a configuração NACA 0012₀₀. Esses resultados foram obtidos com sensores de fio-quente com dois canais. Por esse motivo, eles ensejam informações adicionais, incluindo as tensões turbulentas transversais e as tensões turbulentas cisalhantes.

Para os perfis médios de velocidade (Figs. 4.10 e 4.11) verificamos que os pontos de depressão máxima se deslocam para uma região abaixo do bordo de fuga do bulbo. Como vimos anteriormente, isso deve ser devido ao desalinhamento do conjunto quilha/bulbo em relação ao túnel. Ao contrário das medições anteriores, os perfis possuem uma certa simetria. A excelente definição da Fig. 4.11 ilustra claramente o padrão do escoamento na esteira da quilha e na sua junção com o bulbo.

A velocidade vertical do escoamento é mostrada nas Figs. 4.12 e 4.13 a seguir. As velocidades verticais são sempre negativas. Pode-se observar bem como o fluido na esteira da quilha é puxado para baixo na direção da esteira do bulbo.

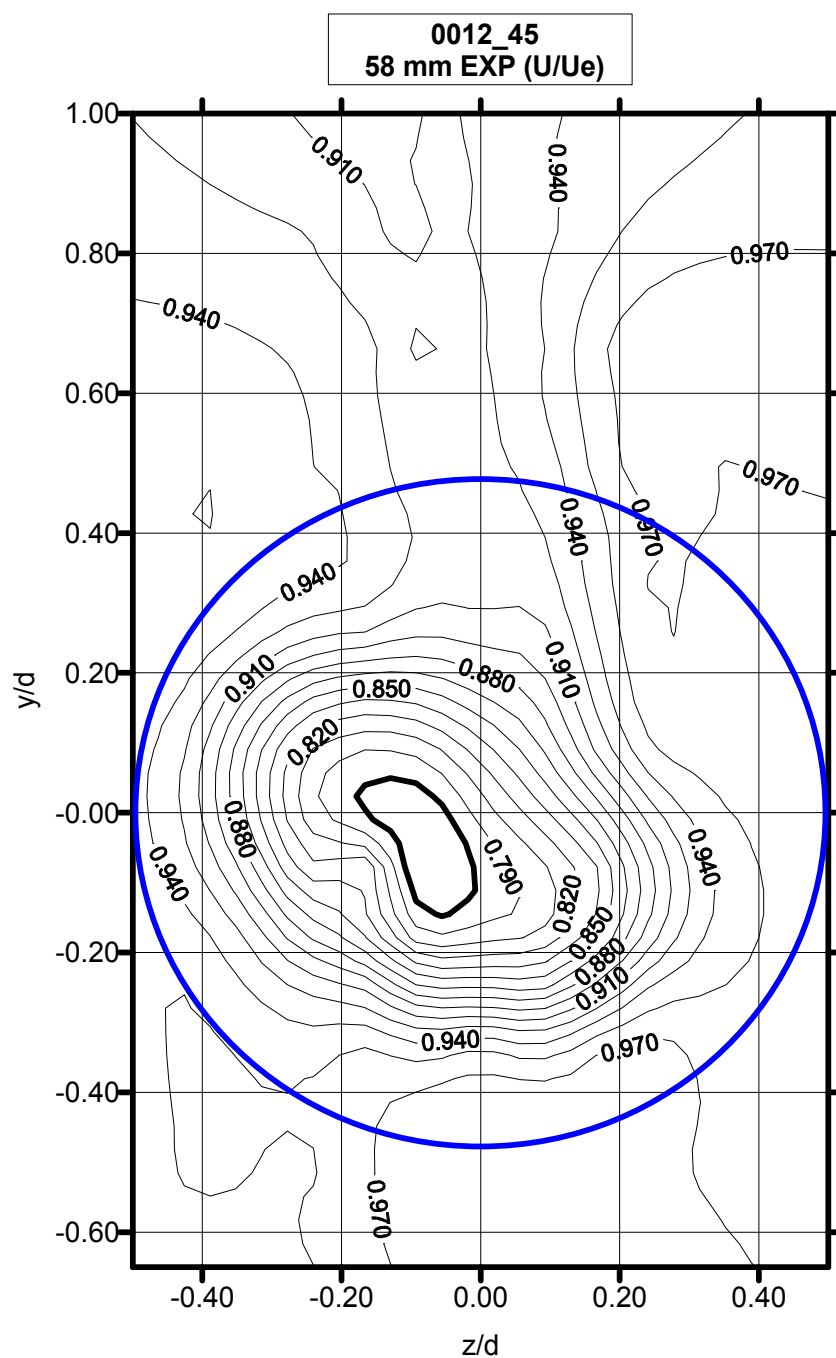


Figura 4.4: Linhas de contorno para a velocidade média adimensional ($= \bar{u}/U_e$, $U_e = 8$ m/s) no plano $x = 58$ mm. A área transversal ocupada pelo bulbo é ilustrada pela curva circular. NACA 0012₄₅

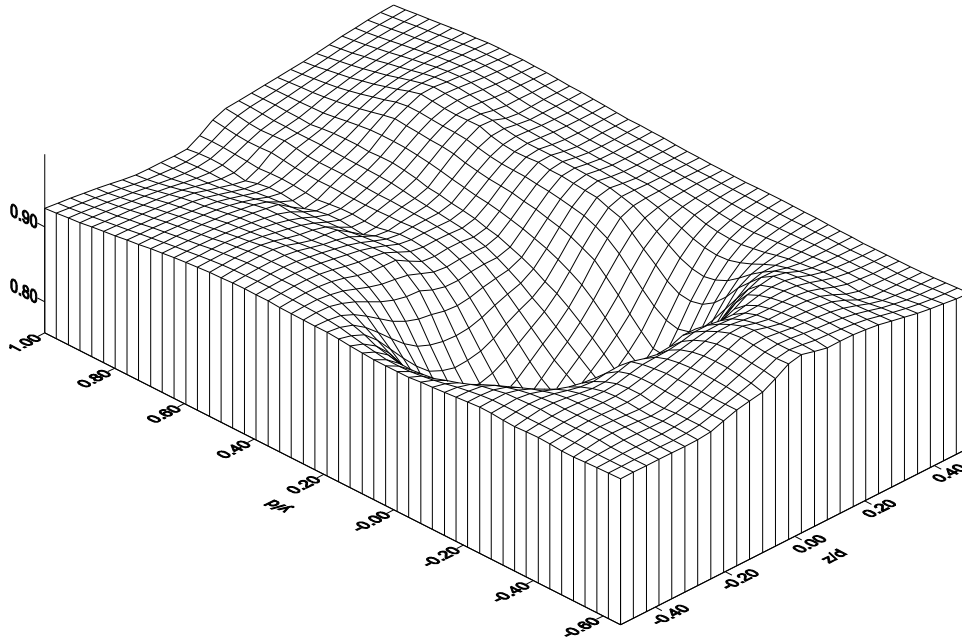


Figura 4.5: Distribuição espacial da velocidade média adimensional ($= \bar{u}/U_e$, $U_e = 8 \text{ m/s}$) no plano $x = 58 \text{ mm}$. NACA 0012₄₅

Os perfis de intensidade turbulenta observam uma certa simetria (Figs. 4.14, 4.15, 4.16, 4.17). Pode-se observar que nas regiões da maior atividade turbulenta, os valores máximos de $\overline{u'^2}/U_e^2$ e de $\overline{v'^2}/U_e^2$ possuem uma mesma ordem de grandeza, 0,010 e 0,007 respectivamente. Por ser a esteira uma camada cisalhante livre, a maior parte de geração de turbulência se dá através do termo $\overline{u'^2}$ que, a seguir, a re-distribui para para os outros componentes do tensor de Reynolds.

Os gráficos da tensão cisalhante turbulenta, Figs. 4.18 e 4.19, demonstram claramente a utilidade da hipótese da viscosidade turbulenta. Comparem esses gráficos com a Fig. 4.10. A idéia de que a tensão cisalhante local pode ser correlacionada com o gradiente local de velocidade fica bastante aparente ao observarmos que a região de transição entre valores negativos e positivos na Fig. 4.18 coincide com a região de velocidade mínima na Fig. 4.10. Portanto, em regiões onde o gradiente local de velocidade média é positivo, resulta que $-\overline{u'v'}$ é positivo também. O caso contrário também se observa claramente.

Os resultados da assimetria para o sistema NACA 0012₀ seguem os padrões dos resultados já descritos para o sistema NACA 0012₄₅. A existência de um semi-anel com altos valores negativos de assimetri pode ser observado. Isso demonstra que a maior parte

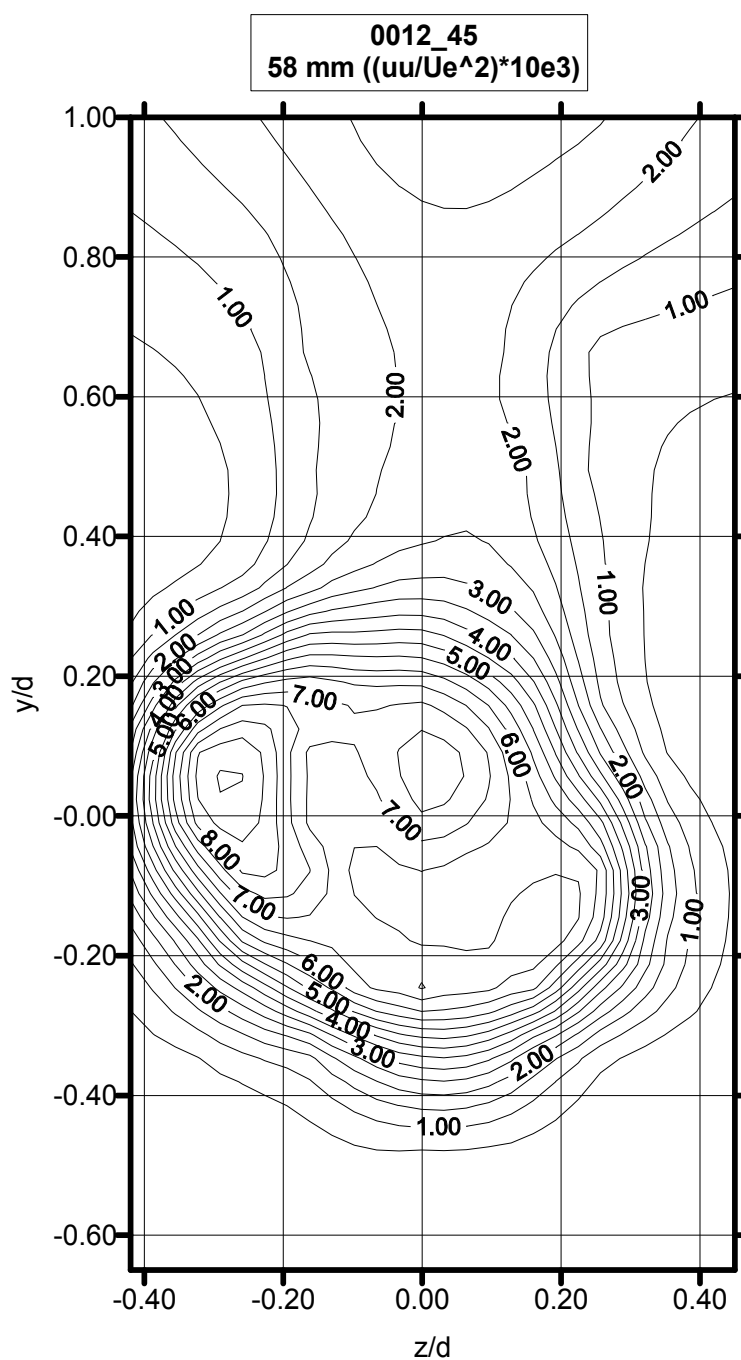


Figura 4.6: Linhas de contorno para a intensidade turbulenta longitudinal adimensional ($= (u'^2/U_e^2) * 10E3$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₄₅

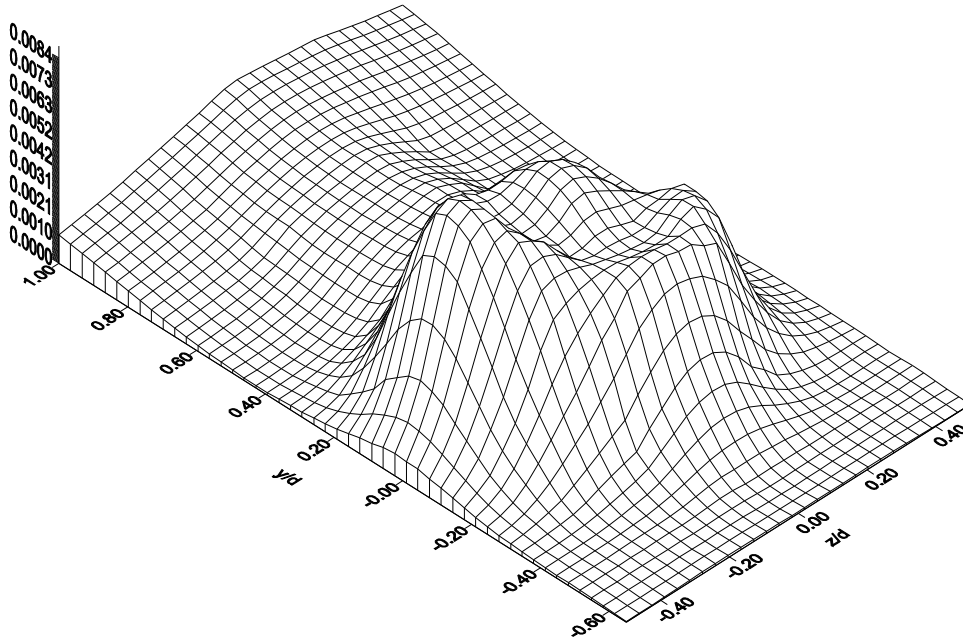


Figura 4.7: Distribuição espacial para a intensidade turbulenta longitudinal adimensional ($=\overline{u'^2}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₄₅

do fluido entranhado se dá pelas regiões laterais e inferior do sistema.

4.3 Investigação Numérica

No capítulo anterior discutimos abundantemente a modelagem matemática da turbulência. Como as equações de Navier-Stokes são reconhecidamente de solução intrincada e difícil, elas não podem ser resolvidas diretamente. Nossa estratégia, então, foi obter uma redução das mesmas para as equações de Reynolds cujos termos que envolviam flutuação eram então modelados por equações de transporte complementares.

Sob o ponto de vista da obtenção de soluções numéricas, o que se pretende subsequentemente é a redução das equações diferenciais parciais de transporte a um conjunto de equações algébricas que possa ser resolvido adequadamente.

Os próximos parágrafos tratarão de uma breve introdução ao método dos volumes finitos, o método numérico mais comum em simulações da dinâmica de fluidos.

Volumes finitos são geralmente aplicados ao se tratar de equações que expressem leis de conservação, como as equações de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, comuns em problemas envolvendo o escoamento de fluidos. Este método consiste

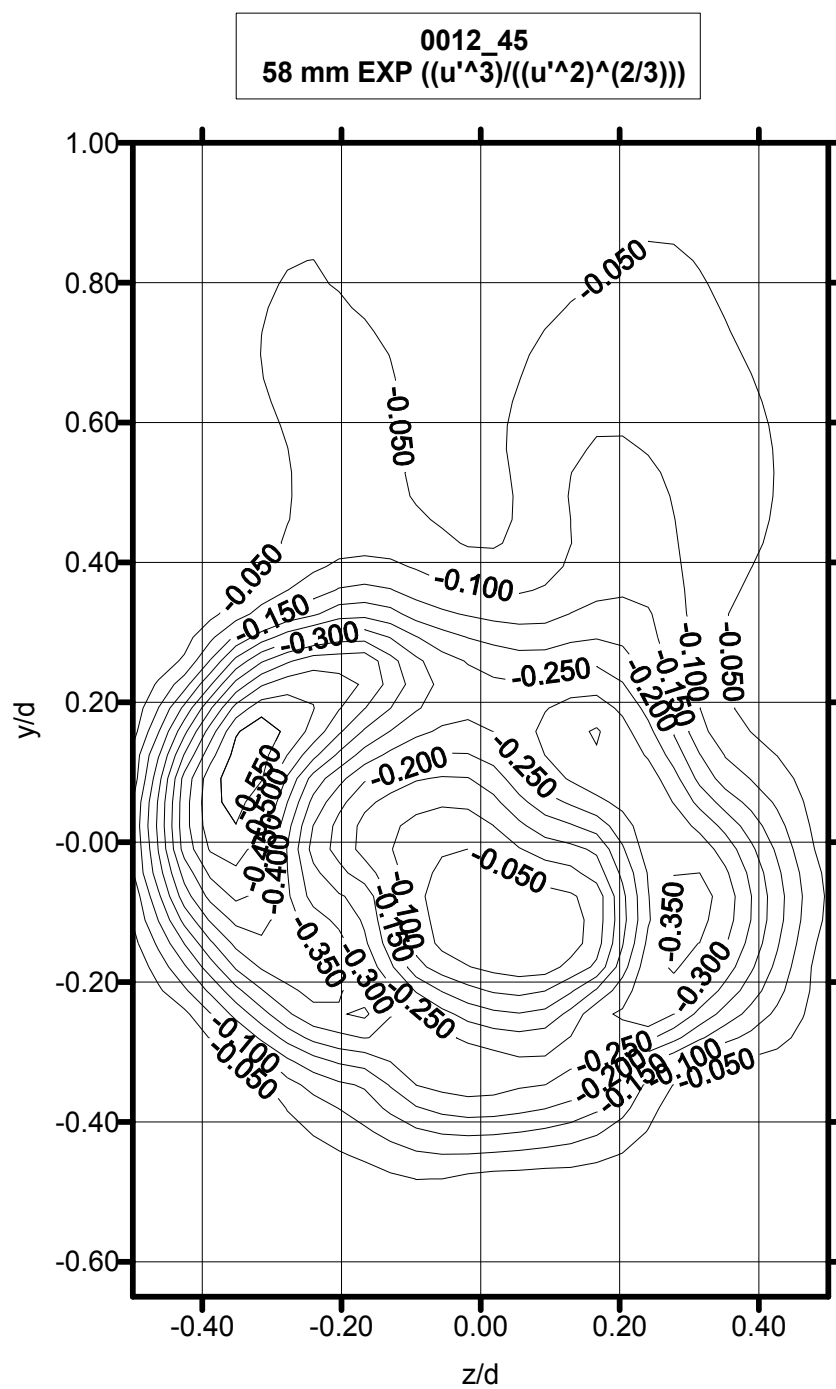


Figura 4.8: Linhas de contorno para a assimetria longitudinal ($=\overline{u'^3}/(\overline{u'^2})^{3/2}$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₄₅

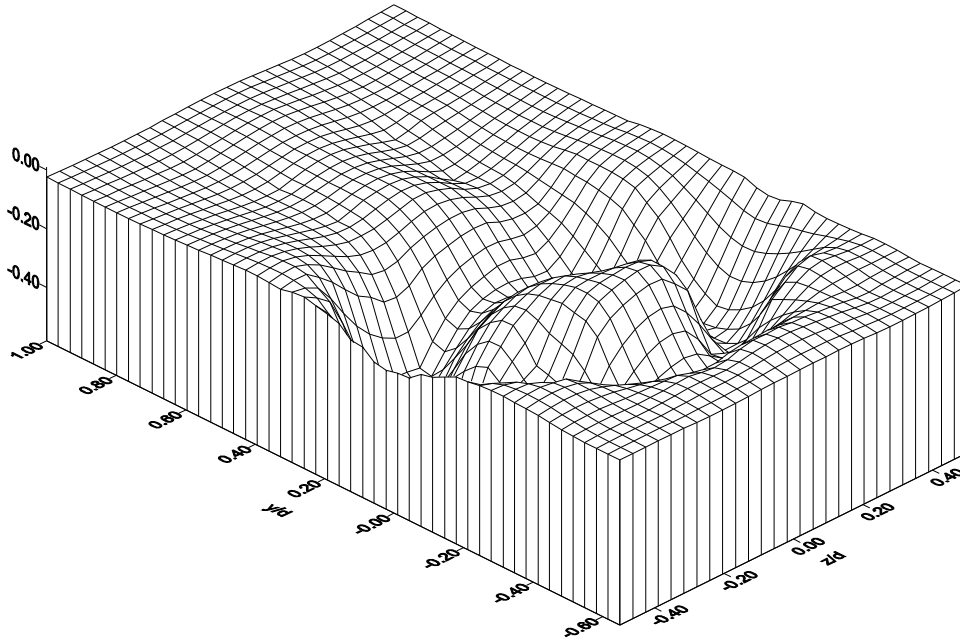


Figura 4.9: Distribuição espacial para a assimetria longitudinal $(=\overline{u'^3}/(\overline{u'^2})^{3/2})$ no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₄₅

em discretizar o domínio espacial em volumes de controle finitos, dando origem a uma malha volumétrica. As equações governantes são discretizadas e integradas sobre cada elemento de volume, e o teorema da divergência de Gauss é aplicado sobre as integrais que envolvem o operador divergente, transformando-as em integrais de superfície. Dessa forma, o significado das integrais é de fácil interpretação física: as integrais de volume representam termos de acumulação e as integrais de superfície representam fluxos.

Uma vez que os fluxos são compartilhados entre os volumes de controle adjacentes, qualquer erro no balanço de uma quantidade em um elemento será compensado em outro. Assim, a conservação é assegurada independentemente da precisão do esquema de discretização. Esta é a principal característica deste modelo, e que o torna atrativo para a solução de problemas de escoamentos de fluidos.

Para ilustrar como o método opera, utilizaremos as equações médias de Reynolds na forma incompressível, modelando o tensor de Reynolds segundo a hipótese de Boussinesq. Depois de algumas modificações, podemos escrever tais equações na forma:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.1)$$

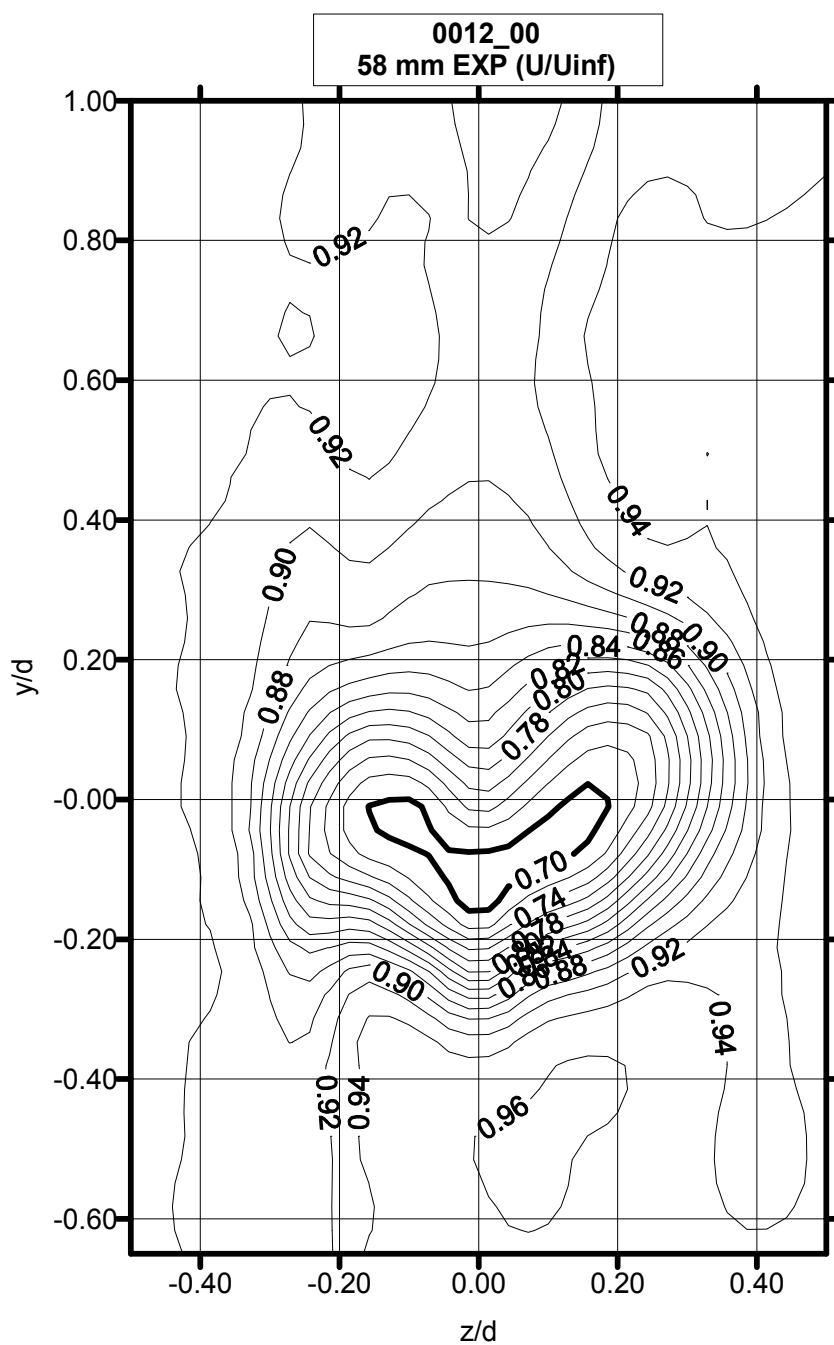


Figura 4.10: Linhas de contorno para a velocidade média adimensional ($= \bar{u}/U_e$, $U_e = 8$ m/s) no plano $x = 58$ mm. A área transversal ocupada pelo bulbo é ilustrada pela curva circular. NACA 0012₀₀.

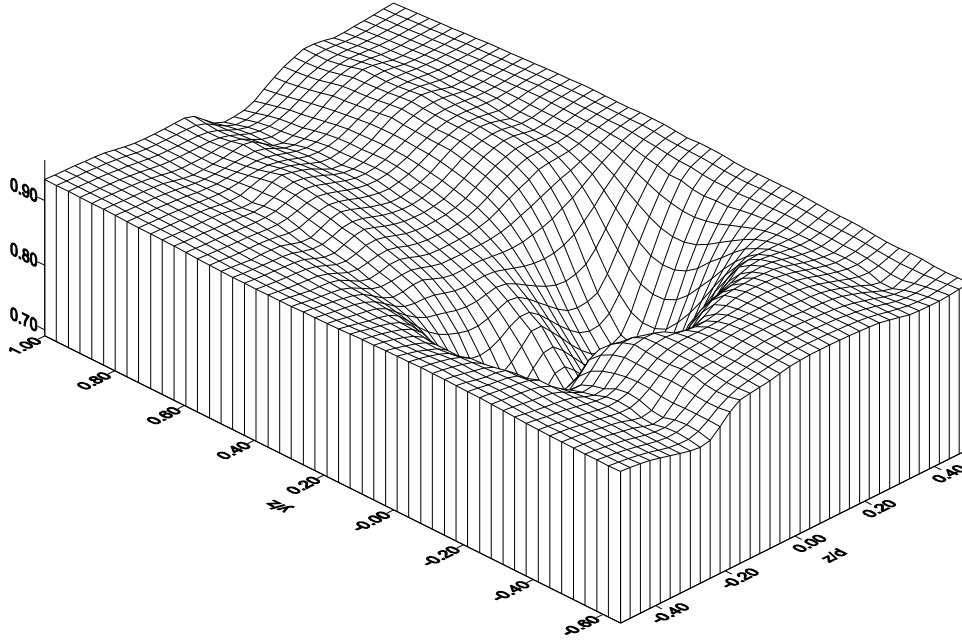


Figura 4.11: Distribuição espacial da velocidade média adimensional ($= \bar{u}/U_e$, $U_e = 8$ m/s) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial u_j \phi}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\gamma + \gamma_t) \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right] \quad (4.3)$$

Para volumes de controle que não se deformam no tempo, as derivadas temporais podem ser transferidas para fora das integrais e as equações se tornam:

$$\int_S u_j n_j dS = 0 \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V u_i dV + \int_S u_j u_i n_j dS = - \int_S p n_j dS + \int_S (\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) dn_j dS \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \phi dV + \int_S u_j \phi n_j dS = \int_S (\gamma + \gamma_t) \frac{\partial \phi}{\partial x_j} dn_j dS \quad (4.6)$$

onde V e S respectivamente denotam regiões de integração de volume e de área, e n_j são as componentes de um vetor unitário normal à cada elemento de superfície, apontando para fora da mesma.

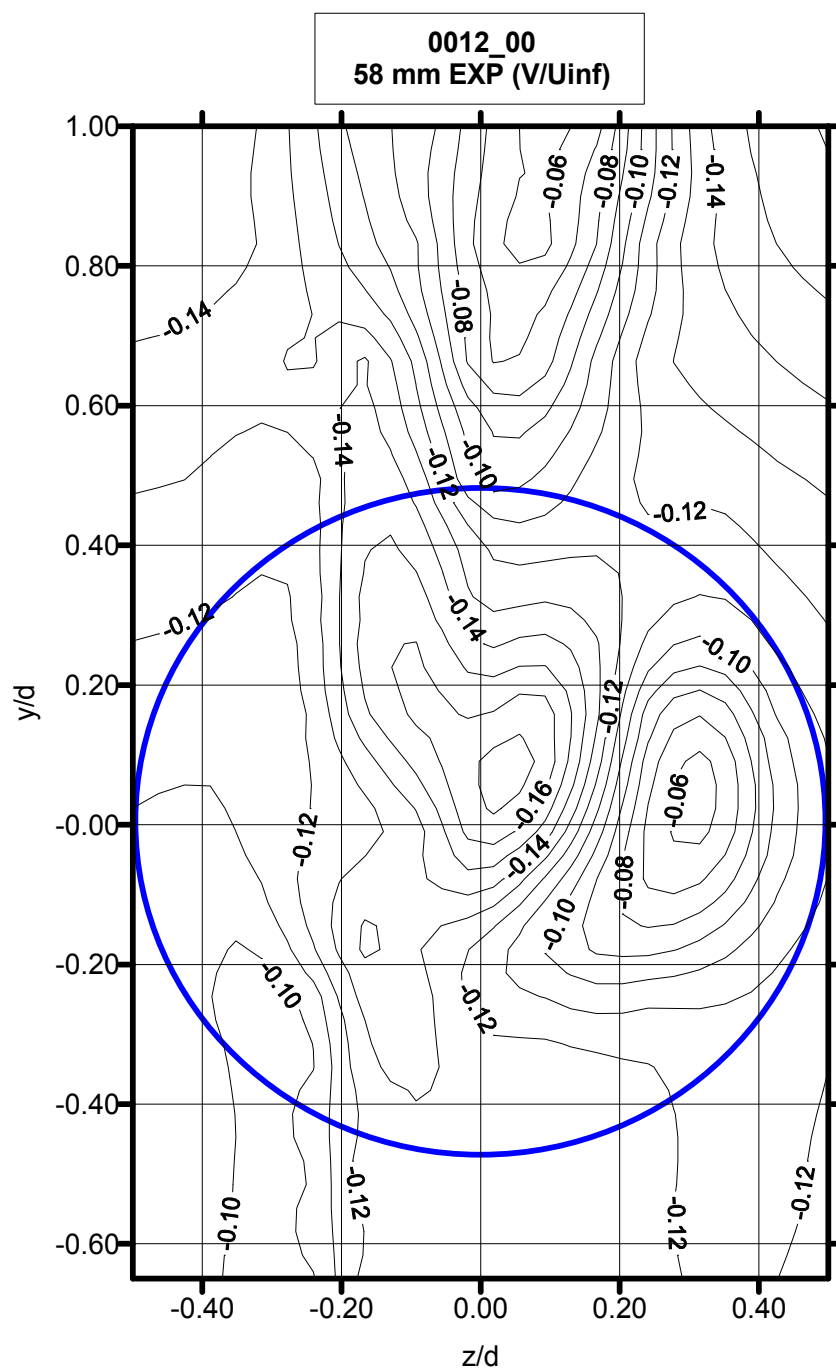


Figura 4.12: Linhas de contorno para a velocidade vertical média adimensional ($= \bar{v}/U_e$, $U_e = 8$ m/s) no plano $x = 58$ mm. A área transversal ocupada pelo bulbo é ilustrada pela curva circular. NACA 0012₀₀.

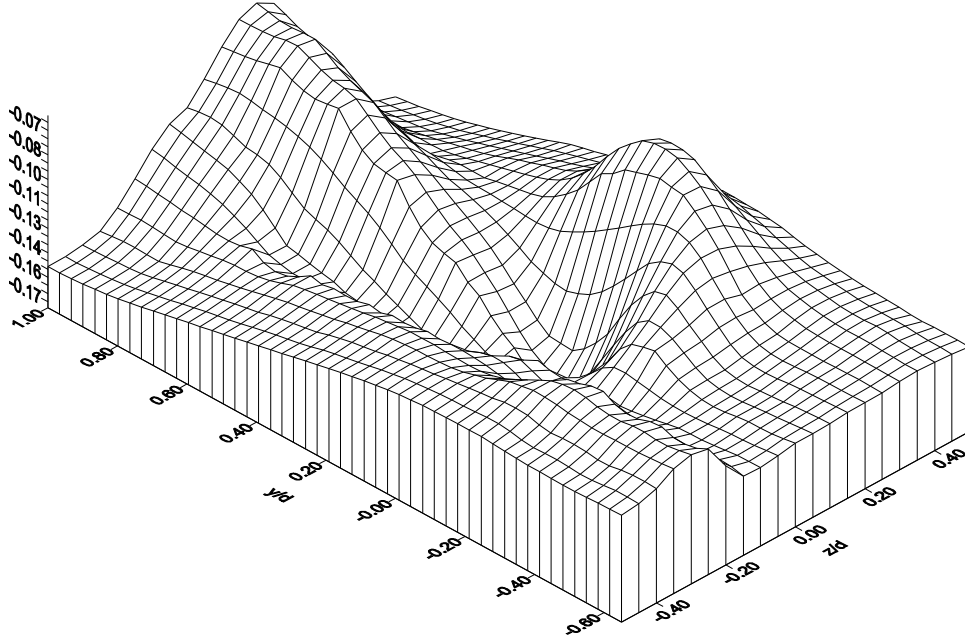


Figura 4.13: Distribuição espacial da velocidade vertical média adimensional ($= \bar{v}/U_e$, $U_e = 8$ m/s) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

O próximo passo é aproximar as equações governantes através de funções discretas. Os fluxos sobre superfícies devem então ser representados nos pontos de integração para completar a discretização. Os pontos de integração, ip 's, são localizados no centro de cada segmento de superfície que circunda o volume finito.

Utilizando o método das diferenças atrasadas de primeira ordem de Euler, discretizamos as integrais de volume de uma quantidade ϕ qualquer como:

$$\int_V \phi dV = (\phi - \phi^0)V \quad (4.7)$$

onde ϕ^0 é o valor de ϕ na iteração anterior.

Assim, as Equações 4.4, 4.5, 4.6, podem ser reescritas em sua forma discreta:

$$\sum_{ip} (u_j n_j \Delta S)_{ip} = 0 \quad (4.8)$$

$$\frac{u_i - u_i^0}{\Delta t} V + \sum_{ip} \left(\frac{\dot{m}}{\rho} u_i \right)_{ip} = \sum_{ip} (p n_i \Delta S)_{ip} + \sum_{ip} \left[(\nu + \nu_t) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) n_j \Delta S \right]_{ip} \quad (4.9)$$

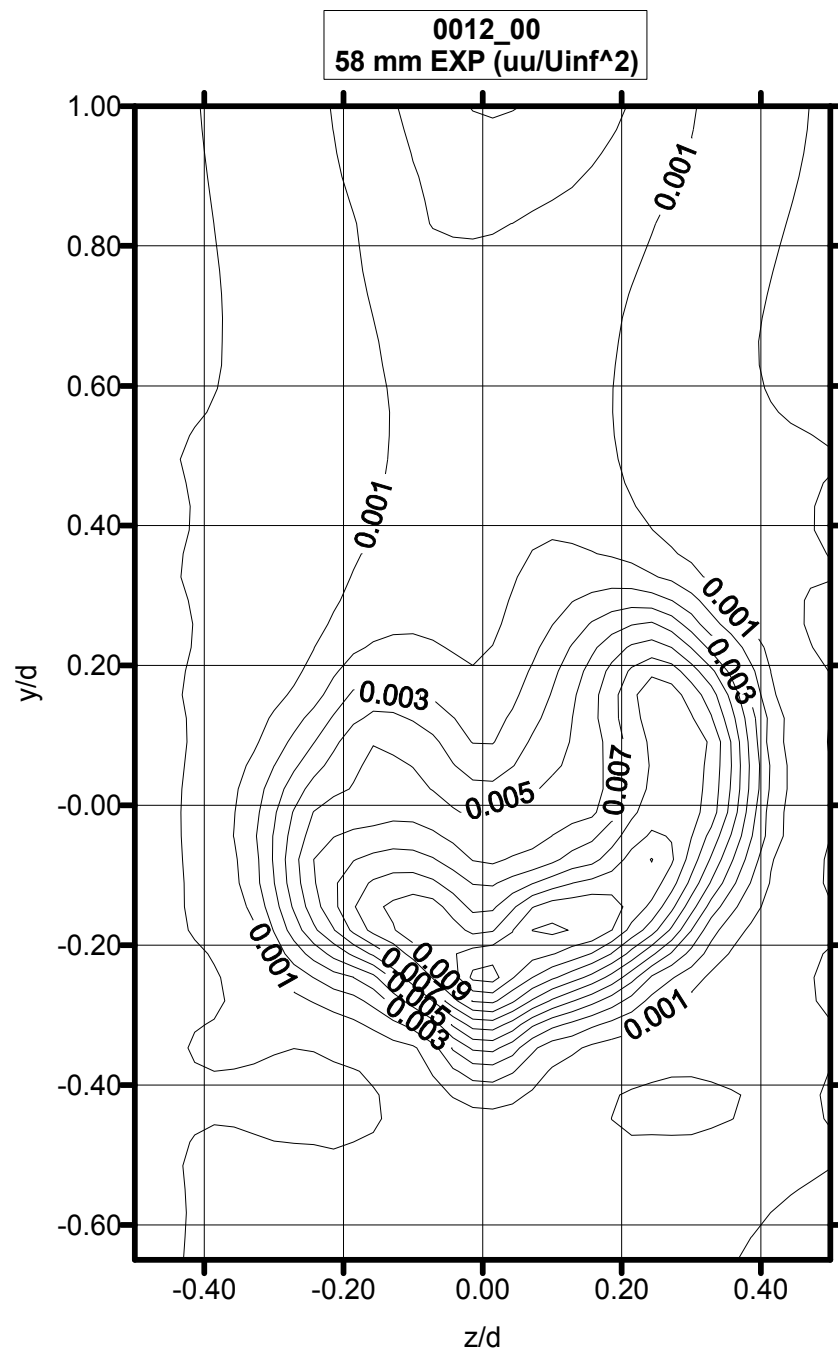


Figura 4.14: Linhas de contorno para a intensidade turbulenta longitudinal adimensional ($=\overline{u'^2}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

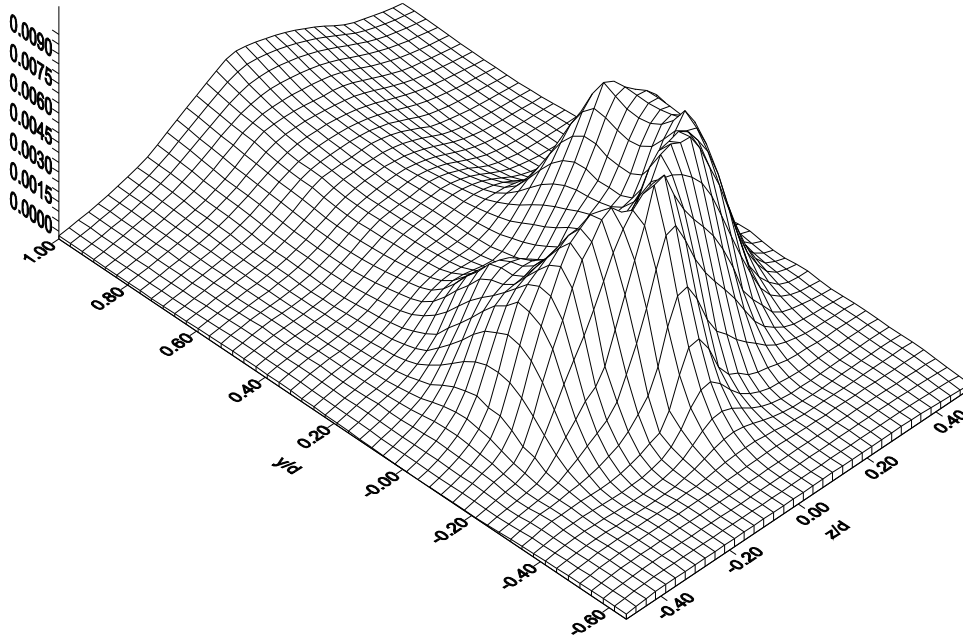


Figura 4.15: Distribuição espacial para a intensidade turbulenta longitudinal adimensional ($=\overline{u'^2}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

$$\frac{\phi - \phi^0}{\Delta t} V + \sum_{ip} \left(\frac{\dot{m}}{\rho} \phi \right)_{ip} = \sum_{ip} \left[(\gamma + \gamma_t) \frac{\partial \phi}{\partial x_j} n_j \Delta S \right]_{ip} \quad (4.10)$$

onde os somatórios são sobre todos os pontos de integração, ΔS é a área de uma face do volume finito e Δt é o passo no tempo. O fluxo mássico através de uma superfície do volume finito, \dot{m}_{ip} , é definido como:

$$\dot{m}_{ip} = (\rho u_j n_j \Delta S)_{ip}^0 \quad (4.11)$$

Vale lembrar que a discretização acima foi feita utilizando-se de uma aproximação de primeira ordem (método das diferenças atrasadas de Euler). Poderíamos também utilizar, por exemplo, um aproximação de segunda ordem, de modo que a precisão do método fosse maior. Utilizando o método de diferenças atrasadas de segunda ordem de Euler, teríamos:

$$\int_V \phi dV = \left(\frac{3}{2} \phi - 2\phi^0 + \frac{1}{2} \phi^{00} \right) V \quad (4.12)$$

onde ϕ^{00} é o valor de ϕ na iteração anterior a iteração correspondente a ϕ^0 .

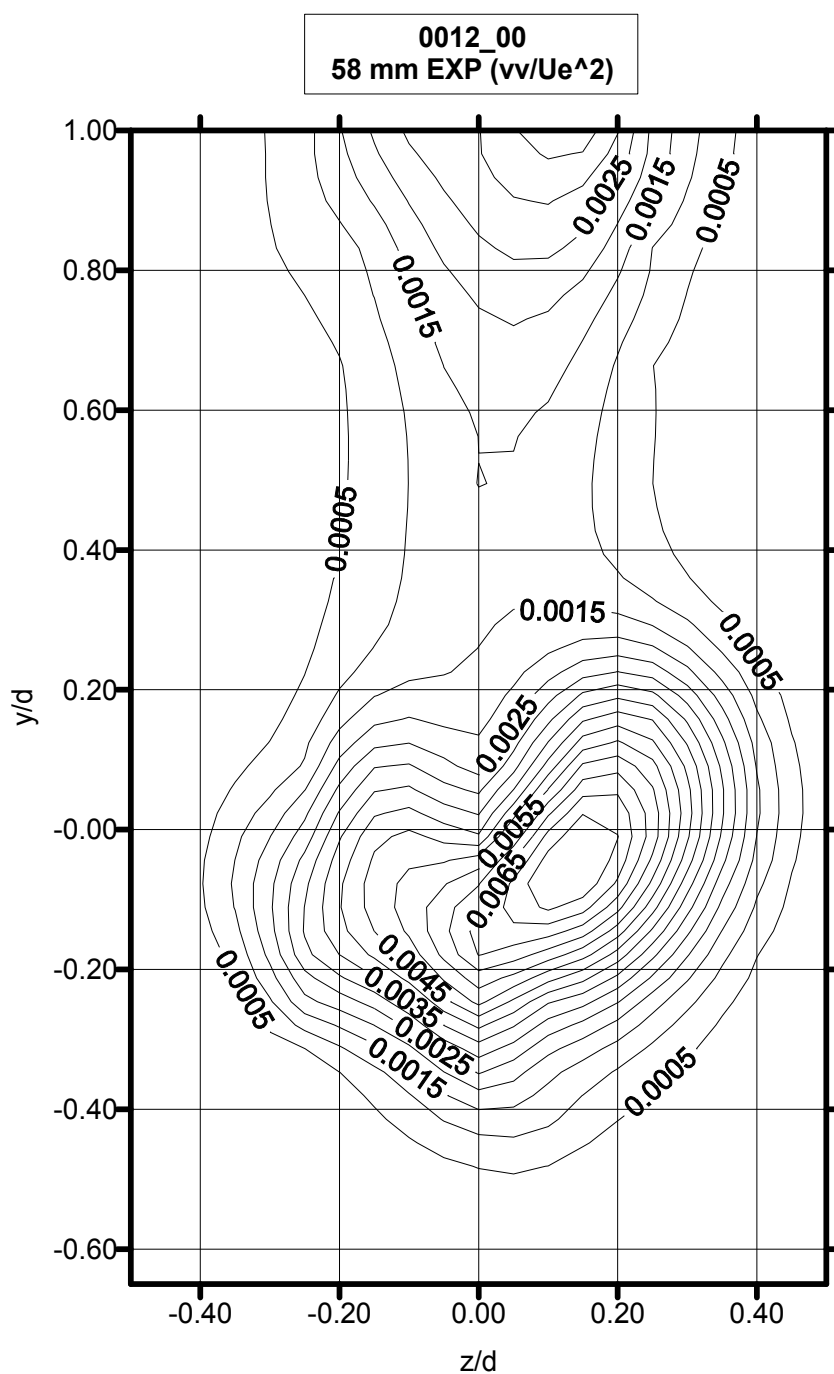


Figura 4.16: Linhas de contorno para a intensidade turbulenta transversal adimensional ($=\overline{v'^2}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

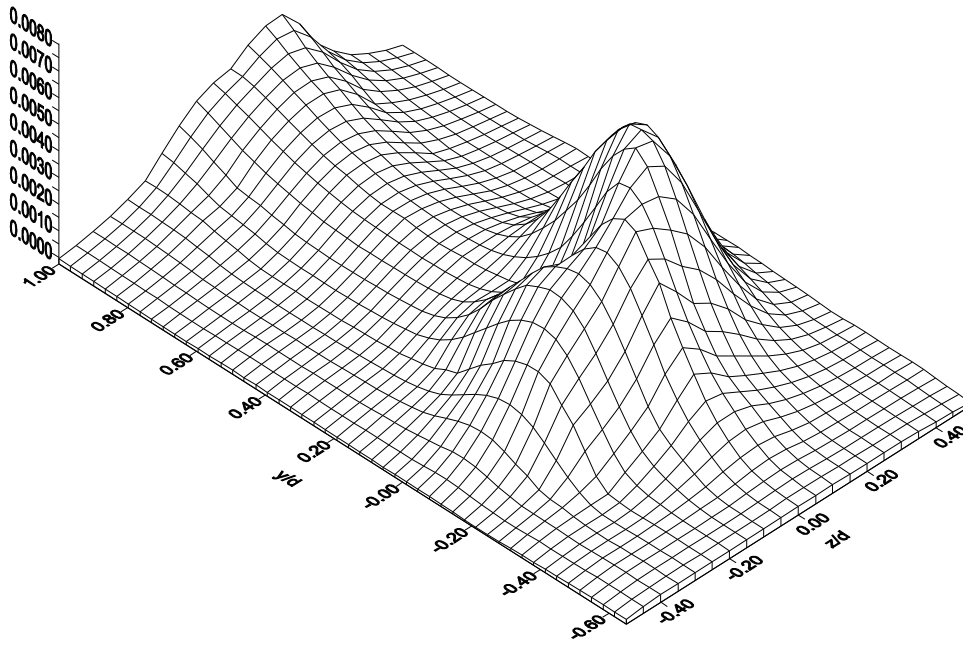


Figura 4.17: Distribuição espacial para a intensidade turbulenta transversal adimensional ($=\overline{v'^2}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

4.3.1 O sistema quilha/bulbo

No caso de escoamentos ao redor de um geometrias particulares, como por exemplo, uma geometria definida pelo nosso bulbo em uma situação de isolamento (uma geometria tri-dimensional de revolução), o escoamento pode, algumas vezes, ser considerado simétrico. Com isso, o escoamento pode eventualmente apresentar um padrão simples onde, por exemplo, as linhas de corrente são pouco deformadas, não ocorre separação e solução analíticas aproximadas podem ser bem construídas. Se, ao contrário, uma quilha é ajustada ao bulbo, as perturbações tornam-se imediatamente extensivas, e todos os procedimentos acima passam a falhar. Abruptamente, o problema passa a ser muito mais complexo de modo que toda a sofisticação apresentada anteriormente precisa ser levada em conta.

Para a presente simulação numérica do problema, usaremos o código ANSYS CFX, versão 5.7. Os modelos desenvolvidos para as simulações numéricas consistiram em modelos tridimensionais, discretizados através de malhas não estruturadas formadas por elementos tetraédricos. Para o primeiro modelo – NACA 0012₄₅ – foi feita uma análise sistemática do refinamento de malhas para que pudessemos obter a melhor configuração.

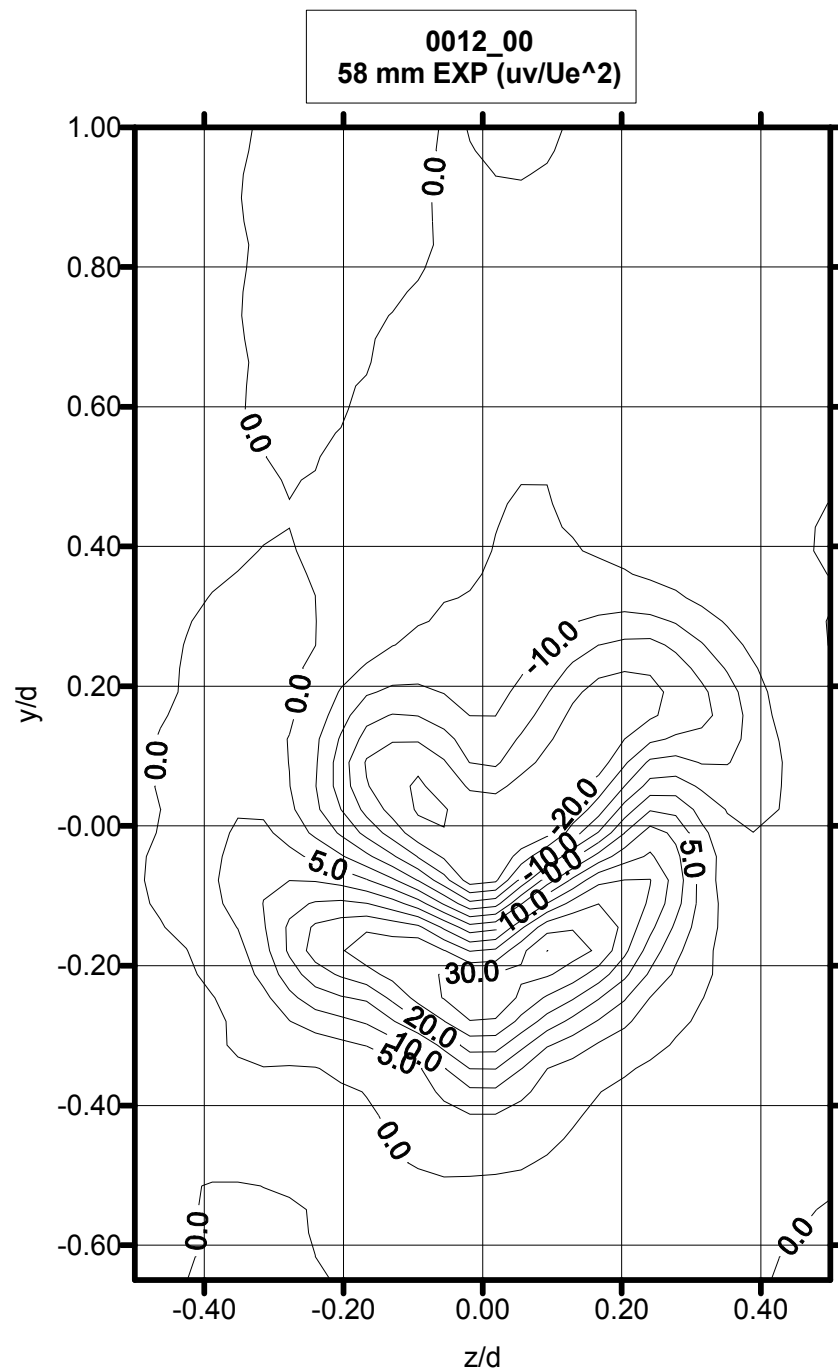


Figura 4.18: Linhas de contorno para a tensão turbulenta cisalhante ($=\overline{u'v'}/U_e^2) * (10E^4)$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

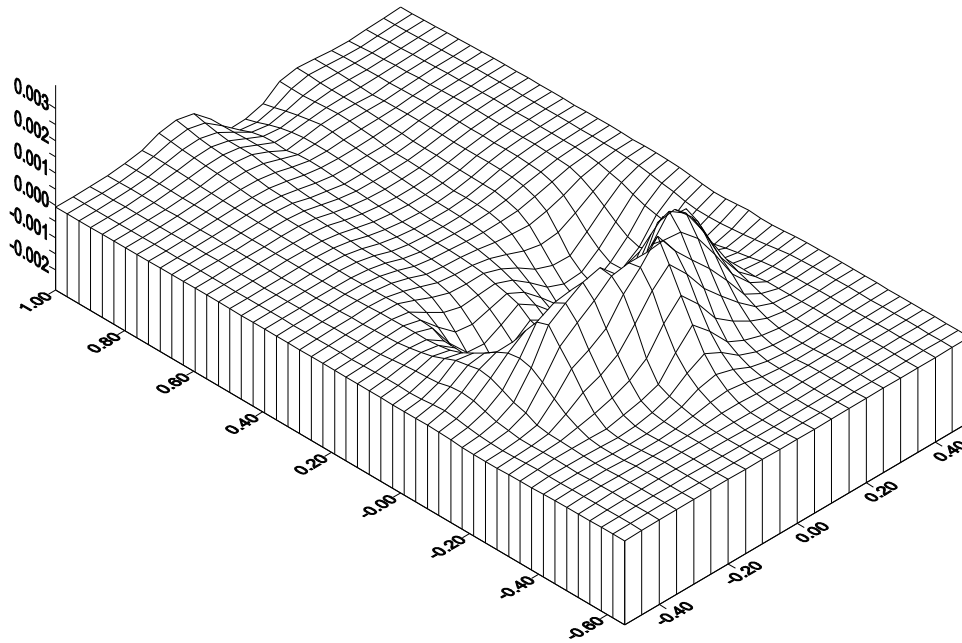


Figura 4.19: Distribuição espacial para a tensão turbulenta cisalhante ($=\overline{u'v'}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

Foram estudadas inúmeras configurações até que fosse obtida aquela que verificamos não gerar mais alteração nos resultados. Além disso foi feito um estudo de independência de malha, de modo a se obter uma boa relação entre desempenho e custo computacional. A configuração da primeira malha foi então reproduzida para o segundo modelo. O tamanho dos elementos varia de 0,1 mm, na superfície da quilha, até 8mm nas superfícies mais externas do domínio. O domínio computacional foi feito admitir as mesmas dimensões que a seção do túnel de vento. O tamanho dos elementos foi otimizado a fim de se obter uma boa qualidade de malha.

As condições de contorno relativas à velocidade externa e à intensidade turbulenta do escoamento na entrada do domínio computacional considerado foram estabelecidas de acordo com dados experimentais retirados diretamente do túnel de vento. São elas:

- Velocidade média na entrada: 7,00 m/s.
- Intensidade turbulenta: 0.2 %.
- Temperatura ambiente: 19 °C.

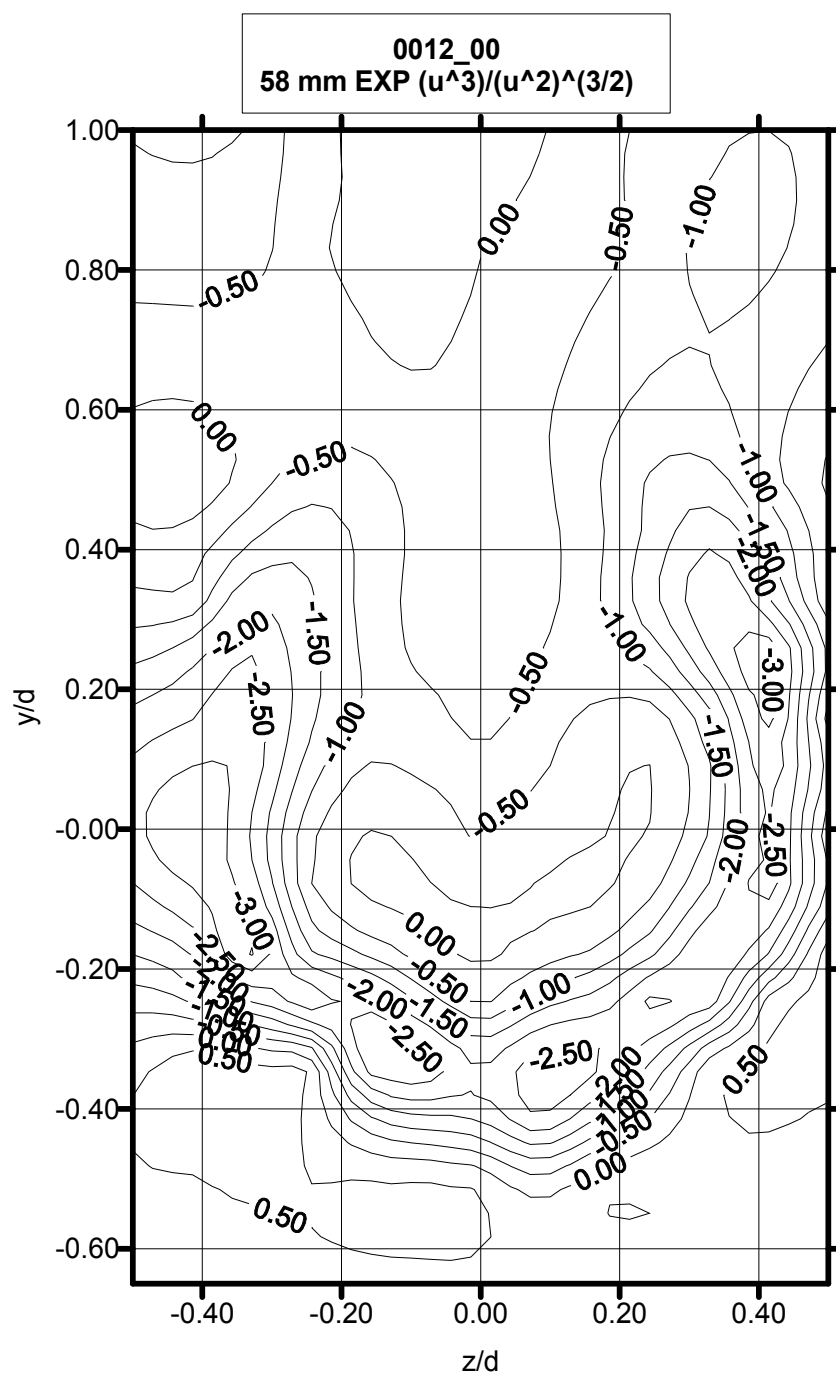


Figura 4.20: Linhas de contorno para a assimetria longitudinal ($=\overline{u^3}/(\overline{u^2})^{3/2}$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

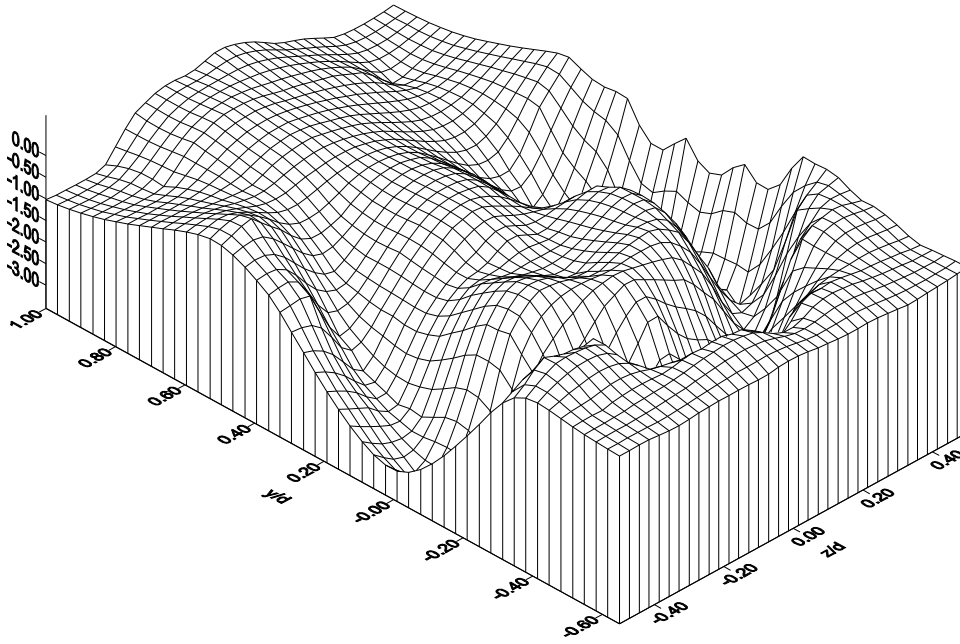


Figura 4.21: Distribuição espacial para a assimetria longitudinal ($=\overline{u'^3}/(\overline{u'^2})^{3/2}$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

4.3.2 Escolha da Geometria e da Malha

Definido o problema físico, o primeiro passo na representação numérica dos escoamento é construir a malha computacional. Para as nossas simulações, consideraremos a uma malha limitada externamente pelas próprias dimensões da seção de teste do túnel de evento e, internamente, pela própria geometria do sistema quilha/bulbo.

Para representar da melhor maneira possível a geometria de trabalho, devemos levar em conta também o tipo de malha que será usada na discretização do domínio. As malhas computacionais podem ser divididas em dois grandes grupos: malhas estruturadas e malhas não estruturadas. O primeiro grupo de malhas é caracterizado por elementos mapeados por uma lei de indexação simples e global. Por exemplo, se um nó é localizado pelos índices (i, j, k) , o nó à sua direita é definido pelos índices $(i + 1, j, k)$, o nó acima é definido pelos índices $(i, j, k + 1)$ e assim por diante. Esta ordem, inerente às malhas estruturadas, faz com que a memória alocada para a simulação seja menor e que os códigos numéricos sejam mais simples e eficientes, quando comparados com simulações que fazem o uso de malhas não-estruturadas.

Malhas não-estruturadas, por não possuírem uma lei simples de indexação, necessitam

de tabelas onde sejam registradas as posições de cada nó em relação uns aos outros, o que aumenta a demanda de recursos computacionais e a complexidade dos códigos. Por outro lado, malhas não-estruturadas são geometricamente mais flexíveis, fato que as torna adequadas para discretizar geometrias complexas.

Optaremos aqui pelo uso de malhas não estruturadas, pela inerente complexidade da geometria do problema da quilha. Com o programa ICEM-CFX, pode-se criar malhas não estruturadas que discretizem melhor apenas as regiões de interesse para análise. Com isso, não precisamos de grande esforço computacional para simular de maneira satisfatória o problema em questão.

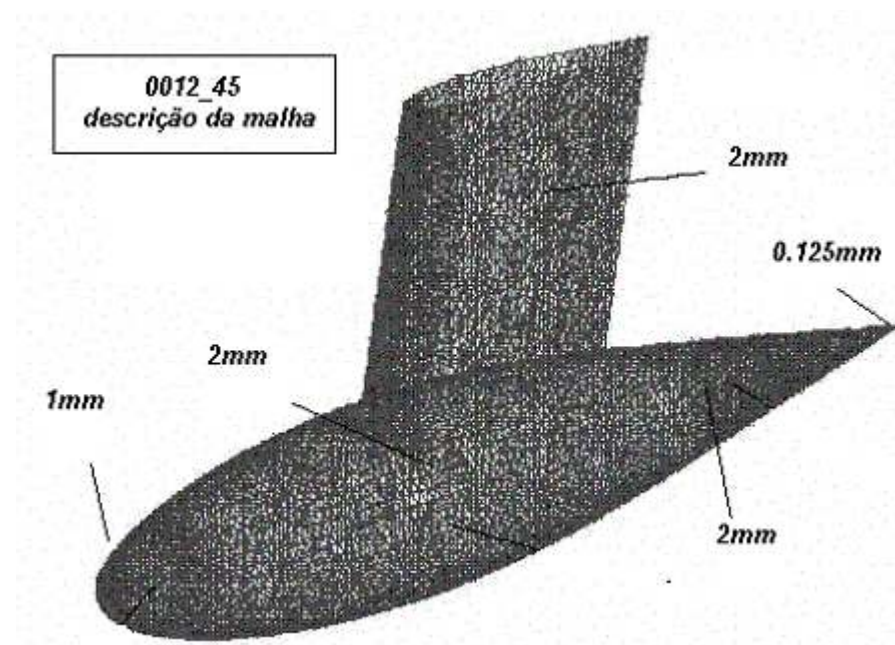


Figura 4.22: Esquema simplificado da malha.

Elementos tetraédricos não devem ser utilizados para resolver escoamentos que possuam uma direção preferencial, pois eles não podem ser orientados em uma direção específica. Isto ocorre porque, devido a sua própria geometria, as faces de elementos tetraédricos não podem ser alinhadas paralelamente ao longo de uma malha.

Nos desenvolvimentos a seguir, as malhas reais não foram apresentadas graficamente por possuírem em algumas regiões elementos com dimensões da ordem de décimos de milímetro; isso torna impossível sua representação esquemática em escalas adequadas.

4.3.3 Condições de Contorno

Precisamos agora prescrever as condições de contorno em cada face externa do domínio.

Existem cinco variedades de condições de contorno disponíveis no CFX, às quais devemos adequar as condições reais do melhor modo possível:

- *Entrada (inlet)*. É usada onde se sabe que o escoamento é dirigido para dentro do domínio.
- *Saída (outlet)*. Similarmente à condição de contorno *Entrada*, esta condição de contorno é aplicada onde se sabe que o escoamento é dirigido para fora do domínio.
- *Abertura (opening)*. Esta condição, menos estável numericamente do que a anterior, é usada onde se tem alguma informação sobre a condição de contorno, mas não é possível se definir *a priori* o sentido do escoamento. Ela é utilizada também em regiões onde se sabe que existe refluxo, ou seja, escoamento dirigido para dentro e para fora do domínio ao mesmo tempo.
- *Parede (wall)*. Paredes (impermeáveis) são condições de contorno que não podem ser atravessadas pelo escoamento, mas permitem a passagem de fluxo de calor. Além disso, deve-se observar que qualquer fluido em contato com uma parede possui velocidade zero em relação a ela.
- *Simetria (symmetry)*. Um plano de simetria é um plano tal que o escoamento em um dos seus lados é a imagem especular do escoamento no outro lado. Esta opção deve ser utilizada sempre que exista simetria no escoamento, com o objetivo de reduzir o número de elementos da malha.

Nas regiões próximas do bulbo foi criada uma região de malha mais refinada; a região externa foi, então, deixada menos densa. Além disso, foram utilizadas diferentes camadas de prismas a partir da superfície. Na malha final, foram utilizadas três camadas.

Definida a malha, pode-se então definir as condições de contorno para o problema. São elas:

- Entrada. Para a entrada definimos os campos de velocidade, pressão e intensidade turbulenta. Os perfis obtidos foram todos retirados inteiramente nos ensaios do túnel de vento.
- Saída. Para a saída definimos as condições de pressão e de intensidade turbulenta.
- Laterais. Para as paredes laterais foram definidas condições de contorno do tipo “Abertura”.
- Topo e piso. Para as faces superior e inferior do domínio foram definidas condições do tipo “Parede”, pois, elas, de fato, representavam as paredes superior e inferior do túnel de vento.
- Sistema quilha/bulbo. Foram definidas condições de parede (não-deslizamento).

A intensidade turbulenta na entrada do domínio não foi medida. Por isso foi usada a condição de “gradiente zero”.

4.3.4 Escolha dos Modelos de Turbulência

Um objetivo relevante do presente trabalho é investigar o grau de aplicabilidade do presente estado da arte na modelagem turbulenta para a descrição de escoamentos ao redor de sistemas quilha/bulbo. Por esse motivo, foi decidido que as simulações a serem desenvolvidas aqui fossem conduzidas fazendo o uso de modelos que se fundamentam em premissas básicas distintas. Foram então selecionados modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta e na modelação direta do transporte das tensões de Reynolds.

Para representar cada um dos dois grupos identificados acima escolhemos um tipo de modelo representativo. Desta forma, foram selecionados o SST e o BSL-RSM. Embora o modelo κ - ϵ tenha sido extensivamente aplicado ao longo dos últimos anos e por isso seja hoje o modelo mais popular para simulações em geral, ele é reconhecidamente um modelo pouco adequado para simulações precisas de escoamentos próximos a paredes, devido a deficiências na equação de transporte da dissipação viscosa, já discutidas na subseção 3.2.2. Por esta razão, foi decidido não realizar simulações utilizando o modelo κ - ϵ .

Comparados a modelos baseados no transporte de ϵ , modelos baseados no transporte de ω têm demonstrado uma melhor concordância com dados experimentais em simulações de escoamentos próximos a paredes. Este fato foi a motivação para adotarmos modelos baseados no transporte de ω ao invés de modelos baseados no transporte de ϵ . Assim, para as simulações baseadas na hipótese de Boussinesq (viscosidade turbulenta), foi utilizado uma variação do modelo κ - ω , o modelo *Shear Stress Transport* (SST). Este modelo combina as vantagens do modelo κ - ω de Wilcox no tratamento de escoamentos próximos a paredes, e do modelo κ - ϵ clássico no tratamento de escoamentos livres. Além disso, ele possui um termo de correção que leva em conta o transporte das tensões cisalhantes, o que tem feito deste modelo um dos mais completos modelos dentre aqueles baseados no conceito de viscosidade turbulenta.

Os modelos baseados no conceito de transporte das tensões de Reynolds embora possuam equações mais abrangentes que os modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta, não evitam a necessidade da modelagem de ϵ , onde, como já foi visto, reside a origem das maiores deficiências nos modelos a duas equações. Para evitar a modelagem de ϵ , alguns modelos de tensões de Reynolds modelam ω através de uma modificação na equação de ϵ (lembrando que ω e ϵ estão relacionados por $\epsilon = c_\mu \kappa \omega$). Assim, novamente, utilizaremos um modelo baseado na equação de ω , como no caso das simulações baseadas na hipótese de Boussinesq. Mais especificamente, utilizaremos o modelo *Baseline* BSL- ω , por reunir, assim como o modelo SST, a estabilidade da equação de ϵ para simulações de escoamentos livres e a acurácia da equação de ω para simulações de escoamentos junto a superfícies sólidas.

4.3.5 Critério de Convergência

O principal critério de convergência do CFX é baseado na avaliação dos resíduos numéricos resultantes de cada iteração. O resíduo é uma medida do balanço local das quantidades conservadas nas equações correspondentes a cada volume de controle. Esta é a mais importante medida da convergência, uma vez que se relaciona diretamente com as equações que estão sendo resolvidas.

O erro residual é obtido a partir da solução de um sistema linearizado associado às

equações discretizadas segundo o método dos volumes finitos. O mencionado sistema linearizado de equações pode ser escrito na forma geral como

$$A\phi = b, \quad (4.13)$$

onde A é a matriz de coeficientes, ϕ é o vetor de incógnitas e b é o lado direito da equação. A equação acima pode ser resolvida iterativamente, iniciando por uma solução aproximada, de tal modo que, depois de n iterações, teremos uma aproximação ϕ^n para ϕ , e na iteração seguinte teremos ϕ^{n+1} . A solução da iteração $n + 1$ é obtida somando-se um fator de correção a ϕ^n , denominado ϕ' , que depende do quanto ϕ^n está próximo da solução exata. Então:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \phi', \quad (4.14)$$

onde ϕ' é a solução do sistema

$$A\phi = r^n, \quad (4.15)$$

sendo r^n o erro residual, definido por

$$r^n = b - A\phi^n. \quad (4.16)$$

Após a obtenção do erro residual, este sofre um processo de normalização, de forma que o erro residual, agora normalizado, permaneça sempre entre 0 e 1. Para uma variável ϕ qualquer, o erro normalizado, \tilde{r}_ϕ , é calculado através da Equação 4.17:

$$\tilde{r}_\phi = \frac{r_\phi}{a_p \Delta\phi} \quad (4.17)$$

Na fórmula 4.17, r_ϕ é o erro residual (não normalizado), a_p é um coeficiente relativo ao volume finito e $\Delta\phi$ é uma quantidade relativa à faixa de variação de ϕ no interior do domínio. O cálculo exato de a_p e $\Delta\phi$ não é trivial e foi omitido da documentação do CFX, e por isso será omitido também neste documento.

A normalização do erro residual permite que se tenha uma maneira universal (independente da escolha do passo de tempo, das condições iniciais, etc) de se julgar a convergência

de um dado problema, de tal modo que, grosseiramente falando, um erro residual normalizado da ordem de 10^{-7} se aproxima do limite da precisão de um computador de 32 bits (precisão simples).

Pode-se especificar um valor mínimo para o erro residual máximo (MAX) ou para a raiz média quadrática do erro (RMS), ambos calculados levando-se em conta todos os volumes finitos do domínio.

Abaixo segue um guia, recomendada pelo CFX, útil para se ter uma idéia da qualidade da convergência de uma dada simulação.

Nível de resíduo MAX

- 5×10^{-4} ou maior: gera resultados e balanços globais pobres; dados quantitativos não são confiáveis. Simulações com resíduos dessa ordem são úteis para se ter uma idéia em linhas gerais do fenômeno em questão;
- 5×10^{-4} : não culmina em um resultado muito preciso, mas é razoável para a maioria das aplicações de engenharia;
- 1×10^{-4} : boa convergência; adequada para praticamente todas as aplicações de engenharia;
- 5×10^{-5} : convergência rígida. Se a geometria e condições de contorno não estão bem definidas, esta precisão pode ser mais do que o necessário, desde que os erros associados à geometria e às condições de contorno certamente serão maiores do que esta tolerância. Frequentemente não é possível atingir esse nível de convergência;
- 1×10^{-5} ou menor: convergência muito rígida, às vezes requerida em problemas geometricamente sensíveis;
- 1×10^{-6} a 1×10^{-7} : limite de um computador de 32 bits. Este nível de convergência não é possível atingir sem o uso de precisão dupla, na maioria dos casos. Convergências desta ordem possuem interesse apenas acadêmico.

4.3.6 Nível de resíduo RMS

Tipicamente, os resíduos RMS são cerca de uma ordem de grandeza menores que os resíduos MAX. Então o guia acima pode ser aplicada também a resíduos RMS, bastando para isso reduzir apropriadamente as escalas.

Além dos resíduos normalizados, que são balanços locais, também devemos monitorar os balanços globais sobre o domínio ao fim de cada simulação. Na maior parte dos casos, se os erros residuais convergiram suficientemente, os balanços globais serão coerentes. Entretanto, em processos físicos tais que a escala de tempo é muito longa relativamente à escala de tempo de um outro processo físico envolvido, é possível que os erros residuais alcancem convergência antes que os balanços globais fechem.

4.4 Resultados Numéricos

Os resultados obtidos pelas simulações com os modelos SST e BSL-RSM serão apresentados seguindo a sistemática dos resultados experimentais. Serão, portanto, mostrados gráficos de linhas de contorno e de distribuição tri-dimensional dos parâmetros de interesse. Entretanto, devido ao grande número de gráficos que a apresentação completa dos resultados ensejaria, seremos obrigados a estabelecer uma seletividade relativamente grande entre eles. Desse modo, alguns dos gráficos tri-dimensionais, aqueles que incorporam menos informação, serão omitidos.

Os primeiros resultados apresentados são os de velocidade média (Fig. 4.26) para a configuração NACA 0012₄₅. Embora algumas diferenças sejam observadas entre os dois modelos, vemos que elas são pequenas. Ambas as figuras apresentam bastante simetria com relação ao eixo y ($z=0$), estando as velocidades mínimas do escoamento localizadas exatamente atrás do bordo de fuga do bulbo. Este resultado possui bastante contraste com os dados experimentais, que colocam o ponto de mínimo em uma posição abaixo do bordo de fuga. Os valores de velocidade mínima, entretanto, são bem reproduzidos.

Os gráficos de intensidade turbulenta obtidos para o modelo BSL são mostrados na Fig. 4.24. A concordância com os valores experimentais difere por pelo menos uma ordem de grandeza para baixo (veja a Fig. 4.6). A difusão turbulenta é também bastante mais

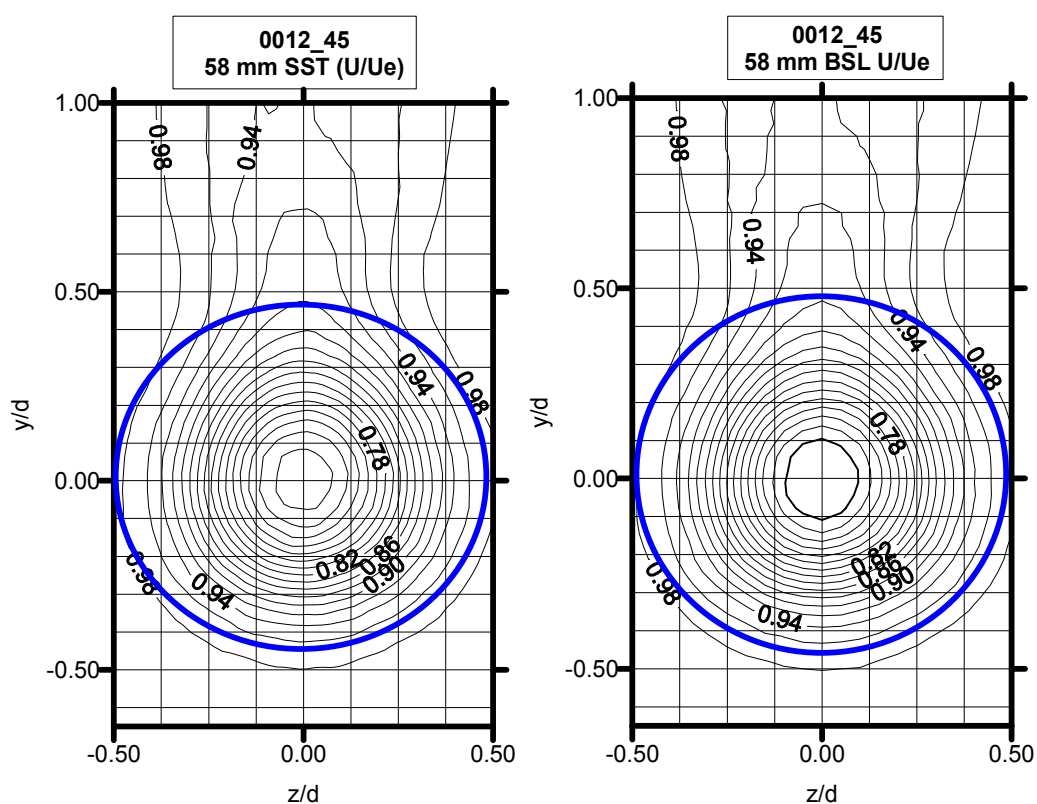


Figura 4.23: Linhas de contorno para a velocidade média adimensional para os modelos SST e BSL ($= \bar{u}/U_e$; $U_e = 8$ m/s) no plano $x = 58$ mm. A área transversal ocupada pelo bulbo é ilustrada pela curva circular. NACA 0012₄₅.

reduzida no modelo numérico. A Fig. 4.25 mostra como os gradientes apresentados pelas simulações numéricas são bem mais amenos que os gradientes mostrados nos experimentos. Isso parece ser uma falha grave do modelo BSL-RSM considerado. De fato, os padrões de figuras tri-dimensionais são bem distintos. Os experimentos mostram distintamente a existência de um platô de intensidade turbulenta máxima que decai rapidamente para os valores da corrente livre. Nenhum dos modelos, o SST ou o BSL, nos fornecem resultados de assimetria.

Os gráficos de velocidade média para a configuração NACA 0012₀₀ apresentam entre si muito pouca discrepância. Eles são bastante simétricos, e mostram o ponto de velocidade mínima bem atrás do bordo de fuga do bulbo. Isso está em desacordo com os dados experimentais.

Os dados de intensidade turbulenta são mostrados na Fig. 4.27. Novamente, as simulações numéricas subestimam os índices turbulentos, agora por quase duas ordens de grandeza. A difusão turbulenta é também bastante mais inferior que os valores experimentais.

Os perfis de tensão cisalhante são mostrados nas Figs. 4.28 e 4.29. Novamente, o modelo BSL-RSM as subestima por duas ordens de grandeza.

Os resultados experimentais e numéricos apresentados no presente trabalho serão agora comparados entre si em maiores detalhes. Todos os gráficos apresentados até agora foram muito úteis em nos fornecer uma visão bastante acentuada do problema, incluindo sua distribuição espacial. Para uma comparação mais fidedigna entre os modelos, recorreremos aos planos XY e XZ do nosso sistema de coordenadas. Com isso, poderemos construir gráficos bi-dimensionais para uma comparação direta dos resultados experimentais e numéricos.

4.5 Comparação entre modelo NACA 0012₄₅ e NACA 0012₀₀

Estudo experimental tem suas limitações, e com isso algumas análises só puderam ser feitas com base nos dados numéricos. A visualização transversal do escoamento só foi possível no

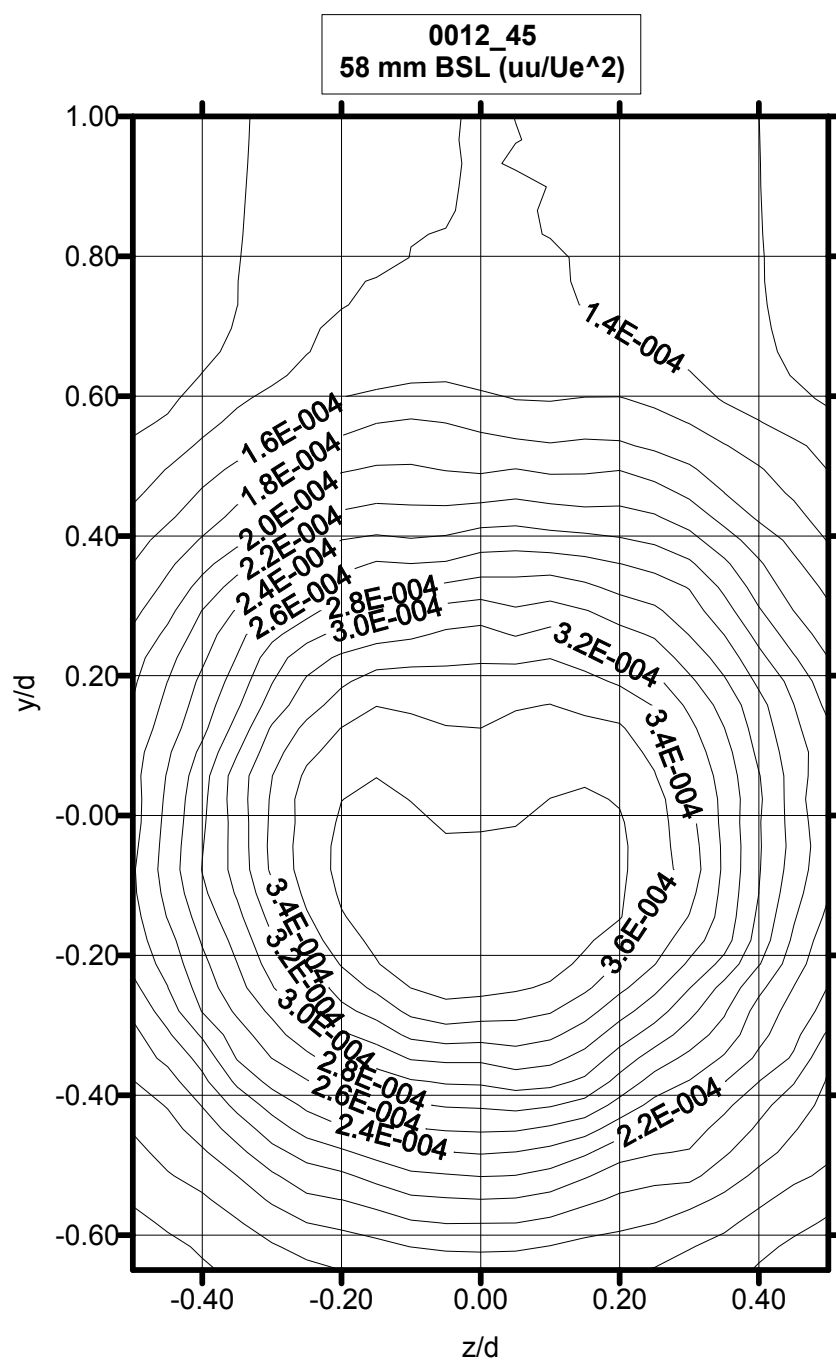


Figura 4.24: Linhas de contorno para a intensidade turbulenta longitudinal adimensional para o modelo BSL ($=\overline{u^2}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₄₅.

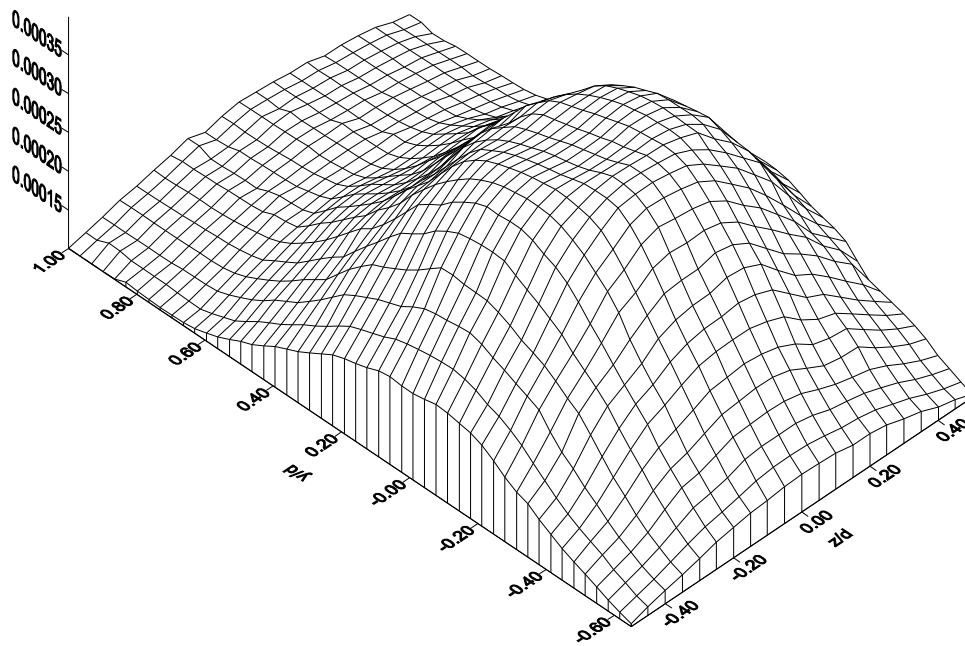


Figura 4.25: Distribuição espacial para a intensidade turbulenta longitudinal adimensional para o modelo BSL ($=\overline{u'^2}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₄₅.

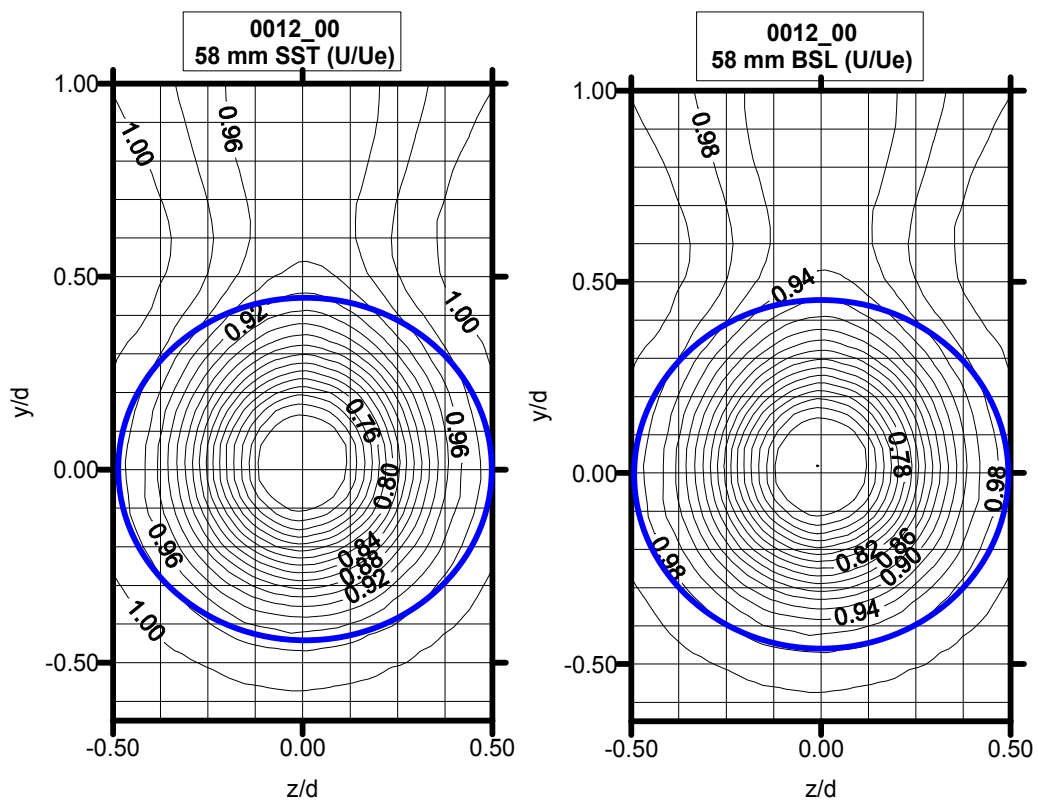


Figura 4.26: Linhas de contorno para a velocidade média adimensional para os modelos SST e BSL ($=\bar{u}/U_e$, $U_e = 8$ m/s) no plano $x = 58$ mm. A área transversal ocupada pelo bulbo é ilustrada pela curva circular. NACA 0012₀₀.

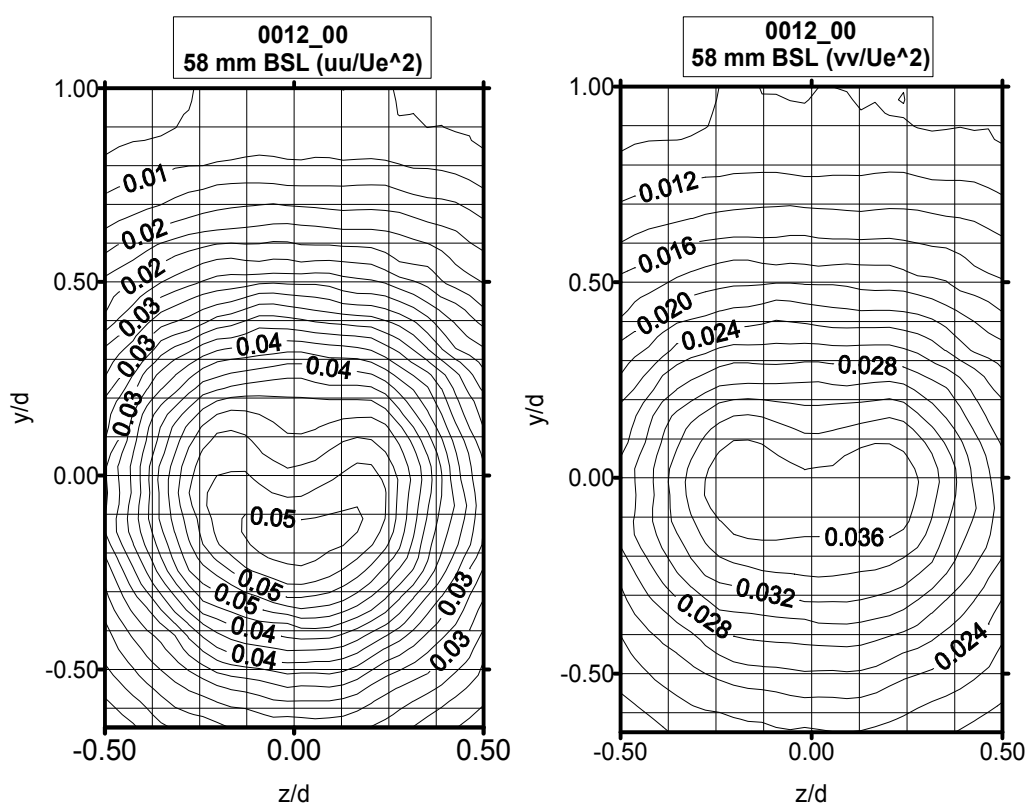


Figura 4.27: Linhas de contorno para as intensidades turbulentas adimensionais longitudinais e transversais para o modelo BSL ($=\overline{u'^2}/U_e^2$; $\overline{v'^2}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

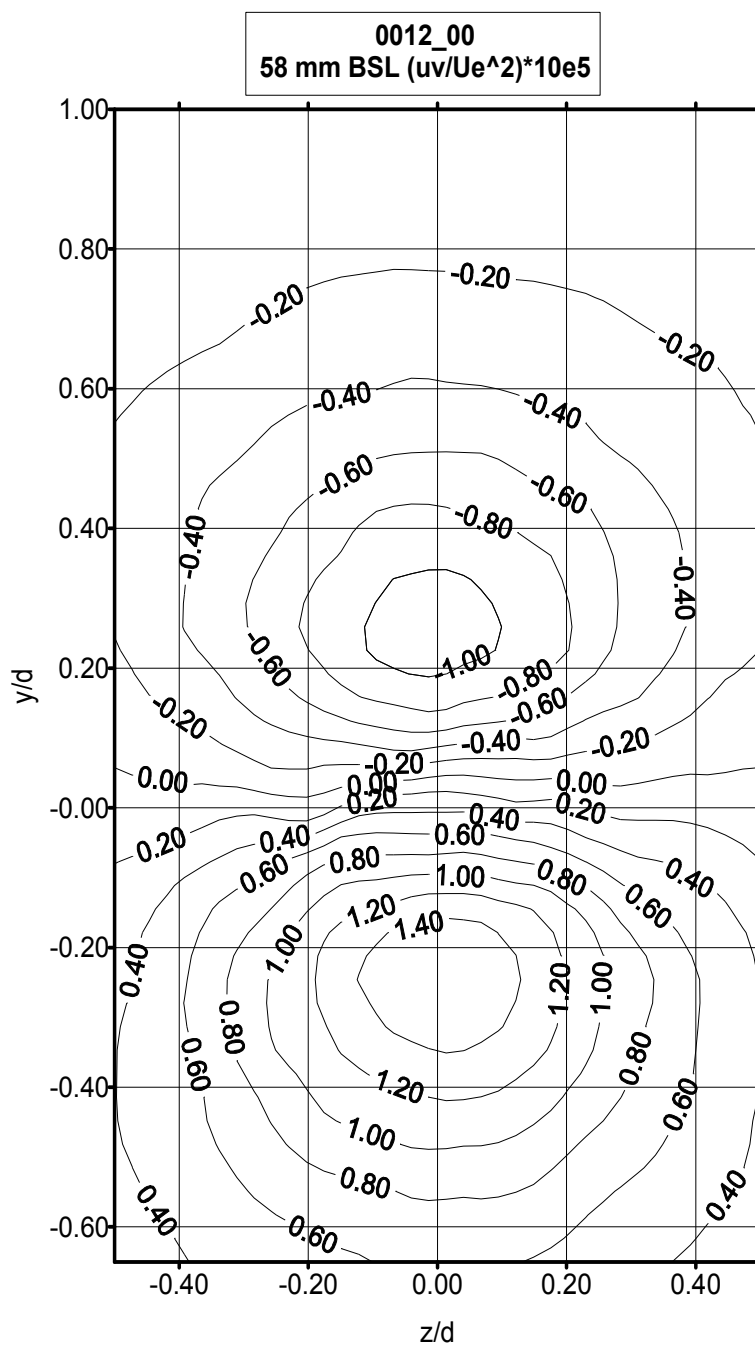


Figura 4.28: Linhas de contorno para a tensão turbulenta cisalhante para o modelo BSL ($=\overline{u'v'}/U_e^2) * 10E5$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

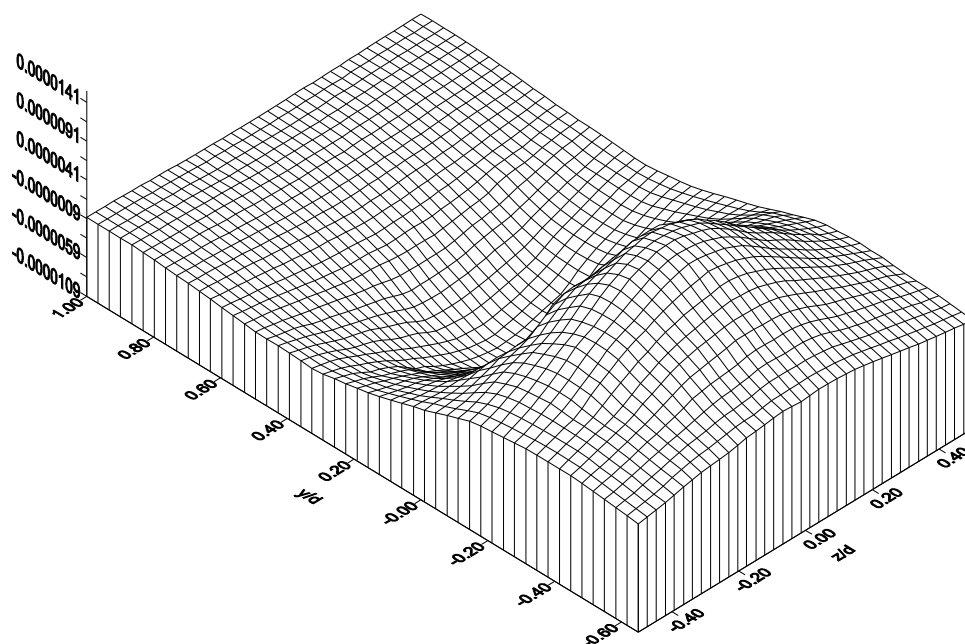


Figura 4.29: Gráfico tri-dimensional para a tensão turbulenta cisalhante para o modelo BSL ($=\overline{u'v'}/U_e^2$) no plano $x = 58$ mm. NACA 0012₀₀.

estudo numérico. Assim uma análise mais detalhada da esteira pôde ser feita. Como pode ser visto na Fig. 4.42 a influência da junção é marcante nas características do escoamento ao redor do conjunto quilha-bulbo. As linhas de corrente do modelo NACA 0012₄₅ apresentam uma acentuada distorção na região da junção, o que resulta na redução dos valores de velocidade média do escoamento à jusante da quilha. Este mesmo efeito também é claramente observado na esteira do bulbo. No modelo NACA 0012₀₀, as linhas de corrente apresentam um comportamento mais organizado, indiciando uma menor interferência da junção na evolução do escoamento ao redor do conjunto quilha-bulbo. Em ambos os casos, configuração NACA 0012₀₀ e NACA 0012₄₅, os modelos numéricos subestimaram os valores de velocidade média do escoamento. Comparativamente, as maiores diferenças são observadas no modelo NACA 0012₀₀.

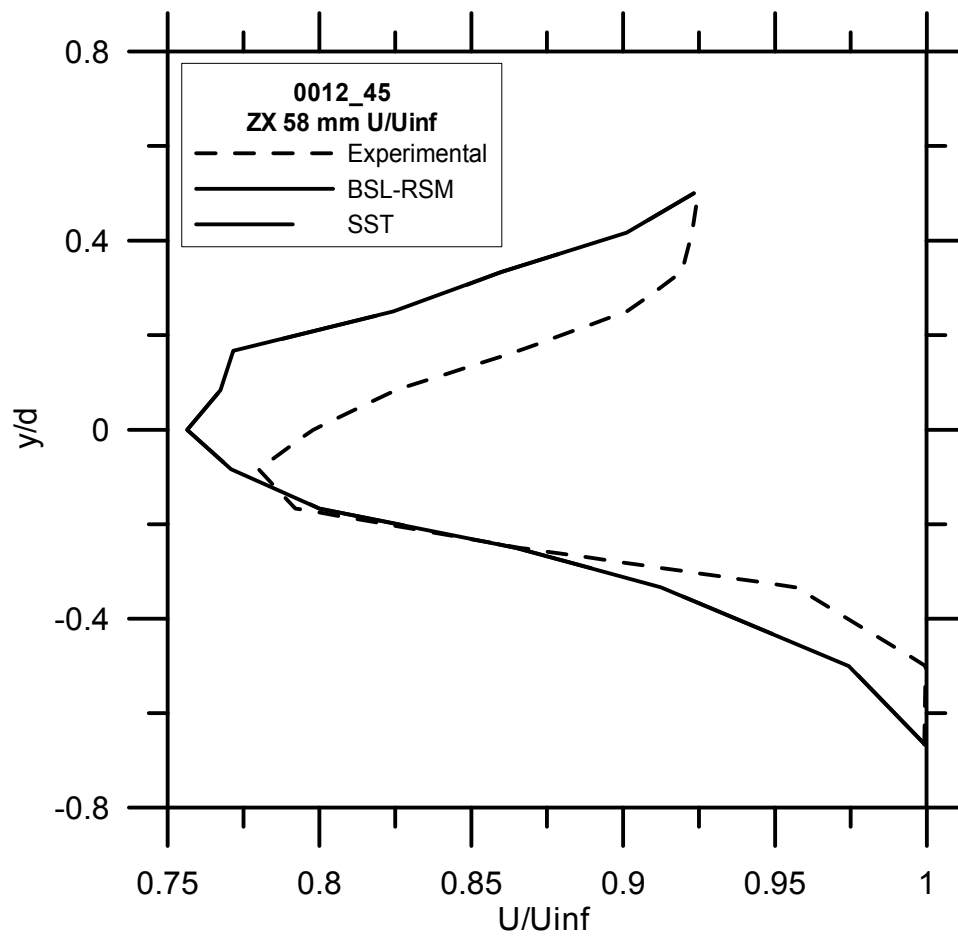


Figura 4.30: Comparação experimental e numérica no plano ZX ($x = 58$ mm) para $(=\bar{U}/U_e)$. NACA 0012₄₅.

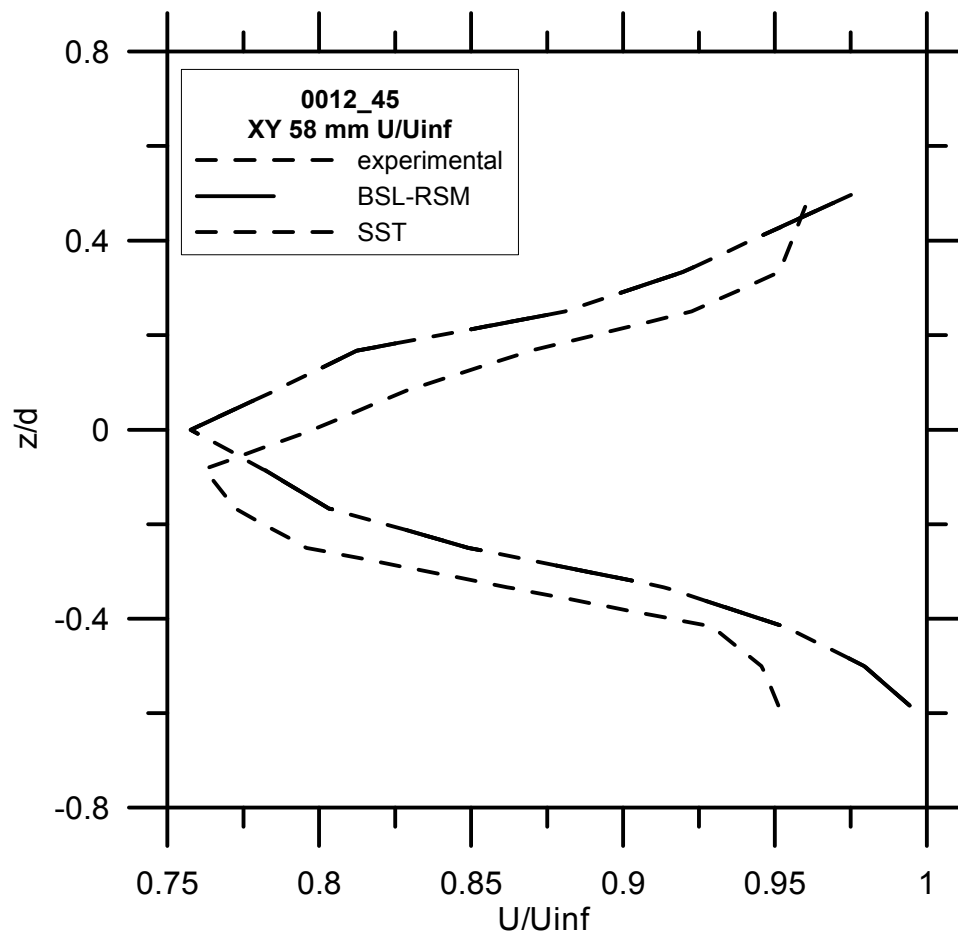


Figura 4.31: Comparação experimental e numérica no plano XY ($x = 58\text{mm}$) para $(=\bar{U}/U_e)$. NACA 0012₄₅.

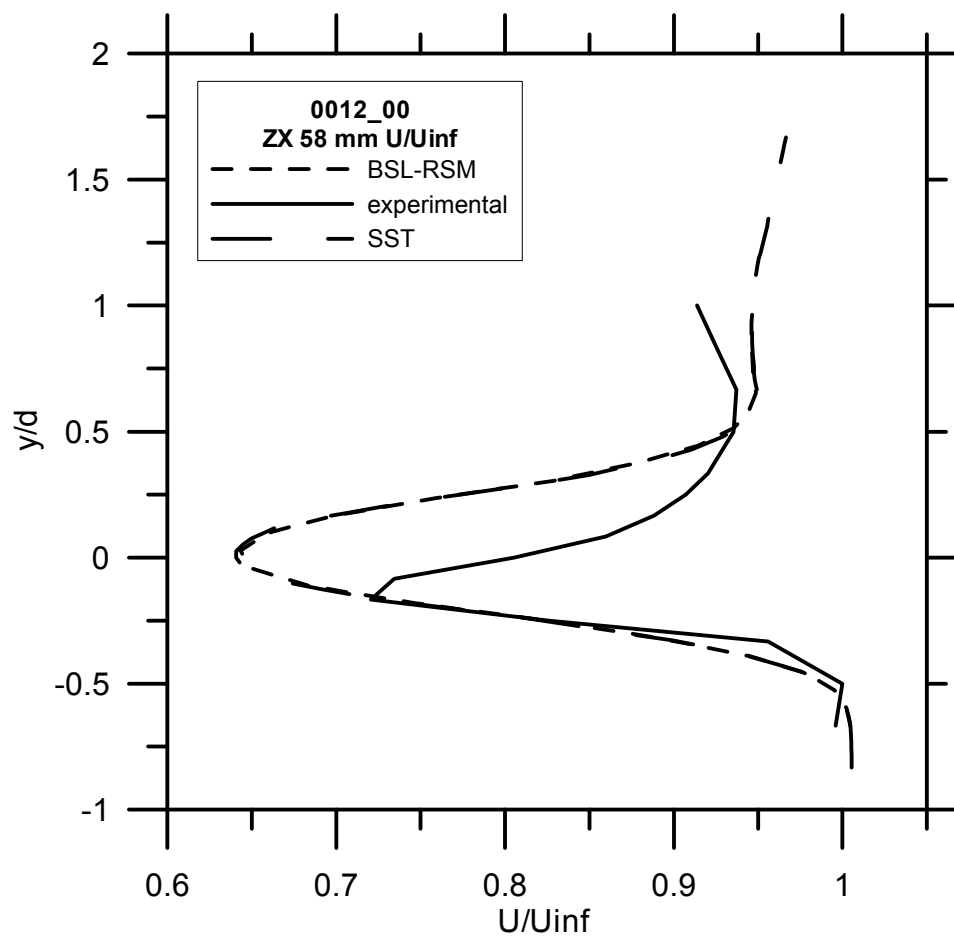


Figura 4.32: Comparação experimental e numérica no plano ZX ($x = 58\text{mm}$) para $(=\bar{U}/U_e)$. NACA 0012₀₀.

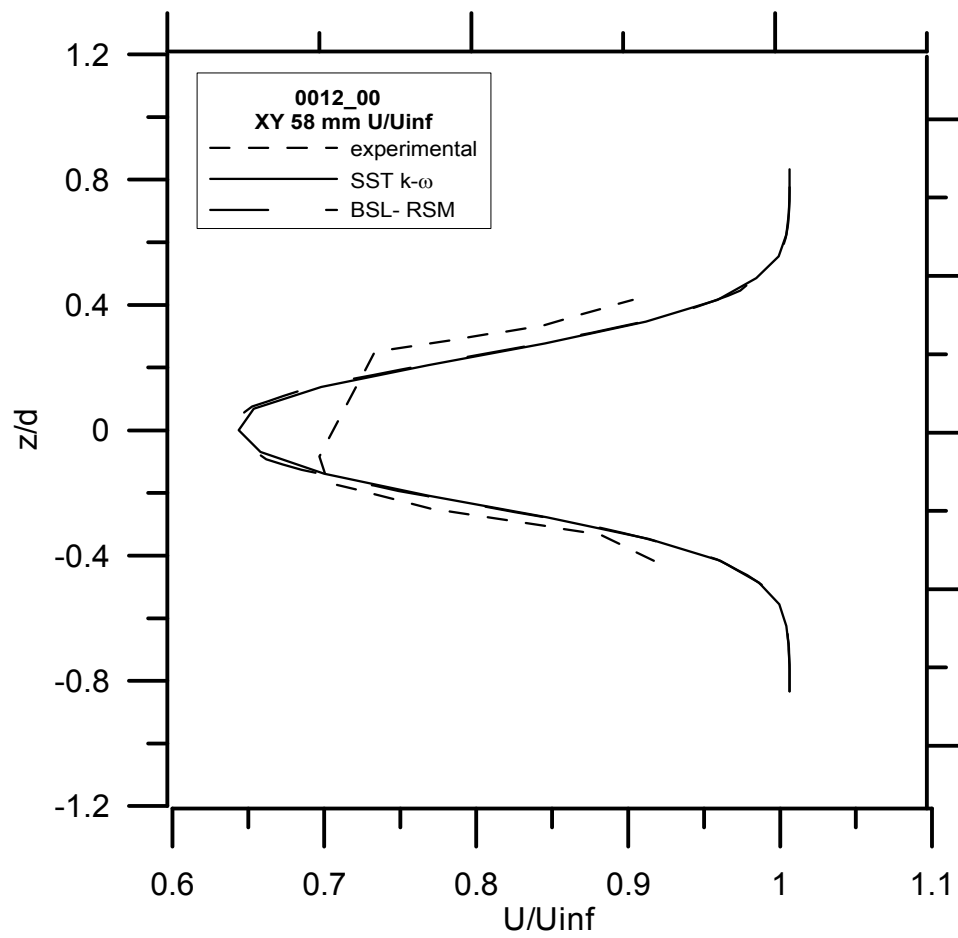


Figura 4.33: Comparação experimental e numérica no plano XY ($x = 58\text{mm}$) para $(=\bar{U}/U_e)$. NACA 0012₀₀.

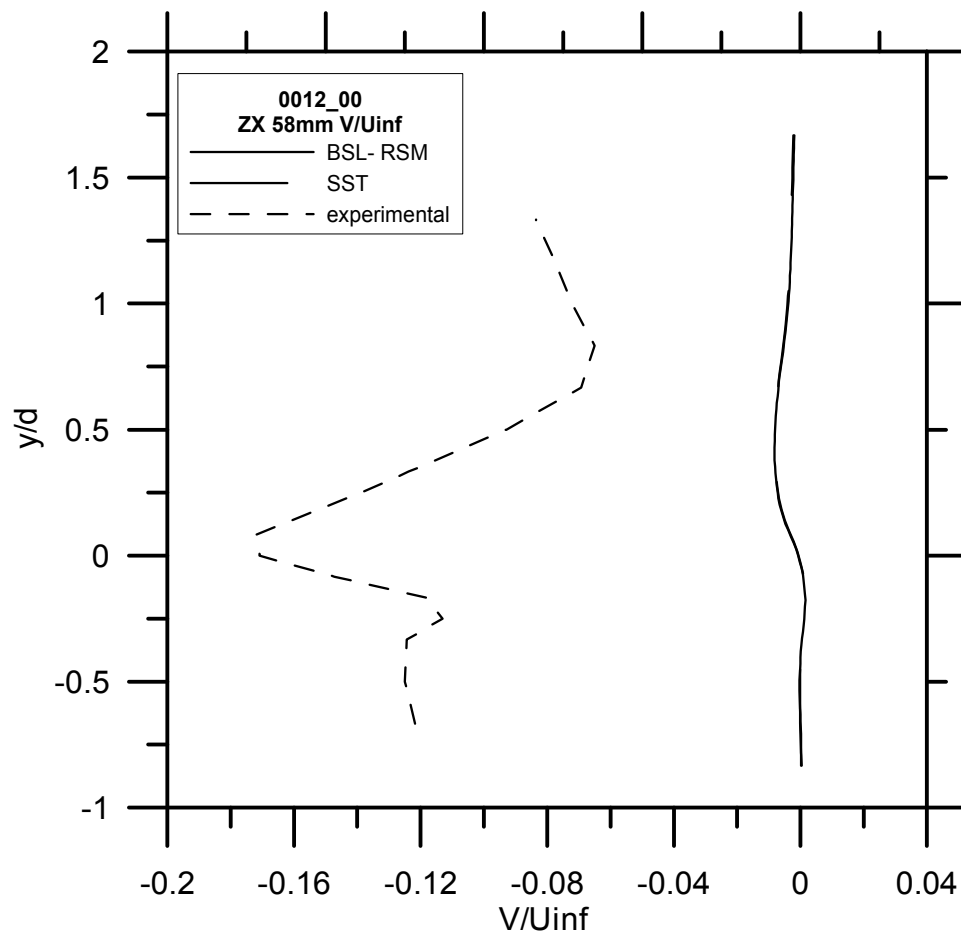


Figura 4.34: Comparação experimental e numérica no plano ZX ($x = 58\text{mm}$) para $(=\bar{V}/U_e)$. NACA 0012₀₀.

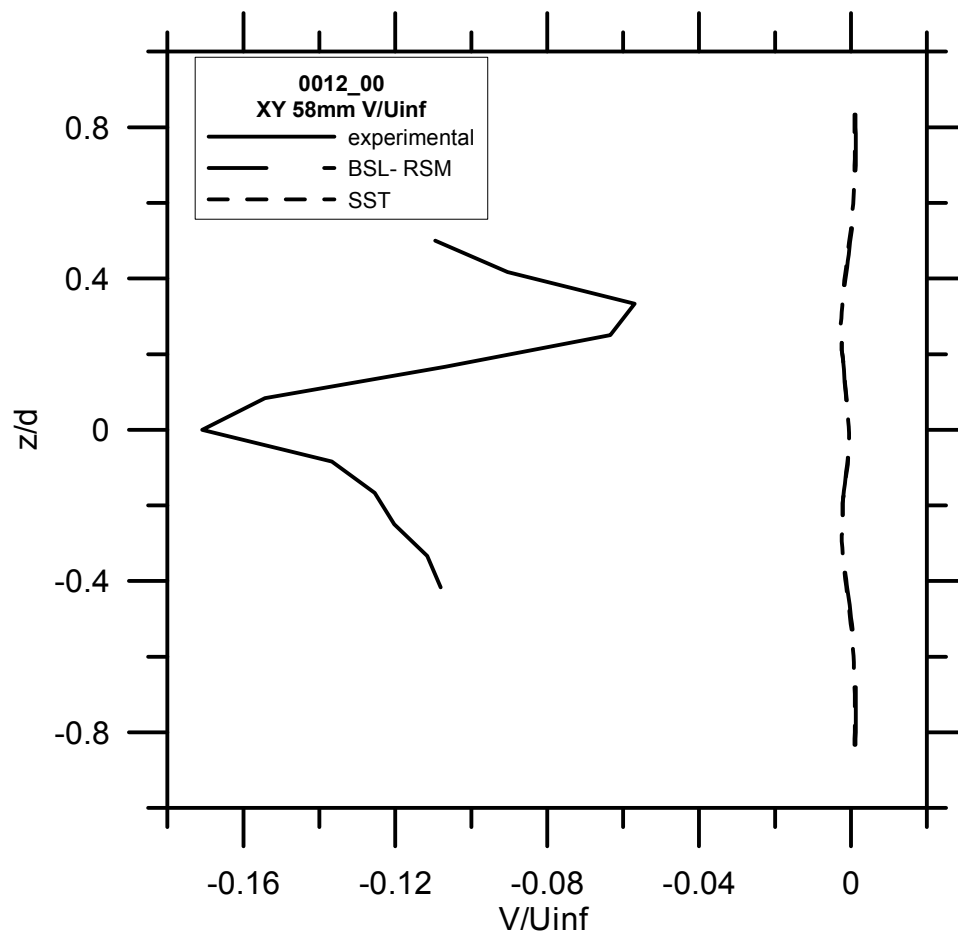


Figura 4.35: Comparação experimental e numérica no plano XY ($x = 58\text{mm}$) para $(=\bar{V}/U_e)$. NACA 0012₀₀.

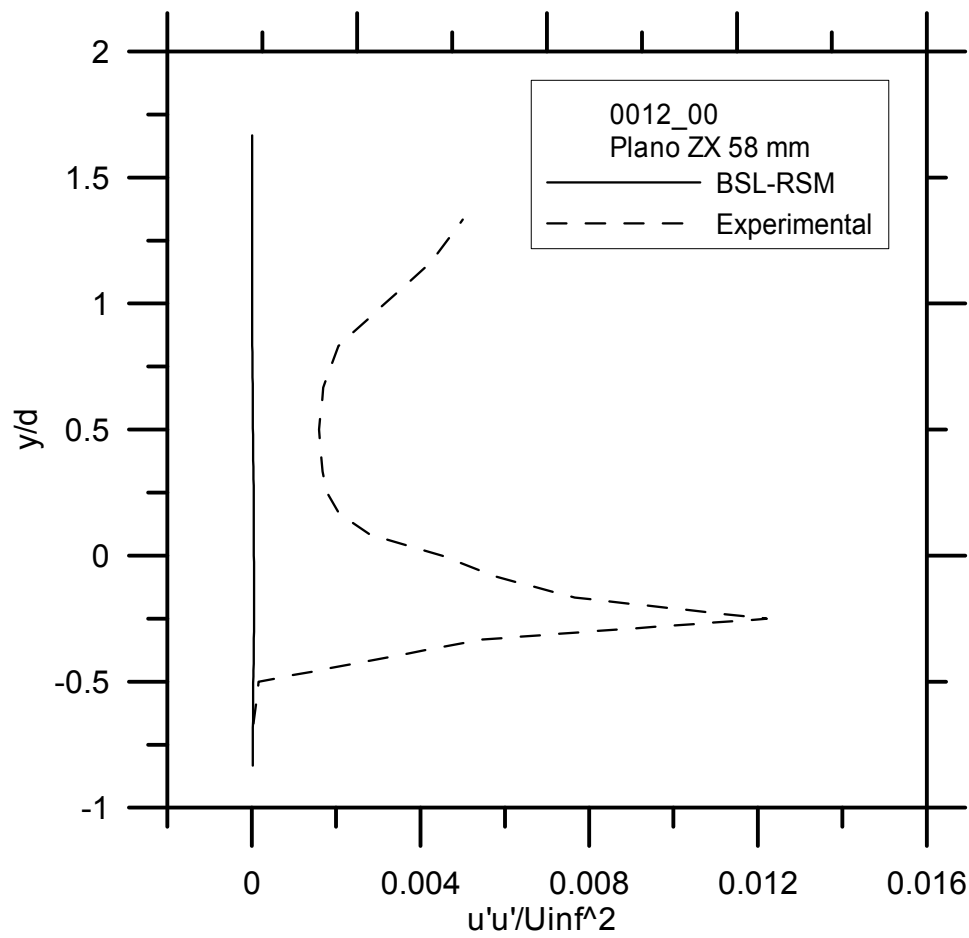


Figura 4.36: Comparação experimental e numérica no plano ZX ($x = 58\text{mm}$) para $(=\overline{u'u'}/U_e^2)$. NACA 0012₀₀.

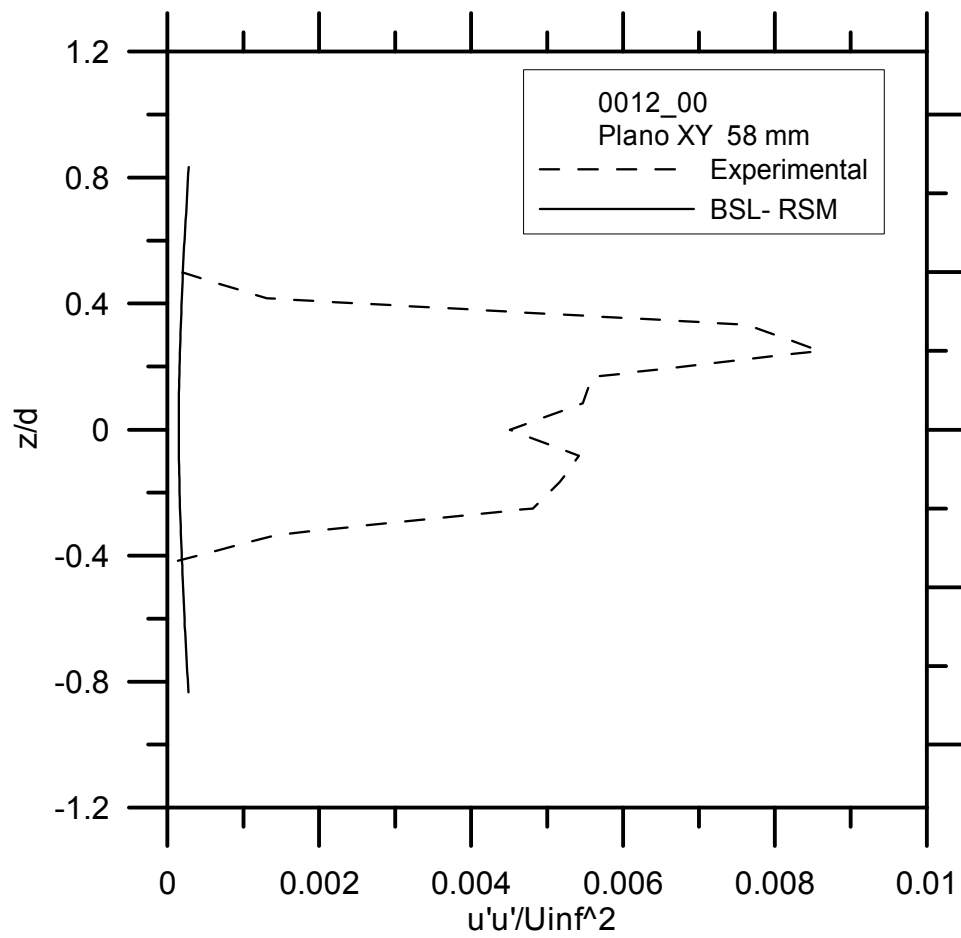


Figura 4.37: Comparação experimental e numérica no plano XY ($x = 58\text{mm}$) para $(\overline{u'u'}/U_e^2)$. NACA 0012₀₀.

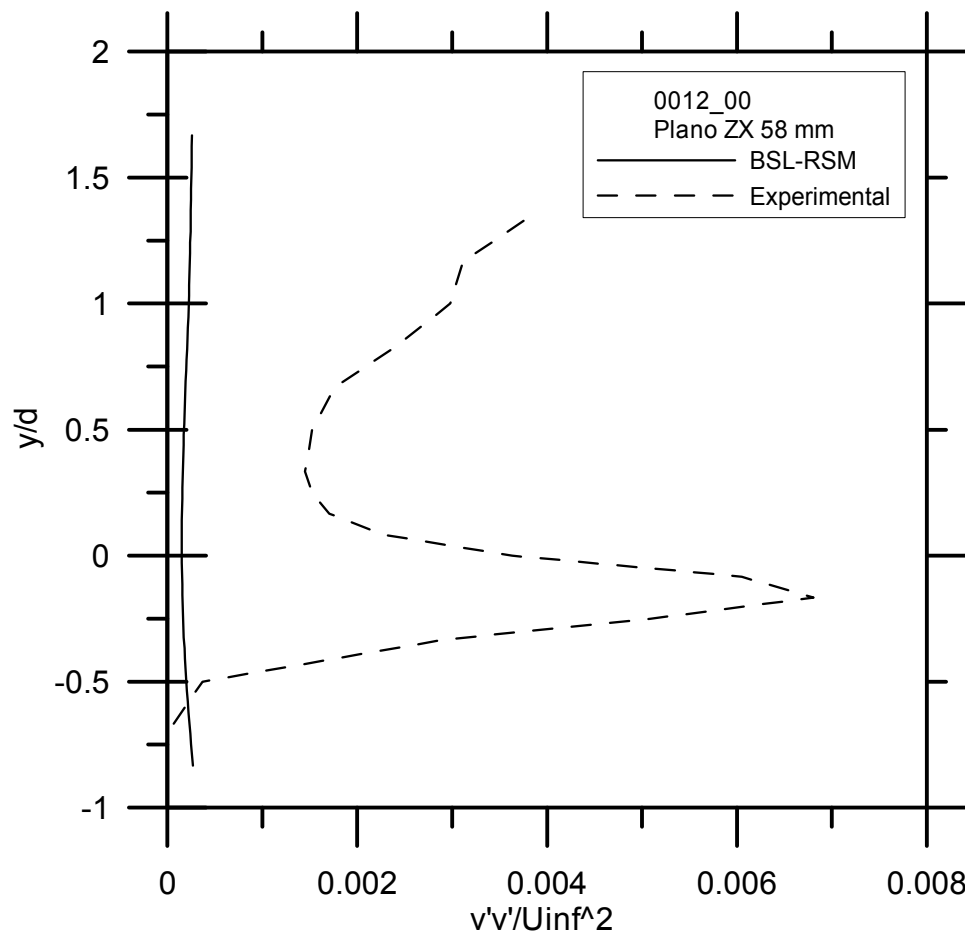


Figura 4.38: Comparação experimental e numérica no plano ZX ($x = 58\text{mm}$) para $(=\overline{v'v'}/U_e^2)$. NACA 0012₀₀.

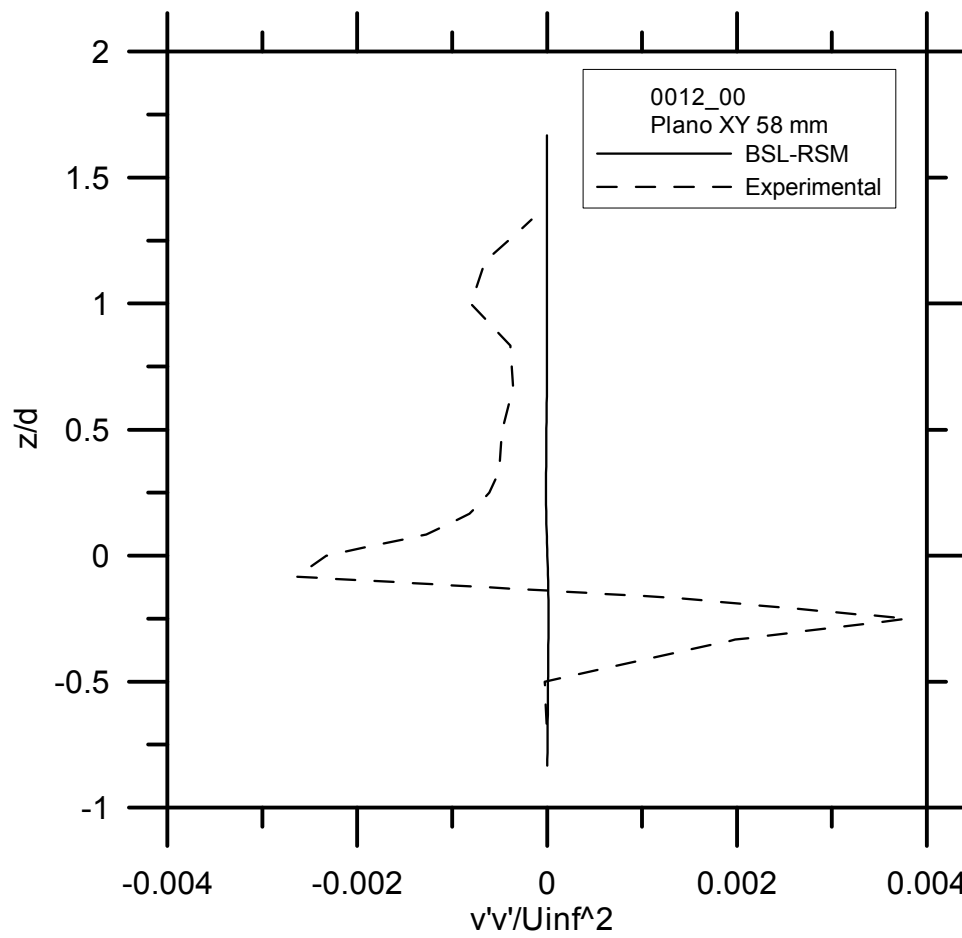


Figura 4.39: Comparação experimental e numérica no plano XY ($x = 58\text{mm}$) para $(\overline{v'v'}/U_e^2)$. NACA 0012₀₀.

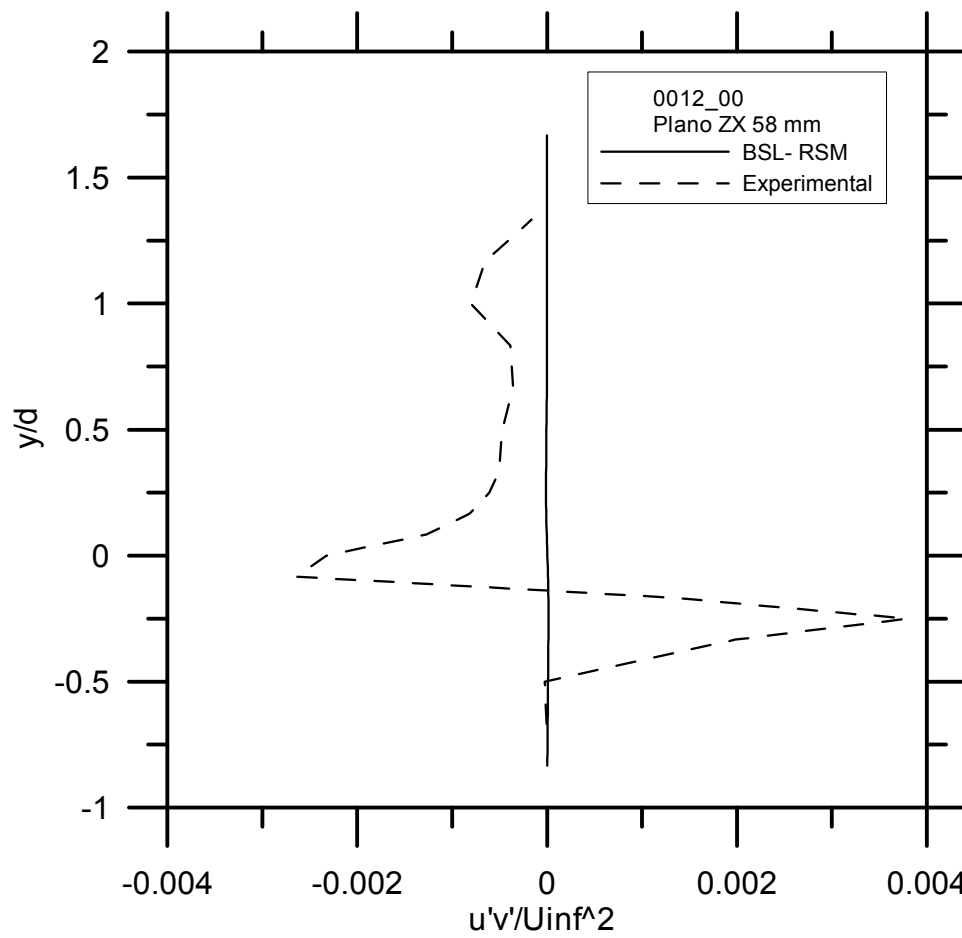


Figura 4.40: Comparação experimental e numérica no plano ZX ($x = 58\text{mm}$) para $(=\overline{u'v'}/U_e^2)$. NACA 0012₀₀.

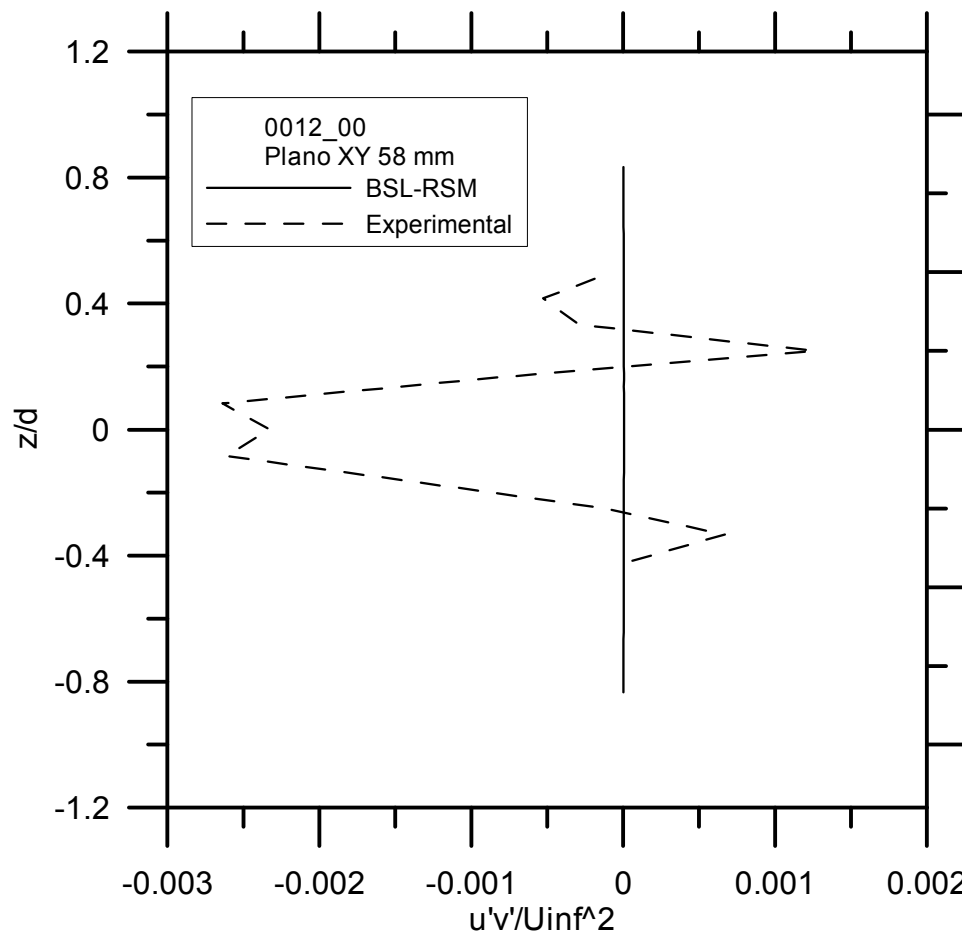


Figura 4.41: Comparação experimental e numérica no plano XY ($x = 58\text{mm}$) para $(=\overline{u'v'}/U_e^2)$. NACA 0012₀₀.

4.6 Conclusão

O presente trabalho estudou de modo detalhado o escoamento ao redor de um sistema quilha/bulbo. De fato, a previsão numérica do escoamento ao redor dos conjuntos quilha/bulbo foi realizada com sucesso. As simulações numéricas apresentaram uma boa descrição quantitativa das grandezas médias dos escoamentos; entretanto, as grandezas turbulentas foram mal representadas.

A adoção de ambas as abordagens experimental e numérica possibilitou a identificação dos principais aspectos relacionados aos campos de velocidade e turbulência, evidenciando, em particular, a importância da configuração da junção nas características do escoamento. Os resultados obtidos demonstram que a posição relativa entre a quilha e o bulbo tem influência marcante na evolução do escoamento ao redor do conjunto. No primeiro modelo – NACA 0012₄₅ – usamos anemometria térmica simples (um canal) para medições em túnel de vento. Para o segundo modelo – NACA 0012₀₀ – usamos dois canais para capturarmos grandezas na direção Y.

Os resultados numéricos também foram satisfatórios na descrição do escoamento a jusante dos conjuntos quilha/bulbo. Para análise numérica usamos os modelos de turbulência mais indicados para descrição deste tipo de problema: BSL e SST. Verificamos que os resultados numéricos dos dois modelos de turbulência usados, BSL e SST, são bem próximos entre si, apresentando variação pouco significativa na previsão do campo de velocidades.

A menos de discrepâncias localizadas, é possível afirmar que as simulações numéricas baseadas nos modelos de turbulência usados apresentaram um bom desempenho global quanto à determinação do campo de velocidades. É evidente, contudo, a necessidade de um melhor refinamento do modelo numérico de modo a se obter uma descrição mais acurada das características do escoamento na região à jusante da junção. Contudo concluímos que ANSYS-CFX é uma ferramenta adequada para a descrição do escoamento ao redor de quilhas de veleiros.

O sistema 0012₄₅ foi considerado possuir melhor eficiência por apresentar um coeficiente de arrasto mais reduzido. Os coeficientes de arrasto foram calculados a partir do

Tabela 4.1: Coparação entre os coeficientes de arrasto para as duas configurações do sistema quilha/bulbo.

Sistema	C_d experimental	C_d numérico
0012 ₄₅	0.3041	0.3359
0012 ₀₀	0.4126	0.2746

balanço integral da quantidade de movimento. Os resultados foram obtidos a partir de uma quadratura simples tomada com os perfis locais de velocidade obtidos experimental e numericamente. Como referência básica consideramos os dados experimentais. A simulação numérica do sistema 0012₀₀ apresentou resultados muito inferiores aos esperados. O presente estudo, pois, indica que a geometria 0012₄₅ deve ser a preferida.

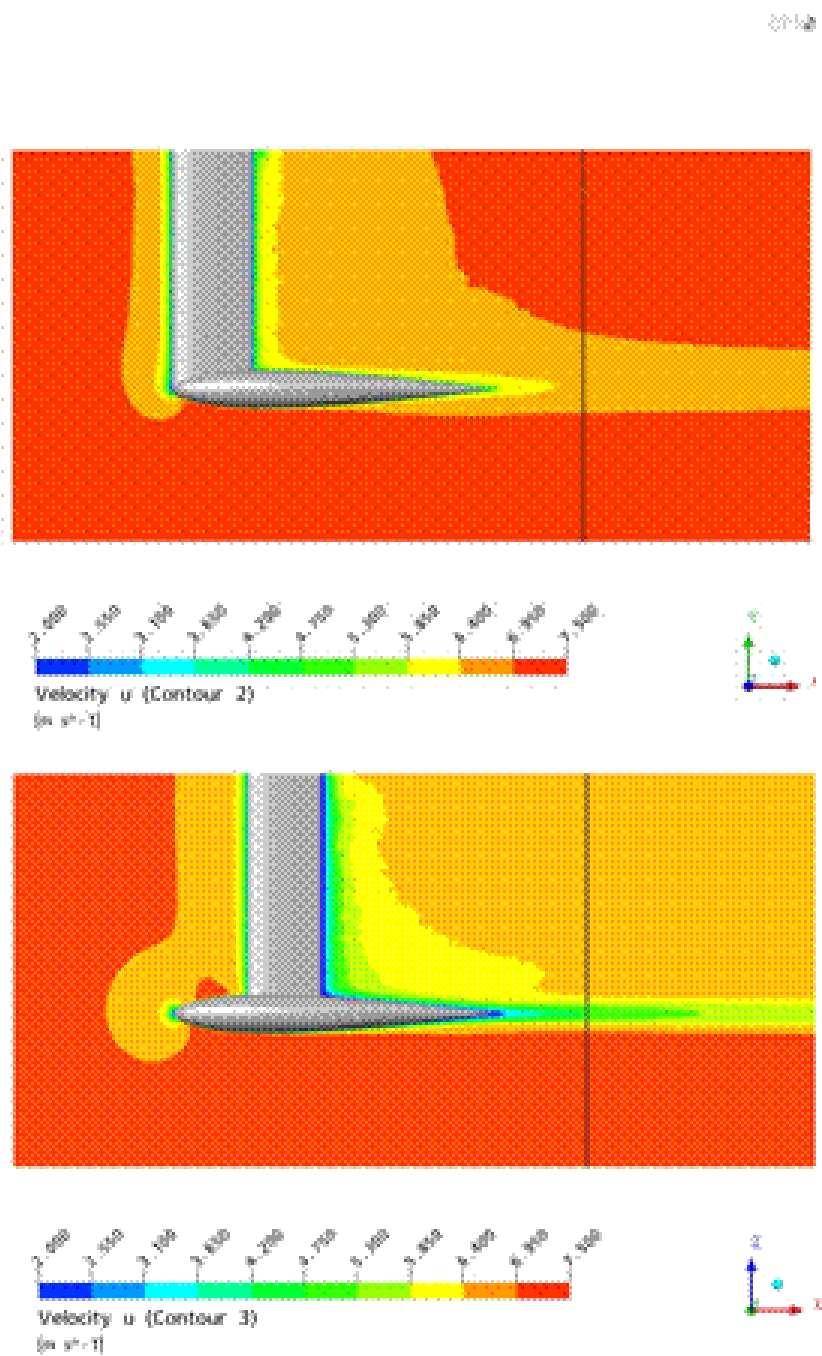


Figura 4.42: Contornos de velocidade do escoamento nos modelos NACA 0012₄₅ e NACA 0012₀₀.

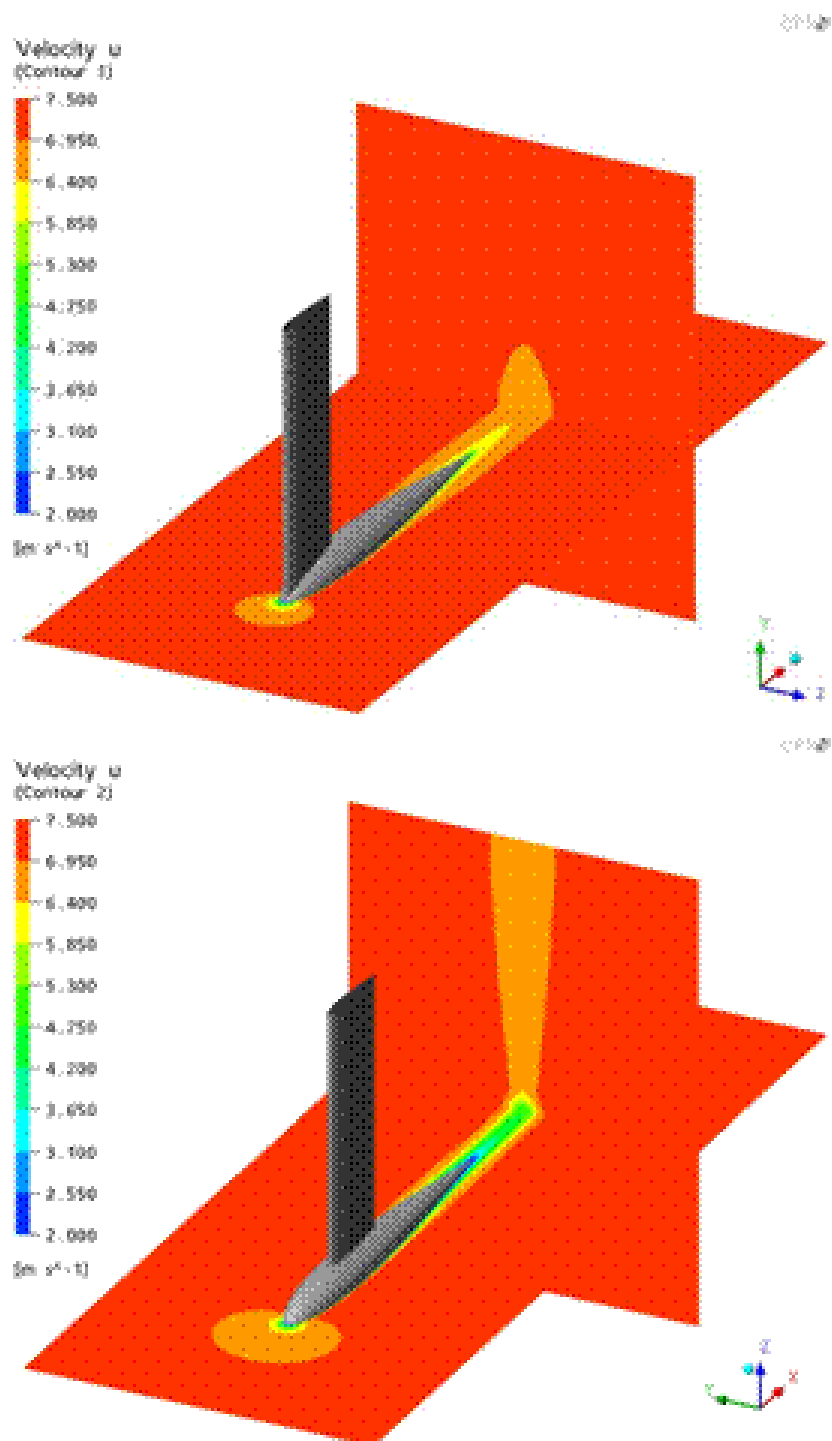


Figura 4.43: Contornos de velocidade 3D do escoamento nos modelos NACA 0012₄₅ e NACA 0012₀₀.

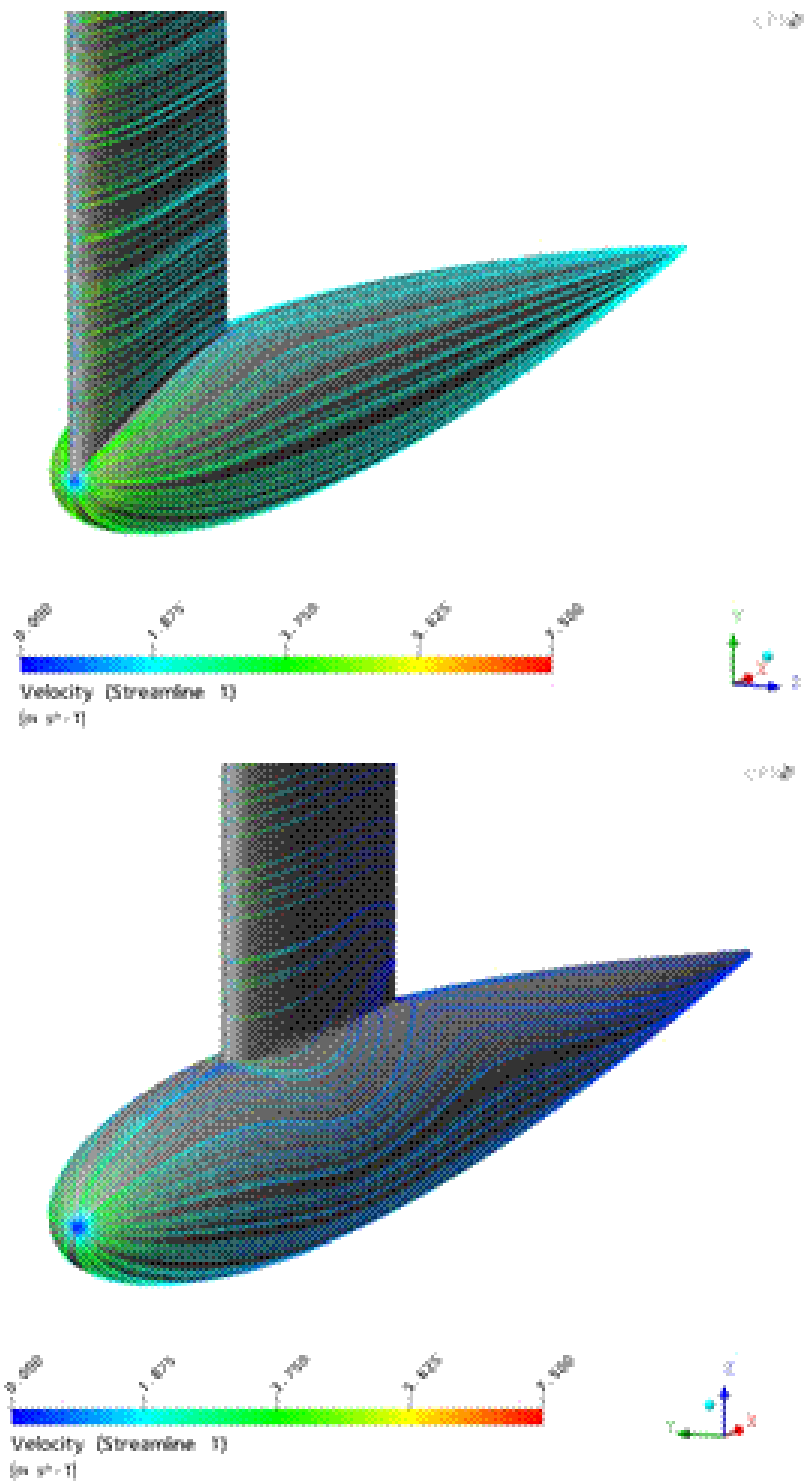


Figura 4.44: Linhas de corrente ao redordos conjuntos quilha-bulbo.

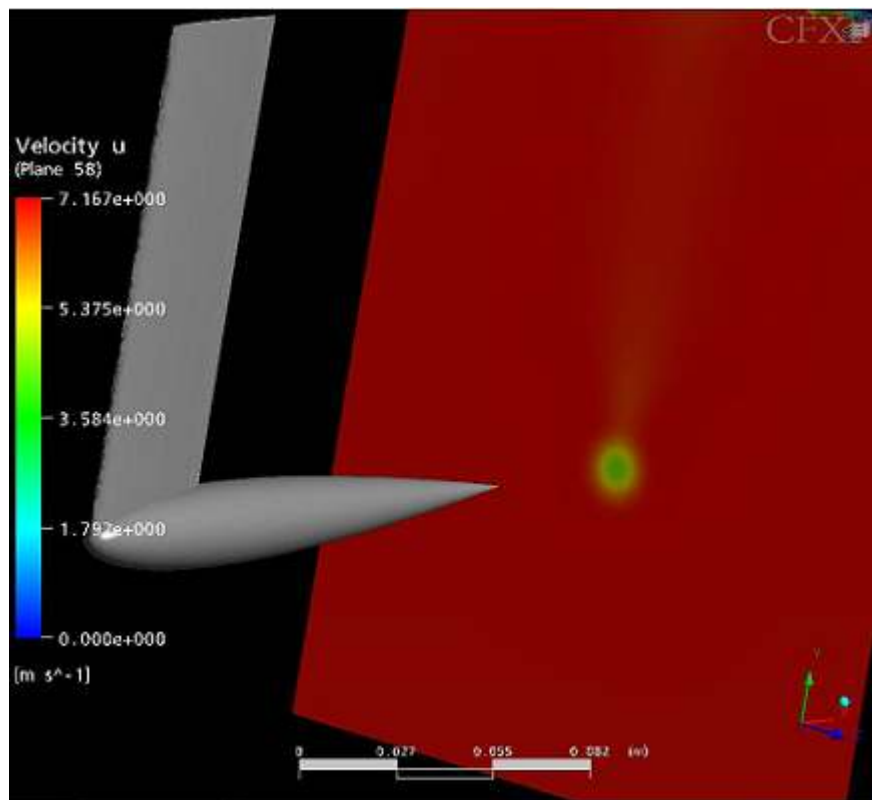


Figura 4.45: Distribuição de velocidades no plano ZY x=58 para o modelo NACA 0012₀₀.

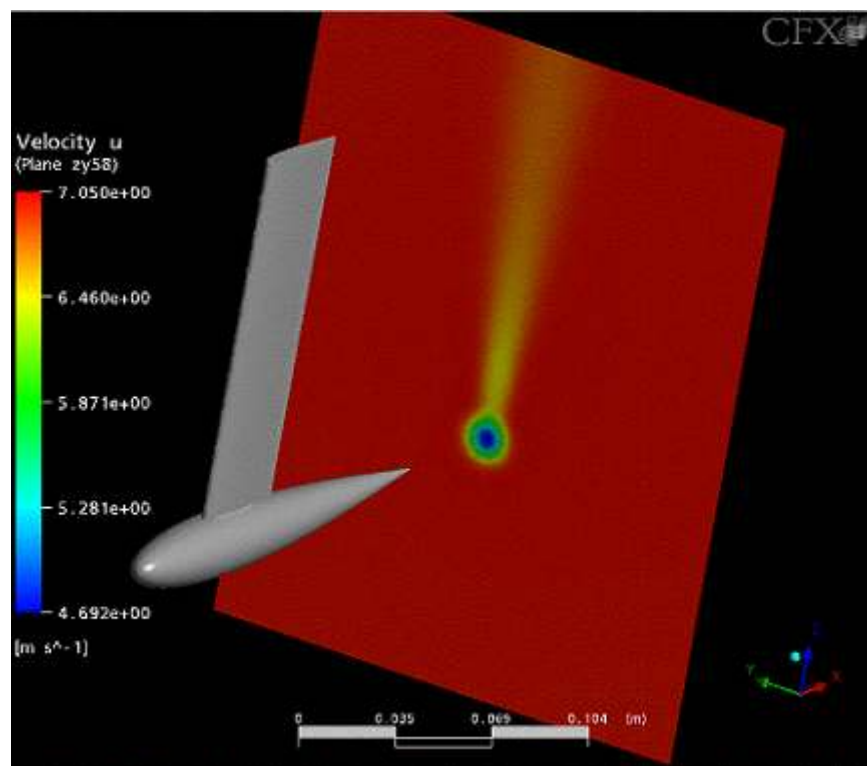


Figura 4.46: Distribuição de velocidades no plano ZY x=58 para o modelo NACA 0012₄₅.

Capítulo 5

Referências

ASME; “Measurement Uncertainty, Instruments and Apparatus”, ANSI/ASME PTC 19.1, 1985.

Baker, C. J.; “The laminar horseshoe vortex”, J. Fluids Mech., v.95,part2, pp. 347-367, 1979

Baldwin, B., Lomax, H.; “Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows.”, AIAA paper 78-257, 1978

Bradshaw P., Patel VC.; “Mean Velocity Profile of a thick Turbulent Boundary-Layer along a circular Cylinder-comment.”, AIAA J.,11,893,1973

Bremhorst K., Gilmore DB; “Comparison of Dynamic and Static Hot-Wire Anemometer Calibration for Velocity Perturbation Measurements.”, J. of Physics, 9,1097-1100, 1976

Barberis, D., Molton, P. e Malaterre, T. (1998), “Control of 3D turbulent boundary layer separation caused by a wing-body junction”, Exp. Thermal and Fluid Sciences. AIAA J., volume 16, pages 54-63

Bremhorst, K. and Gilmore, D. B.; “Response of Hot-Wire Anemometer Probes to a Stream of Air Bubbles in a Water Flow”, J. Phys. E: Sci. Instr., 9, 347-352, 1976.

Bruun, H. H.; “Hot-Wire Anemometry, Principles and Signal Analysis”, Oxford University Press, 1995.

Cebeci, T., Smith, A. M. O.; "Analysis of Turbulent Boundary Layers.", Series in Applied Math. and Mech., v.XV, Academic Press, Orlando, FL,1974

Collis, D. C., Milliams, M. J.;"Two-Dimensional Convection from heated wires at Low Reynolds Numbers", J. of Fluids Mechanics, 6357-389,1959

Cumming et al;"Computational Challenges in High Angle of Attack Flow Prediction.", Prog. Aero. Sci.,369-384,2003

Craft TJ;"Impinging Studies for Turbulent Model Assessment to an Examination of the Performance of four Turbulence Models", Int. J. of Heat and Fluid Flow, 14, 164-169, 1993

Daly, B. J. e F. H. Harlow; "Transport equations in turbulence", The Physics of Fluids, v. 13, no. 11, 1970.

Dargahi, B.;"The Turbulent flow Field Around a Circular Cylinder.", Exp. Fluids, 8:1-12, 1989

Deng GB, Visonneau M.;"Computation of Wing-Body Junction Flow with a new Reynolds- Stress Transport model.", In, Proc. Symp. Naval Hydro, 691-707, 1999

Devenport, W. J. e Simpson, R. L.;"Time-dependent and time-averaged turbulence structure near the nose of a wing-body junction", J. Fluids Mech., v.210, pp. 23-55, 1990

Devenport, W. J. e Simpson, R.L.;"Flow past a wing-body junction- experimental evaluation of turbulence models", AIAA J., v.30, no.4, April 1992,

Dickinson SC;"Time-dependent Flow visualization in the separated region of an appendage-flat plate junction.", Experiments in Fluids, 6,140-143, 1988

Fleming, J., Simpson, RL., Devenport, Wj.;"An Experimental Study of a Turbulent Wing-Body Junction Flow." Exp Fluids, 14:366-78, 1993

Freytmuth, P. ; "Hot-wire Anemometer Thermal Calibration Errors", Inst. and Contr. Systems, vol. 43, 82-83, 1970.

Gatski, T. B. e Jongen, T. (2000), "Nonlinear eddy viscosity and algebraic stress models for solving complex turbulent flows", Progress. Aero. Sciences, volume 36, pages 655-682.

Hanjalic K., Launder B.E.; "Sensitizing the dissipation equation to rotational strains", J. of Fluids Engineering, 102, 34-40, 1980

Harlow, F. H. e Nakayama P. I.; "Turbulence transport equations", The Physics of Fluids, v. 10, no. 11, November 1967

Hasan, M. A.; "A Family of Turbulence Models for Three-Dimensional thin shear layers." Symposium on Turbulent Shear Flows, Pennsylvania State Uni., Uni Park, PA, 1977

Jones, W. P. e Launder, B. E.; "The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence", Int. J. Heat Mass Transfer., v. 15, pp. 301-314, 1972

Jones, W. P. e Launder, B. E.; "The calculation of low-Reynolds-number phenomena with a two-equation model of turbulence", Int. J. Heat Mass Transfer., v. 16, pp. 1119-1130, 1973

Kairouz, Ranahi; "Turbulent Junction Flow With an upstream Ribbed Surface.", Int. J. of Heat and Fluid Flow, 26, 771-779, 2005

Khan, M. J, Ahmed, A. e Tropper, J. R. (1995), "Dynamics of the Junction Vortex", AIAA, volume 33, number 7, pages 1273-1278.

Kim et al.; "Observation and measurements of Flow Structures in the Stagnation Region of Wing-Body Junction," VPI Tec Report, no VPII-E-91-20, VPI and SU, Blacksburg, 1991

King, L. W.; "On the Convection of the Heat from Small Cylinders in a Stream of Fluid.", Phil. Trans. R. Soc. , A 272-432, 1914

Kline, S. J.; "The Purpose of Uncertainty Analysis"; J. Fluids Eng., vol. 107, 153-160, 1985.

Kolmogorov, A. N.; "Equations of Turbulent Motion of an Incompressible Fluid.", Akad. Nauk USSR, Ser. Phys., v.6 56-58, 1942

Kramers H.; "Heat Transfer from Spheres to Flowing Media.", Physica, 12, 61-80, 1946

Gibson MN, Launder BE; "Ground Effects on Pressure-Fluctuations in Atmospheric Boundary-Layer.", J. of Fluid Mechanics, 86,491-511, 1978

Jerome FE, Guitton DE, Patel RP; "Experimental Study of Thermal Wake Interference Between Closely Spaced Wires of a x-type Hot-Wire Probe.", Aeronautical Quarterly, 22, 119, 1971

Launder, B. E., Sharma, B. I. ; "Application of the Energy Dissipation Model of Turbulence to the Calculation of Flow Near Spinning Disc.", Lett. Heat and Mass Transfer, v.1 p.131, 1974

Launder, B. E. e Spalding, D. B.; "The numerical computation of turbulent flows", Comp. Meths. Applied Mech. Eng., 3, pp. 269-289, 1974

Lomas, C. G.; "Fundamentals of Hot-wire Anemometry", Cambridge University Press, Cambridge, 1986.

Menter, F.R.; "Two-Equation Eddy viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", AIAA J. vol 32, 1598-1605, 1994

Moffat, R. J.; "Using Uncertainty Analysis in The Planning of an Experiment", ASME J. Fluids Eng., vol. 107, 173-182, 1985.

Möller, S. V.; "Experimentação em turbulência". Anais da IV Escola Brasileira de Primavera Transição e Turbulência, páginas pp. 63-97, 2000.

Muck KC, Hoffmann PH, Bradshaw P; "The effect of concave surface curvature on turbulent boundary-layers.", J. of Fluid Mechanics, 161,371-403, 1985

Naot D., Shavit A., Wolfshte M.; "Interactions Between Components of turbulent Velocity Correlation Tensor due to Pressure Fluctuations.", Israel J. of Technology, 8:259, 1970

Ölçmen, M. S. and Simpson, R., 1996, "Experimental transport-rate budgets in complex three-dimensional turbulent flows at a wing/body junction", AIAA-96-2035.

Ölçmen, M. S. and Simpson, R., 1997, "Experimental evaluation of turbulence diffusion models in complex 3D-flows near a wing/body junction", AIAA-97-0650.

Parneix, S. Durbin, P. A. and Behia, M., 1998, Computation of 3d turbulent boundary layers using the v2-f model, *Flow Turbul. Combust.*, 60, 19-46.

Parolini, N. e Quarteroni, A. (2004), "Mathematical models and numerical simulations for the America's Cup", *Computer Methods Appl. Mech. Engrg.*, pages 1-26.

Perry, A. E.; "Hot-wire Anemometry", Oxford University Press, 1982.

Prandtl, L.;" Über ein neues Formelsystem derausgebildeten Turbulenz."; *Nachr.Akad.Wiss. Gottingen.* 6-9, 1945

Rife et al;"An Experimental Study of the Relationship between Velocity and Pressure Fluctuations in a Wing-Body junction."; VPI Tec Report,no VPI AOE-188, VPI and SU, Blacksburg,1991

Rodi, W., Spalding, D. B.;" A Two-Parameter Model of Turbulence and its Application to Free Jets." *Warme and Stoffu Bertra Gung*, 1970

Rosen, B. S., Lioasa, J. P. e Davis, W. H. Jr (2000), "CFS Studies for America's CUP 2000", AIAA J., 4339, pages 1-11.

Rotta,J. C.;" A Family of Turbulence Models for Three-Dimensional Thin shear layers." *Symposium on Turbulent shear Flows*, Pennsylvania State Univ., Univ. Park, PA, 1977

Rouvreau, S.;"Two-Dimentional Viscous Vortice Flow Around a Circular Cylinder." , *Aerosp. Sci. Technol.*, 5 85-94, 2001

Saffman, . G.;"A Model for inhomogeeous Turbulent Flow." *Proc. of the Royal Society, London*, v. A317,411-433, 1970

Sieverding, C. H.; "Recent Progress in the Understanding of Basic aspects of Secondary Flows in Turbine Blade Passages.", *J. Turbomach*, 107:248-57, 1985

Simpson, R. L., Chew, Y. T. e Shivaprasad, B. G.; "The structure of a separating turbulent boundary layer. Part.1 Mean flow and Reynolds stresses", *J. Fluids Mech.*, v. 113, pp. 23-51, 1981

Schlichting, H.; "Boundary Layer Theory", McGraw-Hill, 7ª edição, 1979.

Silva Freire, Menut e Su "Turbulência - I Escola de Transição e Turbulência, 1998". ABCM, 2002.

Simpson, R. L.; "The Structure of The Near-wall Region of Two-dimensional Turbulent Separated Flow", *Turbulent Flow Structure Near Walls*, 1-30, London The Royal Society, 1991.

Speziale, CG.; "Closure Relations for the pressure-Strain correlations of Turblence.", *Phy Fluids*, 23:459-63,1980

Tenekees, H., Lumley, J. L.; "A irst Course in Turbulence.", MIT Press, 1972