

ESCOAMENTO TURBULENTO
SOBRE COLINAS ABRUPTAS LISAS E RUGOSAS
COM EXTENSAS REGIÕES DE SEPARAÇÃO

Juliana Braga Rodrigues Loureiro

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovada por:

Prof. Atila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.

Prof. Renato Machado Cotta, Ph.D.

Prof. Mikhail Dimitrov Mikhailov, Ph.D.

Prof. Daniel Onofre de Almeida Cruz, D.Sc.

Prof. Luis Fernando Alzuguir Azevedo, Ph.D.

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Junho de 2008

Loureiro, Juliana Braga Rodrigues.

Escoamento turbulento sobre colinas abruptas

lisas e rugosas com extensas regiões de separação.

(Rio de Janeiro) 2008.

xi, 244 p 29,7cm (PEM/COPPE/UFRJ, Engenharia Mecânica, 2008).

Tese de Doutorado - Universidade Federal do Rio de Janeiro.

1. Fenômenos de Transporte I. PEM/COPPE/UFRJ II. Título (Série)

*O homem está na cidade
como uma coisa está na outra
e a cidade está no homem
que está em outra cidade*

*mas variados são os modos
como uma coisa
está em outra coisa:
o homem, por exemplo, não está na cidade
como uma árvore está
em qualquer outra
nem como uma árvore
está em qualquer uma de suas folhas
(mesmo rolando longe dela)
O homem não está na cidade
como uma árvore está num livro
quando um vento ali a folheia*

*a cidade está no homem
mas não da mesma maneira
que um pássaro está numa árvore
não da mesma maneira que um pássaro
(a imagem dele)
está/va na água
e nem da mesma maneira
que o susto do pássaro
está no pássaro que eu escrevo
a cidade está no homem
quase como a árvore voa
no pássaro que a deixa*

*cada coisa está em outra
de sua própria maneira
e de maneira distinta
de como está em si mesma*

*a cidade não está no homem
do mesmo modo que em suas
quitandas praças e ruas*

Poema Sujo
Ferreira Gular



O pequeno príncipe foi ver as rosas:

- Vós sois absolutamente iguais à minha rosa, vós não sois nada ainda. Ninguém ainda vos cativou, nem cativastes ninguém. Sois como era a minha raposa. Era uma raposa igual a cem mil outras.

Mas eu a tornei minha amiga. Agora ela é única no mundo.

E voltou, então, à raposa:

- Adeus... - disse ele.

- Adeus - disse a raposa. - Eis o meu segredo. É muito simples: só se vê bem com o coração. O essencial é invisível aos olhos.

- O essencial é invisível aos olhos - repetiu o príncipezinho, para não se esquecer.

Antoine de Saint-Exupéry (1943)

AGRADECIMENTOS

Aos meus avós queridos, Alfredo e Camélia Braga, por todo amor, carinho e dedicação. À minha família, em especial à minha mãe e minha irmã, pela compreensão, pelo apoio e por me proporcionarem a tranqüilidade necessária à realização deste trabalho.

Ao meu orientador, Professor Atila P. Silva Freire, dedico os meus mais sinceros e cordiais agradecimentos. Gostaria de demonstrar aqui, nessas poucas linhas, toda a minha gratidão, admiração e respeito. Agradeço pela condução segura do Laboratório de Mecânica da Turbulência, fonte inesgotável de enriquecimento acadêmico e profissional e, especialmente, pela criação do Núcleo Interdisciplinar de Dinâmica dos Fluidos que, reunindo competências em diferentes áreas, proporciona aos alunos uma formação sólida, ampla e singular.

A todos os amigos do Laboratório de Mecânica da Turbulência, entre eles, Daniel, André, Bruno, Greco, Zé, Rafael, Renatinha, Marcelo, Mário, Daniel Vieira, Ricardo, pela atmosfera de seriedade, solidariedade e amizade, pela convivência sempre agradável, e pelas conversas enriquecedoras. Ao Daniel Rodrigues, por toda ajuda com os meus problemas de informática e por me ajudar a decifrar, literalmente, os dados do Na e Moin. Um agradecimento especial segue ao Ricardo Balian, a quem eu também muito admiro e respeito pela sua grande competência técnica e dedicação ao trabalho. A sua presença é marca registrada do Laboratório.

Não posso deixar de registrar minha gratidão ao Prof. José Luiz Neto, por apresentar-me uma visão especializada da Instrumentação; ser capaz de construir e operar a minha própria ponte CTA foi uma experiência muito entusiasmante e enriquecedora. Agradeço ao Prof. Luca Moriconi, por descortinar o universo da Física Estatística; ao Prof. Fernando Duda, as abstrações da Mecânica do Contínuo aplicadas à Turbulência muito contribuíram para aquilatar nossas discussões e nosso conhecimento sobre esse assunto tão intrincado. As suas colaborações foram determinantes em proporcionar aos alunos do Programa de Engenharia Mecânica da COPPE/UFRJ uma formação sólida, diversificada e altamente especializada em um tema tão complexo quanto a Turbulência em Fluidos.

Agradeço ao Prof. Luca Moriconi, ao Prof. Fernando Duda, ao Prof. Gustavo Bodstein e especialmente ao Prof. José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues, pela participação na minha banca de qualificação. Os seus comentários foram muito apreciados e contribuíram para a lapidação do presente texto.

Gostaria de agradecer ao Prof. Renato Cotta, pela presença sempre alegre em minhas bancas examinadoras e ao Prof. Mikhailov, pelo auxílio com as rotinas de minimização no *Mathematica*. Meus agradecimentos ao Prof. Daniel Cruz, pela agradável companhia de fim de ano, pelas conversas enriquecedoras não só sobre Mecânica dos Fluidos e ao Prof. Fernando Pinho, pela colaboração frutífera desde o meu trabalho de mestrado.

Dedico meus agradecimentos também ao grupo do LAMEV/INMETRO pela colaboração dos últimos anos, em especial ao Valter Aibe, pela sua generosidade, pelo seu incentivo à minha candidatura ao Prometro e pela sua compreensão da minha dedicação à conclusão deste trabalho.

Agradeço ao CNPq, pela concessão da bolsa de doutorado, e ao Programa Prometro, pelo financiamento da parte final deste doutoramento. Ao Programa $Al\beta$ an, Programa de Bolsas de Alto Nível da União Européia para Estudantes da América Latina, N° E03M23761BR, agradeço pelo financiamento relativo à campanha experimental realizada durante o meu mestrado, conduzida na Universidade do Porto, Portugal.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

**ESCOAMENTO TURBULENTO
SOBRE COLINAS ABRUPTAS LISAS E RUGOSAS
COM EXTENSAS REGIÕES DE SEPARAÇÃO**

Juliana Braga Rodrigues Loureiro

Junho de 2008

Orientador: Atila Pantaleão Silva Freire

Programa: Engenharia Mecânica

O presente trabalho contempla dois problemas clássicos em Mecânica dos Fluidos, que são ainda hoje muito intrincados e de difícil solução: a separação da camada limite turbulenta e os efeitos de rugosidade nas propriedades do escoamento. Em micrometeorologia, um fenômeno que naturalmente combina estes dois assuntos é o escoamento da camada limite atmosférica sobre colinas abruptas. De fato, quando a elevação da topografia se torna íngreme o suficiente para gerar extensas regiões de recirculação, alterações significativas permeiam por todo o campo de escoamento. Sob estas condições, as teorias clássicas não são mais válidas, e de fato não existem teorias semelhantes para descrever o efeito da separação e da rugosidade no comportamento da camada limite. Dentro deste contexto, este trabalho busca os seguintes avanços: i) uma nova teoria para a descrição da estrutura assintótica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação, ii) a apresentação de novos dados experimentais para a caracterização de camadas limites separadas sobre uma colina abrupta, iii) uma investigação cuidadosa das condições de validade de leis de parede para escoamentos com separação, iv) uma análise criteriosa dos modelos turbulentos existentes para a descrição de escoamentos separados. Todos os itens listados acima são investigados para escoamentos sobre superfícies lisas e rugosas.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor in Science (D.Sc.)

**TURBULENT FLOW OVER
STEEP SMOOTH AND ROUGH HILLS WITH
LARGE SEPARATION REGIONS**

Juliana Braga Rodrigues Loureiro

June, 2008

Supervisor: Atila Pantaleão Silva Freire

Department: Mechanical Engineering

The purpose of this work is to study two classical – but yet very difficult – problems in Fluid Mechanics, the prediction of turbulent boundary layer separation and of roughness effects on the flow properties. Although some comprehensive advances have been achieved over the past century, there is still a lack of understanding of the processes that govern flow separation over rough surfaces. In micrometeorology, flow over steep hills is a phenomenon that naturally encompasses these two topics. Indeed, when the hill become steep enough to provoke a large steady region of separated flow, significant changes occur over the whole flow field. Under such conditions, the classical linearised theories are no longer valid, and no similar theory for rough wall separation can be found. Thus, the main focus of the present work is to shed some light on the following issues: i) a new theory for the description of the asymptotic structure of the turbulent boundary layer far as well as near a separation point, ii) to show new experimental data for the characterization of separated flows over hills, iii) a thorough investigation of the conditions of validity of laws of the formulations for separated flows, iv) a rigorous analysis of the existing turbulence models to describe separated flows. All of the above listed items will be investigated for flows over smooth and rough surfaces.

Conteúdo

1	Desafios na modelagem da camada limite turbulenta: motivação para o presente estudo	1
1.1	Introdução	1
1.2	Escoamentos sujeitos à separação de fluido na superfície	5
1.3	Escoamentos sobre superfícies rugosas	7
2	Revisão bibliográfica	9
3	A estrutura morfológica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação	24
3.1	Introdução	25
3.2	Escalas relevantes para escoamentos com separação	28
3.2.1	Escoamento adjacente à superfície longe da separação	31
3.2.2	Escoamento na vizinhança da região de separação	32
3.2.3	Escala de velocidade relevante para o escoamento afastado e próximo à separação	33
3.3	O método de Kaplun, limites de equações, equações principais	35
3.3.1	Estrutura assintótica da camada limite turbulenta	38
3.3.2	Estrutura assintótica junto a um ponto de separação	43
3.4	Solução para o escoamento adjacente à superfície	45
3.5	Discussões	46
4	Escoamento sobre colinas abruptas e lisas	49

4.1	Caracterização experimental da camada limite turbulenta sobre uma colina abrupta e lisa	51
4.1.1	Aparato experimental	53
4.1.2	Resultados: velocidade média e tensões de Reynolds	56
4.1.3	Tensão cisalhante na parede	65
4.1.4	Resultados adicionais sobre o campo turbulento	77
4.2	A estrutura morfológica de uma camada limite com separação de acordo com os presentes resultados	83
4.2.1	Avaliação das escalas relevantes de velocidade	85
4.2.2	Validade das soluções de Goldstein e de Stratford	87
4.2.3	Avaliação das espessuras características da camada limite turbulenta	88
4.3	A lei da parede para escoamentos separados sobre colinas lisas	90
4.3.1	Formulações de leis de parede	92
4.3.2	Avaliação das formulações de lei de parede	97
4.3.3	Resultados das formulações de leis de parede segundo modelo κ - ϵ .	105
4.4	A adequação dos modelos turbulentos baseados nos conceitos de viscosidade turbulenta e na modelagem do tensor de Reynolds para a descrição de escoamento separado sobre colinas lisas	115
4.4.1	Os modelos turbulentos	116
4.4.2	Detalhes computacionais	121
4.4.3	Resultados: adequação dos modelos turbulentos	125
4.5	Discussões	134
5	Escoamento sobre colinas abruptas e rugosas	139
5.1	Escoamentos turbulentos sobre superfícies rugosas	141
5.1.1	Escalas características para superfícies rugosas	142
5.1.2	Leis de parede clássicas para escoamentos sobre rugosidades	148
5.2	Caracterização experimental da camada limite turbulenta sobre uma colina abrupta e rugosa	150
5.2.1	Aparato experimental	151

5.2.2	Resultados: o campo de velocidade média	154
5.2.3	Resultados: momentos de segunda ordem	167
5.2.4	Resultados: momentos de terceira e quarta ordens	174
5.3	A lei da parede para escoamentos separados sobre colinas rugosas	182
5.3.1	A formulação de lei de parede para superfície rugosa	183
5.3.2	Avaliação da formulação de lei de parede	187
5.3.3	Validação da parametrização utilizada na formulação de parede	197
5.4	A adequação dos modelos turbulentos baseados nos conceitos de viscosidade turbulenta e na modelagem do tensor de Reynolds para a descrição de escoamento separado sobre colinas rugosas	207
5.4.1	Os modelos turbulentos e suas limitações	208
5.4.2	Detalhes computacionais	211
5.4.3	Resultados: adequação dos modelos turbulentos	211
5.5	Discussões	214
6	Conclusão	218
6.0.1	Escoamentos sobre colina abrupta e lisa	219
6.0.2	Escoamentos sobre colina abrupta e rugosa	222
6.0.3	Sugestões para trabalhos futuros	225

Capítulo 1

Desafios na modelagem da camada limite turbulenta: motivação para o presente estudo

Finally we should not altogether neglect the possibility that there is no such thing as ‘turbulence’. That is to say, it is not meaningful to talk of the properties of a turbulent flow independently of the physical situation in which it arises. In searching for a theory of turbulence, perhaps we are looking for a chimera ...

Perhaps there is no ‘real turbulence problem’, but a large number of turbulent flows and our problem is the self-imposed and possibly impossible task of fitting many phenomena into the Procrustean bed of universal turbulence theory. Individual flows should then be treated on their merits and it should not necessarily be assumed that ideas valid for one flow situation will transfer to others. The turbulence problem may then be no more than one of cataloguing. The evidence is against such an extreme point of view as many universal features seem to exist, but nevertheless cataloguing and classifying may be a more useful approach than we care to admit.

P.G. Saffman (1977)

1.1 Introdução

A dinâmica dos fluidos é um ramo da ciência profundamente difícil e intrincado, com uma multiplicidade de aplicações em engenharia. Os obstáculos ao seu desenvolvimento são tantos e tamanhos que, apesar dos notáveis progressos alcançados ao longo

do último século, alguns problemas fundamentais ainda permanecem em aberto. Apesar da ubiquidade dos escoamentos na natureza, duas áreas de aplicação se destacam: a engenharia aeronáutica e a meteorologia. De fato, foram essas áreas do conhecimento as mais responsáveis por um tratamento científico da mecânica dos fluidos. Os grandes avanços proporcionados pela teoria de camada limite, pela teoria do aerofólio fino e pela fenomenologia da cascata de transferência de energia, por exemplo, foram todos motivados por problemas dessas duas áreas.

Turbulência é um dos mais árduos problemas da dinâmica dos fluidos. A presença de fortes variações aleatórias do campo de velocidade ao longo do espaço e do tempo imprime um alto grau de mistura no escoamento e dá origem a um largo espectro de escalas relevantes. A alta difusividade presente nos escoamentos turbulentos com seu resultante aumento ou decréscimo das trocas de quantidade de movimento, de calor e de massa encontram inúmeras aplicações na indústria. A turbulência é ainda rotacional, tri-dimensional e dissipativa. Todas essas características tornam a descrição física e matemática do escoamento turbulento uma tarefa bastante complexa. O caráter instigante e desafiador deste assunto atrai não só engenheiros mas também matemáticos, físicos e meteorologistas, todos empenhados em desvendar os seus segredos mais recônditos.

O presente trabalho contempla dois problemas clássicos de turbulência em fluidos, que são ainda hoje muito áridos e de difícil solução: a predição de separação da camada limite turbulenta e dos efeitos de rugosidade nas propriedades do escoamento. Apesar de alguns importantes trabalhos terem colaborado para melhorar a nossa compreensão destes assuntos, muito do nosso entendimento físico da dinâmica do escoamento próximo a um ponto de separação permanece obscuro. Não obstante as aplicações deste problema sejam muitas, em especial no ramo das ciências atmosféricas, raras são as pesquisas que estudam estes dois temas de maneira acoplada.

Em micrometeorologia, um fenômeno que naturalmente combina estes dois assuntos, separação e rugosidade, é o escoamento da camada limite atmosférica sobre colinas abruptas. Genericamente, colinas podem ser compostas por superfícies lisas ou rugosas, apresentando relevo suave ou abrupto. Com efeito, quando a elevação da topografia se torna íngreme o suficiente para gerar extensas regiões de recirculação, mudanças ocor-

rem não somente na zona de separação, mas alterações significativas permeiam por todo o campo de escoamento. Sob estas condições, as teorias clássicas linearizadas não são mais válidas e, até o momento, não existem teorias semelhantes para descrever o efeito da separação do escoamento e da rugosidade da superfície no comportamento da camada limite turbulenta.

Dentro deste contexto, considerando as inúmeras contribuições que este assunto pode oferecer às ciências atmosféricas, a geometria do problema abordado nesta tese compreende o escoamento sobre colinas de elevação abrupta, com superfícies lisa e rugosa. O presente trabalho possui por objetivo principal superar parte das dificuldades mencionadas no parágrafo anterior. De fato, quando um escoamento passa por um ponto de singularidade, como é o caso dos pontos de separação e de recolamento da camada limite, mudanças bruscas ocorrem, alterando o seu estado de equilíbrio. Contudo, as relações universais que regem o comportamento da camada limite devem necessariamente ajustar-se de modo a acomodarem os dois padrões de “equilíbrio” que vigoravam à montante e à jusante da intervenção brusca, de modo a representarem fielmente todo o campo de escoamento, incluindo os pontos singulares.

O entendimento do comportamento da camada limite turbulenta sobre uma superfície rugosa e sujeita à separação do escoamento passa, necessariamente, pelo entendimento de seu comportamento no regime hidraulicamente liso. Portanto, antes que seja abordado o assunto finalístico desta tese, é preciso abordar primeiramente o caso isolado de camada limite sobre superfície lisa com gradiente de pressão adverso. Antecipando o que será visto mais à frente, mesmo nesse âmbito mais restrito algumas contribuições importantes deverão ser oferecidas ao problema.

Sob o ponto de vista da metodologia adotada, o texto a seguir está estruturado em três pilares fundamentais: a formulação teórica, a validação experimental e a análise numérica do problema. A formulação repousará basicamente em métodos assintóticos e no conceito de limites de Kaplun visando à descrição da estrutura assintótica da camada limite turbulenta sujeita à separação. Em adição, a análise teórica das equações de movimento permitirá a avaliação das formulações de leis de parede para escoamentos com separação. A validação experimental compreende simulações realizadas em canal de

água, onde medições detalhadas foram obtidas através de anemometria a laser-Doppler. A experimentação é uma peça importante deste trabalho, pois somente através da análise e investigação dos dados experimentais poderemos avançar no esclarecimento dos pontos levantados. A análise numérica do problema permitirá avaliar a capacidade dos modelos turbulentos existentes em prever escoamentos com separação e investigar o desempenho de formulações especializadas de leis de parede em prever o comportamento de escoamentos complexos.

A extensão das contribuições pretendidas neste trabalho naturalmente direciona a estruturação da tese em dois capítulos-base, dedicados respectivamente à análise de escoamentos separados sobre colinas lisas e rugosas. Na verdade, uma revisão bibliográfica seletiva constitui o primeiro capítulo, onde os avanços consolidados e os progressos recentes em escoamentos sobre colinas são destacados. A seguir, em um capítulo apropriado, a estrutura morfológica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação é discutida para o caso de uma superfície lisa. Nos dois capítulos subsequentes, estudaremos o escoamento sobre colinas abruptas lisas e rugosas, respectivamente. Cada um destes capítulos-base é contemplado com uma revisão bibliográfica dedicada e está subdividido em quatro seções específicas que discutem detalhadamente os objetivos comentados no parágrafo anterior. De modo a manter a integridade estrutural do formato adotado nesta tese, cada capítulo-base conterá sua própria conclusão parcial. Assim, paulatinamente, pretendemos avançar ao leitor os fundamentos, os métodos e a discussão dos resultados em cada capítulo principal. A consolidação geral será reunida no capítulo final de conclusão, onde também serão oferecidas as sugestões para trabalhos futuros.

Antes de prosseguirmos, entretanto, convém esclarecer algumas convenções utilizadas neste trabalho. Por uma questão de preferência, a nomenclatura de meteorologia foi adotada no presente texto. Assim, com respeito ao sistema de coordenadas, temos que z representa a distância vertical da parede e x a coordenada longitudinal na direção do escoamento. O campo de velocidade média é denotado por sua componente longitudinal u e transversal w , e a média temporal das grandezas turbulentas é representado na forma tradicional, por exemplo, a média das tensões cisalhantes de Reynolds é denotada por $\overline{u'w'}$.

Em particular, o presente trabalho busca os seguintes avanços: i) uma nova teoria para a descrição da estrutura assintótica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação, ii) a apresentação de novos dados experimentais para a caracterização de camadas limites separadas sobre uma colina abrupta, iii) uma investigação cuidadosa das condições de validade de leis de parede para escoamentos com separação, iv) uma análise criteriosa dos modelos turbulentos existentes para a descrição de escoamentos separados. Todos os itens listados acima são investigados para escoamentos sobre superfícies lisas e rugosas.

A seguir, de forma sucinta, um pouco mais sobre a motivação e a contextualização deste trabalho é apresentado ao leitor.

1.2 Escoamentos sujeitos à separação de fluido na superfície

Esquecendo momentaneamente as enormes dificuldades associadas à especificação de condições de contorno para escoamentos sobre superfícies rugosas, consideremos o caso de um fluido que escoar sobre uma superfície lisa. Uma análise racional das equações de Navier-Stokes baseada em formas limite pode ser efetuada para mostrar que a morfologia da camada limite clássica consiste de três regiões distintas. Na primeira subcamada, imediatamente adjacente à superfície, os efeitos viscosos são dominantes e o perfil de velocidades possui um comportamento linear. A região subsequente é governada pelos efeitos turbulentos e o perfil de velocidade assume um comportamento logarítmico. As escalas características de similaridade para estas duas subcamadas dependem unicamente da velocidade de atrito na superfície e da viscosidade cinemática do fluido. Finalmente, existe uma região externa, mais afastada da parede, onde os efeitos inerciais dominam e dão origem a um perfil que pode ser representado por funções trigonométricas, também conhecido como perfil de esteira.

A descoberta da região logarítmica pode ser classificada como fato central na teoria de camadas limite turbulentas. De fato, a resolução das pequenas escalas turbulentas junto à superfície sempre se constituiu em um sério entrave para a obtenção de soluções de en-

genharia. A solução logarítmica, entretanto, permitiu que os fluxos fossem especificados não mais na própria superfície, mas sim a uma certa distância dela, na região completamente turbulenta, cujas escalas possuem valores que permitem obter soluções numéricas que fornecem um bom compromisso entre o detalhamento da geometria do fenômeno, a precisão dos resultados e o custo de computação.

Sob a ação de um gradiente externo adverso de pressão, a camada limite turbulenta muitas vezes enfrenta a condição de não resistir às fortes forças contrárias ao seu avanço, separando-se assim da superfície. Claramente, as partículas mais próximas à superfície são as primeiras a não resistirem à pressão adversa por conta de suas baixas velocidades e tendem então a assumir um movimento reverso, no sentido oposto ao do escoamento principal. Intuitivamente, podemos especular que o comportamento de escoamentos turbulentos sujeitos à separação apresente características muito distintas em comparação com a estrutura clássica da camada limite turbulenta.

De fato, com a separação do escoamento, a estrutura canônica de três pisos descrita acima deixa de ser válida. Perto do ponto de separação, a distribuição logarítmica de velocidade desaparece dando lugar a uma nova estrutura com a forma dominante de uma esteira, cujo comportamento segue a lei de Stratford (1959). A mudança funcional do escoamento na vizinhança da região de singularidade tem como principal consequência a alteração das escalas características do problema. Em particular, a velocidade de escala local deixa de ser especificada pela tensão de cisalhamento na parede, que tende a zero perto do ponto de separação. Este fato insere no problema uma nova escala de velocidade baseada no gradiente de pressão na parede. A consequência prática é que uma nova estrutura assintótica deve ser deduzida de tal forma que o seu comportamento nos casos limites pertinentes se reduzam às duas estruturas descritas: a estrutura canônica longe do ponto de separação e a estrutura de um piso nas proximidades do ponto de separação. Na estrutura de um piso, a solução logarítmica clássica reduz-se a uma solução do tipo lei de potência.

Portanto, novas relações que retratem a dinâmica local e que introduzam escalas apropriadas devem ser propostas. As equações do movimento, as condições de contorno do problema e a equação proposta devem, pois, formar um conjunto consistente. Para tanto,

é preciso que o comportamento assintótico desta nova relação seja correto para os dois casos limites explicitados acima.

Para o caso de uma colina lisa e abrupta, o escoamento resultante é bastante complexo. Em uma escala ascendente de dificuldade se situa o caso de uma colina rugosa e abrupta. Em particular, três características deste tipo de escoamento são muito difíceis de se prever: as características do escoamento acelerado no topo da colina, a posição dos pontos de separação e de recolamento, e as propriedades no interior da região de recirculação.

1.3 Escoamentos sobre superfícies rugosas

O grande óbice na descrição de escoamentos sobre superfícies rugosas é, sem dúvida, a especificação das condições geométricas estocásticas que bem representem a distribuição dos elementos rugosos. Uma primeira análise do problema parece induzir-nos a escolha de muitas informações geométricas para a quantificação da rugosidade. As superfícies reais são bastante heterogêneas, o que parece proibir o uso de poucos parâmetros.

Entretanto, é possível mostrar que resultados importantes podem ser obtidos pela especificação de apenas dois parâmetros característicos: a rugosidade efetiva e o deslocamento na origem do perfil de velocidades. O propósito destas escalas é modificar a lei logarítmica clássica para superfícies lisas, especializando-a para superfícies rugosas. Estas escalas também podem ser investigadas de acordo com a sua influência nos processos que regem o escoamento. São classificados como parâmetros dinâmicos aqueles que exercem influência sobre os mecanismos de troca de massa e de quantidade de movimento na região interna da camada limite, enquanto que parâmetros geométricos não modificam a dinâmica do escoamento local.

Sob o aspecto da estrutura assintótica da camada limite turbulenta, a presença dos elementos rugosos provoca mudanças dramáticas. Em geral, a altura da rugosidade é grande o suficiente para que se estabeleça um regime completamente turbulento até a parede. Como conseqüência temos a completa extinção da subcamada viscosa, e a resultante substituição das escalas locais relevantes. Para os escoamentos sobre superfícies rugosas, a escala canônica, que depende da viscosidade cinemática e da tensão cisalhante,

cede o lugar para a rugosidade efetiva, que se torna o novo comprimento relevante. A presença da rugosidade também atua sobre a região logarítmica, agindo como se todo o campo de escoamento fosse movido para baixo.

A influência da rugosidade na localização do ponto de separação é um fenômeno corriqueiramente conhecido. Alguns fatos cotidianos nos mostram que a presença dos elementos rugosos é capaz de transicionar mais rapidamente a camada limite laminar, levando-a ao regime turbulento. Assim, com maior quantidade de movimento nas camadas muito próximas à superfície, o escoamento é capaz de resistir melhor ao gradiente de pressão adverso que leva à separação. Apesar de aceitarmos este fato com naturalidade, muito pouco é conhecido sobre os efeitos da rugosidade na separação da camada limite turbulentas. Naturalmente, por intuição, podemos supor que o aumento de mistura provocado pela turbulência não será mais suficiente para conter a separação quando, originalmente, o regime for completamente turbulento.

Para escoamentos sobre colinas sabemos que a sensibilidade da camada limite turbulenta à separação é grande. Essa sensibilidade existe até mesmo no caso de elevações abruptas, onde a geometria da inclinação deveria ser preponderante nas características da separação do escoamento. Portanto, uma formulação especializada de lei de parede que consiga retratar este fenômeno deve combinar, de forma apropriada, os parâmetros característicos da superfície e a influência do gradiente de pressão adverso. Essa nova estrutura deve ser tal que, na passagem dos limites pertinentes, se reduzam às estruturas esperadas.

Capítulo 2

Revisão bibliográfica

The widespread nature of turbulent flows, their great significance for a number of diverse engineering problems, and their interest to theoreticians, has led to the fact that the literature on the subject is enormous – it numbers many thousands of papers, scattered throughout a vast number of physical, mathematical, mechanical, chemical, meteorological, oceanographical, and engineering journals. Unfortunately, however, the theory of turbulence is extremely difficult, and until now it has not been advanced very far; therefore, many of the works referred to are purely empirical, or contain only the very beginnings of the theory, or are even erroneous. This facts, of course, greatly complicate any survey of the literature of statistics fluid mechanics.

A.S. Monin e A.M. Yaglom (1971)

São abundantes na natureza, e também em aplicações tecnológicas, os exemplos de escoamentos do tipo camada limite que escoam sobre superfícies com variação de elevação. De fato, o grande número de trabalhos que pode ser encontrado na literatura devotado a este assunto é um claro tributo à relevância do tema.

Os estudos iniciais em escoamentos sobre colinas direcionavam seus esforços à caracterização experimental do escoamento (e.g. Mason e Sykes (1979), Arya et al. (1987)) e, paralelamente, à construção de teorias assintóticas que capturassem as principais características dinâmicas do escoamento (e.g. Jackson e Hunt (1975), Hunt et al. (1988)). Recentemente, as investigações assumiram um viés eminentemente numérico, recorrendo a modelos não-lineares (e.g. Castro e Apsley (1997), Hewer (1998), Allen e Brown (2002)). A presente revisão bibliográfica tem como propósito principal destacar os trabalhos de

maior vulto na pesquisa científica de escoamentos sobre colinas, classificando-os segundo os ramos de investigação a que pertencem, i.e. se são majoritariamente experimentais, analíticos e, ou, numéricos. Este método de abordagem foi adotado para que, ao final desta revisão, possamos identificar claramente quais foram os avanços obtidos e quais as carências ainda são persistentes em cada área.

Os trabalhos mais importantes com respeito à análise teórica de escoamentos sobre colina são, sem dúvida, atribuídos a Hunt e seus colaboradores. Para colinas suaves, de pequenas inclinações e formas idealizadas, Jackson e Hunt (1975) mostraram, por meio da teoria de métodos assintóticos, que as equações do movimento podem ser linearizadas, fornecendo assim soluções analíticas simples que podem ser utilizadas para determinar a mudança imposta ao campo de velocidades pela presença da colina. Hunt sugeriu a existência de uma estrutura de escoamento semelhante ao modelo clássico de dois pisos desenvolvido para a camada limite aerodinâmica. Os efeitos de rugosidade foram incorporados à análise por meio do parâmetro “comprimento de rugosidade”, z_0 , analogamente ao modo utilizado pelos meteorologistas. Na região interna, admite-se que o escoamento esteja em equilíbrio com a condição de contorno local, de modo que a estrutura possa ser representada por meio de uma lei logarítmica. Para a região externa, acredita-se que a turbulência seja modificada segundo a teoria de distorção rápida de Townsend (1972).

Essa teoria foi posteriormente estendida ao caso de topografias tridimensionais por Mason e Sykes (1979). As previsões teóricas propostas neste trabalho foram comparadas com medições de campo realizadas sobre a colina de Brent Knoll, aproximadamente circular e isolada, com inclinação moderada, localizada no Reino Unido. Os resultados foram razoavelmente encorajadores, considerando as limitações computacionais do final da década de setenta.

Progressos subseqüentes foram adicionados à teoria linear por Sykes (1980) e Hunt et al. (1988). Esses trabalhos incluíram na análise assintótica uma fina camada adjacente à superfície capaz de acomodar melhor a condição de contorno inferior, o que permitiu resolver escoamentos incidentes com maior nível de cisalhamento. Foi observado que esta modificação proporcionava maior generalidade de aplicação da teoria linear.

Carruthers e Choularton (1982) desenvolveram um modelo tridimensional para descre-

ver o escoamento de uma camada limite estratificada sobre colinas de tamanho e inclinação moderados. O campo de pressão da subcamada inercial era utilizado para recalcular o campo de velocidades na subcamada interna, segundo a teoria proposta por Jackson e Hunt (1975). As predições teóricas foram comparadas com dados experimentais de campo obtidos em “Great Dun Fell”, Cumbria.

A estrutura de um escoamento fortemente estratificado sobre colinas tridimensionais foi investigada, tanto sob o aspecto teórico quanto experimental, por Snyder et al. (1985). Este trabalho discorre extensivamente sobre o conceito de linha de corrente divisora. A análise que os autores realizam é baseada nos argumentos de energia de Sheppard e o objetivo central é fornecer uma estimativa da altura da linha de corrente divisora. O propósito desta linha de corrente é delimitar o escoamento que contorna a colina pela sua base, separando-o da parcela de fluido com energia suficiente para alcançar e ultrapassar o cume da elevação. Os autores revisam um amplo conjunto de dados experimentais em escoamentos estratificados, resultantes tanto de laboratório quanto de campo, realizados sobre colinas de diferentes geometrias e sujeitos a diferentes tipos de escoamento incidente.

Com o propósito de investigar os efeitos que a variação de topografia provoca no campo turbulento, Zeman e Jensen (1987) desenvolveram um modelo onde a transformação de von Mises era aplicada às equações médias de conservação da quantidade de movimento, e um modelo de fechamento de segunda ordem era utilizado para resolver as equações. Todas as predições foram comparadas com os resultados provenientes da colina de Askervein.

A análise assintótica de Sykes (1980) e Hunt et al. (1988) foi estendida por Belcher et al. (1993), o que permitiu estimar a primeira ordem de contribuição para o cálculo do arrasto sobre colinas. Os autores também conseguiram explicar, qualitativamente, a sensibilidade do cálculo do arrasto de forma em relação à ordem dos modelos turbulentos utilizados. Este fato já havia sido observado numericamente em alguns trabalhos, como por exemplo, Taylor (1981) e Wood e Mason (1993).

Todos os trabalhos revistos acima utilizam invariavelmente os conceitos da teoria linear concebida por Jackson e Hunt (1975). As hipóteses de dedução desta teoria, entretanto, são restritas a topografias de pequena elevação, de inclinação baixa a moderada. O foco principal destes artigos residiu essencialmente em prever algumas características principais

do escoamento, como o fator de “speed-up”, i.e. o maior aumento de velocidade no topo da colina, e a localização deste ponto, bem como a altura das subcamadas da camada limite. Outro ponto de interesse era correlacionar estes parâmetros com a geometria da colina e com o nível de cisalhamento do escoamento incidente. Esse tipo de investigação era fortemente motivado por duas aplicações principais: otimização do posicionamento de turbinas eólicas para maximização da conversão de energia, cálculo de esforços em estruturas civis e previsão de dispersão de poluentes em terrenos montanhosos.

Entretanto, quando a colina torna-se íngreme o suficiente para gerar grandes regiões de recirculação, o problema torna-se muito mais complexo. Os efeitos não-lineares passam a ser determinantes, e o campo de pressão não pode mais ser simplesmente aproximado pelo escoamento potencial em torno da colina, mas deve ser calculado considerando tanto a forma da colina quanto da região de separação. Todos estes fatores levam a uma quebra de validade da teoria linear, e ainda hoje não existe formulação análoga capaz de prever o comportamento da camada limite turbulenta sobre colinas com extensas regiões de recirculação.

Considerando agora a metodologia experimental, os trabalhos realizados em laboratório provêm majoritariamente da comunidade de engenharia. Sob este aspecto, um dos trabalhos precursores na experimentação de escoamentos sobre colinas foi realizado por Britter et al. (1981), cujo objetivo principal era avaliar a influência da rugosidade, o comportamento do fator “speed-up” e do campo turbulento sobre uma colina bidimensional. Foram utilizadas pequenas barras retangulares dispostas transversalmente ao escoamento para simular a superfície rugosa. O modelo de colina possuía forma de sino, com inclinação moderada. Comparações com a teoria de Jackson e Hunt(1975) utilizando modelo de turbulência do tipo comprimento de mistura mostraram boa concordância para o escoamento à montante e no topo da colina. Entretanto, observou-se uma previsão teórica exagerada para o fator “speed-up”, que chegou à ordem de 25%. Os autores observaram que o escoamento à jusante do topo também não foi bem retratado pela teoria, mesmo quando não havia separação do escoamento, e sugeriram que um modelo de turbulência de maior ordem fosse utilizado. Os efeitos da rugosidade foram analisados como uma superposição linear aos efeitos de elevação da superfície. Os resultados mostraram

que esta hipótese é válida somente à montante e no topo da elevação.

Muitos trabalhos realizados ao longo da década de oitenta dedicaram seus esforços unicamente a uma análise paramétrica do problema. Via de regra, modelos de diferentes formas e inclinações eram dispostos em túnel de vento para a caracterização de diversos fatores, entre eles estão a dispersão de particulados, a avaliação do fator “speed-up”, a verificação da ocorrência de separação, a extensão da região de recirculação, a distância característica à jusante da colina até o escoamento retornar à condição de equilíbrio. Os resultados avaliados eram então correlacionados segundo as condições experimentais, e comparações rudimentares eram feitas com as teorias lineares.

Dentre essa classe, estão os trabalhos de Arya e Shipman (1981), Castro e Snyder (1982), Arya e Gadiyaram (1986), Arya et al. (1987), Snyder e Britter (1987), Ohba et al. (1990). Esses autores utilizaram basicamente modelos de elevações triangulares, cônicas e algumas formas analíticas ideais para comparação com as teorias lineares. A anemometria térmica e a anemometria a fio-quente pulsátil foram as técnicas primordialmente utilizadas para a caracterização do campo de velocidades e de grandezas turbulentas. Com efeito, essas técnicas constituíam o estado da arte em experimentação em fluidos àquela época. Mais recentemente, Loureiro et al. (2000*a*, 2000*b*) recorreram também à anemometria térmica para a caracterização do escoamento ao redor de colinas suaves e abruptas em túnel de vento. Inevitavelmente, esta técnica experimental impunha a estes pesquisadores uma limitação insuperável: a completa caracterização da região de separação e do seu campo turbulento, em especial da fina camada adjacente à superfície. Ainda que fosse possível realizar medidas com os frágeis sensores de fio-quente pulsátil, somente com a difusão da técnica de anemometria a laser-Doppler foi possível obter resolução espacial e temporal refinadas o suficiente para investigar em detalhe a dinâmica do fenômeno de separação do escoamento.

Naturalmente, as dificuldades experimentais eram ainda maiores nos trabalhos de campo. A medição, normalmente realizada em torres meteorológicas, implicava em poucos pontos de medição, o que pode comprometer uma boa caracterização do perfil de velocidades. Outro ponto crítico era a medição do campo turbulento, uma vez que os instrumentos mais utilizados em campo, os anemômetros sônicos, possuem muito baixa resposta

em frequência (ver, e.g. Monteiro et al. (2005)). De fato, houve algumas tentativas de empregar anemômetros térmicos para a investigação do escoamento sobre colinas na atmosfera (e.g. Mason, (1986), colina de Nyland), mas poucas iniciativas obtiveram sucesso. Ainda assim, também durante a década de oitenta, muitas pesquisas importantes foram conduzidas em campo. Dentre alguns trabalhos que mais se destacam estão Mason e Sykes (1979), realizado na colina de Brent Knoll, Bradley (1980), em Black Mountain, Mason e King (1985), em Blashaval, Taylor e Teunissen (1987), na colina de Askervein, Salmon et al. (1988), em Kettles Hill. A grande importância desses trabalhos está, naturalmente, em retratar as condições reais da atmosfera, em especial o fenômeno de estratificação do escoamento. De fato, o efeito do aquecimento solar no solo provoca comportamentos distintos da camada limite atmosférica ao longo dos dias e das noites, gerando as condições convectivas ou estáveis. Por mais que estes fenômenos sejam reprodutíveis em túnel de vento, é de extrema importância conhecer com rigor a dinâmica da camada limite na natureza.

O número de trabalhos que estudam a interação dos campos escalares com a dinâmica do escoamento pode ser considerado pequeno, dada a importância do tema. Raupach et al. (1992) desenvolveu um modelo para a descrição dos efeitos que colinas suaves exercem nos campos escalares, em especial nos campos de temperatura e umidade. Uma investigação em túnel de vento acerca do comportamento da camada limite turbulenta sobre colinas em condição de atmosfera neutra, estável e instável foi conduzida por Loureiro et al. (2005a). Medições simultâneas de velocidade e de temperatura foram realizadas através de anemometria a fio-quente e a fio-frio, respectivamente. Os resultados permitiram caracterizar a influência da estratificação da atmosfera no comportamento do fator “speed-up”. Foi introduzido o conceito original do fator “heat up/down”, i.e. o ponto de máximo aumento ou diminuição da temperatura no topo da colina, de modo a avaliar os efeitos do campo de temperatura nesta região. Este trabalho consolidou os resultados das pesquisas experimentais desenvolvidas no Laboratório de Mecânica da Turbulência (PEM/COPPE/UFRJ) por Loureiro et al. (2001) e Cataldi et al. (2002a). Em adição, o problema específico de estratificação e rugosidade sobre superfície plana foi investigado teórica e experimentalmente por Silva Freire e Loureiro (2004). Detalhes específicos sobre

o túnel de vento e sobre as condições de estratificação do escoamento podem ser encontrados em Cataldi et al. (2001), Cataldi et al. (2002*b*), Cataldi et al. (2002*c*) e Cataldi et al. (2003). Informações dedicadas aos princípios de funcionamento da anemometria térmica, bem como sua aplicação para medição simultânea de velocidade e de temperatura estão disponíveis em Loureiro et al. (2002), Loureiro e Silva Freire (2003*a*), Loureiro e Neto (2006*a*), Loureiro et al. (2006*e*, 2006*f*).

Recentemente surgiram alguns trabalhos com o objetivo de estudar não mais uma colina isoladamente, mas sim uma série de colinas bidimensionais. Este é o caso de Gong et al. (1996), Athanassiadou e Castro (2001) e Gyure et al. (2003). Os autores argumentam ser esta uma geometria que melhor mimetiza os complexos terrenos presentes na natureza. Athanassiadou e Castro (2001) investigou duas séries de colinas rugosas em túnel de vento, uma de elevação suave, onde o escoamento permanecia colado à superfície, e outra íngreme que dava origem a uma pequena região de recirculação. Para o caso liso, os resultados foram comparados com a teoria linear fornecendo boa concordância. Foram realizadas também medidas de pressão na parede, o que permitiu o cálculo do arrasto de forma diretamente. Este dado foi comparado com estimativas fornecidas por simulações numéricas utilizando diferentes modelos de turbulência. Os autores concluíram que o modelo de comprimento de mistura forneceu melhores resultados que modelos de fechamento de segunda ordem. O campo turbulento foi comparado com a teoria de distorção rápida, apresentando boa concordância somente na direção longitudinal.

Alguns trabalhos experimentais em escoamentos sobre rampas com separação e rugosidade foram realizados pelo grupo da Universidade de Stanford. Song et al. (2000), Song e Eaton (2002), assim como Aubertine et al. (2004), investigaram experimentalmente o escoamento sobre uma rampa suave, onde dois tipos de lixa de papel foram utilizados para simular rugosidades diferentes. O foco principal dos dois últimos artigos foi encontrar escalas de similaridade que consigam retratar a camada limite rugosa. Os autores observaram que a velocidade de atrito do escoamento incidente é um bom parâmetro de similaridade para as grandezas turbulentas, porém, a literatura mostra que esse resultado é válido somente para este tipo de rugosidade. Com respeito à separação, a geometria escolhida pelos autores gera uma ínfima região de escoamento reverso que, portanto, é mal

caracterizada experimentalmente. Foi observado que o caso rugoso separa em um ponto à montante do caso liso, um resultado controverso para uma camada limite turbulenta. Para a superfície de maior rugosidade, observou-se que ponto de recolamento foi deslocado para jusante. Infelizmente, no que tange à compreensão da dinâmica do fenômeno investigado, estes trabalhos não fornecem contribuições significantes.

Ao longo dos últimos anos, entretanto, trabalhos providos de maiores recursos experimentais têm surgido na literatura (Simpson et al. (2002), Ayotte e Hughes (2004), Cao e Tamura (2006)). Em um estudo de túnel de vento, Simpson et al. (2002) caracterizou o escoamento à jusante de uma colina abrupta tridimensional. Por meio de um sistema de anemometria a laser-Doppler 3D, a complexa estrutura vortical da separação foi caracterizada no plano $x/H=3,69$, onde H denota a altura da colina. Medidas de pressão na parede e visualizações também foram utilizadas para a investigação das estruturas vorticais. Os autores concluem que somente duas estruturas vorticais são formadas, uma em cada lado da linha de centro longitudinal.

Ayotte e Hughes (2004) realizaram experimentos em túnel de vento sobre uma colina isolada, onde a rugosidade da superfície e a inclinação do modelo eram variados de modo a gerar desde escoamentos colados à superfície até escoamentos com grandes regiões de recirculação. Os autores ressaltam que a vantagem da teoria linear é fornecer resultados numéricos rápidos e de baixo custo. A medição do campo de velocidade média tridimensional e respectivas grandezas turbulentas foram feitas por meio de um anemômetro a laser-Doppler. Os autores notaram, confirmando observações anteriores, que a teoria linear fornece valores superestimados de “speed-up” para colinas de inclinação abrupta. Duas explicações são atribuídas a este comportamento: a primeira, e mais óbvia, é a não inclusão dos termos não-lineares das equações de movimento; a segunda se refere à mudança efetiva na forma da colina, uma vez que o escoamento passa a responder a uma superfície fictícia, que corresponde à forma da região de recirculação em adição à superfície da colina. Este último efeito provoca uma diminuição da encosta de jusante, diminuindo assim o valor do “speed-up”. Este trabalho conclui ainda que as modificações propostas por Belcher et al. (1993) também falham para colinas íngremes.

Um dos trabalhos experimentais mais recentes que contempla a influência da superfície

em escoamentos sobre colinas com separação é o trabalho de Cao e Tamura (2006). Experimentos em túnel de vento, utilizando um modelo de colina abrupta, foram realizados para superfícies lisa e rugosa. A simulação da rugosidade foi feita por meio de elementos cúbicos tridimensionais. Perfis de velocidade média e grandezas turbulentas foram medidos por meio de anemometria a fio-quente. Os dados na região de recirculação foram estimados por meio de um filme quente. Os autores observaram dois efeitos principais como consequência da rugosidade da superfície: o fator “speed-up” sofre um aumento de 52% em relação ao valor medido para a superfície lisa, e o ponto de recolamento é observado deslocar-se mais para jusante, contribuindo para um pequeno aumento da região de recirculação. Nenhum comentário foi feito sobre o ponto de separação.

Por outro lado, Neff e Meroney (1998) observaram um comportamento diferente para o “speed-up”. Em um trabalho de túnel de vento, estes autores investigaram a influência da vegetação na otimização do local e da altura onde turbinas eólicas devem ser situadas na colina, com vistas à maximização de geração de energia elétrica. Os autores concluíram que o caso de escoamento sobre superfície sem vegetação gerava um cenário mais favorável, pois o fator “speed-up” era maior em comparação ao caso com vegetação.

O trabalho Cao e Tamura (2006), apesar de abordar o problema de modo interessante, possui dois pontos críticos, que devem ser observados com reserva antes que seus resultados sejam considerados. O primeiro óbice está na escolha da técnica, reconhecidamente imprópria para a medição de escoamentos com separação. A segunda, e mais grave dificuldade está no tratamento dos dados. Os autores adotam um valor arbitrário, recomendado na literatura, para estimar o valor do deslocamento na origem do perfil de velocidades. Entretanto, este parâmetro é completamente ignorado nos cálculos subseqüentes, como por exemplo no cálculo do fator “speed-up” e na estimativa da localização do ponto de recolamento. A rigor, o deslocamento na origem corrige a distância da parede para todas as grandezas medidas, o que invariavelmente compromete as conclusões observadas no parágrafo acima.

A experimentação em escoamentos sobre colinas realizada ao longo dos últimos trinta anos contribuiu significativamente para avanços na modelagem física do problema. A teoria linear introduzida por Hunt e seus colaboradores em meados da década de setenta,

por outro lado, proporcionou uma abordagem matemática consistente, fornecendo boas previsões para o escoamento sobre colinas de suave inclinação. Entretanto, para resolver a parcela mais complexa deste problema, na qual está inserido o escoamento sobre colinas abruptas e com separação, é inevitável recorrer ao uso de modelos numéricos. Na verdade, essa prática é usual há algumas décadas, e uma ampla variedade de modelos de fechamento para a turbulência vem sendo utilizada, partindo desde os simples modelos algébricos até os esquemas de segunda ordem mais sofisticados. Ainda assim, apesar da poderosa capacidade computacional disponível hoje em computadores pessoais e dos progressos realizados na metodologia numérica, a modelagem detalhada do campo turbulento persiste como um grande problema em aberto, como veremos nos parágrafos a seguir.

Um estudo numérico considerando o escoamento médio e grandezas turbulentas sobre uma colina bidimensional com vegetação foi realizado por Kobayashi et al. (1994). Utilizando um algoritmo do tipo volumes finitos com um esquema numérico de alta precisão, construído a partir de esquemas de restrição de variação total, os autores foram capazes de eliminar erros que introduzem um efeito difusivo na simulação. Como esquema de fechamento para a turbulência foi utilizado o modelo κ - ϵ de Svensson e Häggkvist (1990) que considera dois termos adicionais para contabilizar o arrasto causado pela vegetação. Os resultados numéricos foram comparados com os dados de túnel de vento de Ruck e Adams (1991), obtidos através de anemometria a laser-Doppler. As previsões numéricas apresentaram boa concordância com os experimentos, sendo capazes de prever a existência ou não de uma região de separação. A lei da parede foi utilizada para especificação da condição de contorno.

Uma avaliação de dez diferentes modelos locais de fechamento para a turbulência foi conduzida por Hurley (1997) para escoamentos sobre colinas. A sua análise incluía tanto modelos de uma quanto de duas equações. Os resultados mostraram pequenas diferenças para o campo médio de velocidades, porém fortes discrepâncias foram observadas para as grandezas turbulentas.

O escoamento sobre uma colina bidimensional foi simulado por Ying e Canuto (1997), utilizando um modelo de fechamento de segunda ordem. As simulações são comparadas com dados obtidos de túnel de vento. Os resultados são comparados também com modelos

de ordem inferior, incluindo um modelo de viscosidade turbulenta e um modelo algébrico. Para a especificação da condição de contorno na parede, foi adotada a lei logarítmica clássica. Além disso, os autores especificam condições iniciais para κ , ϵ e todos os termos do tensor de Reynolds. A conclusão geral é que o modelo de segunda ordem consegue capturar melhor os mecanismos físicos fundamentais do escoamento sobre colinas.

Castro e Apsley (1997) realizaram simulações para prever a dispersão do escoamento sobre colinas bidimensionais de diferentes inclinações. Os resultados foram comparados com dados provenientes de experimentação em laboratório e em campo. Os autores mostraram que um modelo κ - ϵ adequadamente modificado produzia boa concordância para os dados de velocidade média, mas fornecia valores subestimados para a energia cinética turbulenta e dispersão lateral da pluma. Correções no modelo κ - ϵ tradicional permitiu aos autores levar em consideração o efeito de curvatura das linhas de corrente. Para colinas de inclinação abrupta, com presença de separação, os níveis de concentração foram previstos corretamente pelo modelo. Para colinas de inclinação moderada, onde uma separação intermitente ocorria, resultados pouco satisfatórios foram obtidos. Leis de parede foram utilizadas para especificação das condições de contorno na parede.

Em um trabalho subsequente, Apsley e Castro (1997) realizaram uma simulação detalhada do escoamento ao redor do monte “Cinder Cone Butte”. Os resultados foram comparados com dados experimentais tanto de campo quanto de laboratório. O foco deste trabalho residiu em acumular uma base de dados para o desenvolvimento de modelos de previsão da dispersão de poluentes em atmosfera estável sobre topografias complexas. Os experimentos de laboratório foram realizados em canais de água com estratificação feita por meio de diferentes salinidades. As simulações numéricas utilizaram um modelo turbulento do tipo κ - ϵ com escala de comprimento limitada. Condições de contorno eram especificadas via lei de parede clássica. Os resultados previram qualitativamente bem a dinâmica do escoamento estratificado, apesar da altura da linha de corrente divisora ter sido superestimada. Foi observado que as plumas localizadas à montante do topo são muito sensíveis à direção do vento incidente.

A simulação numérica do escoamento sobre a colina de Blashaval, na Escócia, foi realizada por Hewer (1998). Na maior parte das simulações as tensões de Reynolds foram

modeladas via uma formulação de primeira ordem do tipo comprimento de mistura. Uma formulação alternativa expressava a viscosidade turbulenta em função da energia cinética turbulenta. De modo geral, o autor concluiu que os modelos não-lineares geravam resultados tão bons quanto aqueles fornecidos pelo modelo linear, para o escoamento à montante e no topo da colina de inclinação moderada. As predições dos modelos não-lineares para a encosta de jusante, por outro lado, eram significativamente melhores que as do modelo linear, mas ainda assim superestimavam os valores observados experimentalmente. O autor concluiu que as dificuldades na representação do escoamento separado foram decorrentes de imprecisões na simulação, uma vez que os resultados se mostraram muito sensíveis à resolução da topografia da superfície, ao modelo turbulento escolhido e à rugosidade efetiva especificada.

Kim e Patel (2000) testaram cinco diferentes modelos de turbulência de duas equações para uma gama de situações que variavam desde camada limite neutra sobre superfície plana até escoamentos sobre colinas e vales. Os modelos utilizavam o conceito de viscosidade turbulenta, a lei da parede clássica era utilizada para especificação da condição de contorno na superfície, e comparações foram feitas contra dados experimentais de túnel de vento e de campo. Segundo os autores, o melhor desempenho geral, onde foram avaliados a predição do campo de velocidade média, de energia cinética turbulenta, dos perfis de tensões de Reynolds, do fator “speed-up”, comprimento da região de separação, foi alcançado pelo modelo RNG κ - ϵ . Todas as simulações forneceram uma concordância razoável para o escoamento médio, mas a extensão da região de separação e a magnitude do escoamento reverso não foram bem retratadas. Variações consideráveis foram observadas nas predições das tensões de Reynolds.

Uma alternativa ao tradicional método de resolver as equações médias de Navier-Stokes é o uso de simulação de grandes escalas. Este método tem por propósito resolver bem as maiores escalas do escoamento, e parametrizar a turbulência não resolvida por meio de escalas ditas de “sub-malha” utilizando um esquema de fechamento adequado. As perspectivas promissoras de aplicação de simulação de grandes escalas em escoamentos sobre colinas foi analisado por Wood (2000). O autor reconhece o avanço inicial promovido pelas teorias lineares, mas enfatiza a necessidade urgente de desenvolvimento de um método

computacional de custo acessível, capaz de prever corretamente as grandezas médias e turbulentas do escoamento na região de separação à jusante de colinas abruptas, onde os efeitos não-lineares são dominantes. A dinâmica e a estrutura do escoamento separado ainda são muito pouco compreendidas, e por isso, o autor sustenta que a simulação de grandes escalas pode ser uma técnica apropriada para a investigação de escoamentos sobre terrenos complexos.

Em seqüência ao trabalho de Wood (2000), Brown (2001) e Allen e Brown (2002) realizaram simulação de grandes escalas em escoamentos turbulentos sobre uma colina rugosa isolada e sobre uma série de colinas. Os resultados foram comparados com predições de túnel de vento e com outros modelos turbulentos. Foram utilizados os modelos de comprimento de mistura de primeira ordem, $E-\epsilon$, modelo algébrico e $E-\epsilon-uw$ (Ying et al. (1994)). Para a geometria periódica, a simulação de grandes escalas apresentou resultados qualitativamente bons, apesar da profundidade da região de separação ser sensível ao uso da formulação de arrasto distribuído empregado na condição de contorno inferior. Os resultados para a colina isolada se comparam satisfatoriamente aos dados experimentais, com a resposta da simulação de grandes escalas tão boa quanto a de outros modelos. Ainda assim, a região de separação prevista numericamente foi menor que aquela observada nos experimentos. Os autores sugerem, para contornar este problema, a utilização de uma função de amortecimento do tipo van Driest aplicada à escala sub-malha com o propósito de contabilizar a diminuição do número de Reynolds rugoso local na região de separação.

Castro et al. (2002) simulou o escoamento de uma camada limite neutra sobre a colina de Askervein. O modelo de fechamento utilizado foi o $\kappa-\epsilon$ e a condição de contorno na parede foi especificada através da lei logarítmica clássica. Os resultados mostram que, no topo da colina, o fator “speed-up” era 10% inferior ao valor experimental. A região de recirculação foi capturada por meio de uma formulação dependente do tempo e de uma discretização de terceira ordem dos termos de advecção. A rugosidade efetiva no topo da colina foi diminuída de modo a melhorar a concordância entre dados numéricos e experimentais.

Simulações de grandes escalas também foram realizadas por Iizuka e Kondo (2004)

para descrever o escoamento turbulento sobre uma colina abrupta bidimensional. Quatro modelos sub-malha foram testados, utilizando dois tipos de rugosidade diferentes, as quais foram especificadas por meio da lei logarítmica clássica. Os resultados numéricos foram comparados com os dados experimentais de Ishihara et al. (2001). As simulações mostraram que o modelo sub-malha dinâmico forneceu resultados precários, e os autores atribuem essa resposta a uma estimativa errada dos coeficientes do modelo na região próxima à superfície. Alternativamente, os autores propuseram um modelo sub-malha híbrido, que utiliza formulações diferentes para a região interna e externa do escoamento. Foi observado que este modelo forneceu os melhores resultados.

O escoamento sobre colinas bidimensionais sob atmosfera neutra e estável foi investigado numericamente por Ross et al. (2004). Modelos de fechamento de segunda ordem e de uma ordem e meia foram utilizados para simular os campos médio e turbulento do escoamento. As previsões numéricas foram comparadas com dados experimentais originais, medidos através de anemometria a laser-Doppler. A região interna da camada limite foi tratada de acordo com o procedimento de Ying e Canuto (1997). Os autores concluíram que as características médias do escoamento foram previstas satisfatoriamente, mas predições discrepantes foram observadas para a região de escoamento reverso.

Escoamentos sobre elevações topográficas oferecem um problema particularmente difícil aos modelos turbulentos. Wang et al. (2004) destacou o quão árduo é para os modelos turbulentos resolverem escoamentos sobre superfícies curvas. Além disso, esses autores comentam que apesar dos muitos desenvolvimentos realizados nos modelos turbulentos, estes ainda não conseguem prever bem a separação decorrente de suaves variações do gradiente de pressão externo. Simulações de escoamentos sobre colinas bidimensionais mostram que a maior parte dos modelos turbulentos superestima o tamanho da região de recirculação. Este fato é atribuído a um nível insuficiente de cisalhamento na região de separação. Para o caso de colinas tri-dimensionais, nenhum dos modelos se mostram apropriados para uma boa representação do escoamento.

Tamura et al. (2007) realizou uma investigação recente em colinas abruptas, com superfícies lisas e rugosas, utilizando simulação de grandes escalas. Para a modelagem da turbulência, foram utilizados o modelo dinâmico de Smagorinsky e o modelo dinâmico

misto. Os autores mostraram que o modelo dinâmico misto foi capaz de fornecer melhores estimativas para a região de recirculação, tanto para a colina lisa quanto para a rugosa. Foi observado que o comportamento da zona de separação depende do nível de turbulência na condição de entrada do domínio computacional. Para contornar este problema, uma simulação paralela é feita para calcular as condições incidentes de turbulência para o domínio principal. A necessidade de utilização de condições iniciais periódicas é discutida neste trabalho.

A partir desta seletiva revisão da literatura, alguns pontos principais merecem ser destacados:

- (i) as teorias analíticas para o escoamento sobre colinas ainda hoje são baseadas na teoria linear concebida por Hunt e seus colaboradores. Diversos trabalhos posteriores a Jackson e Hunt (1975) tentaram estender o domínio de validade da teoria linear, mas os trabalhos experimentais e numéricos mostram que, apesar das adições à idéia principal, o domínio de validade das teorias lineares permanece restrito a colinas de inclinação suave, onde não ocorre região de separação significativa;
- (ii) apesar do grande número de trabalhos que contemplou a experimentação em escoamentos sobre colinas, raros são os trabalhos que apresentam uma boa caracterização do campo de velocidade média e de grandezas turbulentas no interior da região de separação. Nenhum destes artigos fornece ainda dados de atrito e de pressão na parede ao longo de toda a extensão da colina;
- (iii) em relação à simulação numérica do problema, a seleção de trabalhos discutida acima mostra ao leitor a diversidade de modelos utilizados atualmente para tratar o problema. São utilizados desde modelos muito simples como os algébricos, passando pelos tradicionais modelos de duas equações, até as sofisticadas modelagens do tensor de Reynolds e simulação de grandes escalas. Entretanto, ainda hoje, nenhum destes modelos é capaz de caracterizar fielmente a região de separação que se forma à jusante de colinas abruptas. Em particular, todos os esquemas falham em prever o comportamento do campo turbulento nesta localidade.

Capítulo 3

A estrutura morfológica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação

Despite the ubiquity of boundary-layer separation, and the great importance of its consequences for the flow as a whole, a proper understanding of the phenomenon and an analytical description of it have not yet been achieved. Separation is undoubtedly associated with the empirical fact that a steady state of the boundary layer adjoining a solid boundary is impossible with an appreciable fall in velocity of the external stream. Apparently, in cases in which the fall in the velocity of the external stream is appreciable in some initial phase of establishment of the flow, the transfer of vorticity away from the solid boundary is so rapid that vorticity is soon not confined to a thin layer. The whole character of the flow then changes, and takes a form such that the boundary layer remains attached to the wall only where there is little or no acceleration of the fluid just outside the boundary layer. The difficulty is that we lack a means of seeing what that ultimate form will be.

G.K. Batchelor (1967)

O presente capítulo versa sobre a estrutura assintótica da camada limite turbulenta sujeita a um gradiente externo adverso de pressão. Uma nova abordagem do problema é feita através da aplicação direta dos conceitos de limites de Kaplun – também conhecido como método da variável intermediária – às equações do movimento no regime turbulento. Esta análise nos permite encontrar uma estrutura morfológica para o campo de escoamento que explica, de forma simples, como a estrutura canônica de dois pisos da camada limite

clássica se reduz a uma nova estrutura, que é localmente consistente com as soluções de Goldstein (1948) e de Stratford (1959) para um ponto de tensão na parede nula.

A estrutura deste capítulo está organizada do seguinte modo: uma seção introdutória discorre sobre o problema e o situa no contexto atual da literatura através de uma breve revisão bibliográfica, a seguir veremos as soluções clássicas e as escalas relevantes para escoamentos com separação. O método de Kaplun e a apresentação da estrutura assintótica da camada limite serão vistos na terceira seção. A última seção mostra como uma análise racional das equações do movimento no ponto de separação permite encontrar uma equação de comportamento logarítmico que fornece a solução para o escoamento adjacente à superfície ao longo de todo o domínio investigado, i.e. à montante, à jusante e no próprio ponto de separação.

3.1 Introdução

O comportamento de escoamentos turbulentos sujeitos a um gradiente de pressão adverso apresenta características muito distintas em comparação com a estrutura clássica da camada limite turbulenta. A ilustração apresentada na Fig. 3.1 nos fornece uma pequena noção das diversas escalas presentes na camada limite turbulenta e assim podemos entrever a complexidade envolvida na descrição deste fenômeno, em toda sua riqueza. Para escoamentos com gradiente de pressão nulo, essa estrutura canônica é bem representada por duas expansões assintóticas, que foram consolidadas pela chamada teoria de dois pisos.

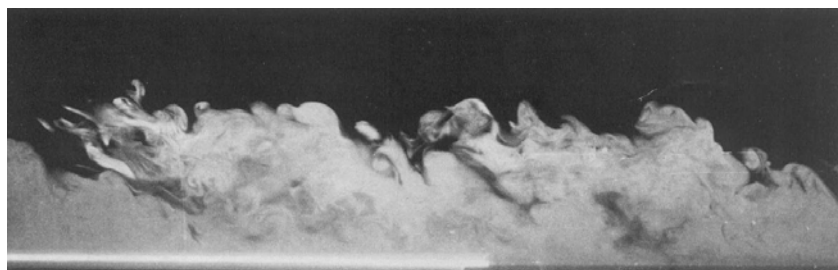


Figura 3.1: Ilustração de uma camada limite turbulenta escoando sobre uma placa plana, e sujeita a um gradiente de pressão nulo. (van Dyke, (1982))

Perto do ponto de separação, contudo, a reconhecida distribuição logarítmica de velocidade desaparece, dando lugar a um comportamento que segue uma lei de potência do

tipo $z^{1/2}$, noção introduzida por Stratford (1959). A mudança funcional do escoamento na vizinhança da região de separação tem como principal consequência a alteração das escalas características do problema. Em particular, a velocidade de atrito e a altura da subcamada viscosa, parâmetros característicos da lei logarítmica, tendem a zero perto do ponto onde a camada limite descola da superfície. Uma visão pictórica deste problema é ilustrada na Fig. 3.2.

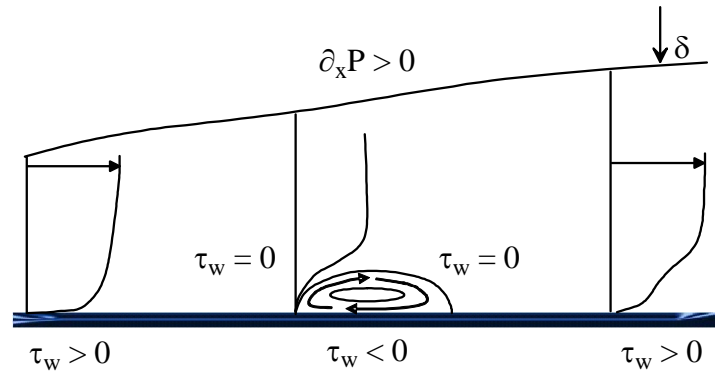


Figura 3.2: Ilustração de uma camada limite sobre uma placa plana, e sujeita a um gradiente de pressão adverso e separação.

Quando a separação se faz presente, qualquer tratamento apropriado para o escoamento próximo à superfície deve depender basicamente de três parâmetros: viscosidade, tensão de cisalhamento local na parede e gradiente local de pressão na parede. De fato, escoamentos sujeitos a fortes gradientes externos de pressão sofrem um grande déficit de velocidade, e apresentam um perfil do tipo esteira. Sob esta condição, a base dos argumentos utilizados por Millikan (1939) se corrompe e, portanto, a teoria assintótica clássica passa a não ser mais válida.

Neste contexto, novas relações que retratem a dinâmica local e que introduzam escalas apropriadas devem ser propostas. As equações do movimento, as condições de contorno do problema e a equação proposta devem, pois, formar um conjunto consistente. Para tanto, é preciso que o comportamento assintótico desta relação seja correto para os dois casos limites pertinentes. Muito distante do ponto de separação, a estrutura clássica baseada em regiões distintas com comportamentos característicos e determinadas pela lei da parede de Prandtl (1925) e pela lei da esteira de Coles (1956) devem ser obtidas. Neste caso, a tensão de cisalhamento local na parede exerce um papel importante nos

parâmetros de escala. No limite oposto, perto do ponto de descolamento, o escoamento deve assumir um comportamento regido pela solução de Stratford (1959), de modo que as escalas locais passam a depender do gradiente local de pressão na parede.

A teoria de Kaplun não consegue, a princípio, explicar as mudanças nos parâmetros de escala. Deste modo, a teoria deve ser complementada por uma relação que explique em termos físicos o comportamento das escalas relevantes. Uma prática comum na literatura consiste em desenvolver abordagens assintóticas que empregam expansões em função de um (Sychev e Sychev (1980)) ou dois (Melnik (1989)) parâmetros pequenos. Entretanto, considerações sobre a combinação de expansões e argumentos de ordem de grandeza são elementos essenciais para que as conexões entre as expansões assintóticas, as equações de movimento e as condições de contorno do problema possam ser encontradas.

As primeiras iniciativas de construir teorias para escoamentos do tipo camada limite turbulenta no limite assintótico de alto número de Reynolds (e.g. Yajnik (1970), Mellor (1972)) tomam como um postulado central a noção de que a estrutura do escoamento pode ser dividida em duas regiões: (i) a subcamada interna, onde as tensões laminares e turbulentas possuem a mesma ordem de grandeza e (ii) a subcamada externa, onde o perfil de velocidades pode ser escrito em termos de uma pequena perturbação imposta ao escoamento externo. Contudo, todas as análises de escoamentos turbulentos estão sempre sujeitas à grande limitação imposta pela hipótese de fechamento. Outros autores utilizaram modelos turbulentos, como o de comprimento de mistura (Bush e Fendell (1972)), ou o modelo $\kappa - \epsilon$ (Deriat e Guiraud (1986)) e chegaram à mesma solução, consolidando a base da teoria de dois pisos para os trabalhos subseqüentes.

A conseqüência natural imposta pelas dificuldades inerentes à modelagem da turbulência levou os argumentos dimensionais e de similaridade a exercerem um papel fundamental no estabelecimento de correlações empíricas gerais. Os trabalhos pioneiros de Prandtl (1925), von Kármán (1930), Millikan (1939), Hama (1954) e Coles (1956) contribuíram também para estabelecer um paradigma difícil de ser quebrado. Análises posteriores baseadas em métodos de expansões assintóticas são geralmente levadas a adaptar seus resultados ao modelo de dois pisos.

Por outro lado, alguns autores como Long e Chen (1981), Sychev e Sychev (1987), Mel-

nik (1989) defendem que a estrutura da camada limite turbulenta possui uma estrutura de três pisos. A formulação de Melnik é baseada em uma expansão de dois parâmetros, onde o novo parâmetro pequeno é resultante do modelo de turbulência escolhido. Na análise deste grupo de autores, a existência de uma subcamada intermediária adicional, onde ocorre o balanço entre as forças de inércia, pressão e tensões turbulentas, é considerada no problema. As discussões que levaram à proposição da estrutura de três pisos foram motivadas pela reconhecida incapacidade do modelo de dois pisos em acomodar situações de grande perturbação no escoamento, como por exemplo um forte gradiente de pressão adverso. Sob esta condição crítica, o déficit de velocidade é grande e os efeitos não-lineares são dominantes. Isto implica que os argumentos clássicos de combinação que resultam em um comportamento logarítmico não mais se aplicam, o que invalida a teoria de dois pisos. Essa nova região seria então responsável por considerar os efeitos de separação do escoamento sob ação de um gradiente de pressão adverso.

Como veremos mais adiante, a aplicação dos limites de Kaplun às equações médias de Reynolds resulta em uma estrutura para a camada limite que em muitos aspectos é semelhante à estrutura de Sychev e Sychev (1987), mas não exatamente igual. Na linguagem de Kaplun, a estrutura assintótica é constituída de duas equações principais e três equações intermediárias. O conjunto de ordens empregado nos processos η -limite (uma noção que será discutida posteriormente) aplicados às equações de movimento, fornece as equações principais. Este conjunto de ordens coincide exatamente com as transformações de esticamento propostas por Sychev e Sychev (1987) para as suas duas camadas mais internas. Logo, a estrutura obtida a partir da análise via limites de Kaplun possui duas camadas, mas usa parâmetros de escala que são distintos daqueles utilizados nas teorias clássicas de Yajnik (1970), Mellor (1972) e Bush e Fendell (1972).

3.2 Escalas relevantes para escoamentos com separação

Nesta seção veremos em maior detalhe como ocorre a mudança de escalas características ao longo da camada limite turbulenta sujeita a um gradiente adverso de pressão ex-

terna. Antes disto, porém, revisaremos os argumentos básicos necessários à dedução da lei logarítmica canônica.

O método de expansões assintóticas foi largamente utilizado no passado para dividir o domínio da camada limite turbulenta clássica em regiões específicas. Para cada uma destas regiões os efeitos físicos dominantes podem ser isolados e soluções locais podem então ser encontradas. Esse método naturalmente revela as escalas relevantes do problema e a forma funcional das soluções para todo o domínio de interesse.

Como descrito anteriormente, Yajnik (1970) e Mellor (1972) tomaram como base a estrutura de dois pisos de Prandtl (1925) e von Kármán (1930) para a elaboração de seus trabalhos. Por resultado temos a consolidação de um modelo de escoamento no qual a soma das tensões viscosas e turbulentas é considerada invariante ao longo de toda a região próxima à parede, i.e., ao longo da subcamada interna, de espessura $\hat{\delta} = \text{ord}(\nu/u_*)$. Na região imediatamente adjacente, de espessura $\delta = \text{ord}((u_*/u_e)l)$, onde $l =$ comprimento característico e $u_e =$ velocidade do escoamento potencial, a solução é dada por uma pequena perturbação ao escoamento externo. A Fig. 3.3 apresenta um perfil clássico de velocidade em coordenadas semi-logarítmicas, ilustrando a estrutura de dois pisos. A região logarítmica se constitui na região de combinação entre as soluções interna e externa da teoria canônica.

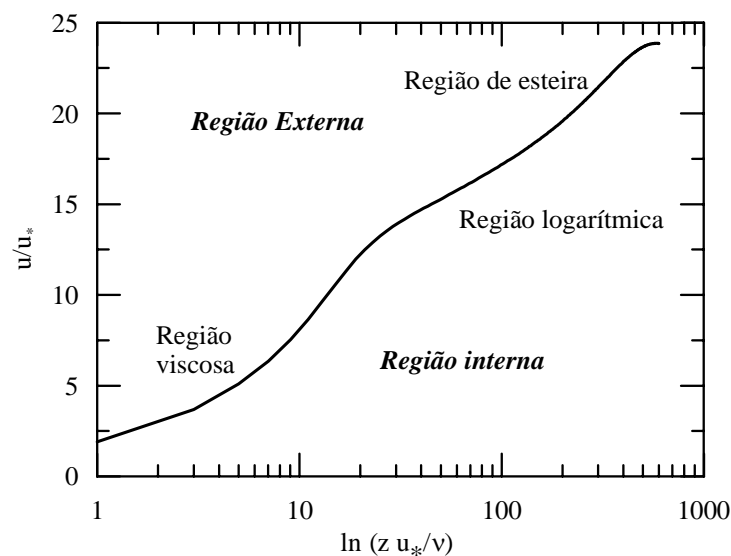


Figura 3.3: Perfil clássico de velocidade em coordenadas semi-logarítmicas: ilustração da estrutura de dois pisos.

Sychev e Sychev (1987), por outro lado, oferecem uma interpretação diferente para estrutura assintótica do escoamento. Segundo estes autores, uma camada intermediária adicional de espessura $\tilde{\delta} = \text{ord}((u_*/u_e)^2 l)$, onde ocorre o balanço entre as forças de inércia, pressão e turbulência, deve ser considerada no problema. O argumento utilizado para a inclusão desta região é essencial para explicar, em termos assintóticos, a separação da camada limite sob ação de um gradiente de pressão adverso. Com efeito, a estrutura de dois pisos ($\hat{\delta}$, δ) não permite a ação das tensões turbulentas na região externa em uma solução de primeira ordem. De forma análoga, para a região interna, as escalas $\hat{\delta}$ e δ não possibilitam a ação do gradiente de pressão sobre as tensões turbulentas dominantes localmente. Essas dificuldades devem então ser dirimidas através da inclusão de uma terceira camada ($\tilde{\delta}$). Uma ilustração desta estrutura morfológica da camada limite turbulenta clássica é apresentada na Fig. 3.4.

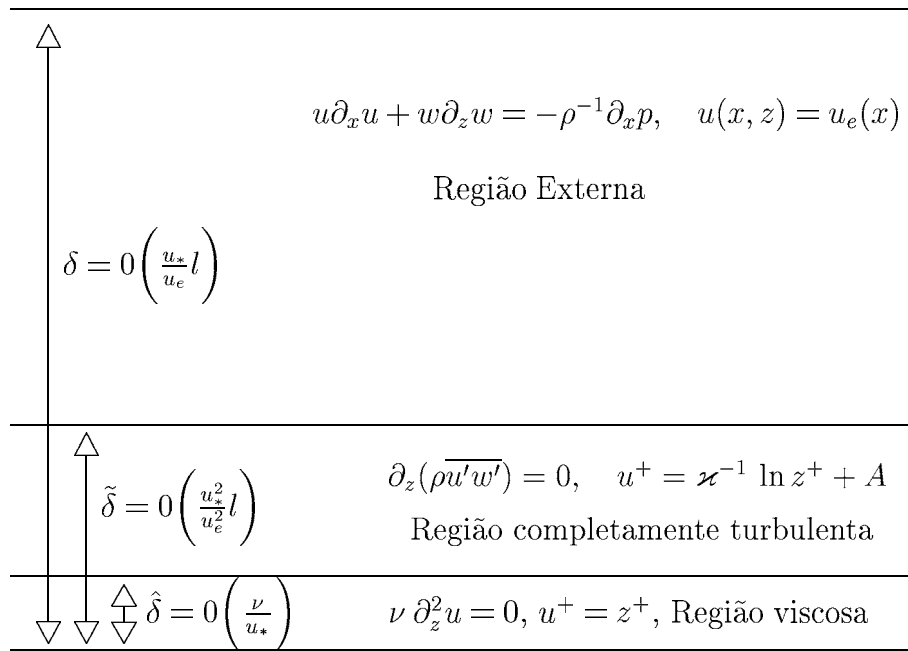


Figura 3.4: Estrutura assintótica da camada limite turbulenta clássica.

Em conseqüência destes argumentos, as soluções para escoamentos de parede sujeitos a um gradiente de pressão adverso podem ser obtidas se considerarmos que existe um balanço entre os termos de tensão e de pressão em uma dada região do domínio. De fato,

esta região corresponde ao processo de limite intermediário definido de modo a combinar o limite externo da solução interna com o limite interno da solução intermediária da estrutura de escoamento proposta por Sychev e Sychev. Logo, para esta região, podemos escrever

$$\mu \partial_z^2 u - \partial_z(\overline{\rho u' w'}) = \partial_x p. \quad (3.1)$$

A equação acima constitui a base da discussão a seguir.

3.2.1 Escoamento adjacente à superfície longe da separação

Sob processos de limite adequados, e utilizando os conceitos de limites de Kaplun (noção discutida na próxima seção), vemos que a Eq. (3.1) contém equações aproximadas para duas condições-limite distintas: escoamento muito próximo à parede e escoamento na região intermediária (Sychev e Sychev (1987)).

Região viscosa

Na região do escoamento imediatamente adjacente a uma superfície lisa o termo turbulento na Eq. (3.1) tende a zero ($\partial_z(\overline{\rho u' w'}) \approx 0$). Isso implica que somente os termos viscosos e de pressão se tornam dominantes. Deste modo, para escoamentos com gradiente de pressão nulo ($\partial_x p = 0$), uma dupla integração da Eq. (3.1) nos fornece a solução linear

$$u^+ = z^+, \quad (3.2)$$

com $u^+ = u/u_*$, $z^+ = z/(\nu/u_*)$, onde a velocidade de atrito é dada por $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$.

Região completamente turbulenta

Afastando-se da superfície, os termos viscosos se tornam desprezíveis ($\mu \partial_z^2 u \approx 0$) e os termos turbulentos passam a ser dominantes na Eq. (3.1). Considerando um escoamento sob gradiente de pressão nulo, temos

$$\partial_z(-\overline{\rho u' w'}) = 0. \quad (3.3)$$

Então, levando-se em conta a hipótese de comprimento de mistura, a solução para escoamentos com gradiente de pressão nulo pode ser obtida através de uma integração da Eq. (3.3), e é escrita como

$$u^+ = \kappa^{-1} \ln z^+ + A, \quad (3.4)$$

onde $\kappa = 0,4$ é a constante de von Kármán e $A = 5,0$. Estes valores foram determinados experimentalmente e, em particular, o valor de A foi fixado por uma hipótese empiricamente verificada que mostra que as subcamadas linear e logarítmica se interceptam em $z^+ = 11,64$.

Uma simples integração da Eq. (3.3) implica que $\text{ord}(u') = \text{ord}(w') = \text{ord}(u_*)$, onde claramente foi considerado que as flutuações de velocidade possuem a mesma ordem de grandeza.

A consequência imediata desta análise para as soluções linear e logarítmica é que, para escoamentos sobre superfícies lisas, as escalas relevantes de velocidade e de comprimento para o escoamento longe de um ponto de separação são u_* e ν/u_* .

3.2.2 Escoamento na vizinhança da região de separação

No ponto de separação, onde $u_* = 0$ e $\partial_x p \neq 0$, as soluções aproximadas dadas pelas Eqs. (3.2) e (3.4) naturalmente não são mais válidas. Por consequência, soluções mais apropriadas devem considerar a introdução do termo de pressão e da condição $\tau_w = 0$.

Região viscosa (Solução de Goldstein (1948))

Para a subcamada viscosa, Goldstein (1948) mostrou que a solução local pode ser escrita da forma

$$u^p = (1/2) (z^p)^2, \quad (3.5)$$

com $u^p = u/u_{p\nu}$, $z^p = z/(\nu/u_{p\nu})$ e $u_{p\nu} = ((\nu/\rho)\partial_x p)^{1/3}$. Portanto, utilizando argumentos dimensionais, a nova escala de velocidade baseada no gradiente de pressão local pode ser obtida diretamente da solução de Goldstein.

A solução de Goldstein pode ser alcançada através de duas integrações da equação

$$\mu \partial_z^2 u = \partial_x p, \quad (3.6)$$

que resulta da Eq. (3.1) avaliada na região viscosa ($\partial_z(\overline{\rho u' w'}) \approx 0$) e no ponto de separação ($\partial_x p \neq 0, \tau_w = 0$).

Região completamente turbulenta (Solução de Stratford (1959))

Stratford (1959) considerou a solução-limite para regiões um pouco afastadas da parede, a distâncias que se aproximam da região intermediária de Sychev e Sychev (1987). Novamente desprezando os termos viscosos na Eq. (3.1) e utilizando a hipótese de comprimento de mistura, a condição de não-deslizamento e o fato de que no ponto de separação $\tau_w = 0$, temos

$$u^p = (2 \kappa^{-1}) (z^p)^{1/2}, \quad (3.7)$$

com u^p e z^p definidos de acordo com a Eq. (3.5).

Para encontrar esta solução, Stratford utilizou a condição que em $z = 0, u = 0$. Sob uma análise estrita, duas razões mostram que esta condição não deveria ter sido utilizada: (i) a Eq. (3.7) foi deduzida para a região completamente turbulenta, e portanto não se espera que ela seja válida até a parede, (ii) a solução de Goldstein, dada pela Eq. (3.5), é a que deve valer até a superfície, uma vez que foi deduzida para a região viscosa. Stratford também incorporou em sua análise um fator empírico ($\beta = 0,66$) à Eq. (3.7) para corrigir os efeitos do aumento de pressão na constante de von Kármán κ .

Portanto, como resultado das Eqs. (3.5) e (3.7), temos que as escalas relevantes de velocidade e de comprimento para o escoamento junto a um ponto de separação são $u_{p\nu}$ e $\nu/u_{p\nu}$. Da análise apresentada acima podemos ainda concluir que, no ponto de separação, $\text{ord}(u') = \text{ord}(w') = \text{ord}(u_{p\nu})$.

3.2.3 Escala de velocidade relevante para o escoamento afastado e próximo à separação

A descrição básica da física do escoamento no ponto de separação foi dada por Goldstein (1948) e por Stratford (1959). A ação de um aumento de pressão arbitrário na subcamada

interna distorce o perfil de velocidades, implicando que o gradiente das tensões deve agora ser balanceado pelo gradiente de pressão. Este fenômeno é apresentado na Fig. 3.5, onde as regiões de validade das soluções de Goldstein e Stratford são ilustradas pictoricamente.

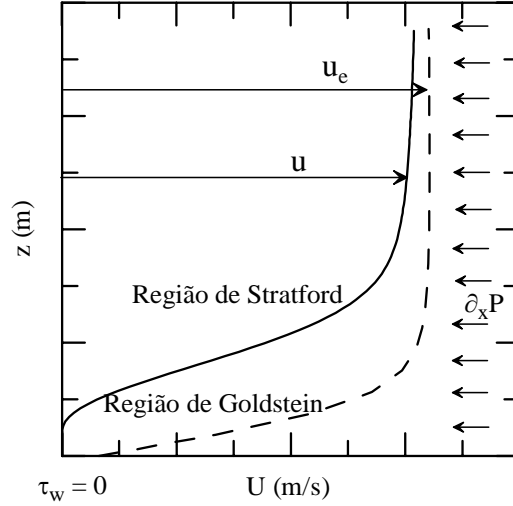


Figura 3.5: Perfil de velocidades no ponto de separação em comparação com um perfil de camada limite clássica, e ilustração pictórica das regiões de validade das soluções de Goldstein e Stratford.

Um resultado interessante é que ambas as escalas relevantes de velocidade – u_* e $u_{p\nu}$ – estão contidas em

$$-\overline{u'w'} - (\rho^{-1}\tau_w) - (\rho^{-1}\partial_x p)z = 0. \quad (3.8)$$

Com o objetivo de propor uma velocidade característica que fosse válida ao longo de todo o domínio, Cruz e Silva Freire (1998, 2002) sugeriram reduzir a Eq. (3.8) a uma equação algébrica considerando que $\text{ord}(u') = \text{ord}(w') = \text{ord}(u_R)$ e $\text{ord}(z) = \text{ord}(\nu/u_R)$. Logo, a velocidade de referência, u_R , deve ser determinada a partir da maior raiz real da Eq. (3.9):

$$u_R^3 - (\rho^{-1}\tau_w)u_R - (\rho^{-1}\nu)\partial_x p = 0, \quad (3.9)$$

ou seja,

$$u_R = \sqrt[3]{2}(\tau_w/\rho)\Delta_{u_R}^{-1} + (3\sqrt[3]{2})^{-1}\Delta_{u_R}, \quad (3.10)$$

com

$$\Delta_{u_R} = \left(3^3 ((\nu/\rho)(\partial_x p)_w) + \sqrt{-2^2 3^3 (\tau_w/\rho)^3 + 3^6 ((\nu/\rho)(\partial_x p)_w)^2} \right)^{1/3}. \quad (3.11)$$

Nos casos limites $\tau_w/\rho \gg (z/\rho)(\partial_x p)$ e $\tau_w/\rho \ll (z/\rho)(\partial_x p)$, a escala de velocidade tende para u_* e $u_{p\nu} = ((\nu/\rho)\partial_x p)^{1/3}$, respectivamente, onde $(\partial_x p)$ deve ser considerado na parede.

3.3 O método de Kaplun, limites de equações, equações principais

Consideremos agora o problema de um escoamento turbulento incompressível sob uma distribuição prescrita de pressão externa. A média temporal das equações de movimento – a equação da continuidade e a equação de Reynolds – na forma adimensional, à guisa da análise assintótica via método de Kaplun, pode ser escrita como

$$\partial_i u_i = 0, \quad (3.12)$$

$$u_j \partial_j u_i = -\partial_i p - \epsilon^2 \partial_j (\overline{u'_j u'_i}) + R^{-1} \partial_{jj} u_i, \quad (3.13)$$

onde a notação é clássica. Logo, em um escoamento bidimensional, $(x_1, x_2) = (x, z)$ denota o sistema de coordenadas cartesiano, $(u_1, u_2) = (u, w)$ as velocidades, p a pressão e $R (= u_e l/\nu)$ o número de Reynolds.

Todas as variáveis médias são normalizadas pela velocidade do escoamento potencial, u_e , e pelo comprimento característico $l = (\rho u_e^2 / (\partial_x p)_w)$, onde o subscrito w é referente à grandeza avaliada na parede. As flutuações de velocidade, por outro lado, são normalizadas pela velocidade característica u_R definida pela Eq. (3.9), de modo que o parâmetro pequeno $\epsilon = u_R/u_e$.

O propósito de métodos de perturbação é encontrar soluções aproximadas para as Eqs. (3.12) e (3.13) que sejam válidas quando um ou mais parâmetros ou variáveis do problema forem muito grandes ou muito pequenos. Assumindo que os parâmetros pequenos sejam

ϵ e R^{-1} , é possível ver claramente que nos limites quando $\epsilon \rightarrow 0$ ou $R \rightarrow \infty$ os termos que contém as derivadas de maior grau são perdidos. A redução da ordem da equação implica que algumas condições de contorno não serão mais satisfeitas, de modo que as aproximações falham em locais onde elas deveriam ter sido impostas a valer. A alternativa então é procurar aproximações locais em termos de variáveis locais de escala, que se complementem mutuamente e que possam ser combinadas em algum domínio comum de validade. Os fundamentos essenciais velados em aproximações “interna-externa” ou “assintoticamente combinadas” envolvem os conceitos de processos de limite, domínio de validade, sobreposição e combinação de soluções.

A procura por soluções em muitos casos envolve aproximações válidas para parâmetros de pequenos valores e variáveis de valores altos. Naturalmente, dificuldades podem ocorrer dependendo da ordem na qual os limites são tomados. Vários exemplos podem ser encontrados onde a ordem dos limites assume um valor não físico e onde a ordem apropriada é intratável devido a efeitos não-lineares (Meyer, (1967)). A idéia é então reformular os dois limites como o limite de uma família de processos de limite, na qual os parâmetros se aproximam uns dos outros segundo uma certa taxa. Em particular, sob certas condições, essa reformulação pode ser utilizada para aproximar dois limites por um único limite, o limite de Kaplun. Em métodos de perturbação singular, a noção de limites de Kaplun é um conceito central. Exemplos de aplicação dos limites de Kaplun à investigação da estrutura da camada limite turbulenta no bordo de ataque de uma placa plana finita podem ser encontrados em Silva Freire e Loureiro (2002) e Loureiro et al. (2003b).

Os conceitos de convergência uniforme e domínio de validade uniforme de funções podem ser facilmente definidos em um domínio D de classes de ordem (definição abaixo). Esses conceitos naturalmente fornecem as ferramentas necessárias à análise da estrutura das aproximações, determinando o domínio de sobreposição e de combinação destas aproximações. Em Kaplun (1967) e em Lagerstrom e Casten (1972) conceitos análogos são desenvolvidos não mais para funções, mas sim para equações. Estes conceitos serão sucintamente revistos a seguir.

O presente texto sobre métodos de perturbação é baseado nos resultados de Kaplun (1967), Lagerstrom e Casten (1972), Lagerstrom (1988) e Silva Freire e Hirata (1990).

Os pormenores acerca deste conteúdo sempre poderão ser encontrados nas referências originais.

Nas noções introduzidas abaixo, utilizamos a topologia para coletar as classes de ordem, como introduzido por Meyer (1967). Para uma função contínua e positiva de uma única variável ϵ definida no intervalo $(0, 1]$, consideremos que $\text{ord}(\eta)$ denota uma classe de equivalência, como descrito em Meyer (1967).

Definição 1. (Lagerstrom, 1988). Dizemos que $f(x, \epsilon)$ é uma aproximação para $g(x, \epsilon)$ uniformemente válida até a ordem $\delta(\epsilon)$ em um conjunto convexo D (f é uma δ -aproximação para g), se

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} (f(x, \epsilon) - g(x, \epsilon))/\delta(\epsilon) = 0, \quad \text{uniformemente para } x \text{ em } D. \quad (3.14)$$

A função $\delta(\epsilon)$ é muitas vezes chamada de função de medida.

A idéia essencial do processo de limite único η -limite é estudar o limite em que $\epsilon \rightarrow 0$ não para um x fixo perto de um ponto de singularidade x_s , mas sim para x tendendo a x_s segundo uma relação bem definida com ϵ , especificada por uma função $\eta(\epsilon)$. Tomando, sem perda de generalidade, $x_s = 0$, podemos definir

$$x_\eta = x/\eta(\epsilon), \quad (3.15a)$$

$$G(x_\eta; \epsilon) = F(x; \epsilon), \quad (3.15b)$$

onde $\eta(\epsilon)$ é uma função definida em Ξ (= espaço de todas as funções contínuas positivas em $(0, 1]$).

Definição 2. Limites de Kaplun, (Meyer, 1967). Se a função $G(x_\eta; +0) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} G(x_\eta; \epsilon)$, $\epsilon \rightarrow 0$, existe uniformemente em $\{x_\eta/|x_\eta| > 0\}$; então podemos definir $\lim_\eta F(x; \epsilon) = G(x_\eta; +0)$.

Logo, se $\eta \rightarrow 0$ a medida em que $\epsilon \rightarrow 0$, então, no processo limite, $x \rightarrow 0$ também com a mesma taxa de η , de modo que x_η tende a um valor limite não-nulo.

3.3.1 Estrutura assintótica da camada limite turbulenta

Para investigar a estrutura assintótica da camada limite turbulenta, consideremos as seguintes equações

$$\hat{z} = z_\eta = z/\eta(\epsilon), \quad (3.16a)$$

$$\hat{u}_i(x, z_\eta) = u_i(x, z), \quad (3.16b)$$

com $\eta(\epsilon)$ definida em Ξ .

Após a substituição das Eqs. (3.16 a-b) nas Eqs. (3.12) e (3.13) e dependendo da classe de ordem de η , nós então podemos encontrar os seguintes limites formais:

equação da continuidade:

$$\text{ord}(\hat{w}(x, z_\eta)) = \text{ord}(\eta \hat{u}(x, z_\eta)), \quad (3.17)$$

equação de conservação da quantidade de movimento em x :

$$\text{ord } \eta = \text{ord } 1 : \quad \hat{u} \partial_x \hat{u} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{u} + \partial_x \hat{p} = 0, \quad (3.18)$$

$$\text{ord } \epsilon^2 < \text{ord } \eta < \text{ord } 1 : \quad \hat{u} \partial_x \hat{u} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{u} + \partial_x \hat{p} = 0, \quad (3.19)$$

$$\text{ord } \epsilon^2 = \text{ord } \eta : \quad \hat{u} \partial_x \hat{u} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{u} + \partial_x \hat{p} = -\partial_{z_\eta} \overline{u'w'}, \quad (3.20)$$

$$\text{ord } (1/\epsilon^2 R) < \text{ord } \eta < \text{ord } \epsilon^2 : \quad \partial_{z_\eta} \overline{u'w'} = 0, \quad (3.21)$$

$$\text{ord } (1/\epsilon^2 R) = \text{ord } \eta : \quad -\partial_{z_\eta} \overline{u'w'} + \partial_{z_\eta}^2 \hat{u} = 0, \quad (3.22)$$

$$\text{ord } \eta < \text{ord } (1/\epsilon^2 R) : \quad \partial_{z_\eta}^2 \hat{u} = 0, \quad (3.23)$$

equação de conservação da quantidade de movimento em z :

$$\text{ord } \eta = \text{ord } 1 : \quad \hat{u} \partial_x \hat{w} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{w} + \partial_{z_\eta} \hat{p} = 0, \quad (3.24)$$

$$\text{ord } \eta < \text{ord } 1 : \quad \partial_{z_\eta} \hat{p} = 0. \quad (3.25)$$

O conjunto de Eqs. (3.17) a (3.25) é denominado por Kaplun como a “partição” das equações diferenciais. Esta divisão é uma propriedade formal das equações, obtidas segundo a passagem do processo η -limite. Logo, para cada ordem de η uma correspondência é criada, $\lim_{\eta} \rightarrow$ equação associada, em um subconjunto de Ξ no qual as equações associadas existem.

Definição 3. *O domínio local formal de uma equação associada E é o conjunto de ordens η tal que o processo η -limite aplicado à equação original forneça E .*

Devemos observar que a passagem do η -limite estabelece uma hierarquia sobre as equações associadas. Algumas equações são mais “completas” ou mais “ricas” que outras na medida em que a aplicação de um processo η -limite a estas equações “ricas” resulta em outra equação associada mais simples. Além disso, a equação “completa” nunca pode ser obtida a partir das outras equações associadas. Na análise anterior, as Eqs. (3.20) e (3.22) constituem essas tais equações “ricas”.

Os processos-limite que fornecem equações “ricas” são denominados por Kaplun como processos-limite principais. Uma interpretação mais estrita pode ser oferecida a essas noções através da introdução de um dos conceitos de Kaplun, o conceito de equivalência no limite para um dado conjunto de equações em um dado ponto (η, δ) do produto de espaços (Ξ, Ξ) .

Dado duas equações associadas quaisquer E_1 e E_2 , Kaplun define

$$\mathbb{R}(x_{\eta}; \epsilon) = E_1(x_{\eta}; \epsilon) - E_2(x_{\eta}; \epsilon), \quad (3.26)$$

onde ϵ denota um parâmetro pequeno.

Segundo Kaplun (1967), \mathbb{R} deve ser interpretado como um operador que fornece a “força aparente” que deve ser adicionada à Eq. E_2 para fornecer E_1 .

Definição 4. *(De equivalência no limite (Kaplun, 1967)). Duas equações E_1 e E_2 são ditas serem equivalentes no limite para um dado processo-limite, \lim_{η} , e para uma dada ordem, $\delta(\epsilon)$, se*

$$\mathbb{R}(x_{\eta}; \epsilon)/\delta(\epsilon) \rightarrow 0, \text{ as } \epsilon \rightarrow 0, x_{\eta} \text{ fixo.} \quad (3.27)$$

As seguintes definições são agora possíveis:

Definição 5. *(De domínio formal de validade).* O domínio formal de validade até a ordem δ de uma equação E com domínio formal de validade D é o conjunto $D_e = D \cup D'_i$, onde D'_i s são os domínios formais locais de todas as equações E'_i tal que E e E'_i são equivalentes em D'_i até a ordem δ .

Definição 6. *(De equação principal).* Uma equação E com domínio formal local D , é dita ser principal até a ordem δ se:

- (i) for possível encontrar uma outra equação E' , com domínio formal local D' , tal que E e E' são equivalente em D' até a ordem δ ;
- (ii) E não é equivalente até a ordem δ a nenhuma outra equação em D .

Uma equação que não é principal é chamada de equação intermediária.

A equação intermediária Eq. (3.23), em conjunto com a condição de contorno $\hat{u}(x, 0) = 0$, implica que a solução para o escoamento próximo à superfície é $\hat{u}(x, z_\eta) = z_\eta$. Essa solução tem que estar contida na solução principal fornecida pela Eq. (3.22). As equações para o escoamento externo, por outro lado, implicam que $\hat{u}(x, z_\eta) = u_e(x, z)$.

Logo, parecemos estar envoltos em um dilema, pois a solução interna não sofre restrições no limite $z_\eta \rightarrow \infty$ e, portanto, nenhuma combinação pode ser feita com a solução externa limitada. De fato, o processo de combinação que envolve as soluções interna e externa deve ser realizado em uma região dominada pela Eq. (3.20). Como podemos ver, a Eq. (3.20) fornece uma solução com um comportamento limite logarítmico que conecta a solução interna de ordem ϵ com a solução externa de ordem unitária através da relação $\epsilon = \text{ord}(\ln^{-1} R)$.

Esse problema foi investigado por muitos autores (e.g., Izakson (1937), Millikan (1939), Yajnik (1970), Tennekes (1973), Afzal (1976)) e é algumas vezes chamado de “generation gap” (Mellor (1972)). Uma conseqüência adicional importante é a dedução de uma relação algébrica que pode ser utilizada para a previsão do atrito local.

No procedimento formal que levou às Eqs. (3.18) e (3.23) não havia nenhuma indicação de que era preciso uma solução interna com ordem principal ϵ . Somente uma inspeção das

soluções locais e das condições de combinação podem revelar a sua existência. Os termos que são encontrados a partir da inspeção dos termos formalmente de ordem superior são referidos na literatura como “switchback terms” e são muito comuns em problemas de perturbação singular.

Como a primeira ordem da solução para a região interna do escoamento é $\text{ord}(\epsilon)$, segue-se que $(1/\epsilon^2 R)$ deve ser substituído por $(1/\epsilon R)$ nas Eqs. (3.21) a (3.23), de forma que a equação principal para a região interna é dada por

$$\text{ord}(1/\epsilon R) = \text{ord } \eta : \quad -\partial_{z_\eta} \overline{u'w'} + \partial_{z_\eta}^2 \hat{u} = 0. \quad (3.28)$$

Portanto, as equações principais do problema de camada limite turbulenta são as Eqs. (3.20), (3.28) e (3.24). O diagrama apresentado na Fig. 3.6 ilustra a estrutura morfológica resultante da análise acima. As escalas relevantes ϵ^2 e $1/\epsilon R$ coincidem com as escalas propostas por Sychev e Sychev (1987) para a descrição de suas duas camadas mais internas. Esses autores também consideram uma terceira camada. Entretanto, na interpretação de limites de Kaplun, isso não é necessário pois somente informações redundantes estariam sendo consideradas.

Um ponto importante a ser considerado aqui é a natureza da equação principal na direção z . Para resolvermos as equações de camada limite precisamos considerar a Eq. (3.24), ao invés da formulação de Prandtl $\partial_z p = 0$. Feito isto, a aproximação de camada limite se torna uma teoria auto-contida no sentido em que qualquer tipo de procedimento de interação viscosa-não viscosa se torna desnecessário.

Para relacionar as propriedades formais das equações descritas acima com o problema real de determinar o domínio de validade uniforme das soluções, Kaplun (1967) introduziu duas assertivas, o axioma de existência e o “ansatz” sobre domínios de validade. Essas assertivas constituem hipóteses primitivas e não-verificáveis da teoria de perturbação.

Axioma. *(De existência (Kaplun, 1967)). Se as equações E e E' são equivalentes no limite até a ordem δ para uma certa região, então, dada a solução S de E que pertence à região de equivalência de E e E' , existe uma solução S' de E' tal que $\epsilon \rightarrow 0, |S - S'|/\delta \rightarrow 0$, na região de equivalência de E e E' .*

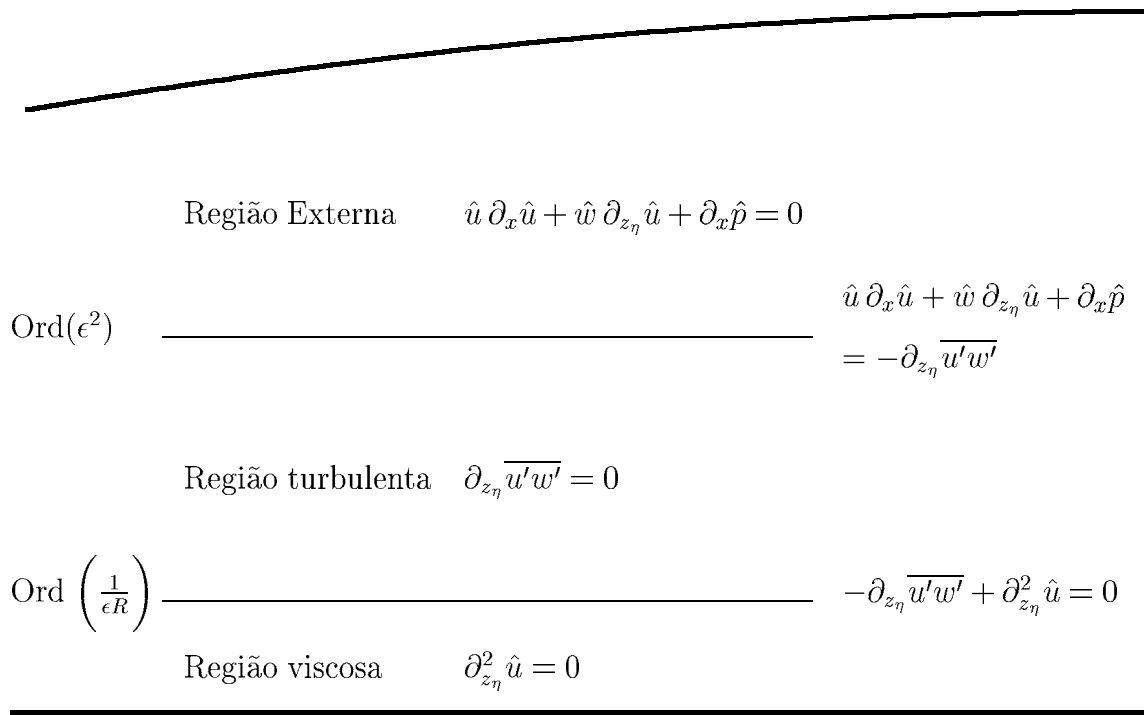


Figura 3.6: Estrutura morfológica da camada limite turbulenta afastada de um ponto de singularidade.

Em termos mais simples, o axioma estabelece que existe uma solução S' de E' tal que a “distância” entre S e S' é da mesma ordem de magnitude daquela entre E e E' . Em métodos de perturbação, uma abordagem comum é considerar a existência de certos limites da solução exata ou expansões de certa forma. Isso é normalmente uma condição suficiente para se encontrar as equações associadas e considerar o axioma satisfeito (Kaplun (1967)).

Para o axioma de existência existe um ansatz correspondente, que garante a existência de uma solução S de E que pertence à região de equivalência de E e E' . Mais explicitamente, podemos escrever:

Ansatz. *(Sobre domínios de validade (Kaplun, 1967)). Uma equação com um dado domínio formal de validade D possui uma solução cujo domínio de validade real corresponde a D .*

A palavra “corresponde a” descrita no ansatz foi na verdade assumida por Kaplun como “igual a”; isso de fato estabelece a conexão que precisávamos entre as propriedades

“formais” da equação e as reais propriedades da solução.

De acordo com Kaplun, o ansatz sempre pode ser submetido a um teste canônico, que consiste em exibir a solução S' de E' , a qual pertence à região de equivalência de E e E' e é determinada pelas condições de contorno que correspondem a S . Devido à natureza heurística do axioma e do ansatz de Kaplun, a comparação com dados experimentais será sempre uma etapa importante para fins de validação teórica. A teoria, entretanto, como implementada através dos passos acima, é sempre valiosa e auxilia na nossa compreensão do processo de combinação das soluções e na construção de expansões assintóticas apropriadas. O domínio de sobreposição das Eqs. (3.20) e (3.28) pode agora ser determinado através de $\mathbb{R}(x_\eta; \epsilon)$ tomando $\delta(\epsilon) = \epsilon^\alpha$. Então, substituindo E_1 por (3.20) e E_2 por (3.28) em (3.27) e tomando o limite em que ϵ tende a zero, podemos encontrar

$$D_{overlap} = \{\text{ord}(\epsilon^{1+\alpha} R)^{-1} < \text{ord}\eta < \text{ord}(\epsilon^{2+\alpha})\}. \quad (3.29)$$

As duas equações principais fornecem então soluções aproximadas que são precisas até a ordem $(\epsilon^{\alpha_{max}})$, onde

$$\alpha_{max} = -(1/2) ((\ln R / \ln \epsilon) + 3). \quad (3.30)$$

3.3.2 Estrutura assintótica junto a um ponto de separação

A medida em que o escoamento se aproxima do ponto de separação, entretanto, já foi visto que a estrutura descrita pelas Eqs. (3.17) a (3.25) deixam de ser válidas. Para entender o novo comportamento do escoamento, devemos considerar os limites de Kaplun na direção x .

As novas definições são dadas por

$$\hat{x} = x_\Delta = x / \Delta(\epsilon), \quad (3.31a)$$

$$\hat{u}_i(x_\Delta, z_\eta) = u_i(x, z), \quad (3.31b)$$

com $\Delta(\epsilon)$ e $\eta(\epsilon)$ definidos em Ξ .

O objetivo é se aproximar do ponto de separação tomando simultaneamente η - e Δ -limites em uma taxa fixa $\zeta = \Delta/\eta = \text{ord}(1)$. Note que em regiões onde $\text{ord}(\Delta) = \text{ord}(\eta) = \text{ord}(\epsilon)$, $\text{ord}(u_*) = \text{ord}(u_{p\nu})$; sob esta condição, $\text{ord}(\epsilon^2) = \text{ord}(1/\epsilon R)$.

A estrutura de escoamento resultante é dada por

equação da continuidade:

$$\text{ord}(\hat{w}(x_\Delta, z_\eta)) = \text{ord}(\hat{u}(x_\Delta, z_\eta)), \quad (3.32)$$

equação de conservação da quantidade de movimento na direção x :

$$\text{ord } \Delta = \text{ord } 1 : \quad \hat{u} \partial_{x_\Delta} \hat{u} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{u} + \partial_{x_\Delta} \hat{p} = 0, \quad (3.33)$$

$$\text{ord } \epsilon^2 < \text{ord } \Delta < \text{ord } 1 : \quad \hat{u} \partial_{x_\Delta} \hat{u} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{u} + \partial_{x_\Delta} \hat{p} = 0, \quad (3.34)$$

$$\begin{aligned} \text{ord } \epsilon^2 = \text{ord } \Delta : \quad \hat{u} \partial_{x_\Delta} \hat{u} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{u} + \partial_{x_\Delta} \hat{p} = & -\partial_{x_\Delta} \overline{u'^2} - \partial_{z_\eta} \overline{u'w'} \\ & + \partial_{x_\Delta}^2 \hat{u} + \partial_{z_\eta}^2 \hat{u}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\text{ord } \Delta < \text{ord } \epsilon^2 : \quad \partial_{x_\Delta}^2 \hat{u} + \partial_{z_\eta}^2 \hat{u} = 0. \quad (3.36)$$

equação de conservação da quantidade de movimento na direção z :

$$\text{ord } \Delta = \text{ord } 1 : \quad \hat{u} \partial_{x_\Delta} \hat{w} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{w} + \partial_{z_\eta} \hat{p} = 0, \quad (3.37)$$

$$\text{ord } \epsilon^2 < \text{ord } \Delta < \text{ord } 1 : \quad \hat{u} \partial_{x_\Delta} \hat{w} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{w} + \partial_{z_\eta} \hat{p} = 0, \quad (3.38)$$

$$\begin{aligned} \text{ord } \epsilon^2 = \text{ord } \Delta : \quad \hat{u} \partial_{x_\Delta} \hat{w} + \hat{w} \partial_{z_\eta} \hat{w} + \partial_{z_\eta} \hat{p} = & -\partial_{x_\Delta} \overline{u'w'} - \partial_{z_\eta} \overline{w'^2} \\ & + \partial_{x_\Delta}^2 \hat{w} + \partial_{z_\eta}^2 \hat{w}, \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$\text{ord } \Delta < \text{ord } \epsilon^2 : \quad \partial_{x_\Delta}^2 \hat{w} + \partial_{z_\eta}^2 \hat{w} = 0. \quad (3.40)$$

As equações principais são as Eqs. (3.35) e (3.39). Elas mostram que perto de um ponto de separação as duas equações principais da camada limite turbulenta, Eqs. (3.20) e (3.28), se mesclam dando origem a uma nova estrutura dominada basicamente por duas regiões: uma região de esteira de $\text{ord}(\eta) > \epsilon^2$ e uma região viscosa de $\text{ord}(\eta) < \epsilon^2$. Essas regiões são governadas, naturalmente, por equações intermediárias. Portanto, a combinação entre elas não pode ser realizada diretamente. É importante notar o desaparecimento da região dominada somente pelos efeitos turbulentos. As equações principais

resgatam as equações médias de Navier-Stokes na sua forma completa. A estrutura morfológica resultante da análise via limites de Kaplun é ilustrada na Fig. 3.7.

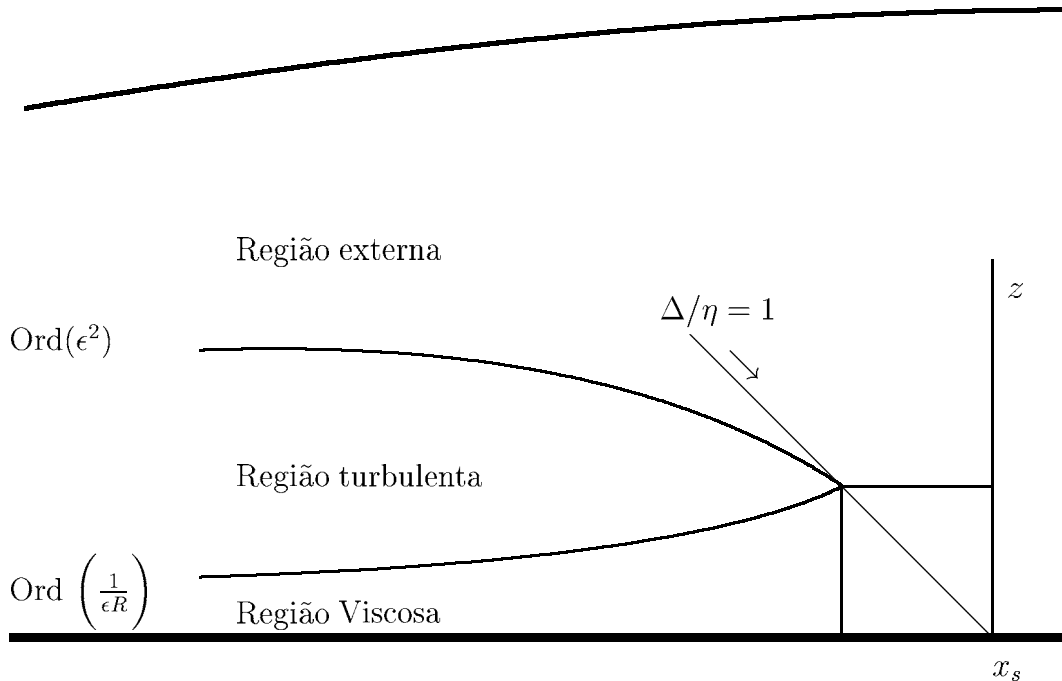


Figura 3.7: Estrutura morfológica da camada limite turbulenta perto de um ponto de singularidade.

O sistema de Eqs. (3.33) a (3.40) indica que o efeito do gradiente de pressão se torna dominante somente para ordens maiores que $\text{ord}(\Delta) = \text{ord}(\epsilon^2)$. Logo, em aproximadamente $\text{ord}(x/l) = \text{ord}(\Delta) = \text{ord}(\epsilon)$ nós devemos ter $\text{ord}(u_*) = \text{ord}(u_{p\nu})$, tal que esses termos fornecem correções de primeira ordem ao perfil de velocidade média.

3.4 Solução para o escoamento adjacente à superfície

Para encontrarmos a solução relevante para o escoamento próximo à superfície, consideremos a equação aproximada na região definida por $\text{ord}(\epsilon^2)$ no limite $\text{ord}(\eta) < \text{ord}(\Delta)$. Essa equação expressa o balanço local entre os termos de tensão turbulenta e de gradiente de pressão, e é dada por

$$(\varkappa z)\partial_z u = \sqrt{(\rho^{-1}\tau_w) + (\rho^{-1}\partial_x p)z}. \quad (3.41)$$

onde a hipótese de comprimento de mistura foi levada em consideração.

A integração da Eq. (3.41) depende dos valores relativos de τ_w e $(\partial_x p)z$. Três casos distintos podem ser identificados:

Caso 1: $(\tau_w/\rho) \geq 0$

$$u^+ = 2\varkappa^{-1}\sqrt{\Delta_w} + \varkappa^{-1}u_*^+ \ln \left((\sqrt{\Delta_w} - u_*^+)/(\sqrt{\Delta_w} + u_*^+) \right) + C_1, \quad (3.42)$$

com $u^+ = u/u_R$, $\Delta_w = \sigma u_*^{+2} + u_{p\nu}^+ z^+$, $\sigma = \tau_w/|\tau_w|$, $u_*^+ = u_*/u_R$, $u_* = \sqrt{|\tau_w|/\rho}$, $u_{p\nu}^+ = u_{p\nu}/u_R$, $z^+ = (zu_R)/\nu$.

Caso 2: $(\tau_w/\rho) \leq 0$ e $(\rho^{-1}\partial_x p)z \leq |(\tau_w/\rho)|$

$$u^+ = -2\varkappa^{-1}\sqrt{-\Delta_w} - \varkappa^{-1}u_*^+ \ln \left((\sqrt{-\Delta_w} - u_*^+)/(\sqrt{-\Delta_w} + u_*^+) \right) + C_2, \quad (3.43)$$

Caso 3: $(\tau_w/\rho) \leq 0$ e $(\rho^{-1}\partial_x p)z \geq |(\tau_w/\rho)|$

$$u^+ = 2\varkappa^{-1}\sqrt{\Delta_w} - 2\varkappa^{-1}u_*^+ \arctan \left(\sqrt{(\Delta_w)/(u_*^+)^2} \right) + C_3. \quad (3.44)$$

As equações acima podem ser utilizadas indistintamente em todas as regiões do escoamento, incluindo regiões de escoamento reverso, desde que seus domínios de validade sejam respeitados. Nos casos limite $z(\partial_x p) \ll \tau_w$, $\tau_w = 0$ e $z(\partial_x p) \gg \tau_w$ as escalas de referência de comprimento e velocidade se reduzem aos valores apropriados discutidos nas seções anteriores.

3.5 Discussões

Este capítulo contemplou a separação da camada limite turbulenta sob o aspecto teórico. Inicialmente, as soluções de Goldstein e de Stratford foram revisitadas e analisadas de modo crítico. Exatamente no ponto de separação, o escoamento adjacente à superfície apresenta um comportamento quadrático, em resposta à ação das forças viscosas e de

pressão. Na região imediatamente acima, o escoamento segue uma lei de potência na forma $z^{1/2}$ decorrente do balanço entre os termos turbulentos e de pressão. Deste modo, foi observado que as escalas relevantes de velocidade e de comprimento para o escoamento afastado e junto a um ponto de separação são $(u_*, \nu/u_*)$ e $(u_{p\nu}, \nu/u_{p\nu})$, respectivamente. Argumentos dimensionais e de ordem de grandeza foram utilizados para apresentar uma equação algébrica derivada de primeiros princípios para uma nova escala de velocidades. Essa equação fornece uma escala de velocidade que é não-nula ao longo de todo o domínio, e recebe contribuições dos termos de gradiente de pressão e de tensões turbulentas.

O propósito da segunda seção consistiu em mostrar como uma aplicação sistemática dos limites de Kaplun às equações de Reynolds naturalmente revela a estrutura assintótica da camada limite turbulenta sujeita à separação. Foi mostrado como processos de limite adequados podem ser utilizados para particionar o domínio de escoamento em regiões principais e intermediárias, fornecendo uma estrutura que é válida simultaneamente na região afastada e próxima a um ponto de separação. Em particular, a teoria explica como soluções do tipo raiz quadrada e logarítmicas podem ser reunidas em um mesmo arcabouço teórico.

Os conceitos básicos necessários à compressão da teoria de Kaplun foram apresentados ao longo da seção, a medida em que eram solicitados pelos passos da dedução da estrutura morfológica da camada limite. A noção de limite principal é central na teoria da variável intermediária, pois pode-se mostrar que as equações principais são uniformes nos intervalos de combinação. Em adição, as equações associadas obtidas através da passagem do processos de limite devem ser encontradas por limites correspondentes aplicados à solução exata. Esse conceito principal foi proposto por Kaplun (1967) com o objetivo de relacionar o domínio de validade de soluções com o domínio formal de validade das equações.

De fato, a base dos argumentos de Kaplun reside em um princípio que não pode ser provado. Contudo, em sua teoria, algumas propriedades formais das equações diferenciais podem ser precisamente definidas para tornar plausível a discussão de conceitos tão sofisticados quanto processos de limite, equações principais, equações intermediárias, domínio de validade de equações, regiões de combinação e sobreposição. A consequência principal

desta certa falta de rigor matemático, no sentido mais estrito, é que seus resultados devem normalmente ser submetidos a uma verificação a posteriori. No presente texto, a tão esperada comparação com dados de referência será apresentada nos próximos capítulos, onde veremos a caracterização do escoamento sobre colinas.

A estrutura resultante da análise via limites de Kaplun para a camada limite turbulenta clássica apresenta um formato de duas equações principais, e três equações associadas. As ordens das duas equações principais coincide exatamente com as transformações de esticamento empregadas por Sychev e Sychev (1987) para as suas duas camadas mais próximas da superfície. Ainda que tenhamos encontrado duas equações principais, os parâmetros de escala encontrados são muito distintos daqueles utilizados nas teorias clássicas de Yajnik (1970), Mellor (1972) e Bush e Fendell (1972). Deste modo, podemos dizer que a nossa abordagem do problema gerou uma estrutura semelhante à de três pisos, onde o domínio das duas equações principais é análogo à região de combinação das três expansões da teoria assintótica.

A última seção deste capítulo mostrou como uma análise racional das equações do movimento no ponto de separação permite encontrar uma equação de comportamento logarítmico e raiz-quadrático que fornece a solução para o escoamento adjacente à superfície ao longo de todo o domínio de interesse.

Capítulo 4

Escoamento sobre colinas abruptas e lisas

In describing the line of separation we have already mentioned that the actual position of this line on the surface of the body is determined by the properties of the flow in the boundary layer. We shall see below that, from a mathematical point of view, the line of separation is a line whose points are singular points of the solution of (Prandtl's) equations of motion in the boundary layer. The problem is to determine the properties of these solutions near such a line of singularity.

L.D. Landau and E.M. Lifshitz (1959)

O presente capítulo constitui um estudo detalhado e abrangente do escoamento sobre colinas de inclinação abrupta e superfície lisa. Sob o aspecto de metodologia, este capítulo contempla os seguintes assuntos: (i) a caracterização experimental do problema, (ii) a análise das previsões teóricas fornecidas pela estrutura morfológica da camada limite e por leis de parede especializadas e, finalmente, (iii) a avaliação da capacidade dos modelos turbulentos em simular este tipo de escoamento complexo.

Deste modo, a primeira seção é dedicada à explorar os dados obtidos na investigação experimental conduzida por Loureiro (2005). Nesta referida publicação foram apresentados os perfis de velocidade média e de flutuações turbulentas, que são as grandezas diretamente mensuráveis nas campanhas experimentais. Em adição, serão apresentadas agora informações adicionais sobre o campo turbulento e sobre o comportamento do fator de atrito ao longo da colina. Os cálculos dos termos de produção turbulenta das tensões

longitudinais e cisalhantes, bem como as estimativas das distribuições de viscosidade turbulenta e de comprimento de mistura ao longo do campo de escoamento serão mostrados e discutidos. Essas grandezas são valiosas para a análise do comportamento do escoamento turbulento em regiões de não-equilíbrio, bem como para a avaliação das hipóteses de validade de modelos turbulentos clássicos. Além disso, uma metodologia para o cálculo da tensão na parede para superfícies lisas é apresentada e os resultados obtidos a partir da sua aplicação ao problema de colina lisa e abrupta são mostrados e discutidos. Uma compilação destes resultados experimentais de escoamento turbulento sobre colina abrupta e lisa foi apresentada em Loureiro et al. (2007b). Esta seção compreende uma parte importante do trabalho, pois somente através da caracterização experimental poderemos avançar no esclarecimento das questões levantadas.

A segunda seção deste capítulo complementa parcialmente o Capítulo 3. As previsões teóricas fornecidas pela análise de Kaplun e pela estrutura morfológica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação são apresentadas em comparação com os dados experimentais mencionados acima. São utilizados ainda dados de outros autores provenientes de simulação numérica direta (DNS) com o mesmo propósito de validar a análise assintótica do problema. Em particular, são investigados os comportamentos das escalas características de velocidade e das espessuras relevantes da camada limite turbulenta ao longo de todo o domínio de interesse.

A seção subsequente é consagrada à avaliação das leis de parede especializadas para contabilizar os efeitos do gradiente de pressão adverso. Após a apresentação das formulações de interesse, as suas previsões teóricas são comparadas com os dados de referência, experimentais e numéricos. As comparações realizadas aqui completam totalmente os pontos levantados no Capítulo 3, pois avaliam a capacidade da solução proposta para a região interna em prever corretamente o comportamento do escoamento ao longo de todo o domínio investigado. O objetivo desta seção é avaliar com rigor as formulações apresentadas, em particular a lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998, 2002), pois elas serão fundamentais para a redução dos dados sobre superfície rugosa, como será visto mais adiante no presente texto.

A seção posterior compreende uma análise numérica do problema. Os modelos

numéricos mais representativos do estado da arte em modelagem turbulenta foram selecionados e empregados para simular o escoamento sobre uma colina lisa e abrupta. Estes resultados numéricos são comparados com os dados experimentais introduzidos na primeira seção. O desempenho de seis diferentes modelos de fechamento disponíveis em códigos comerciais foi avaliado. Em especial, foi testada a capacidade destes modelos em prever corretamente a região de recirculação e as características do campo turbulento ao longo da colina.

Uma discussão crítica sobre os assuntos introduzidos é apresentada como encerramento do Capítulo, onde são destacados e comentados os seus pontos principais.

4.1 Caracterização experimental da camada limite turbulenta sobre uma colina abrupta e lisa

Um problema particularmente difícil de ser capturado por modelos de turbulência é a predição correta de altos gradientes de velocidade no escoamento adjacente à superfície. O cume de elevações topográficas e regiões de escoamento reverso são tarefas reconhecidamente desafiadoras aos modelos numéricos, como comprovam inúmeros relatos da literatura (e.g. Ying e Canuto (1997), Iizuka e Kondo (2004)). Infelizmente, conjuntos de dados experimentais que consigam representar adequadamente a região de separação à jusante de colinas são escassos na literatura, como mostrado no Capítulo 2. Os artigos de Ishihara et al. (2001) e Ross et al. (2004), por exemplo, são trabalhos experimentais extensos realizados sobre colinas abruptas, mas nenhum deles fornece uma caracterização refinada da região interna da camada limite.

O foco principal desta seção é, pois, apresentar uma única e detalhada campanha experimental que possa redimir a falta de dados em escoamentos separados sobre colinas abruptas lisas. Por este motivo, as medidas foram minuciosamente refinadas na região adjacente à superfície e em particular no interior da região de recirculação. Os experimentos foram realizados em um canal de água sobre uma colina bidimensional, íngreme o suficiente para gerar uma extensa região de separação. As propriedades do escoamento foram caracterizadas através de anemometria a laser-Doppler ao longo de treze estações, sete das

quais no interior da região de recirculação. Informações adicionais sobre esta campanha experimental podem ser encontradas em Loureiro et al. (2005b). Os resultados incluem perfis completos das componentes de velocidade média longitudinal e transversal, u e w , os componentes do tensor de Reynolds $\overline{u'u'}$, $\overline{w'w'}$ e $-\overline{u'w'}$, as distribuições de comprimento de mistura L e de viscosidade turbulenta ν_t , as distribuições dos termos de produção de turbulência e de tensão na parede ao longo da colina.

É importante lembrar que a tensão na parede é um parâmetro de difícil avaliação experimental. Uma revisão sobre as técnicas de medição desta grandeza foi realizada por Winter (1977). Nos trabalhos experimentais pioneiros, a caracterização do escoamento reverso médio ou instantâneo e a avaliação do atrito na parede em regiões de separação insipiente era uma tarefa praticamente inexecutável em decorrência da falta de instrumentação adequada. Com o desenvolvimento das técnicas de anemometria térmica pulsátil e anemometria a laser-Doppler, foi possível obter alguns resultados experimentais quantitativos com maior rigor (e.g. Simpson et al. (1981), Thompson e Whitelaw (1985), Dengel e Fernholz (1990)). Uma discussão sobre determinação da tensão na parede por meio de ajustes polinomiais aos perfis de velocidade foi introduzido por Durst et al. (1996). Os autores utilizaram dados de anemometria a laser-Doppler e de simulação numérica direta, mas a análise era restrita a escoamentos colados à superfície. Naqwi e Reynolds (1987) mostraram que métodos ópticos baseados em anemometria a laser-Doppler com distância entre as franjas variada linearmente é capaz de medir diretamente a tensão de cisalhamento, desde que não haja escorregamento nas adjacências da superfície.

No presente trabalho, a distribuição de tensão na parede foi obtida a partir de perfis de velocidade média, através de ajustes de curvas à subcamada viscosa e na região logarítmica. Em adição, onde as condições permitiam, a tensão na parede também foi calculada por extrapolação até a parede do perfil médio de tensão cisalhante. Este estudo é muito estrito acerca da determinação da tensão cisalhante porque, para escoamentos separados sobre colinas, o número de trabalhos disponíveis na literatura é consideravelmente pequeno. Os resultados da literatura baseados em métodos gráficos são normalmente apresentados sem suas respectivas estatísticas. Aqui, as estimativas discutidas são apresentadas em gráficos com perfis em coordenadas lineares e logarítmicas e todas as

estatísticas do processo de ajuste de curvas também são apresentadas.

4.1.1 Aparato experimental

Descrição do canal de água e instrumentação

Os experimentos foram realizados em um dos canais de água do Laboratório de Hidráulica, da Universidade do Porto, Portugal. Este aparato possui 17 m de comprimento, com seção transversal de 40 cm de largura e 60 cm de altura. O sistema de recirculação de água é composto de dois tanques, quatro bombas com capacidade máxima de 150 l/s e um tanque superior de estabilização. A seção de testes foi equipada com paredes de vidro e possui 3 m de comprimento. O modelo de colina foi situado a 8 m da entrada do canal. Uma ilustração da seção de testes é apresentada na Fig. 4.1.

Tipicamente, durante o experimento, duas bombas eram suficientes para manter o sistema operando em regime permanente, com uma variação máxima de vazão de aproximadamente $\pm 0,8\%$. Na entrada do canal, a estabilização e uniformização do escoamento foi alcançada por meio de uma série de telas e filtros de modo a suprimir um nível de intensidade turbulenta excessiva. Para garantir um controle preciso do escoamento, um medidor de vazão magnético foi instalado na linha de alimentação do canal. O nível d'água ao longo da seção de testes era controlado por uma comporta vertical na saída do canal.

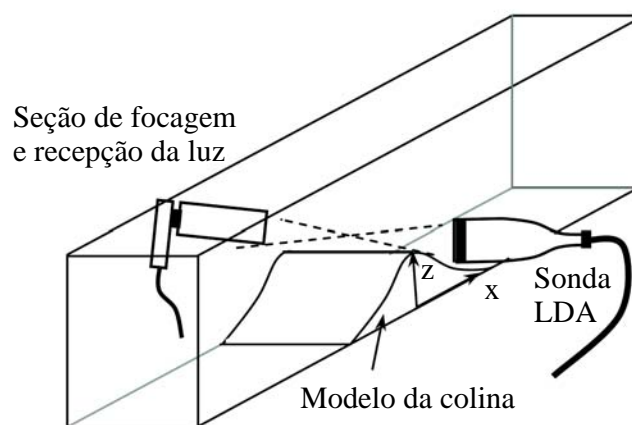


Figura 4.1: Ilustração da seção de testes, modelo da colina e sistema de anemometria a laser-Doppler.

Um anemômetro laser-Doppler Dantec unidimensional, operando com módulo receptor do sinal (“forward-scatter mode”), foi utilizado para a medição dos campos de flutuação e de velocidade média longitudinal e transversal. Um laser de argônio de 2 W foi utilizado como fonte de luz coerente. Uma célula de Bragg foi utilizada para introduzir um desvio total de frequência da ordem de 0,6 MHz permitindo assim a resolução do sentido do escoamento. Para a sonda emissora foram utilizadas lentes com distância focal de 310mm, o que permitiu o posicionamento exato do volume de controle na linha de centro do canal. Antes de ser coletado pelo fotomultiplicador, o raio de luz era forçado passar por um filtro de 514,5 nm, de modo que somente a luz verde era adquirida e diminuindo assim a influência de ruído de fundo. O sinal fornecido pelo fotomultiplicador passava então por um filtro passa-banda e era processado por um contador TSI 1990C, operando em medição única por sinal. Os parâmetros mais rígidos de validação foram ajustados no processador para evitar possíveis erros e tendências nas medidas realizadas. Para cada ponto escoamento avaliado, foram tomadas amostras com 10.000 pontos de medidas instantâneas. Foi observado que este tamanho de amostra era suficiente para garantir medidas estatisticamente independentes ao longo de todo o campo de escoamentos avaliado. A Tabela 4.1 lista as principais características do sistema laser-Doppler utilizado. Uma descrição detalhada sobre os conceitos fundamentais e o método de funcionamento da técnica de anemometria a laser-Doppler pode ser encontrada em Loureiro e Pinho (2006b).

Tabela 4.1: Principais características do sistema de anemometria a laser-Doppler utilizado.

Comprimento de onda	514,5 nm
Metade do ângulo entre raios	3,415°
Espaçamento entre as franjas	4,3183 μm
Desvio de frequência total	0,60 MHz
Dimensões do volume de controle	
Eixo maior	1,53 mm
Eixo menor	162,0 μm

O procedimento acima foi utilizado para a medição das componentes longitudinais e verticais do escoamento. Para a obtenção das tensões cisalhantes de Reynolds, medições

foram realizadas com a sonda nas posições $\pm 45^\circ$ rotacionada em torno de seu próprio eixo, como descrito em Logan (1972). A incerteza associada à medida das componentes de velocidade média longitudinal e vertical, para a região de escoamento não-perturbado, é da ordem de 0,2% da velocidade do escoamento na borda da camada limite, u_δ . Para as grandezas turbulentas, $\sqrt{u'^2}$, $\sqrt{w'^2}$ e $-\overline{u'w'}$, as incertezas estimadas para a região de escoamento não-perturbado é de 2,3%, 1,8%, 4,2% da velocidade do escoamento externo (para $-\overline{u'w'}$ a incerteza é expressa em função do quadrado da velocidade de atrito), respectivamente, aumentando para 3,8%, 3,5% e 6,9% em regiões de alta turbulência. O sistema de posicionamento da sonda era tridimensional, com precisão de $\pm 10 \mu\text{m}$.

Características da colina

O modelo de colina utilizado é bidimensional e de superfície lisa. Seguindo a tradição da literatura (e.g. Britter et al. (1981) e Arya et al. (1987)), a forma do perfil da colina segue uma curva de Agnesi modificada, a chamada “Witch of Agnesi”, dada por

$$z_H(x) = H_1[1 + (x/L_H)^2]^{-1} - H_2. \quad (4.1)$$

Logo, $H (=H_1-H_2)$ (= 60 mm) é a altura da colina e L_H (= 150 mm) é um comprimento característico que representa a distância do topo até metade da base do modelo. O sistema de coordenadas bem como as estações medidas são apresentadas na Fig. 4.2.

A geometria do modelo foi escolhida de forma a simular uma colina abrupta com extensa região de recirculação. O modelo foi construído a partir de uma única de acrílico. Os parâmetros característicos do modelo são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Características da colina

Altura característica	H_1	75 mm
Altura característica	H_2	15 mm
Altura da colina	H	60 mm
Comprimento da colina	L	600 mm
Comprimento característico	L_H	150 mm
Razão de aspecto	$L/2(H)^{-1}$	5
Inclinação máxima	θ_{max}	18,6°

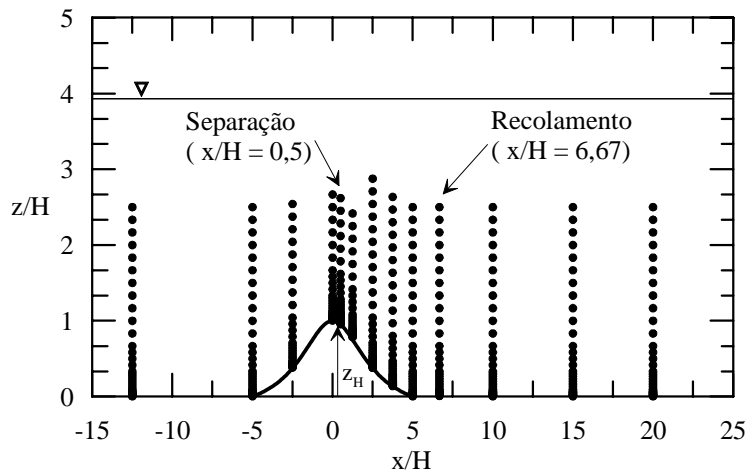


Figura 4.2: Ilustração do sistema de coordenadas e posição das estações medidas.

4.1.2 Resultados: velocidade média e tensões de Reynolds

As medições foram realizadas na linha de centro do canal, em treze estações ilustradas na Fig. 4.2. Favor observar a posição do sistema de coordenadas Cartesiano utilizado no presente trabalho.

Camada limite turbulenta na ausência da colina

Algumas medições de grandezas médias e turbulentas foram realizadas ao longo da seção de testes na ausência da colina. Os resultados mostram que a camada limite está em regime completamente desenvolvido quando atinge a seção de medição.

A Fig. 4.3 compara o perfil de velocidade média longitudinal medido na ausência da colina (na estação $x/H = 0$) com o perfil de velocidades medido à montante da colina na estação $x/H = -12,5$. Os parâmetros de normalização utilizados foram, respectivamente, a espessura da camada limite, δ , e a velocidade do escoamento livre, u_δ . O perfil de velocidade média vertical para ambos os casos assumiu um valor aproximadamente constante em torno de $0,008 u_\delta$. A Fig. 4.3b ilustra o comportamento das tensões longitudinais de Reynolds nas mesmas estações. A pequena diferença entre os valores de pico das tensões longitudinais de Reynolds pode ser atribuída a uma variação local da rugosidade da superfície, como por exemplo o acúmulo de poeira sobre a superfície lisa.

Esses resultados mostram que o perfil na estação $x/H = -12,5$ não sofre influência da

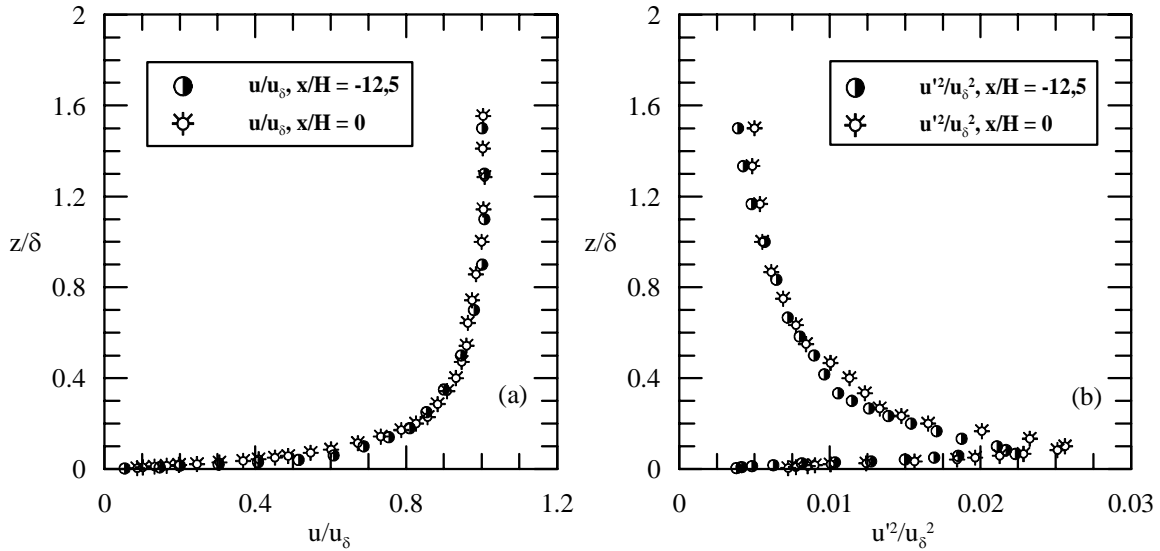


Figura 4.3: Perfis medidos em $x/H = -12,5$ em comparação com aqueles avaliados na ausência da colina ($x/H = 0,0$). (a) Perfis de velocidade média longitudinal. (b) Perfis de tensões longitudinais de Reynolds.

presença da colina e portanto nenhum efeito significativo de bloqueio do escoamento se fez presente. Assim sendo, o perfil medido na estação $x/H = -12,5$ pode ser considerado como uma boa aproximação para a condição de escoamento não perturbado pelos efeitos introduzidos pela presença da colina.

Tabela 4.3: Propriedades do escoamento não perturbado ($x/H = -12,5$)

Espessura da camada limite	δ	100 mm
Velocidade do escoamento externo	u_δ	0,0482 m/s
Número de Reynolds	R_δ	4.772
Velocidade de atrito	u_*	0,0028 m/s
Rugosidade efetiva	z_0	0,08 mm
Flutuações de velocidade longitudinal em ($z/\delta=0,05$)	$\sqrt{u'^2}/u_*$	2,50
Flutuações de velocidade transversal em ($z/\delta=0,08$)	$\sqrt{w'^2}/u_*$	0,83

As propriedades locais na camada limite não perturbada são apresentadas na Tabela 4.3. Para contextualizar os resultados da presente campanha experimental, esses valores podem ser comparados com outros valores típicos de grandezas turbulentas na região

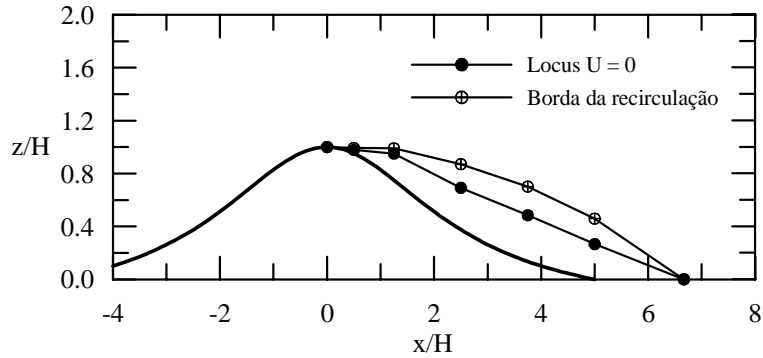


Figura 4.4: Localização dos pontos de velocidade média longitudinal zero e aproximação da região de escoamento confinado no interior da região de recirculação.

adjacente à superfície : $\sqrt{u'^2}/u_* = 2,3$ e $\sqrt{w'^2}/u_* = 1,1$ (Grant (1992)), $\sqrt{u'^2}/u_* = 2,12$ (Britter et al. (1981)), $\sqrt{u'^2}/u_* = 2,5$ e $\sqrt{w'^2}/u_* = 1,2$ (Khurshudyan et al. (1981)), $\sqrt{u'^2}/u_* = 2,2$ e $\sqrt{w'^2}/u_* = 1,0$ (Gong e Ibbetson (1986)) e $\sqrt{u'^2}/u_* = 2,19$ e $\sqrt{w'^2}/u_* = 1,12$ (Athanasiadou e Castro (2001)).

Com o propósito de avaliar a bidimensionalidade do escoamento, algumas medidas foram realizadas em planos $x-z$ (ver Fig. 4.2) localizados 5 cm à direita e à esquerda do plano central do canal de água. Na ausência da colina, os resultados mostram uma variação de 2% em relação a medidas realizadas na linha de centro. Na presença da colina, tais diferenças sobem para cerca de 3%.

Comportamento do escoamento sobre a colina

A apresentação dos dados será dividida em três partes: perfis medidos à montante do ponto de separação (três primeiras estações), perfis no interior da região de separação (próximas sete estações) e perfis na região de retorno às condições de equilíbrio (últimas três estações). Seguindo o procedimento adotado por outros autores, a altura da colina H e a velocidade na borda da camada limite não perturbada, u_δ , serão utilizados como parâmetros de normalização.

Os perfis de velocidade média longitudinal e vertical são mostrados nas Figs. 4.5 e 4.6, respectivamente, onde as linhas sólidas são utilizadas somente para ligar símbolos idênticos e melhorar a legibilidade do gráfico. A região de escoamento acelerado na encosta de subida da colina é ilustrada Fig. 4.5a. No topo da colina, o perfil de velocidade

longitudinal se torna praticamente uniforme.

A Fig. 4.4 mostra a extensão da região de escoamento separado, caracterizada pela curva definida pelos pontos onde a velocidade média longitudinal é zero. Uma estimativa da região de escoamento capturado pela recirculação também é apresentada. O escoamento separa aproximadamente em $x/H = 0,5$ e recola em cerca de $x/H = 6,67$. Isso resulta em uma bolha de recirculação com comprimento aproximado de $x/H = 6,17$.

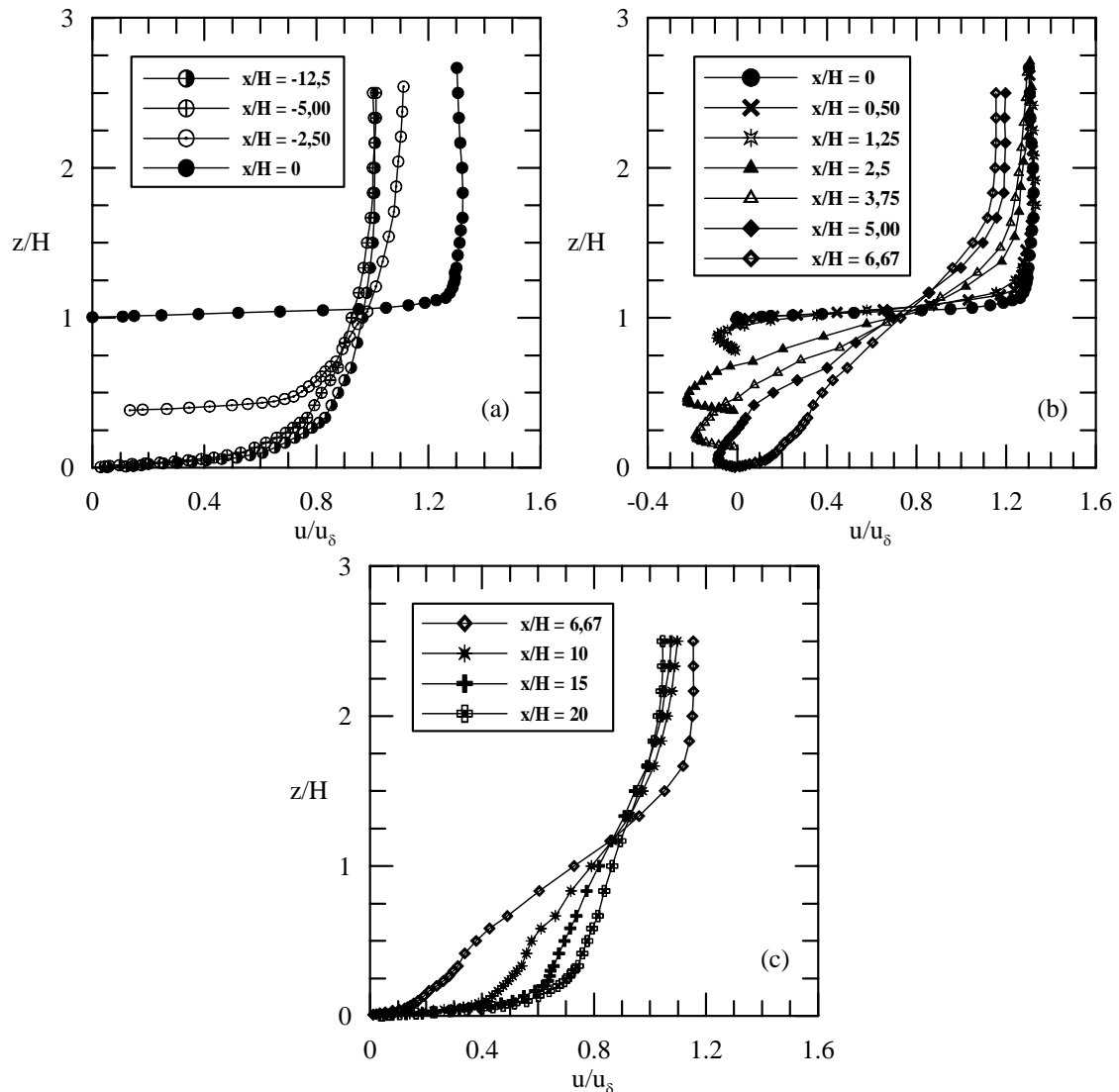


Figura 4.5: Perfis de velocidade média longitudinal: (a) à montante da separação, (b) na região de separação, (c) à jusante da separação.

A região de escoamento separado é mostrada na Fig. 4.5b. A Fig. 4.5c apresenta os quatro perfis de velocidade medidos à jusante da região de separação. Perfis em $x/H =$

10 e 15 apresentam um grande déficit de quantidade de movimento em comparação com o perfil não perturbado; mesmo em $x/H = 20$ a camada limite não se encontra totalmente recuperada dos efeitos da separação.

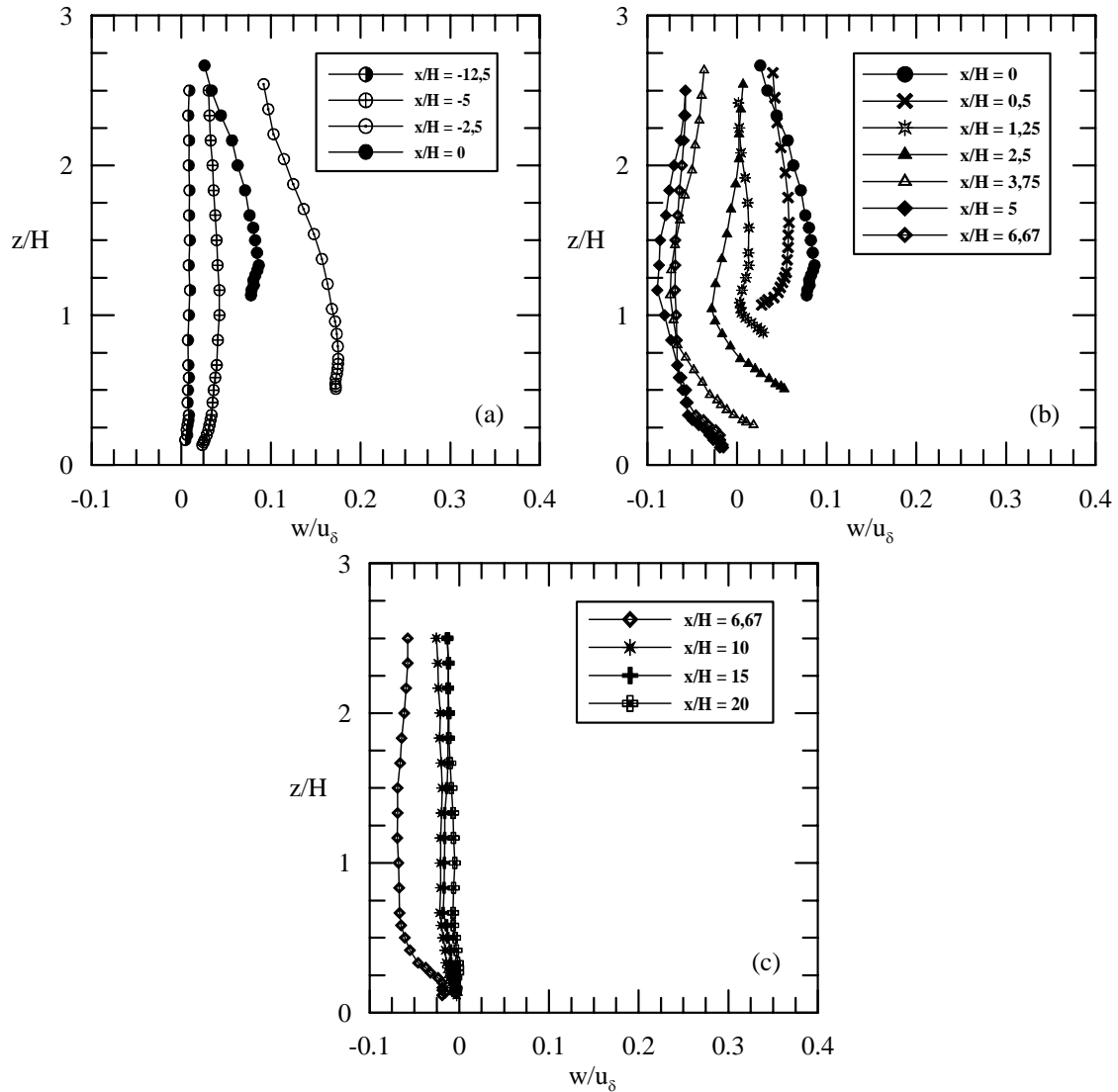


Figura 4.6: Perfis de velocidade média vertical: (a) à montante da separação, (b) na região de separação, (c) à jusante da separação.

O forte aumento no perfil de velocidade vertical, w , na encosta de montante da colina é apresentada na Fig. 4.6a. Na estação $x/H = -2,5$, a medida em que as linhas de corrente seguem a forma de subida da colina, w sofre um aumento de até dezessete vezes em comparação com valores em $x/H = -12,5$. Os perfis de velocidade na encosta de jusante são ilustrados na Fig 4.6b. Da estação $x/H = 0$ a $x/H = 2,5$, a velocidade vertical do

escoamento ainda é positiva devido à presença da região de recirculação. Após a estação $x/H = 2,5$, valores negativos de w podem ser observados. A medida em que o escoamento se aproxima da estação $x/H = 10$ (Fig. 4.6c), w retorna a um valor aproximadamente nulo.

O comportamento das tensões de Reynolds é apresentado em coordenadas semi-logarítmicas nas Figs. 4.7 a 4.9; onde as linhas sólidas são utilizadas para ligar símbolos idênticos. Na região de escoamento acelerado à montante do topo da colina (Fig. 4.7a), $\overline{u'^2}$ é observado sofrer um pequeno decréscimo ao longo da encosta de montante ($x/H = -2,5$), até o topo ser alcançado. No cume da colina, $\overline{u'^2}$ praticamente retoma o seu valor de pico do escoamento não perturbado, mas uma pequena diferença em comparação com a estação $x/H = -12,5$ é percebida para a região acima da altura do pico.

Na região de separação (Fig. 4.7b), $\overline{u'^2}$ aumenta por um fator de cinco. Além disso, o grande aumento dos valores de pico de $\overline{u'^2}$, bem como o afastamento desses picos da região da parede em direção à camada de cisalhamento resulta do termo de produção turbulenta $P_{uu} = -2\overline{u'w'}(\partial_z u)$. O valor máximo de pico de $\overline{u'^2}$ está localizado nas coordenadas $x/H = 3,75$, próximo do centro da região de recirculação e $z/H = 0,8$, aproximadamente na camada cisalhante que contorna a região de recirculação. Em geral, nesta região, os perfis de flutuações turbulentas são caracterizados por um máximo elevado, cuja distância da parede aumenta a medida em que se distancia da colina. À jusante da colina (Fig. 4.7c), nas estações $x/H = 15$ e 20 , os perfis de $\overline{u'^2}$ ainda podem ser claramente distinguidos um dos outros e também da condição de escoamento não perturbado.

O comportamento de $\overline{w'^2}$ no topo da colina é ligeiramente diferente do comportamento de $\overline{u'^2}$, pois $\overline{w'^2}$ sofre um aumento relativo de aproximadamente 80% quando comparado com seus valores não perturbados (Fig. 4.8a). Este aumento é seguido de um posterior e mais forte acréscimo, de cerca de vinte vezes na região de separação (Fig. 4.8b). De fato, foi comentado previamente que um aumento em w foi observado na encosta de montante. O papel deste aumento é, por sua vez, de aumentar o termo de produção de $\overline{w'^2}$ por meio de $P_{ww} = -2\overline{u'w'}(\partial_x w)$.

As distribuições de $\overline{u'^2}$ e $\overline{w'^2}$ são similares ao longo da região de separação, a menos do fato que $\overline{w'^2}$ é aproximadamente 65% inferior a $\overline{u'^2}$. Isto se deve basicamente ao termo de

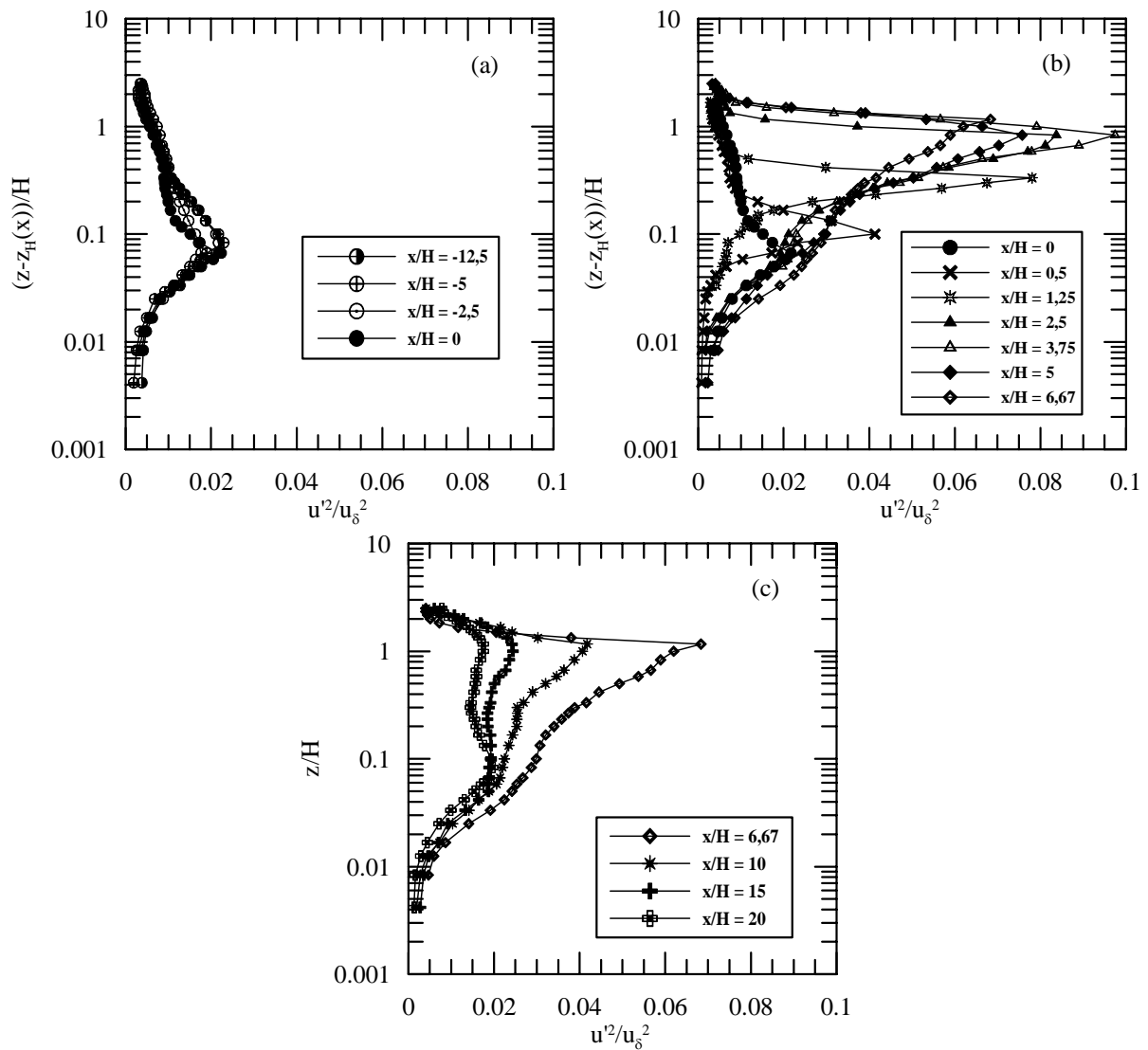


Figura 4.7: Perfis normalizados de tensão longitudinal de Reynolds, u'^2/u_δ^2 : (a) à montante da separação, (b) na região de separação, (c) à jusante da separação.

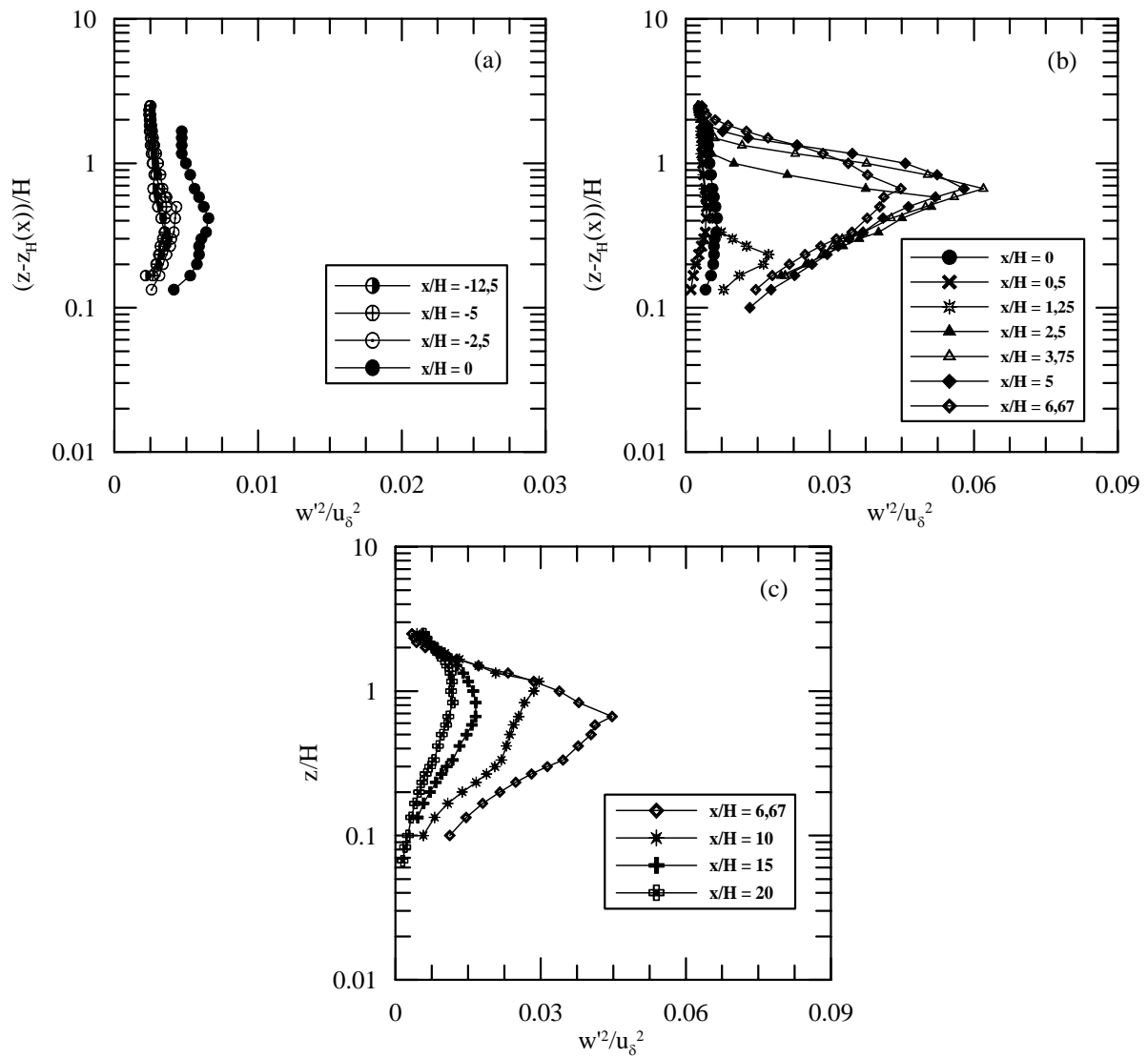


Figura 4.8: Perfis normalizados de tensão vertical de Reynolds, w'^2/u_δ^2 : (a) à montante da separação, (b) na região de separação, (c) à jusante da separação.

produção de turbulência $P_{uu} = -2\overline{u'w'}(\partial_z u)$, que é esperado exceder $P_{ww} = -2\overline{u'w'}(\partial_x w)$, pois nesta região $(\partial_z u) > (\partial_x w)$. Além disso, deve-se observar que o máximo de $\overline{w'^2}$ se localiza em $x/H = 3,75$, $z/H = 0,8$, exatamente o mesmo ponto encontrado para $\overline{u'^2}$. Na região afastada da colina, nas estações $x/H = 15$ e 20 , os dois perfis de $\overline{w'^2}$ ainda são muito diferentes um do outro (Fig. 4.8c).

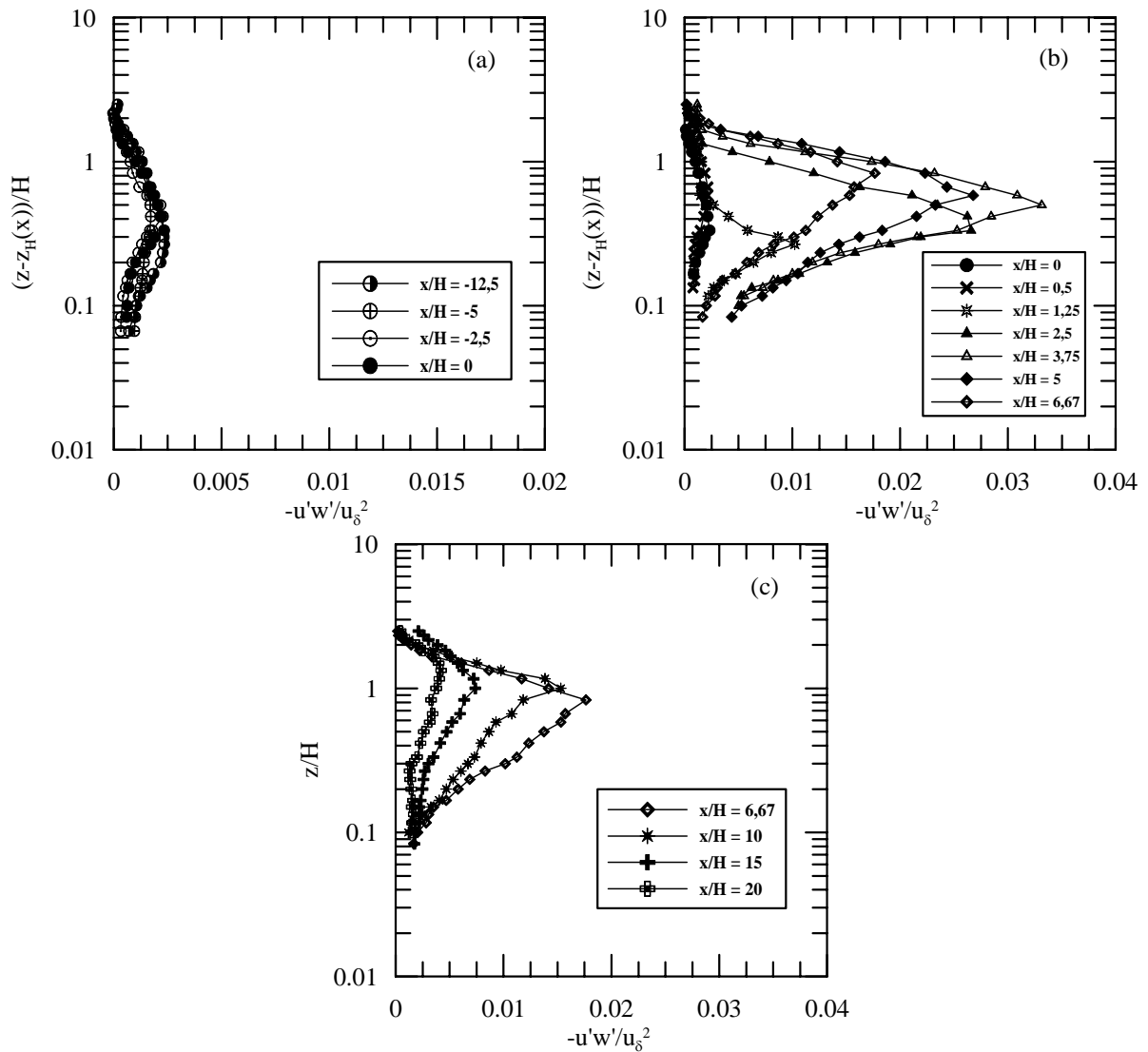


Figura 4.9: Perfis normalizados de tensão cisalhante de Reynolds, $-\overline{u'w'}/u_g^2$: (a) à montante da separação, (b) na região de separação, (c) à jusante da separação.

Considerando agora as tensões cisalhantes de Reynolds na região à montante do topo, os perfis não diferem consideravelmente uns dos outros e as tensões são pequenas, mas aumentam vagarosamente com a altura (Fig. 4.9a). Variações notáveis de $-\overline{u'w'}$ são

observadas logo que o escoamento passa pela estação $x/H = 1,25$. Então, um grande aumento acontece no perfil de $-\overline{u'w'}$, da ordem de dezessete vezes. Esse comportamento pode ser explicado por uma potencialização dos efeitos de cisalhamento através do termo de produção $P_{u'w'} = 2\overline{w'^2}(\partial_z u)$. Ao contrário da localização dos picos de $\overline{u'^2}$ e $\overline{w'^2}$, o maior pico de $-\overline{u'w'}$ acontece na posição $x/H = 3,75$, $z/H = 0,6$. Nenhuma região de distribuição constante de $-\overline{u'w'}$ foi observada na região de separação (Fig. 4.9b). À jusante da colina, nas estações $x/H = 15$ e 20 , $-\overline{u'w'}$ mostra valores aproximadamente constantes na região interna, mas a diferença nos valores de $-\overline{u'w'}$ entre estas duas estações alcança praticamente um fator de dois. (Fig. 4.9c).

4.1.3 Tensão cisalhante na parede

A maior parte dos métodos disponíveis para o cálculo da tensão cisalhante na parede se sustenta, de uma forma ou de outra, na hipótese de que o perfil de velocidade da camada limite assume um comportamento logarítmico a uma certa distância da parede. De fato, os métodos gráficos baseados na existência da região logarítmica se tornaram tão populares que algumas classificações de técnicas de medição desta grandeza freqüentemente as separam em dois grandes grupos: técnicas que se adequam ou não às condições de lei da parede clássica. O tubo de Preston e o método gráfico de Clauser são, claramente, dois métodos fortemente dependentes da hipótese de existência de uma região logarítmica.

Na região de separação, contudo, o escoamento junto à superfície não segue um perfil logarítmico. Isto implica que outras técnicas de medição devem ser empregadas para a medição da tensão cisalhante na parede: métodos diretos, analogias ou traçadores líquidos. No caso de escoamento sobre a colina abrupta e lisa, a superfície curva impede o uso de balanças e técnicas de anemometria térmica pulsátil.

Logo, para o tipo de escoamento estudado aqui, a única forma possível de determinar a tensão de cisalhamento na parede é através de uma análise detalhada do perfil de velocidades na subcamada viscosa. Em adição, para as estações situadas fora da região de separação, a tensão na parede será avaliada por três métodos: (1) por meio da inclinação do perfil de velocidade na subcamada viscosa, (2) através do perfil clássico da lei logarítmica, (3) considerando a existência de uma região adjacente à superfície onde a

tensão cisalhante total é aproximadamente constante. Com o propósito de definir claramente estes três métodos, parte da análise conduzida na Seção 3.2 será revisitada nas linhas abaixo.

De acordo com a estrutura clássica da camada limite turbulenta, a região imediatamente adjacente à superfície é dominada pelos efeitos viscosos. Sob condições onde existe um gradiente externo de pressão não nulo, a equação governante para a subcamada viscosa pode ser escrita, em coordenadas Cartesianas, da seguinte forma

$$\mu \partial_z^2 u = \partial_x p, \quad (4.2)$$

onde u denota a velocidade média longitudinal e p a pressão média.

Duas integrações subseqüentes da equação acima nos fornece

$$u = (2\mu)^{-1} \partial_x p z^2 + (\rho u_*^2 / \mu) z, \quad (4.3)$$

com $u_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$.

A Eq. (4.3) pode ser escrita na forma adimensional como

$$u/u_* = \left(\nu (2\rho u_*^3)^{-1} \partial_x p \right) \left(z/(\nu/u_*) \right)^2 + (z/(\nu/u_*)), \quad (4.4)$$

ou ainda

$$u^+ = (1/2) p^+ z^{+2} + z^+, \quad (4.5)$$

uma forma corriqueiramente encontrada na literatura.

Portanto, uma vez que medidas refinadas tenham sido realizadas na região viscosa, a Eq. (4.3) pode ser utilizada para a determinação não somente de u_* mas como de $\partial_x p$. Em princípio, a Eq. (4.3) deve ser válida para todo o domínio do escoamento, fornecendo assim um método de cálculo para u_* até mesmo nas regiões de escoamento separado.

Em regiões de escoamento colado à superfície, em locais onde o perfil logarítmico de velocidade pode ser bem discriminado e onde o gradiente de pressão é desprezível, a lei da parede clássica pode ser escrita da seguinte forma

$$u/u_* = \kappa^{-1} \ln(z/(\nu/u_*)) + A, \quad (3.4)$$

onde $\kappa = 0,4$ e $A = 5,0$. De acordo com a Eq. (3.4), um gráfico de u contra $\ln(z)$ nos fornece a velocidade de atrito através da inclinação u_*/κ .

Em um terceiro procedimento possível, consideremos a tensão turbulenta, $-\overline{\rho u'w'}$, como a parte dominante da tensão cisalhante total na região subsequente acima da subcamada viscosa. Então, introduzindo a hipótese de Prandtl (1925) de que em uma vizinhança da parede a tensão cisalhante permanece constante, temos que

$$-\overline{u'w'} = u_*^2. \quad (4.6)$$

Para que possamos estimar a velocidade de atrito a partir das Eqs. (4.3) e (3.4), devemos considerar o problema de ajuste de curvas a um certo conjunto de pontos experimentais nas subcamadas viscosa e logarítmica da camada limite. As melhores curvas ajustadas são encontradas através da inspeção do coeficiente de determinação (R_{sq}), definido por

$$R_{sq} = \frac{\Sigma_r}{\Sigma_e + \Sigma_r} \quad (4.7)$$

onde Σ_e é a soma residual dos quadrados (somatório dos quadrados de todos os valores residuais) e Σ_r é a soma da regressão dos quadrados (somatório dos quadrados das diferenças entre a média de todos os valores de u e o valor ajustado de u em cada z onde os pontos experimentais se localizam).

O conjunto de pontos a ser incluído na análise foi inicialmente determinado a partir da faixa de validade esperada para as soluções locais. A seguir, o limite superior e inferior dos ajustes eram variados arbitrariamente até que o maior valor de R_{sq} fosse encontrado. O coeficiente de determinação R_{sq} mostra o quão boa é a representação dos dados experimentais segundo a curva melhor ajustada (Bevington (1969)).

Para escoamentos sobre superfície plana, a coordenada x está alinhada com a direção do escoamento principal, resultando em um sistema de coordenadas Cartesiano onde um balanço das equações de movimento na direção x contém a maior parte das informações dinâmicas relevantes do problema. Neste tipo de sistema de coordenadas os pontos experimentais são facilmente situados e suas derivadas avaliadas sem dificuldade, de modo

que as Eqs. (4.3), (3.4) e (4.6) podem ser diretamente utilizadas para a avaliação de u_* a partir de valores de u e de $-\overline{u'w'}$ como função de z .

Para escoamentos sobre superfícies curvas, entretanto, a identificação de um sistema de coordenadas onde o eixo principal esteja alinhado com a direção do escoamento é um problema complicado. Perto da parede, o eixo coordenado principal pode ser alinhado com a tangente à superfície, resultando em um sistema de coordenadas s - n orientado pela geometria da superfície. Considerando que perto da superfície a velocidade do escoamento deve permanecer paralela à superfície, o sistema s - n pode ser usado para a determinação das propriedades locais do escoamento. O principal problema é que, para a região longe da parede, a direção do escoamento será basicamente horizontal, resultando em um des-encontro entre o sistema s - n escolhido e a grandeza do escoamento a ser medida.

Para superar esta dificuldade, Finnigan (1983) sugere o uso de um sistema de coordenadas baseado nas linhas de corrente do escoamento. Entretanto, os dois métodos padecem do problema prático de alinhamento dos instrumentos, seja com a direção do escoamento, ou com o contorno da superfície. Além disso, a alternativa sugerida por Finnigan (1983) é difícil de ser empregada em escoamentos com região de recirculação. Como consequência, a grande parte dos dados disponíveis na literatura para escoamentos sobre colinas adotam um sistema de coordenadas Cartesiano.

Na condição mais crítica para a colina abrupta lisa, a tangente à superfície corresponde a um ângulo, α , de aproximadamente 14° (estação $x/H = 1,25$). Como $\sin \alpha = 0,24$, o deslocamento da velocidade longitudinal ao longo da direção normal vai ocorrer por uma distância máxima de $\Delta s = 0,7$ mm. Este resultado, aliado ao fato de que $u \gg w$, implica que, para a região próxima à superfície, a velocidade de atrito pode ser calculada diretamente pelas Eqs. (4.3), (3.4) e (4.6) com o sistema de coordenadas mostrado na Fig. 4.2.

Um problema particular na utilização de dados experimentais provenientes de anemometria a laser-Doppler para a estimativa da tensão de cisalhamento na parede a partir da inclinação do perfil de velocidades reside na incerteza associada à determinação da distância absoluta do volume de medição em relação à parede. Essa é uma dificuldade reconhecidamente inerente à técnica laser-Doppler e está relacionada ao tamanho finito

do volume de controle. Seguindo o procedimento descrito em Durst et al. (1996), neste trabalho nós conseguimos determinar a posição da parede com uma incerteza de $64 \mu\text{m}$ ($z^+ = 0,18$), uma distância que a 40% do volume de controle.

As incertezas associadas à avaliação de u_* devem então ser calculadas com base nas incertezas resultantes da presença da superfície curva e dos efeitos de determinação da distância do volume de controle à superfície. Além disso, consideramos também a influência de regiões de alta turbulência. Assim, para regiões de superfície plana e baixa intensidade turbulenta, as incertezas associadas ao cálculo de u_* são 1,05%, 0,43% e 2,6% para estimativas obtidas a partir da região viscosa, logarítmica e pelo perfil de tensões cisalhantes, respectivamente. Em regiões de alta intensidade turbulenta, essas incertezas mudam para 2,8%, 0,44% e 1,4% respectivamente. Para a região sobre a colina, as incertezas são 1,05% (subcamada viscosa), 1,46% (distribuição logarítmica) e 2,8% (perfil de tensões cisalhantes) para áreas de baixa intensidade turbulenta; e 2,8% (subcamada viscosa), 1,03% (distribuição logarítmica) e 1,5% (perfil de tensões cisalhantes) em regiões de alta intensidade turbulenta.

Análise da região viscosa

Perfis de velocidade média na subcamada viscosa à montante do topo da colina foram caracterizados por sete pontos experimentais na faixa $0,5 \leq z^+ \leq 6$. Para cada estação medida, uma linha reta foi ajustada ao perfil de velocidade local, de acordo com a Eq. (4.3). De fato, podemos notar que quando $\partial_x p \rightarrow 0$, o polinômio de segundo grau fornecido pela Eq. (4.3) se reduz a uma reta que passa pela origem. Logo, somente em regiões onde $\partial_x p$ não é desprezível a equação completa foi mantida.

Os perfis de velocidade média longitudinal localizados entre o topo da colina e o fim da região de recirculação são apresentados na Fig. 4.10a em coordenadas lineares. Para estas estações, o comportamento do escoamento na região muito próxima à superfície é mostrado em detalhe na Fig. 4.10b. Todas as estações consideradas, com exceção da estação $x/H = 1,25$, possuíam ao menos oito pontos localizados dentro dos primeiros 3 mm ($0,2 \leq z^+ \leq 5,0$) da subcamada viscosa. A escolha da curva de melhor ajuste foi feita de acordo com o procedimento descrito acima: valores de R_{sq} mais próximos da unidade

definiam os melhores ajustes. A Fig. 4.10b mostra, por meio de linhas cheias, todos os onze melhores ajustes encontrados. Nove destas curvas são facilmente identificáveis. As outras duas são difíceis de visualizar pois elas coincidem ou estão muito próximas umas das outras ($x/H = 1,25$ e $2,5$). O ajuste linear para o perfil de velocidade no topo da colina se destaca, mostrando o refinamento com o qual o coeficiente de correlação pode ser determinado ($R_{sq} = 0,998$). Para a estação seguinte, $x/H = 0,5$, o ajuste linear foi incapaz de reproduzir o comportamento observado do perfil de velocidade. Isso é claramente ilustrado na Fig. 4.10b, onde um distinto comportamento não-linear pode ser observado na região adjacente à superfície. Um ajuste polinomial de segunda ordem aplicado a esta estação forneceu $R_{sq} = 0,981$ com o uso de oito pontos experimentais. Na estação $x/H = 1,25$, dificuldades operacionais com o aparato impediu que medidas fossem realizadas a distâncias menores que 2 mm da parede e, conseqüentemente, a predição de u_* a partir deste perfil foi muito pobre. Ainda assim, os resultados para a estação $x/H = 1,25$ são apresentados na Fig. 4.10b para ilustrar a importância de uma caracterização refinada da região muito próxima à superfície. Nas estações $x/H = 2,5$ e $3,75$, os valores de $\partial_x p$ eram aproximadamente zero de modo que os ajustes linear e polinomial de segunda ordem forneceram resultados muito semelhantes. A mesma observação é válida para a estação $x/H = 5$ onde ajustes com R_{sq} em torno de 0,99 foram obtidos.

A partir das melhores curvas de ajuste linear aplicadas aos perfis de velocidade na subcamada viscosa, os valores de u_* podem ser diretamente calculados por $u_* = \sqrt{\nu\gamma}$, onde $\gamma = \partial_z u$.

As Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 mostram os valores obtidos para u_* e os R_{sq} correspondentes encontrados no procedimento de ajuste. Essas tabelas também apresentam os resultados obtidos pelos outros procedimentos de ajuste, que serão discutidos a seguir.

Análise da região logarítmica

A Fig. 4.11 apresenta os perfis de velocidade média longitudinal para as estações $x/H = -12,5$, -5 e $-2,5$ em coordenadas semi-logarítmicas. Tipicamente, a região turbulenta foi caracterizada por onze pontos no intervalo $20 \leq z^+ \leq 140$. A região de comportamento logarítmico, onde é válida a lei da parede, pode ser claramente identificada para estes

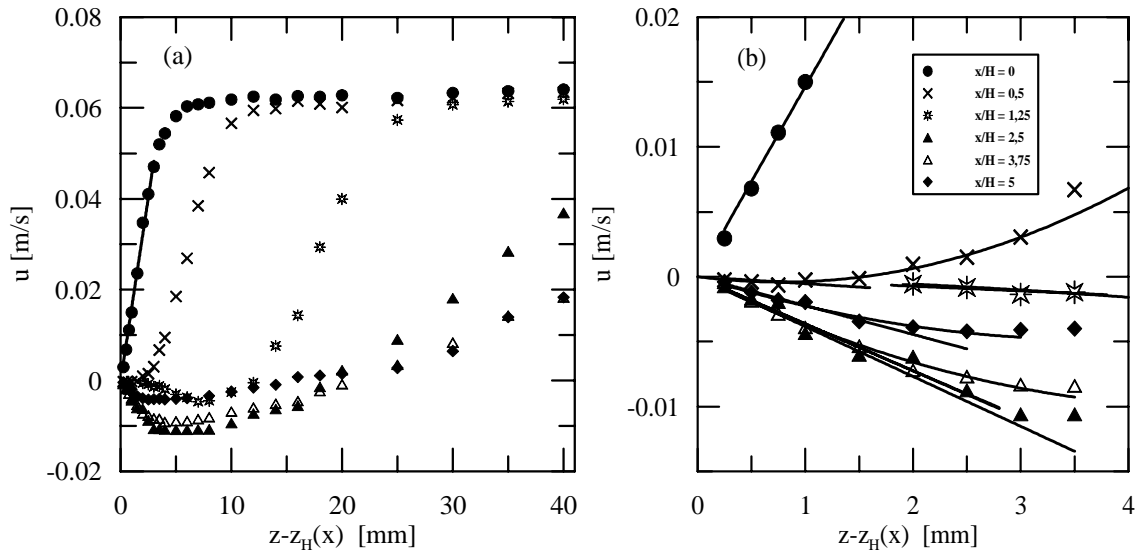


Figura 4.10: (a) Perfis de velocidade média longitudinal no topo da colina e na região de separação do escoamento. (b) Detalhe do comportamento do escoamento na região adjacente à superfície. As curvas ajustadas são mostradas através de linhas cheias.

Tabela 4.4: Valores de u_* à montante do topo da colina. LTO = ajuste linear passando pela origem, 2DP = ajuste polinomial de segunda ordem (Eq. 4.3), Log = ajuste logarítmico (Eq. 3.4), RS = ajuste do perfil de tensão cisalhante de Reynolds. (Eq. 4.6), σ = desvio-padrão do valor médio das tensões de Reynolds.

(x/H)	Tipo de ajuste	Pontos	R_{sq}	u_* [m/s]
-12,5	LTO	7	0,993	0,00276
-12,5	Log	11	0,993	0,00284
-5	LTO	7	0,999	0,00243
-5	Log	11	0,995	0,00305
-2,5	LTO	7	0,991	0,00317
-2,5	2DP	13	0,996	0,00363
-2,5	Log	12	0,990	0,00244
(x/H)	Tipo de ajuste	Pontos	σ	u_* [m/s]
-12,5	RS	5	0,00016	0,00242
-5	RS	5	0,00011	0,00208
-2,5	RS	5	0,00016	0,00214

Tabela 4.5: Valores de u_* na região de escoamento reverso. LTO = ajuste linear passando pela origem, 2DP = ajuste polinomial de segunda ordem (Eq. 4.3).

(x/H)	Tipo de ajuste	Pontos	R_{sq}	u_* [m/s]
0	LTO	8	0,998	0,00403
0,5	LTO	4	0,754	-0,000734
0,5	2DP	8	0,981	-0,00104
1,25	LTO	4	0,974	-0,00061
1,25	2DP	8	0,976	-0,00052
2,5	LTO	5	0,979	-0,00197
2,5	2DP	8	0,971	-0,00190
3,75	LTO	6	0,997	-0,00191
3,75	2DP	6	0,988	-0,00192
5	LTO	5	0,993	-0,00150
5	2DP	7	0,978	-0,00162

Tabela 4.6: Valores de u_* à jusante da região de separação. LTO = ajuste linear passando pela origem, 2DP = ajuste polinomial de segunda ordem (Eq. 4.3), Log = ajuste logarítmico (Eq. 3.4), RS = ajuste do perfil de tensão cisalhante de Reynolds (Eq. 4.6), σ = desvio-padrão do valor médio das tensões de Reynolds.

(x/H)	Tipo de ajuste	Pontos	R_{sq}	u_* [m/s]
6,67	LTO	5	0,982	0,00132
6,67	Log	13	0,967	0,00184
10	LTO	7	0,996	0,00238
10	Log	13	0,994	0,00204
15	LTO	5	0,995	0,00254
15	Log	13	0,959	0,00228
20	LTO	8	0,996	0,00263
20	Log	11	0,994	0,00200
(x/H)	Tipo de ajuste	Pontos	σ	u_* [m/s]
6,67	RS	5	0,00024	0,00226
10	RS	5	0,0008	0,00225
15	RS	6	0,00021	0,00241
20	RS	7	0,0004	0,00211

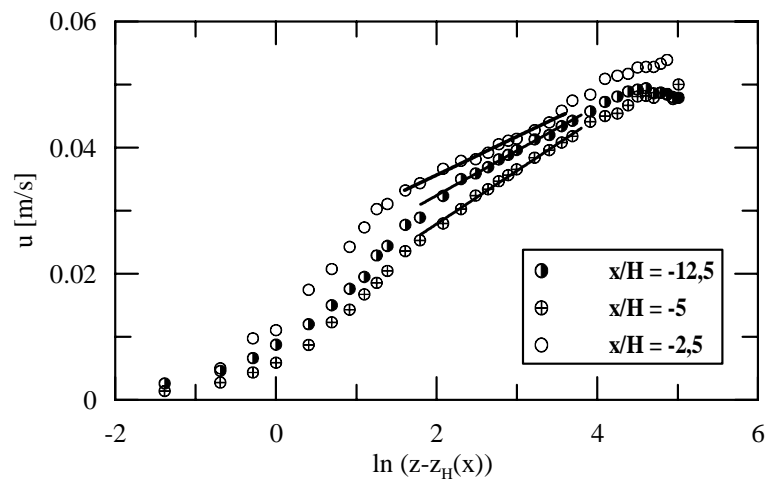


Figura 4.11: Perfis de velocidade longitudinal à montante do topo da colina. Favor observar o deslocamento na origem dos perfis de acordo com a Eq. (4.1).

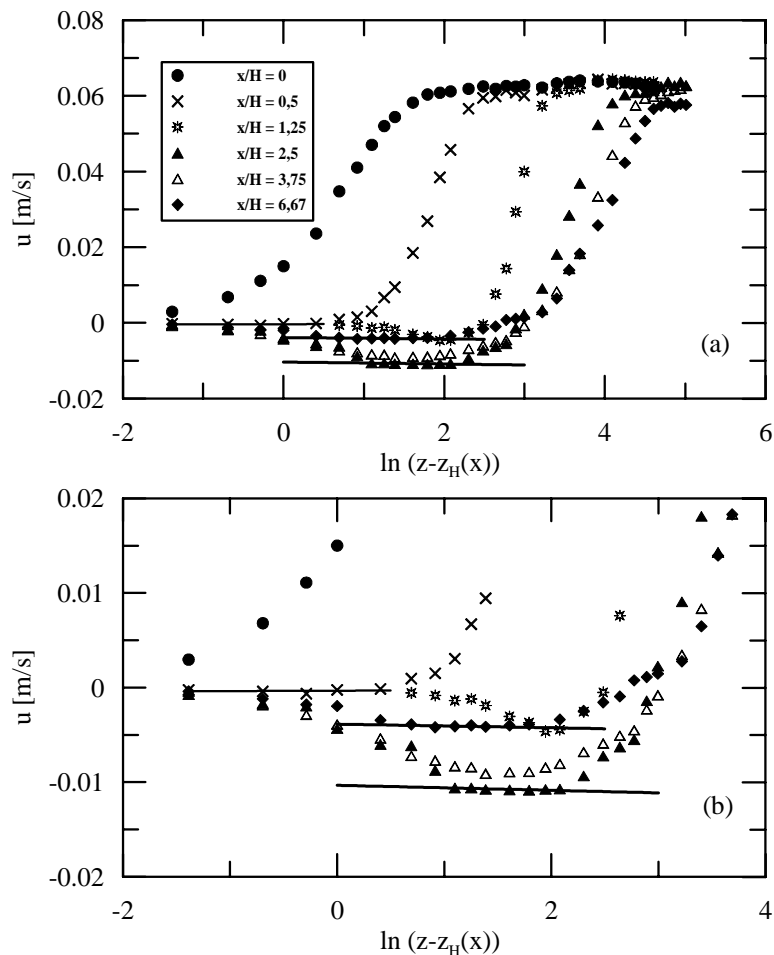


Figura 4.12: (a) Perfis de velocidade em coordenadas linear-logarítmicas para a região de separação, (b) detalhes das curvas de ajuste mostrada através das linhas cheias.

perfis; as linhas cheias representam as curvas de melhor ajuste. Para calcular u_* partindo da hipótese de validade da lei logarítmica, é preciso ter um conhecimento prévio do valor de κ . Neste trabalho, nós adotamos o valor sugerido por Coles (1956) e utilizamos $\kappa = 0,4$.

Perfis de velocidade média em coordenadas semi-logarítmicas para o topo da colina e para a região de escoamento reverso são apresentados na Fig. 4.12a. Nenhuma subcamada logarítmica que se comporte segundo a lei da parede pode ser identificada.

Outros autores, e.g. Thompson e Whitelaw (1985), Simpson et al. (1981), comentam que na região de escoamento separado parece existir uma variação logarítmica no perfil médio de velocidade. Entretanto, os valores de tensão cisalhante na parede avaliados por procedimentos baseados na existência da região logarítmica forneceram resultados que eram uma ordem de grandeza menor que os resultados provenientes de outras técnicas. No nosso caso, ajustes de curvas na região do perfil de velocidades que parece seguir um comportamento logarítmico é apresentado na Fig. 4.12a. Uma visão mais detalhada dos ajustes, mostrados pelas linhas sólidas, é apresentada na Fig. 4.12b. As estatísticas resultantes das retas ajustadas revelam uma concordância muito pobre com os dados experimentais: $x/H = 0,5$, $R_{sq} = 0,024$; $x/H = 2,5$, $R_{sq} = 0,687$; $x/H = 5,0$, $R_{sq} = 0,190$. Para a obtenção destas curvas, cinco a seis pontos foram considerados na faixa $0,2 \leq z^+ \leq 3,0$. Este é, de fato, aproximadamente o mesmo intervalo utilizado para a determinação da inclinação do perfil de velocidades na subcamada viscosa. A região externa dos perfis mostrados na Fig. 4.12a, por outro lado, são característicos de subcamadas inerciais governadas pela lei da esteira de Coles (1956). Portanto, somos levados a concluir que um comportamento logarítmico na região de separação constitui uma representação muito pobre do escoamento.

Os perfis de velocidade para estações localizadas à jusante do ponto de recolamento são apresentados na Fig. 4.13 em coordenadas semi-logarítmicas. As linhas sólidas representam as curvas ajustadas. A existência de regiões logarítmicas bem definidas para os quatro perfis é evidente. Uma certa dispersão dos dados foi observada na região logarítmica do perfil de velocidades em $x/H = 15$, o que resultou em um coeficiente de correlação de 0,959. Para as outras estações, os coeficientes de determinação, R_{sq} , foram maiores

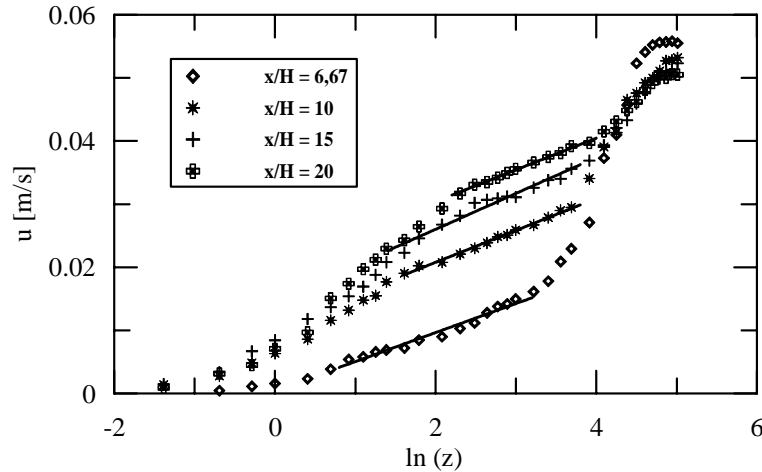


Figura 4.13: Perfis de velocidade à jusante do ponto de recolamento.

que 0,99. Os perfis logarítmicos foram caracterizados basicamente por treze pontos distribuídos no intervalo $20 \leq z^+ \leq 150$.

Perfil de tensões cisalhantes de Reynolds

Para estimar u_* a partir da Eq. (4.6) uma média foi tomada dos valores de $-\overline{u'w'}^{1/2}$ na região próxima à superfície.

De fato, devido a dificuldades intrínsecas à técnica de medição e ao arranjo geométrico da instrumentação e do modelo, não foi possível realizar medidas de tensão cisalhante de Reynolds tão próximas da parede quanto desejávamos. De modo geral, somente regiões acima de 7 mm puderam ser investigadas. Com efeito, na região de escoamento não-perturbado, a região completamente turbulenta estava normalmente localizada entre 7 mm ($z^+ \geq 20$) e 20 mm ($z^+ \geq 55$) da parede. Neste intervalo, considerando que as tensões cisalhantes de Reynolds assumem um comportamento constante, foi possível obter estimativas consistentes para u_* .

Na região de escoamento separado, nenhuma distribuição constante foi observada no perfil de $-\overline{u'w'}$ (ver Fig. 4.9b). Conseqüentemente, u_* não pode ser estimado pelos perfis de $-\overline{u'w'}$ ao longo da região de recirculação.

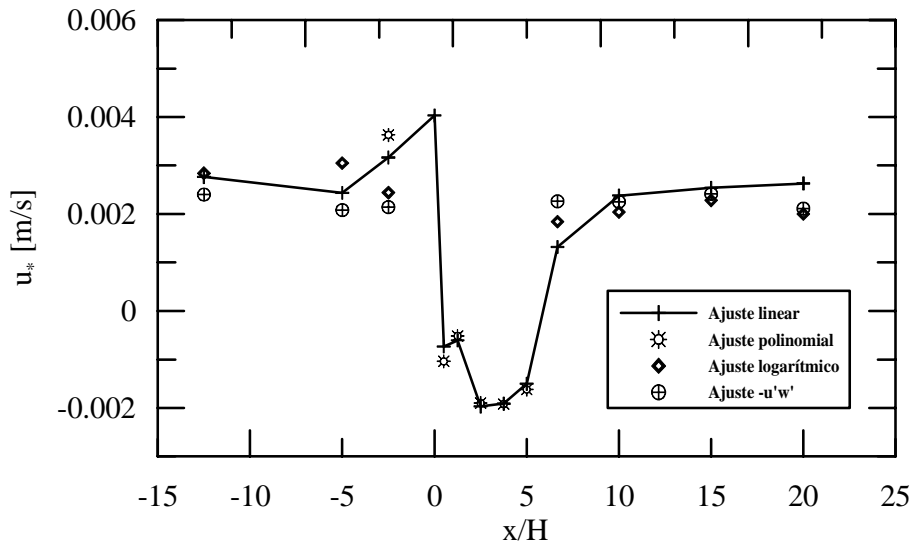


Figura 4.14: Comportamento global da velocidade de atrito.

Resultados consolidados de tensão cisalhante na parede

As Tabelas 4.4, 4.5 e 4.6 mostram que, em geral, os ajustes lineares fornecem os melhores coeficientes de correlação, R_{sq} . O ajuste linear pode então ser considerado como o método que melhor representa os dados na região muito próxima à superfície, fornecendo assim os resultados mais precisos de velocidade de atrito. Foi observado um certo espalhamento nos resultados para a região de escoamento acelerado na encosta de montante da colina, onde uma diferença de 35% foi encontrada para os quatro métodos. Entretanto, para a estação $x/H = -2,5$, a concordância entre os dois resultados de u_* estimados a partir dos ajustes linear e polinomial foi bastante satisfatório.

Para o escoamento não-perturbado à montante da colina e para a região à jusante do ponto de recolamento os resultados fornecidos pelos três métodos apresentam uma boa concordância entre si. Na região de escoamento reverso, os dois métodos utilizados para o cálculo de u_* , o ajuste linear passando pela origem e o ajuste polinomial geraram resultados consistentes, em particular na estação $x/H = 3,75$.

A Fig. 4.14 consolida os resultados de velocidade de atrito, reunindo os quatro métodos empregados neste trabalho.

4.1.4 Resultados adicionais sobre o campo turbulento

Modelos turbulentos baseados no conceito de viscosidade turbulenta ainda são muito utilizados, pois oferecem um bom compromisso entre esforço computacional e resultados adequados. Este é um exemplo simples de como a estimativa de algumas propriedades do escoamento, por exemplo, da forma e extensão da região de recirculação, dos perfis de comprimento de mistura e viscosidade turbulenta, bem como dos termos de produção de turbulência pode oferecer resultados interessantes e capazes de contribuir para o avanço dos modelos turbulentos existentes. Assumindo que as devidas derivadas podem ser avaliadas com boa aproximação a partir dos perfis medidos em coordenadas Cartesianas, poderemos obter ao menos um comportamento aproximado para as grandezas de interesse.

As distribuições de comprimento de mistura e viscosidade turbulenta podem ser avaliadas diretamente a partir dos perfis medidos, de acordo com as seguintes equações:

$$\frac{L}{H} = \frac{(-\overline{u'w'})^{1/2}}{H} |\partial_z u|^{-1}, \quad (4.8)$$

e

$$\frac{\nu_t}{u_\delta H} = \frac{-\overline{u'w'}}{u_\delta H (\partial_z u)}, \quad (4.9)$$

onde o comprimento de mistura L é normalizado pela altura da colina, H , e a distribuição de viscosidade turbulenta ν_t é adimensionalizada pela velocidade do escoamento externo, u_δ , e por H .

Resultados normalizados de comprimento de mistura são apresentados na Fig. 4.15 onde as linhas são utilizadas para ligar símbolos idênticos. Para as estações $x/H = -12,5$, -5 e $-2,5$, a Fig. 4.15a revela que na região adjacente à superfície as três distribuições de comprimento de mistura colapsam em uma única curva. Na região externa, entretanto, o comprimento de mistura sofre um contínuo decréscimo a medida em que o escoamento segue para jusante. No topo da colina e nas estações $x/H = 0,5$ e $1,25$, L assume altos valores na região externa, devido basicamente ao baixo nível de cisalhamento no perfil de velocidade longitudinal.

Na região de separação, o comprimento de mistura só pode ser definido em pontos

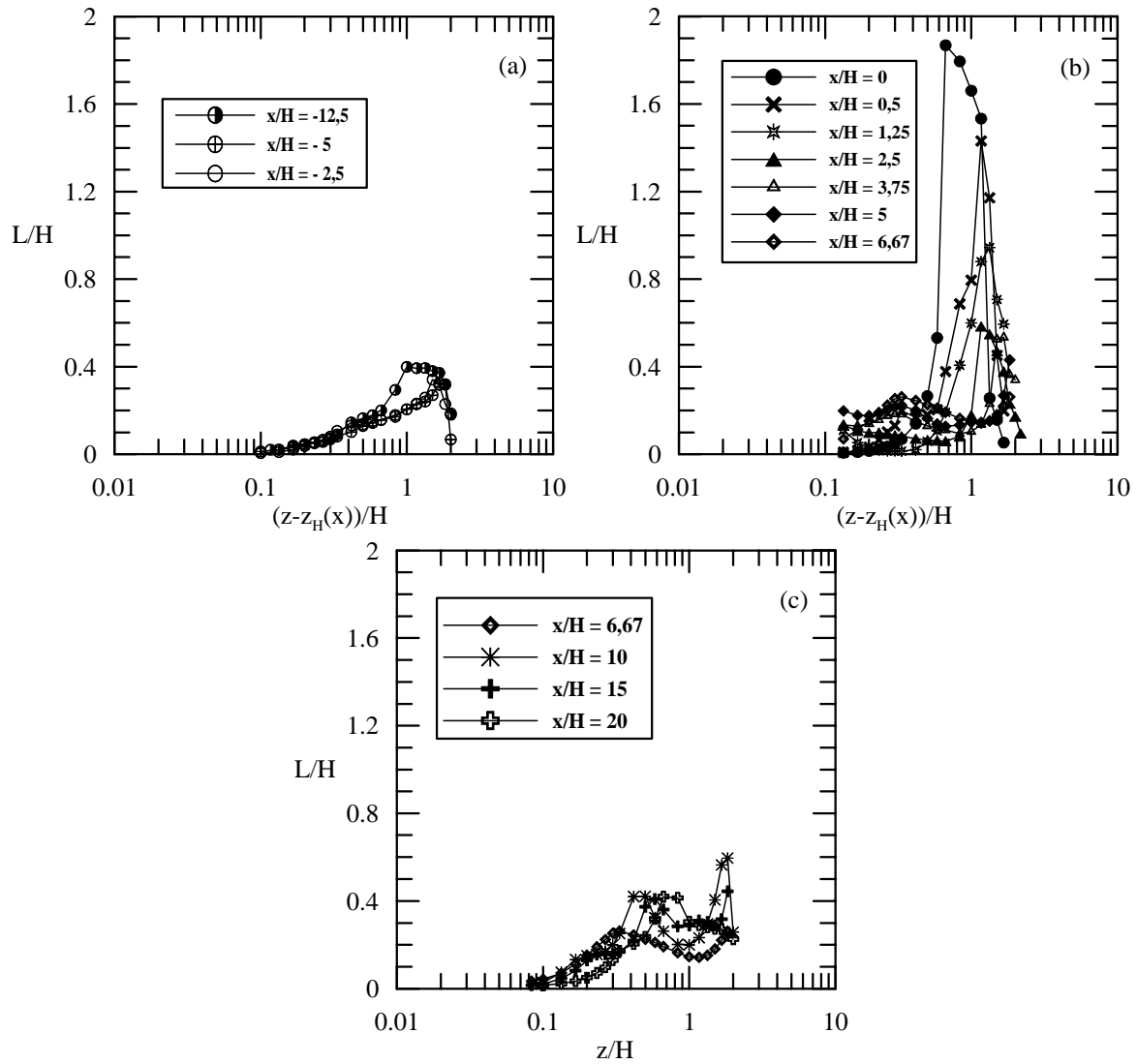


Figura 4.15: Distribuição normalizada de comprimento de mistura, L/H : (a) à montante da separação, (b) região de separação, (c) à jusante do ponto de recolamento.

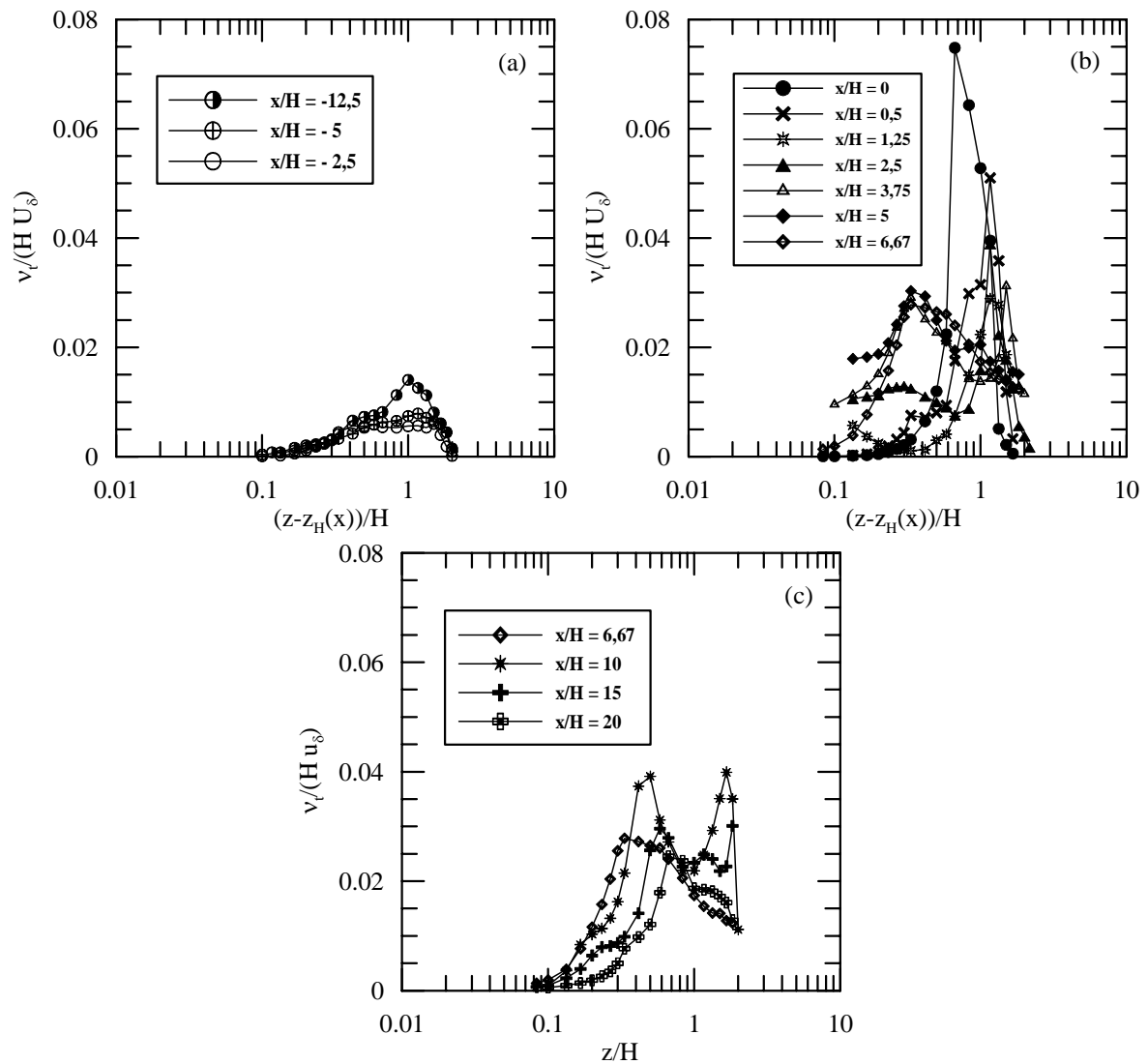


Figura 4.16: Distribuição normalizada de viscosidade turbulenta, $\nu_t / (u_\delta H)$: (a) à montante da separação, (b) região de separação, (c) à jusante do ponto de recolamento.

onde $\partial_z u$ é positivo. A indicação geral (Fig. 4.15b) é que L assume valores relativamente altos que são mantidos constantes ao longo da região de recirculação. À jusante da bolha de separação, Fig. 4.15c, o comprimento de mistura tende a relaxar para o seu comportamento padrão. Nessa condição de retorno ao equilíbrio, as distribuições de comprimento de mistura na subcamada interna tendem a colapsar umas com as outras, enquanto que, na região externa, o comprimento de mistura não apresenta um comportamento constante quando comparado com a região de escoamento não-perturbado. Este fato corrobora que a região interna da camada limite retorna à condição de equilíbrio mais rapidamente que a região externa, uma característica também observada por outros autores em situações semelhantes (e.g. Song et al. (2002)).

Os perfis de viscosidade turbulenta são apresentados na Fig. 4.16. O comportamento de ν_t segue as tendências gerais observadas em L . Os resultados indicam que na subida da colina ν_t diminui (Fig. 4.16a). No topo da colina e ao longo das duas estações subsequentes, o baixo nível de cisalhamento na região externa resulta em um grande aumento de ν_t . Um ponto notável, contudo, é que na região de separação ν_t permanece inalterada ao longo da estação $x/H = 2,5$. Os altos valores de ν_t perto da parede para as estações $x/H = 2,5, 3,75$ e 5 são também dignos de nota (Fig. 4.16b). Os picos externos observados na Fig. 4.16c, semelhantes ao comportamento de L , são resultantes das mudanças, na região externa, dos perfis de tensão cisalhante e de velocidade média, que se encontram na condição de retorno ao equilíbrio.

Os termos de produção das equações de transporte para $\overline{u'^2}$ e $-\overline{u'w'}$ são apresentados nas Figs. 4.17 e 4.18, respectivamente. Esses termos foram normalizados pela altura da colina, H e pela velocidade do escoamento externo u_δ ; as linhas cheias servem somente para aumentar a legibilidade do gráfico. Para os perfis obtidos na região de escoamento colado à superfície, os termos de produção $P_{uu} = -2\overline{u'w'}(\partial_z u)$ e $P_{-uw} = 2\overline{w'w'}(\partial_z u)$ atingem um valor máximo muito próximo à superfície. Com a aproximação do topo da colina, P_{uu} diminui enquanto P_{-uw} sofre um grande aumento. O termo de produção P_{-uw} sofre, no topo da colina, um aumento da ordem de dez vezes o seu valor no escoamento não-perturbado. De fato, uma diferença de ao menos uma ordem de grandeza se estabelece entre os dois termos de produção em $x/H = 0$ (Figs. 4.17b e 4.18b). Na região de

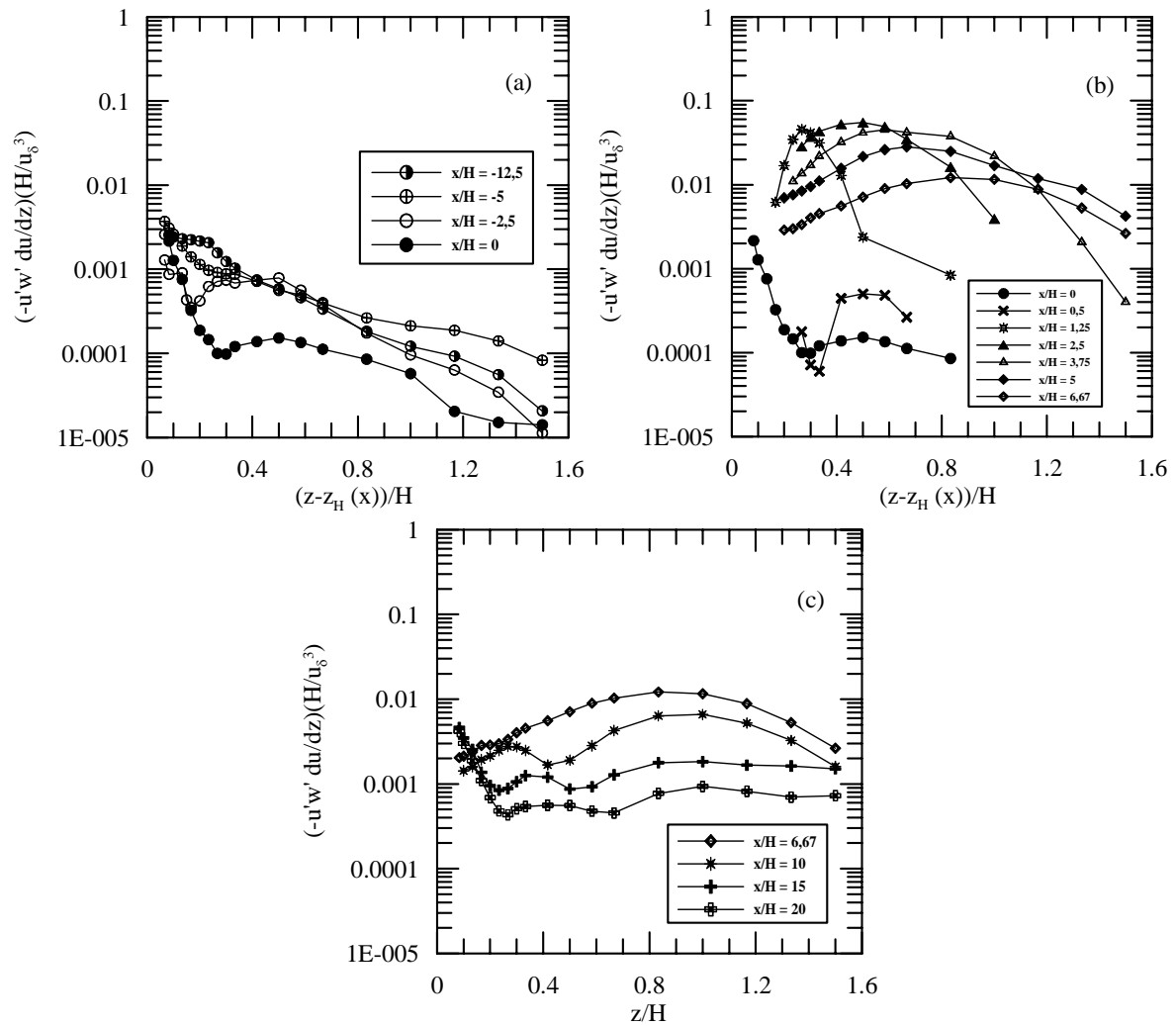


Figura 4.17: Termo de produção para as tensões longitudinais de Reynolds, $P_{uu} = -\overline{u'w'} \partial_z u$: (a) à montante da separação, (b) região de separação, (c) à jusante do ponto de recolamento.

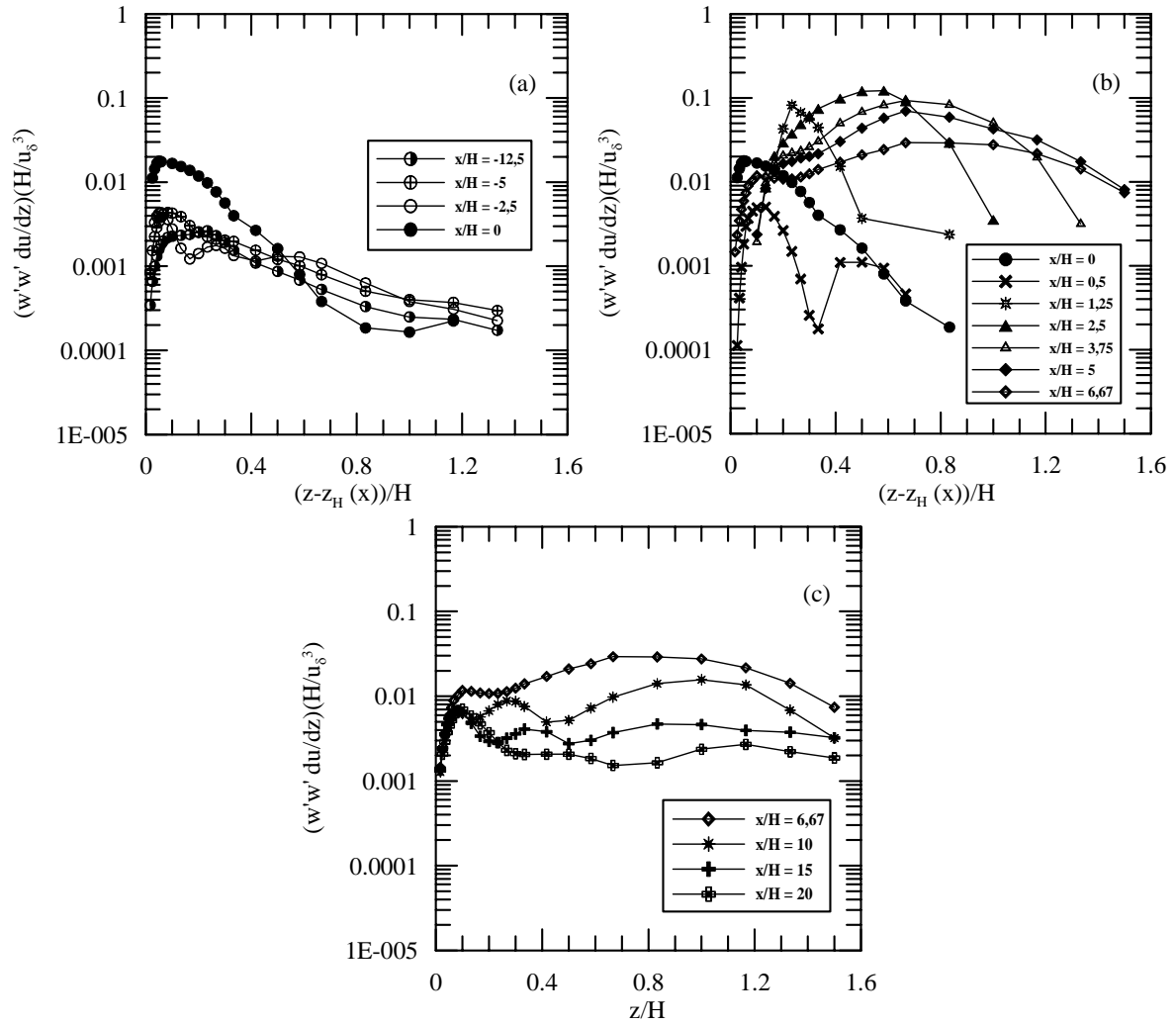


Figura 4.18: Termo de produção para as tensões cisalhantes de Reynolds, $P_{-u'w'} = \overline{w'w'}\partial_z u$: (a) à montante da separação, (b) região de separação, (c) à jusante do ponto de recolamento.

escoamento reverso, ambos os termos de produção atingem um valor máximo em $x/H = 2,5$. O termo de produção P_{uu} aumenta ao menos uma ordem de grandeza na região de recirculação em comparação com seus valores de referência. O mesmo comportamento é observado para P_{-uw} , pois este sofre um aumento de dez vezes na região de separação, com a posição do pico se distanciando da parede.

4.2 A estrutura morfológica de uma camada limite com separação de acordo com os presentes resultados

Na seção anterior, uma caracterização experimental detalhada do escoamento sobre colinas lisas foi apresentada ao leitor. Ao todo, treze estações de medição forneceram dados representativos do campo médio e turbulento. Este conjunto de dados, que compreende as velocidades médias longitudinal e transversal, bem como as componentes normais e cisalhantes do tensor de Reynolds, foi extensamente investigado com o propósito de caracterizar o comportamento do escoamento sobre colinas de inclinação abrupta e superfície lisa. Ênfase particular foi dedicada à investigação da região de recirculação e do escoamento imediatamente adjacente à superfície. Em adição, três diferentes métodos para o cálculo da tensão na parede para superfícies lisas foram discutidos e utilizados para a estimativa desta grandeza. Resultados subsequentes para a caracterização do campo turbulento, como distribuição de viscosidade turbulenta e de comprimento de mistura e perfis dos termos de produção das componentes do tensor de Reynolds também foram apresentados.

De posse destes resultados, podemos agora utilizá-los para a validação da análise teórica introduzida no Capítulo 3. O objetivo da presente seção reside em avaliar criteriosamente a estrutura morfológica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação. Para este propósito serão considerados, em adição aos dados experimentais de Loureiro et al. (2007b) expostos na seção anterior, os resultados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998).

O trabalho de Na e Moin (1998) investiga o comportamento da camada limite tur-

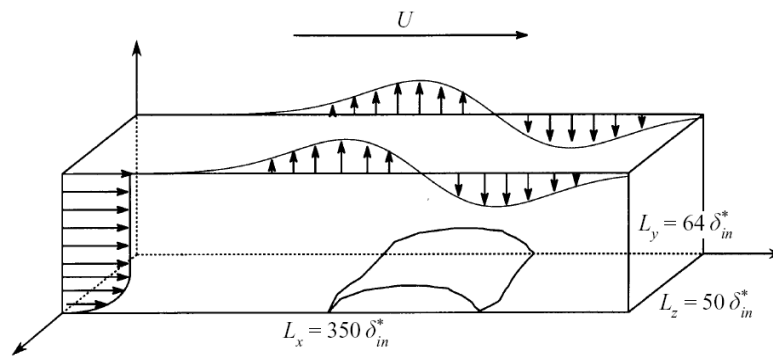


Figura 4.19: Geometria do domínio computacional de Na e Moin (1998): camada limite turbulenta sobre superfície plana sujeita a um gradiente externo. Retirado de Na e Moin (1998).

bulenta sobre uma superfície plana e lisa, por meio de simulação numérica direta. Uma região de recirculação fechada é obtida segundo um gradiente de pressão adverso gerado a partir da prescrição de uma distribuição de velocidade vertical no contorno superior do domínio computacional. O número de Reynolds baseado na velocidade do escoamento potencial e na espessura de deslocamento da camada limite incidente é $Re_{\delta_{in}^*} = 507$. Estes dados incluem distribuição de pressão e atrito na parede, bem como as grandezas médias e turbulentas ao longo de um plano transversal tomado no meio do domínio computacional. Uma ilustração da geometria do problema estudado por Na e Moin (1998) é apresentada na Fig. 4.19. O domínio computacional possuía um volume adimensional de $350 \times 64 \times 50$ baseado na espessura de deslocamento da camada limite incidente. O número de pontos utilizado em cada direção foi, respectivamente, $513 \times 193 \times 129$.

De fato, dados de referência que ofereçam resultados confiáveis de tensão de cisalhamento na parede são muito cobiçados, pois permitem que todas as hipóteses referentes às escalas relevantes para escoamentos com separação sejam testadas. Os experimentos de Loureiro et al. (2007b) são importantes porque fornecem dados de tensão cisalhante na parede ao longo de todo o domínio de escoamento, em particular no interior da região de recirculação. Uma característica interessante destes dois conjuntos de dados é que representam dois diferentes tipos de escoamento. Nas simulações de Na e Moin (1998) o escoamento se desenvolve sobre uma placa plana e a separação é introduzida pela im-

Tabela 4.7: Condição de simulação dos escoamentos de referência. $Re_{\delta_{in}^*}$ e u_*/u_e são valores típicos do escoamento colado à superfície, à montante da separação; u_{pv}/u_e é considerado no ponto de separação. δ_{in}^* = espessura de deslocamento da camada limite.

Trabalho	$Re_{\delta_{in}^*}$	u_*/u_e	u_{pv}/u_e
Na e Moin (1998)	507	0,0536	0,0148
Loureiro et al. (2007b)	430	0,0581	0,0179

posição de um gradiente adverso de pressão externa. Por outro lado, no experimento de Loureiro et al. (2007b), o gradiente de pressão externo e por conseqüência a região de escoamento separado, são determinados pela interação do escoamento com a geometria da colina.

Mais detalhes sobre a simulação numérica de Na e Moin (1998) podem ser obtidos na referência original. Entretanto, para estabelecer uma base de comparação entre estes dois dados de referência, algumas propriedades que caracterizam as condições de simulação de cada escoamento são apresentadas na Tabela 4.7.

Os dados experimentais de Loureiro et al. (2007b) foram complementados por uma distribuição de pressão obtida através de simulação numérica. Os procedimentos numéricos foram realizados no código ANSYS CFX 5.7, utilizando o modelo $(\kappa-\omega)$ -*SST* formulado por Menter (1994) como modelo de turbulência. Detalhes da simulação podem ser encontrados em Loureiro, Alho e Silva Freire (2008a).

4.2.1 Avaliação das escalas relevantes de velocidade

As Figs. 4.20 e 4.21 apresentam as distribuições de u_* , u_{pv} e u_R obtidas a partir dos dados de Na e Moin (1998) e Loureiro et al. (2007b). Valores negativos de u_* indicam a existência de uma região de escoamento reverso; enquanto que valores negativos de u_{pv} indicam que este parâmetro foi avaliado em uma região de gradiente de pressão favorável.

Considerando os dados de Na e Moin (1998), u_* e u_R coincidem quase que exatamente até o ponto $x = 0,2$ m. A partir deste ponto em diante, o gradiente de pressão começa a exercer um efeito dominante sobre u_R , forçando as duas curvas a se distanciarem uma da outra. A curva de u_* em declínio intercepta a curva ascendente de u_{pv} em $x = 0,28$

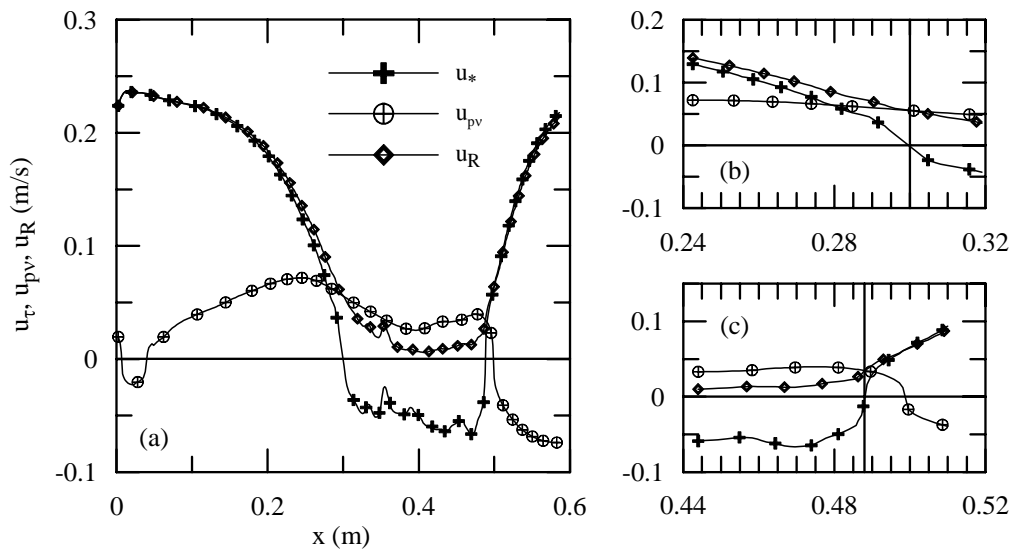


Figura 4.20: Comportamento característico de u_* , u_{pv} e u_R para o escoamento de Na e Moin (1998). (a): comportamento global; (b): comportamento próximo do ponto de separação; (c): comportamento próximo do ponto de recolamento.

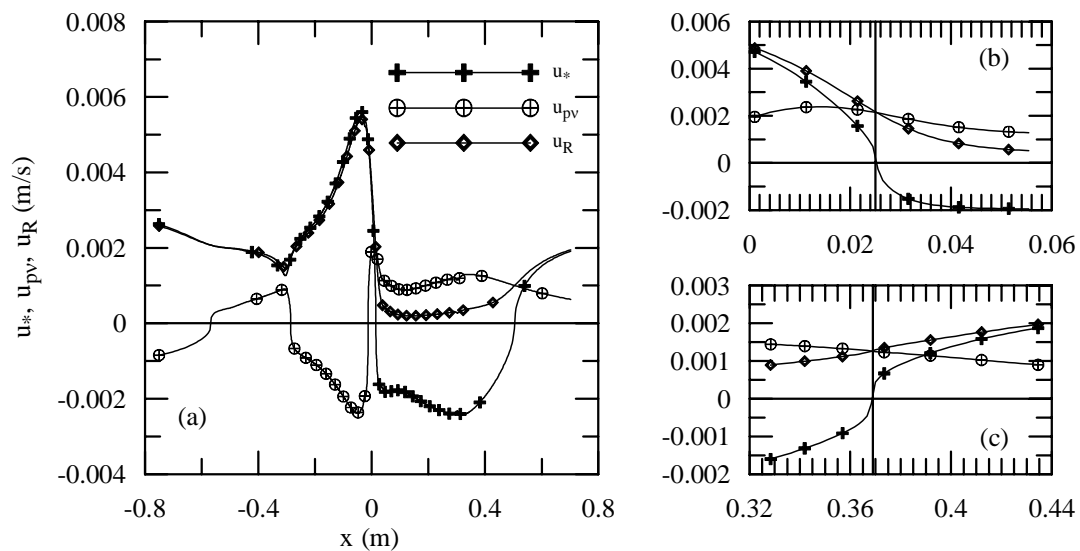


Figura 4.21: Comportamento característico de u_* , u_{pv} e u_R para o escoamento de Loureiro et al. (2007b, 2008a). (a): comportamento global; (b): comportamento próximo do ponto de separação; (c): comportamento próximo do ponto de recolamento.

m; e em aproximadamente $x = 0,30$ m o ponto de separação é alcançado, de modo que u_* é identicamente zero e $u_R = u_{p\nu}$. O ponto à montante da separação onde $u_* = u_{p\nu}$ pode então ser estimado de $\Delta = (0,30 - 0,28)/(l) = 0,0155$; ($l = 1,29$ m). Este valor pode ser comparado com $\epsilon (=u_R/u_e) = 0,0148$, a primeira ordem de correção para a solução não-viscosa. Na região de escoamento reverso, u_R permanece assumindo sempre valores positivos, como garantido pela Eq. (3.9). À jusante do ponto de recolamento, $x = 0,488$ m, u_* logo assume o mesmo valor de $u_{p\nu}$ em $x = 0,491$ m, assumindo um papel principal a partir de $x = 0,495$ a diante.

A informação contida nos dados de Loureiro et al. (2007b) a cerca do comportamento de u_* , $u_{p\nu}$ e u_R é consideravelmente semelhante àquela transmitida pelos dados de Na e Moin (1998). A distância entre o ponto onde $u_R = u_{p\nu}$ e o ponto onde $u_* = 0$ corresponde a $\Delta = (0,025 - 0,018)/(l) = 0,018$; ($l = 0,3963$ m). Esse valor, em ordem de grandeza, apresenta uma boa comparação com $\epsilon = 0,035$. Pode-se observar que o comportamento de u_R é sempre positivo e que os detalhes qualitativos das escalas de velocidade na região de recolamento são muito próximos daqueles descritos anteriormente.

Em seqüência, as escalas características de comprimento podem ser imediatamente avaliadas a partir de ν/u_* , $\nu/u_{p\nu}$ e ν/u_R . Contudo, alguns cuidados devem ser tomados na avaliação destas grandezas, pois u_* e $u_{p\nu}$ podem assumir valores nulos ou negativos; u_R é um parâmetro sempre positivo.

4.2.2 Validade das soluções de Goldstein e de Stratford

Um interesse particular reside na inspeção do comportamento do escoamento próximo ao ponto de separação. Os dados de Na e Moin (1998) são apresentados nas Figs. 4.22a e 4.22b em coordenadas internas $u^+ (= u/u_R)$ e $z^+ (= zu_R/\nu)$. As soluções de Goldstein e de Stratford são dadas respectivamente por $u^+ = 0,484 (z^+)^2$ e $u^+ = 4,125 (z^+)^{1/2} - 4,332$ nos intervalos $0,028 < z^+ < 1,33$ e $1,54 < z^+ < 14,82$. Estes resultados são consistentes com a presente modelagem assintótica do problema, onde as duas soluções, de Goldstein e de Stratford, devem ser combinadas em uma região do escoamento de $\text{ord}(1/\epsilon R) = \text{ord}(\epsilon^2)$, ou seja, $\text{ord}(z^+) = 1$.

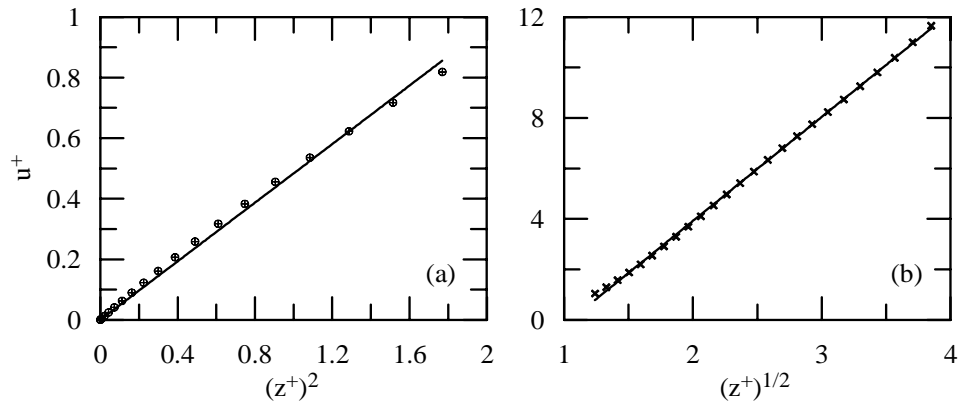


Figura 4.22: Perfil de velocidade no ponto de tensão de cisalhamento nula para o escoamento de Na e Moin (1998). (a): solução de Goldstein ($u^+ = 0,484 (z^+)^2$); (b): solução de Stratford ($u^+ = 4,125 (z^+)^{1/2} - 4,332$); $u^+ (= u/u_R)$ e $z^+ (= zu_R/\nu)$.

4.2.3 Avaliação das espessuras características da camada limite turbulenta

A estrutura assintótica de uma camada limite turbulenta sujeita à separação foi descrita no Capítulo 3 em termos das escalas características ϵ^2 ($\epsilon = u_R/u_e$) e $1/(\epsilon R)$ ($R = (\rho u_e^3)/(\nu \partial_x p)_w$). Logo, entender corretamente o comportamento das escalas de velocidade u_* , $u_{p\nu}$ e u_R é um passo importante e essencial para o desenvolvimento de futuras teorias. Particular atenção deve ser dedicada à identificação das regiões de escoamento onde estas escalas se tornam relevantes.

A estrutura assintótica dos escoamentos investigados é ilustrada nas Figs. 4.23 e 4.24, onde as escalas de espessura $(\epsilon R)^{-1}$ e ϵ^2 são mostradas na forma linear-logarítmica. À montante, muito longe da região de separação, a estrutura clássica de dois pisos é resgatada, com a espessura $\hat{\epsilon}$ ($= (\epsilon R)^{-1}$) delimitando, em primeira ordem, a região onde ocorre o balanço entre as forças laminar e turbulenta (Eq. (3.28)). A espessura $\tilde{\epsilon}$ ($= \epsilon^2$) representa a região onde os efeitos turbulentos e inerciais possuem a mesma ordem de grandeza (Eq. (3.20)). A medida em que nos aproximamos do ponto de separação, $\hat{\epsilon}$ e $\tilde{\epsilon}$ exibem variações opostas. O aumento contínuo de $\hat{\epsilon}$ em conjunto com o decréscimo permanente de $\tilde{\epsilon}$ provoca um estreitamento contínuo na região do escoamento dominada pelos efeitos turbulentos, até o ponto onde ela se extingue completamente. Isto acontece exatamente no ponto de separação da camada limite. Como conseqüência temos que,

neste ponto, a solução para o escoamento adjacente à superfície é dominada pelos efeitos viscosos, onde a solução de Goldstein deve ser aplicada. A região onde $\text{ord}(\eta) = \text{ord}(z/l) = \text{ord}(\epsilon^2)$, define a região do escoamento onde a solução de Stratford é considerada válida. Para a região acima deste ponto, uma solução dominada pelos efeitos de inércia deve ser encontrada.

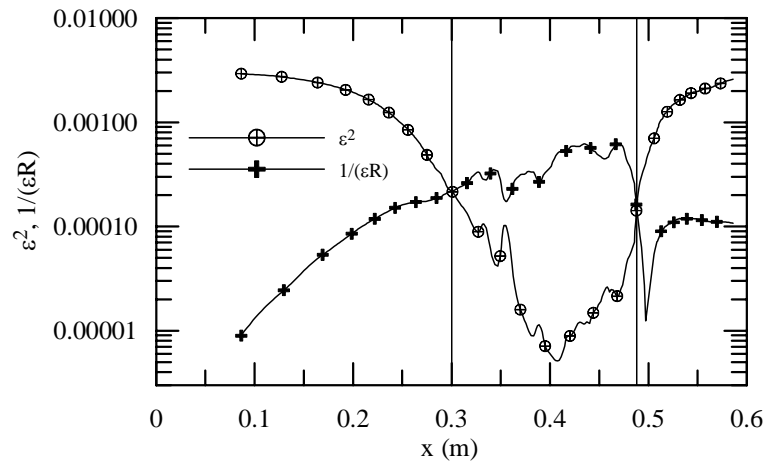


Figura 4.23: Diagrama da estrutura assintótica da camada limite turbulenta para escoamentos com separação e recolamento; dados de Na e Moin (1998).

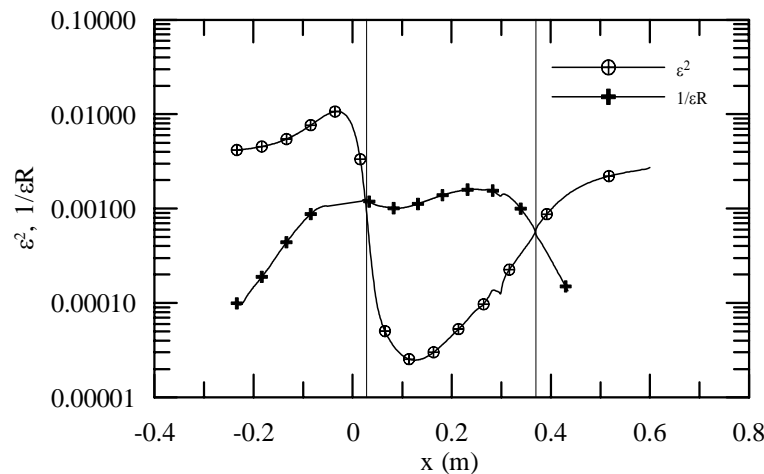


Figura 4.24: Diagrama da estrutura assintótica da camada limite turbulenta para escoamentos com separação e recolamento; dados de Loureiro et al. (2007b, 2008a).

Na região de escoamento reverso, as características dominantes de $\hat{\epsilon}$ e $\tilde{\epsilon}$ são invertidas. A tensão de cisalhamento negativa aliada a um baixo gradiente de pressão na parede

implicam que $\hat{\epsilon} > \tilde{\epsilon}$. Assim, podemos esperar que o perfil de velocidades de Goldstein seja uma boa aproximação do escoamento ao longo de grandes distâncias da parede. Esta situação é novamente invertida à jusante do ponto de recolamento, onde a ordem $\tilde{\epsilon} > \hat{\epsilon}$ é restaurada. O escoamento se acomoda então na estrutura canônica da camada limite turbulenta, com o restabelecimento da subcamada logarítmica.

Nesta seção, portanto, as previsões teóricas avançadas no Capítulo 3 concernentes à estrutura assintótica da camada limite afastada e junto a um ponto de separação foram avaliadas e validadas. Os dados de referência, nomeadamente, os dados experimentais de Loureiro et al. (2007*b*, 2008*a*) e os dados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998), foram utilizados para investigar o comportamento das escalas relevantes de velocidade ao longo de todo o domínio de interesse. Em particular, estudamos a evolução destas escalas de velocidade nas proximidades do ponto de separação, comparando as escalas de comprimento envolvidas neste fenômeno com as previsões resultantes da análise de Kaplun. Adicionalmente, o comportamento das escalas correspondentes às espessuras das subcamadas da camada limite também foram investigadas. Foi mostrado que, a medida em que nos aproximamos do ponto de separação, a subcamada turbulenta é continuamente comprimida, até a sua completa extinção no ponto de singularidade. No interior da região de escoamento reverso foi visto que a escala viscosa é fortemente dominante. As soluções de Goldstein e de Stratford foram avaliadas e seus domínios de validade foram estimados. De um modo geral, as comparações entre a previsão teórica e os dados de referência apresentaram uma boa concordância. O comportamento refletido pelas escalas avaliadas corrobora os resultados da análise de Kaplun para a estrutura morfológica da camada limite turbulenta. Informações complementares sobre esta investigação podem ser encontradas em Loureiro et al. (2007*c*).

4.3 A lei da parede para escoamentos separados sobre colinas lisas

Esta seção é dedicada à avaliação de formulações especializadas de leis de parede que foram desenvolvidas para contabilizar os efeitos do gradiente de pressão adverso no comporta-

mento da camada limite. Inicialmente, as formulações de interesse serão apresentadas em uma subseção própria. Mais especificamente, serão investigadas as seguintes formulações: i) a lei logarítmica clássica, ii) a lei de parede de Mellor (1966), iii) a formulação de Nakayama e Koyama (1984) e iv) a lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998, 2002).

A seguir, as suas previsões teóricas são comparadas com os dados experimentais de Loureiro et al. (2007b) e com os dados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998) e Skote e Henningson (2002). Essa investigação da resposta das leis de parede em comparação com os dados de referência será feito por meio de computação simbólica.

Em uma terceira subseção, estudaremos a capacidade destas formulações logarítmicas em prever escoamentos com separação quando implementadas numericamente como condição de contorno na parede. Serão apresentados os resultados de simulação numérica via diferenças finitas com o modelo κ - ϵ , onde as leis de parede enumeradas acima foram utilizadas como condição de contorno inferior. Esta investigação será conduzida para o caso de colina abrupta e lisa de Loureiro et al. (2007b). As avaliações e comparações realizadas nesta seção completam totalmente a análise conduzida no Capítulo 3.

O objetivo desta seção é avaliar com rigor as formulações apresentadas, em particular a lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998, 2002), pois elas serão fundamentais para a redução dos dados provenientes do escoamento sobre superfície rugosa e com separação, como será visto mais adiante no presente texto.

A previsão de escoamentos turbulentos sobre colinas abruptas, como foi visto no Capítulo 2, frequentemente recorre ao uso de modelos não-lineares para o fechamento da turbulência. De fato, esta foi a tendência ao longo dos últimos dez anos. Simulações numéricas típicas incluem modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta, como os modelos de duas equações; modelos baseados na equação de transporte para o tensor de Reynolds e até mesmo simulação numérica direta. Todas estas simulações, entretanto, a despeito do tipo de fechamento utilizado, sofrem com o problema de especificação da condição de contorno na parede.

A abordagem mais adotada é, então, recorrer ao uso das formulações de leis de parede. Infelizmente, os mecanismos que regem o escoamento nas proximidades da separação são muito pouco entendidos. Por este motivo, é difícil encontrar uma forma análoga à lei

logarítmica clássica que seja válida para descrever a região interna do escoamento nas adjacências do ponto de separação e ao longo da região de escoamento reverso. Este fato implica em severas dificuldades para a simulação numérica do problema, uma vez que qualquer modelo de turbulência selecionado deve ser capaz de representar adequadamente as características médias e turbulentas do escoamento até a parede.

O presente estudo compara os resultados analíticos e numéricos com dados de referência, com o objetivo de avaliar a aplicabilidade das leis de parede mencionadas acima em descrever corretamente a dinâmica do escoamento na região adjacente à superfície. Como veremos no Capítulo 5, os resultados obtidos nesta seção serão de grande importância para a investigação da camada limite turbulenta sobre colina rugosa.

4.3.1 Formulações de leis de parede

O texto a seguir apresenta as quatro formulações de leis de parede investigadas. Como o principal objetivo do presente estudo é investigar a capacidade destas formulações em prever adequadamente escoamentos com gradiente de pressão adverso e separação, somente os trechos principais das deduções originais serão apresentadas aqui. Em geral, são extensos os desenvolvimentos que levam à forma final das leis mostradas aqui e este conteúdo não é intrinsecamente relevante para a condução do trabalho proposto. Assim, somente a parte mais preeminente da literatura original será reproduzida abaixo.

A lei logarítmica clássica para escoamentos sobre superfície lisa

Para escoamentos sobre superfície lisa, Prandtl (1925) considerou a existência de uma região adjacente à superfície onde a tensão cisalhante total é praticamente constante. Considerando que a viscosidade do fluido exerce um papel importante na obtenção de soluções locais, uma simples análise de escalas nos fornece u_* e ν/u_* como as duas escalas relevantes do problema.

Considerando a hipótese de comprimento de mistura, vimos no Capítulo 3 que a equação que rege o escoamento na subcamada turbulenta é dada pela Eq. (3.3).

Após duas integrações, podemos obter a lei logarítmica clássica para uma superfície lisa, a Eq. (3.4), por conveniência repetida abaixo

$$u^+ = \varkappa^{-1} \ln z^+ + A, \quad (3.4)$$

com $\varkappa = 0,4$, $A = 5,0$ para escoamentos com gradiente de pressão nulo.

A ação de um aumento de pressão arbitrário na camada limite distorce o perfil de velocidade, principalmente na região interna do escoamento, até o gradiente de pressão ser balanceado unicamente pelo gradiente de tensões turbulentas, como descrito por Stratford (1959). Perto do ponto de separação, a Eq. (3.4) apresenta sérias dificuldades a medida em que $u_* \rightarrow 0$.

A formulação de lei de parede de Mellor (1966)

O efeito do gradiente de pressão adverso no comportamento da camada limite turbulenta sem restrição à condição de equilíbrio foi investigado por Mellor (1966) por meio de argumentos dimensionais. Quando um forte gradiente de pressão externo é aplicado à camada limite, o perfil externo da camada limite, também chamado de perfil de esteira, não mais se combina com o perfil logarítmico da região turbulenta. De fato, como sugerido anteriormente por Coles (1956) e por Stratford (1959), na região muito próxima ao ponto de separação a distribuição logarítmica do perfil de velocidades deixa de existir.

Contudo, se os argumentos de Millikan (1939) forem retomados e um novo parâmetro característico baseado no gradiente de pressão for incluído na análise do problema, uma equação que satisfaz a devida forma limite a medida em que o ponto de separação se aproxima pode ser deduzida. Considerando a aproximação que na subcamada viscosa os termos cisalhantes podem ser balanceados somente pelo termo de pressão nas equações de movimento, Mellor (1966) chegou a uma equação análoga à Eq. (4.5):

$$u^+ = z^+ + (1/2)p^+z^{+2}, \quad (4.10)$$

para a região viscosa da camada limite. Para a região turbulenta, ele escreveu

$$u^+ = \xi_{p^+} + 2\varkappa^{-1} \left(\sqrt{1 + p^+z^+} - 1 \right) + \varkappa^{-1} \ln \left(4z^+ (2 + p^+z^+ + 2\sqrt{1 + p^+z^+})^{-1} \right), \quad (4.11)$$

onde $z^+ = zu_*/\nu$, $u^+ = u/u_*$, $p^+ = u_{p\nu}^3/u_*^3$ e $u_{p\nu} = [(\nu/\rho)\partial_x p]^{1/3}$.

A Eq. (4.11) apresenta diferentes comportamentos assintóticos nos casos limites quando $p^+ \rightarrow 0$ ou $p^+ \rightarrow \infty$, tendendo respectivamente à lei logarítmica clássica ou à equação de Stratford. A função ξ_{p^+} é um parâmetro conhecido e foi determinado numericamente para uma faixa de valores de p^+ apresentados na Tabela 4.8.

As Eqs. (4.10) e (4.11) foram especificadas para as regiões viscosa e turbulenta, respectivamente. Para fins numéricos, o ponto de intersecção entre estas duas regiões é situado em $z^+ = 11,64$, que foi considerado como o ponto de intersecção matemática entre a região viscosa e logarítmica para a lei de parede clássica. Com respeito às formulações de lei de parede que levam em consideração os efeitos do gradiente de pressão adverso, a intersecção matemática entre as funções interna e logarítmica dependem do valor do parâmetro adimensional p^+ .

Tabela 4.8: Função de integração p^+ (Mellor (1966)).

p^+	-0,01	0,00	0,02	0,05	0,1	0,2	0,5	1	2	10
ξ_{p^+}	4,92	4,90	4,94	5,06	5,26	5,63	6,44	7,34	8,49	12,13

A formulação de lei de parede de Nakayama e Koyama (1984)

Nakayama e Koyama (1984) conduziram uma análise unidimensional da equação de energia cinética turbulenta e assumiram a hipótese de similaridade local para encontrar uma lei de parede para camadas limite turbulentas sujeitas a um gradiente de pressão adverso. Considerando os dois casos limites de uma subcamada com distribuição constante de tensão cisalhante total e de uma região de tensão cisalhante na parede nula, os autores propõem uma equação de energia cinética turbulenta que, após integração, nos fornece

$$u^+ = (\varkappa^+)^{-1} \left[3(\zeta - \zeta_s) + \ln \left((\zeta_s + 1)(\zeta - 1)[(\zeta_s - 1)(\zeta + 1)]^{-1} \right) \right], \quad (4.12)$$

onde

$$\zeta = \left((1 + 2\tau^+)/3 \right)^{1/2}. \quad (4.13)$$

A formulação acima introduz uma constante de von Kármán modificada, \varkappa^+ , e um

valor de deslizamento, ζ_s . Para uma camada limite sujeita a um gradiente de pressão adverso,

$$\tau^+ = 1 + p^+ z^+, \quad (4.14a)$$

$$p^+ = \nu \rho^{1/2} (d\tau/dz)_w / \tau_w^{3/2}, \quad (4.14b)$$

$$z^+ = (\tau_w / \rho)^{1/2} z / \nu. \quad (4.14c)$$

A constante de von Kármán modificada foi estimada com a seguinte forma

$$\kappa^+(p^+) = (0,419 + 0,539p^+) / (1 + p^+). \quad (4.15)$$

O valor de deslizamento ζ_s foi determinado a partir da condição de que no caso limite $p^+ \rightarrow 0$ a formulação acima deve se reduzir à lei logarítmica clássica, Eq. (3.4). Segue-se que

$$\zeta_s(p^+) = (1 + (2/3)e^{-\kappa^+ p^+})^{1/2} \approx (1 + 0,074p^+)^{1/2}. \quad (4.16)$$

Nakayama e Koyama (1984) consideraram esta análise bastante geral na medida em que a velocidade foi relacionada com a tensão cisalhante local e não com a distância da parede. Adicionalmente, esta análise não precisa estar restrita a uma relação linear entre tensão e velocidade, mas pode ser aplicada a qualquer subcamada onde a tensão de cisalhamento sofra um aumento monotônico.

A formulação de lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998, 2002)

A dedução e a forma final da lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998) foi previamente apresentada na Seção 3.4, quando estudamos a estrutura morfológica da camada limite afastada e junto a um ponto de separação no Capítulo 3.

A seguir, apresentaremos a lei na forma avançada em Cruz e Silva Freire (2002). Esta última, em verdade, utiliza os mesmos argumentos dedutivos discutidos na Seção 3.4, mas introduz uma nova escala de comprimento que permite reescrever as Eqs. (3.42), (3.43) e (3.44) como uma única equação, que ainda assim fornece as formas limites pertinentes para os casos do escoamento afastado e junto a um ponto de separação.

Considerando o resultado de duas integrações da Eq. (3.6) e a escala de velocidade u_R , podemos escrever a seguinte equação

$$u^+ u_R - (2\rho)^{-1} (\partial_x p) (L_c^2 / \nu) z^{+2} = (u_*^2 L_c / \nu) z^+ \quad (4.17)$$

com $u^+ = u/u_R$, $z^+ = z/L_c$, $L_c =$ comprimento característico. A seguir, consideremos que na região viscosa $\text{ord}(u^+) = \text{ord}(z^+) = \text{ord}(1)$ de modo que L_c pode ser encontrado:

$$L_c = \left(\sqrt{(\tau_w / \rho)^2 + 2(\nu / \rho) (\partial_x p)_w u_R} - (\tau_w / \rho) \right) (\rho^{-1} (\partial_x p)_w)^{-1}, \quad (4.18)$$

onde o subscrito w indica que a grandeza deve ser avaliada na superfície.

Assim, introduzindo um novo procedimento de escala, Cruz e Silva Freire (2002) propuseram a lei da parede para escoamentos com separação como

$$u = \sigma \varkappa^{-1} \sqrt{\rho^{-1} \tau_w + \rho^{-1} (\partial_x p)_w} z + \sigma \varkappa^{-1} u_* \ln(z/L_c), \quad (4.19)$$

onde $\varkappa = 0,4$ e $\sigma = \tau_w / |\tau_w|$.

Com vistas a facilitar a implementação numérica desta formulação de lei de parede, os autores reescreveram u_R como $\sqrt{\tau_p}$, onde τ_p denota a tensão cisalhante total, que pode ser calculada por

$$\tau_p = C_\mu^{1/2} \rho \kappa_p + \mu \left| \partial_z u \right|_p, \quad (4.20)$$

onde o subscrito p denota um ponto do domínio adequadamente escolhido, normalmente o primeiro ponto da malha do domínio computacional; $C_\mu (= 0,09)$ é uma constante do modelo κ - ϵ e κ é a energia cinética turbulenta.

A Eq. (4.20) foi obtida por um balanço de quantidade de movimento na região adjacente à superfície. Esta é semelhante a relações utilizadas por outros autores para relacionar a tensão cisalhante na parede com a energia cinética turbulenta em uma formulação do tipo κ - ϵ (e.g. Launder e Spalding (1974)); a única diferença foi a inclusão do termo viscoso para aprimorar as previsões quando $z/L_c \leq 30$.

A Eq. (4.19) se constitui em uma generalização das Eqs. (3.42), (3.43) e (3.44) avançadas em Cruz e Silva Freire (1998). A Eq. (4.18) é uma expressão para o compri-

mento característico na região próxima à superfície e é considerado válido para regiões de escoamento reverso e colado à superfície.

Longe de um ponto de separação, onde a tensão de cisalhamento é positiva e $z(\partial_x p)_w \ll \tau_w$, a Eq. (4.19) se reduz à lei logarítmica clássica, Eq. (3.4),

$$u = 2\kappa^{-1}u_* + \kappa^{-1}u_* \ln(z/L_c), \quad (4.21a)$$

$$L_c = \nu/u_*. \quad (4.21b)$$

Próximo de um ponto de separação, onde $\tau_w = 0$, a Eq. (4.19) nos leva a

$$u = 2\kappa^{-1} \sqrt{\rho^{-1}(\partial_x p)_w} z, \quad (4.22)$$

que se resume, de fato, à equação de Stratford (1959).

Na região de escoamento reverso, onde a tensão cisalhante na parede é negativa e $z\partial_x p \ll \tau_w$, a Eq.(4.19) se torna

$$u = -2\kappa^{-1}u_* - \kappa^{-1}u_* \ln(z/L_c), \quad (4.23a)$$

$$L_c = 2|\tau_w/(\partial_x p)_w|. \quad (4.23b)$$

Deve-se notar que o comprimento característico na região de escoamento reverso é diferente daquele fornecido pela lei logarítmica clássica. As Eqs. (4.23a) e (4.23b) estão de acordo com Simpson et al. (1981) que sugere que o comprimento característico para a região de escoamento reverso deve ser diretamente proporcional ao valor absoluto da tensão cisalhante na parede.

4.3.2 Avaliação das formulações de lei de parede

A seguir, uma avaliação analítica da formulação de Cruz e Silva Freire (1998) é realizada por meio de uma comparação com dados de referência. Para este propósito, a nossa base de dados compreende a campanha experimental de Loureiro et al. (2007b, 2008a), apresentada na Seção 4.1 e as simulações numéricas de Na e Moin (1998) e Skote e Henningson (2002). O trabalho de Na e Moin (1998) foi sucintamente comentado na Seção 4.2 e ilustrado na Fig. 4.19.

A simulação numérica direta conduzida por Skote e Henningson (2002) muito se assemelha com aquela de Na e Moin (1998). O gradiente de pressão adverso que origina a região de separação é ajustado através da prescrição da derivada da velocidade vertical na região do contorno superior. O tamanho do domínio computacional adimensional era de $700 \times 65 \times 80$, baseado na espessura de deslocamento da camada limite incidente. O número de nós utilizados na simulação foi $720 \times 217 \times 256$. O número de Reynolds utilizado para a simulação da camada limite foi $Re_{\delta_{in}^*} = u_{\delta} \delta_{in}^* / \nu = 400$. Uma ilustração do escoamento simulado por Skote e Henningson é apresentado na Fig. 4.25.

Para estes três dados de referência, algumas propriedades que caracterizam as condições de simulação de cada escoamento são apresentadas na Tabela 4.9.

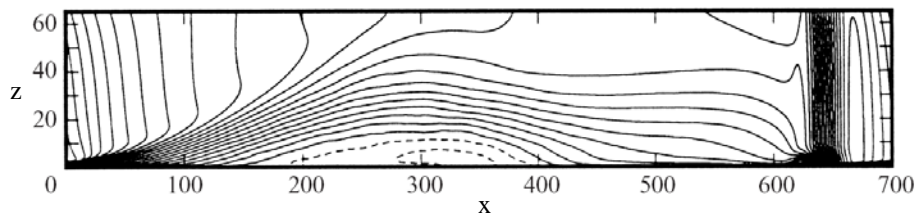


Figura 4.25: Geometria do domínio computacional de Skote e Henningson (2002): linhas de contorno de velocidade média. Valores positivos são indicados por linhas sólidas, enquanto valores negativos são indicados por linhas tracejadas. Retirado de Skote e Henningson (2002).

Tabela 4.9: Condição de simulação dos escoamentos de referência. $Re_{\delta_{in}^*}$ e u_*/u_e são valores típicos do escoamento colado à superfície, à montante da separação; $u_{p\nu}/u_e$ é considerado no ponto de separação. δ_{in}^* = espessura de deslocamento da camada limite.

Trabalho	$Re_{\delta_{in}^*}$	u_*/u_e	$u_{p\nu}/u_e$
Na e Moin (1998)	507	0,0536	0,0148
Skote e Henningson (2002)	400	0,0415	0,0160
Loureiro et al. (2007b)	430	0,0581	0,0179

Entretanto, antes de avaliar a formulação de interesse, alguns comentários acerca das leis de parede descritas na subseção anterior merecem destaque.

Os resultados provenientes da comparação entre dados de referência e as previsões

teóricas das formulações de Mellor (1966) e de Nakayama e Koyama (1984) foram apresentados em Loureiro et al. (2006*c*, 2006*d*).

Estes dois estudos preliminares, na verdade, abrangeram um escopo ainda maior. Dentre a literatura de formulações de leis de parede especializadas para escoamentos com gradiente adverso de pressão e separação, foram selecionados sete trabalhos mais representativos apresentados ao longo dos últimos quarenta anos. Nomeadamente, as teorias avançadas por Mellor (1966), Afzal(1983), Simpson (1983), Nakayama e Koyama (1984), Durbin e Belcher (1992), Cruz e Silva Freire (1998, 2002) e Nickels (2004) foram investigadas. O principal propósito dos trabalhos de Loureiro et al. (2006*c*, 2006*d*) residiu então em analisar detalhadamente a capacidade dos parâmetros de escala empregados nestas formulações em retrar corretamente a dinâmica do escoamento perto de um ponto de separação.

Em geral, estas sete formulações destacadas acima recorrem a uma diversidade de argumentos dedutivos. Entre eles estão argumentos dimensionais, análise unidimensional da equação de energia cinética turbulenta, métodos assintóticos, argumentos empíricos, todos empregados com o propósito de deduzir leis gerais que sejam aplicáveis tanto a escoamentos reversos quanto a escoamentos colados à superfície.

Com o objetivo de avaliar as previsões teóricas destas leis de parede especializadas, três conjuntos independentes de dados experimentais foram empregados: os dados de Loureiro et al. (2007*a*), de Simpson et al. (1981) e de Dengel e Fernholz (1990). Os resultados demonstram claramente que as leis mais sofisticadas, que utilizam parâmetros de escala ajustáveis ao longo da direção longitudinal do escoamento, fornecem os melhores resultados. Dentre esta classe, podemos apontar as leis de Cruz e Silva Freire (1998, 2002) e Nakayama e Koyama (1984). Por outro lado, formulações baseadas somente na escala resultante do gradiente de pressão adverso não são capazes de prever adequadamente o campo de velocidades ao longo de todo o domínio de interesse.

O resultado destas comparações analíticas iniciais naturalmente direcionaram o estudo a uma investigação dedicada à formulação de Cruz e Silva (1998, 2002) e, deste modo, resultados consolidados foram alcançados. Por este motivo, a presente tese contempla primordialmente a avaliação analítica desta lei. Os resultados específicos das

outras formulações de parede mencionadas acima, por serem pouco enriquecedores, não serão apresentados neste texto. Contudo, mais detalhes sobre estas avaliações podem ser encontrados diretamente na referência original (Loureiro et al. (2006c, 2006d)).

Avaliação da formulação de Cruz e Silva Freire (1998, 2002)

As soluções para a região de parede fornecidas pelas Eqs. (3.42) a (3.44) serão agora avaliadas contra os dados de Na e Moin (1998), Loureiro et al. (2007b) e Skote e Henningson (2002). Neste ponto, é importante lembrar que a Eq. (3.5), na vizinhança de um ponto de separação, mas onde $\tau_w \neq 0$ é dada por

$$u^+ = (1/2) u_{p\nu}^+ z^{+2} + \sigma u_*^+ z^+, \quad (4.24)$$

onde $u^+ = u/u_R$, $z^+ = (zu_R)/\nu$, $u_{p\nu}^+ = u_{p\nu}/u_R$, $\sigma = \tau_w/|\tau_w|$, $u_*^+ = u_*/u_R$, $u_* = \sqrt{|\tau_w|/\rho}$.

O desenvolvimento dos perfis de velocidade de Na e Moin (1998) no sentido do escoamento é apresentado na Fig. 4.26 em coordenadas internas. Seis estações de avaliação foram consideradas, nas posições $x/\delta_{in}^* = 50, 100, 158$ (ponto de separação), 200, 250 e 257 (ponto de recolamento); δ_{in}^* = espessura de deslocamento do escoamento incidente. Os resultados exatamente nas posições de separação e recolamento foram interpoladas diretamente do conjunto original de dados numéricos.

As Figs. 4.26a e 4.26b mostram os perfis à montante do ponto de separação. As soluções locais dadas pelas Eqs. (3.42) e (4.24) também são apresentadas. Como consequência do baixo número de Reynolds empregado nas simulações por Na e Moin (1998) e da condição de gradiente de pressão não-nulo, as regiões logarítmicas dos perfis de velocidade não assumem o valor clássico da constante da lei da parede, $A = 5$ (Eq. (3.4)). A solução de Goldstein (Eq. (4.24)) exibe uma concordância muito boa com os resultados de simulação numérica direta até $z^+ = 4,5$. A solução logarítmica também apresenta uma boa comparação com os dados numéricos, desde que C_1 seja 16,4 ($x/\delta_{in}^* = 50$) e 9,7 ($x/\delta_{in}^* = 100$). Essas constantes correspondem à união das duas soluções (Eqs. (3.42) e (4.24)) em $z^+ \approx 8$. Os limites assintóticos $1/\epsilon R$ e ϵ^2 definem portanto uma região de combinação de soluções que é continuamente reduzida a medida em que o ponto de separação se aproxima.

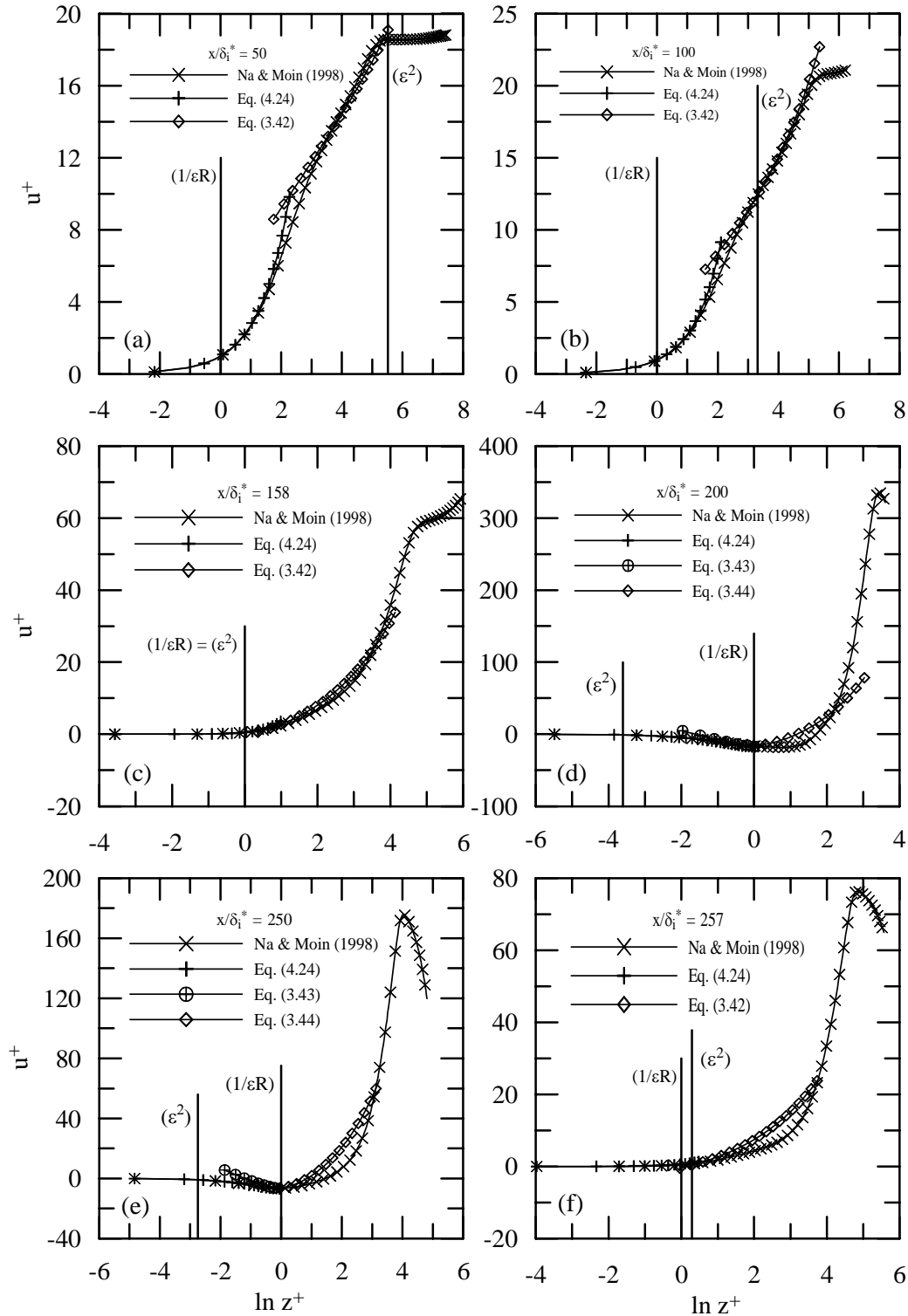


Figura 4.26: Perfis de velocidade média em coordenadas internas ($u^+ = u/u_R$ e $z^+ = zu_R/\nu$) de acordo com os dados de Na e Moin (1998). (a): $x/\delta_{in}^* = 50$; (b): 100; (c): 158 (posição de separação do escoamento); (d): 200; (e): 250; (f): 257 (posição de recolamento do escoamento). δ_{in}^* = espessura de deslocamento do escoamento incidente.

No ponto de separação (Fig. 4.26c), a solução de Goldstein é uma boa aproximação até aproximadamente $z^+ = 1,5$ (ver também Fig. 4.22a); a solução logarítmica para ser apropriada até cerca de $z^+ = 45$. Este valor deve ser comparado com o limite superior de validade da solução de Stratford, $z^+ \approx 15$ (Fig. 4.22b). O domínio de combinação se reduz a $\text{ord}(1/\epsilon R) = \text{ord}(\epsilon^2)$.

Os perfis de velocidade na região de escoamento reverso são apresentados nas Figs. 4.26d e 4.26e. O papel dominante dos efeitos viscosos já havia sido ilustrado nas Figs. 4.23 e 4.24. Aqui, podemos ver que a Eq. (4.24) é uma boa aproximação até cerca de $z^+ = 1,4$ (para detalhes do escoamento, ver Figs. 4.27a e 4.27b). Como uma primeira aproximação, o ponto $z^+ = 1$ pode de fato ser utilizado na Fig. 4.26e (e também na Fig. 4.27b) para combinar as Eqs. (4.24) e (3.44). A Eq. (3.43) não é uma boa solução para o intervalo $0,22 < z^+ < 1$, de modo que a combinação da Eq. (4.24) diretamente com a Eq. (3.44) oferece um bom e simplificado procedimento. De fato, Simpson (1983) comenta que, para $z/N < 0,02$ ($N =$ distância da parede até à máxima velocidade negativa), a solução de Goldstein deve ser apropriada. Para a região adjacente acima, Simpson (1983) argumenta que os efeitos turbulentos devem exercer um papel dominante de modo que uma solução logarítmica deve ser válida. Ele então sugere uma solução da forma

$$U/|U_N| = A(z/N - \ln(|z/N|) - 1) - 1, \quad A = 0,3. \quad (4.25)$$

Infelizmente, a constante A parece não ter um valor bem estabelecido, pois diferentes valores foram sugeridos por diversos autores. Skote e Henningson (2002) mostram que a Eq. (4.25) fornece uma concordância muito pobre com os seus dados. A mesma tendência pode ser observada na Fig. 4.27b. A conclusão natural é que a solução de Goldstein fornece a melhor representação para a região de escoamento reverso no intervalo $z^+ < 0,37$.

A extensa camada sob domínio viscoso ao longo da região de escoamento reverso é particularmente ilustrada pela Fig. 4.27b por meio da linha de demarcação ($1/\epsilon R$). Devemos notar que, para este caso, a localização de $1/\epsilon R$ coincide com o ponto onde ocorre a máxima velocidade negativa. Para a estação detalhada na Fig. 4.27a, a solução de Goldstein subestima os dados de Na e Moin (1998) em menos de 10%.

Logo à jusante do ponto de recolamento, Fig. 4.26f, o perfil de velocidade se comporta

de forma semelhante ao escoamento na imediata vizinhança do ponto de separação. As soluções de Goldstein e Stratford ainda se aplicam e a região logarítmica começa a se tornar dominante novamente.

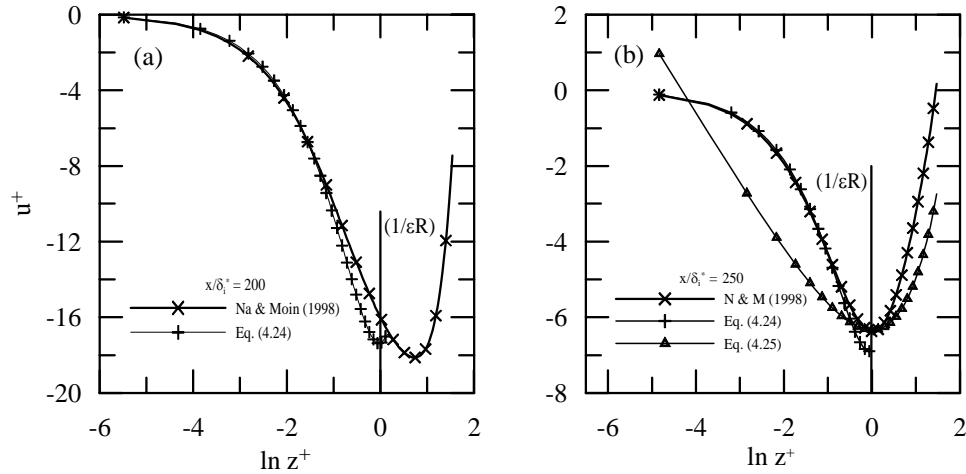


Figura 4.27: Detalhe dos perfis de velocidade na região de escoamento reverso (Na e Moin (1998)). (a): $x/\delta_{in}^* = 200$; (b): 250. δ_{in}^* = espessura de deslocamento do escoamento incidente.

Os dados de Loureiro et al. (2007b) são apresentados nas Figs. 4.28a e 4.28b, onde ambas as estações de avaliação foram consideradas na região de escoamento reverso. A estação $x/H = 0,5$ (H = altura da colina) está localizada imediatamente à jusante do ponto de separação; de fato, até aproximadamente $z^+ = 1,65$, o escoamento já é reverso. A Eq. (4.24) se apresenta como uma boa representação do escoamento até $z^+ = 2$. As Eqs. (3.43) e (3.44) também fornecem uma boa caracterização do escoamento, desde que constantes adequadas sejam utilizadas; neste caso, $C_2 = C_3 = -0,76$. Na estação $x/H = 3,75$, a solução de Goldstein fornece valores ligeiramente maiores que o perfil medido. Para a região externa do escoamento, as Eqs. (3.43) e (3.44) fornecem boas previsões sob a condição de $C_2 = C_3 = -27$.

Uma caracterização adicional do escoamento colado e separado da superfície é apresentada nas Figs. 4.29a e 4.29b, segundo os dados de simulação numérica direta de Skote e Hennigson (2002). Novamente, na região de escoamento reverso, Fig. 4.29a, a Eq. (4.24) fornece resultados muito bons para o intervalo $z^+ < 1$. Por outro lado, a concordância da Eq. (3.44) com a região externa dos dados numéricos é razoavelmente pobre. A Fig.

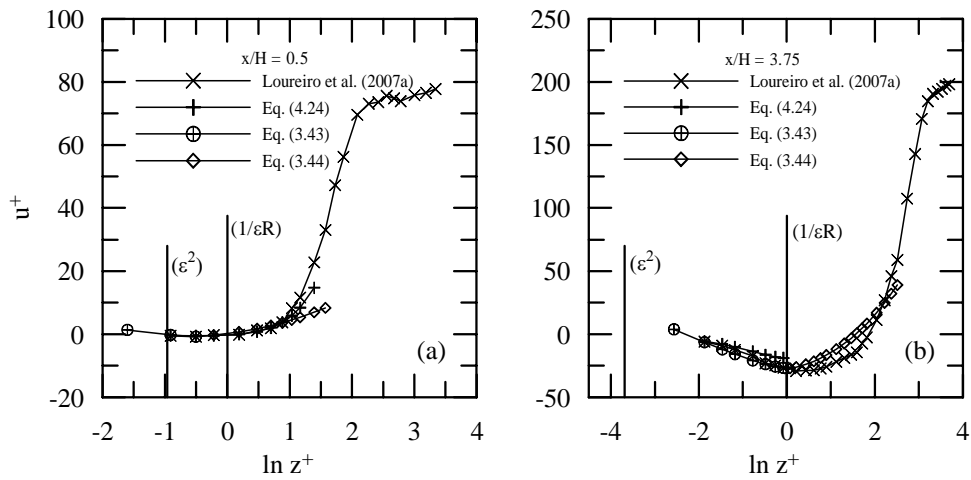


Figura 4.28: Perfis de velocidade média em coordenadas internas ($u^+ = u/u_R$ e $z^+ = zu_R/\nu$) de acordo com os dados de Loureiro et al. (2007a). (a): $x/H = 0,5$; (b): $3,75$. H = altura da colina.

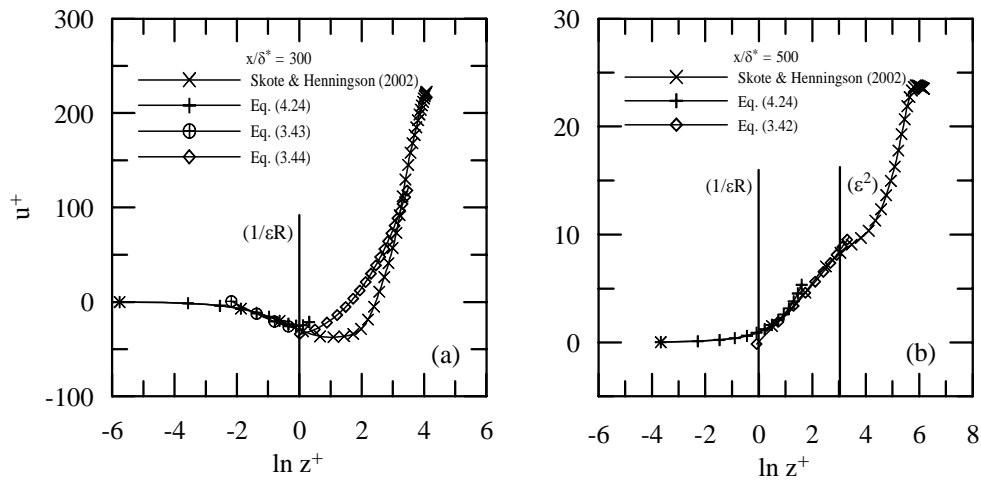


Figura 4.29: Perfis de velocidade média em coordenadas internas ($u^+ = u/u_R$ e $z^+ = zu_R/\nu$) de acordo com os dados de Skote e Henningson (2002). (a): $x/\delta^* = 300$; (b): 500 .

Tabela 4.10: Constantes C_1 , C_2 e C_3 para várias condições de escoamento.

Trabalho	Estação	C_1	C_2	C_3
Na e Moin (1998)	50	16,4		
Na e Moin (1998)	100	9,7		
Na e Moin (1998)	158	-5,4		
Na e Moin (1998)	200		-16	-16
Na e Moin (1998)	250		-6,6	-6,6
Na e Moin (1998)	257	-4		
Loureiro et al. (2007b)	0,5		-0,76	-0,76
Loureiro et al. (2007b)	3,75		-27	-27
Skote e Henningson (2002)	300		-29	-29
Skote e Henningson (2002)	500	5,9		

4.29b mostra os perfis de velocidade média à jusante da bolha de separação. Pode-se facilmente perceber a recuperação da região logarítmica, que consegue ser bem descrita por meio da Eq. (3.42) no intervalo $1,7 < z^+ < 21$ ($C_1 = 5,9$).

Os valores das diversas constantes de integração nas Eqs. (3.42) a (3.44) são apresentadas na Tabela 4.10 para as condições de escoamento consideradas neste trabalho.

4.3.3 Resultados das formulações de leis de parede segundo modelo κ - ϵ

Nesta etapa, estudaremos a capacidade das formulações logarítmicas apresentadas anteriormente em prever escoamentos com separação quando implementadas numericamente como condição de contorno na parede. Esta investigação será conduzida para o caso de colina abrupta e lisa de Loureiro et al. (2007b, 2008a). As implementações das leis de parede de interesse e a simulação numérica do problema foram realizados pelo então aluno de mestrado Daniel Vieira Soares, sob orientação do Prof. José Luiz Alves da Fontoura Rodrigues (DEM/UnB). O resultado desta colaboração está documentado em Loureiro et al. (2007a) e seus resultados serão discutidos no texto a seguir. Informações adicionais sobre esta simulação numérica podem ser encontrados em Soares et al. (2005) e Soares (2006).

Detalhes computacionais

As simulações numéricas foram realizadas no código computacional Turbo-2D (Fontoura Rodrigues (1990)), que é um código bidimensional baseado no método de elementos finitos. A aplicação da discretização padrão de Galerkin a problemas dominados por efeitos de convecção freqüentemente leva a oscilações não físicas e a dificuldades de convergência. Para amainar esta tendência, o código Turbo-2D recorre ao método de balanço de dissipação proposto por Hughes e Brooks (1979) e Kelly et al. (1980) e implementado por Brun (1988). A estrutura do código Turbo-2D foi baseada no trabalho de Brison et al. (1985), que usa elementos finitos do tipo P1-isoP2 para a discretização espacial e discretização temporal semi-implícita.

As equações governantes são as equações médias de Reynolds para um escoamento incompressível. Uma vez que as Eqs. (3.12) e (3.13) foram escritas à guisa da análise assintótica via métodos de Kaplun, as equações do movimento são aqui reescritas na forma adimensional tradicional como

$$\partial_i u_i = 0, \quad (4.26)$$

$$\partial_t u_i + \partial_j (u_i u_j) = -\partial_i p + R^{-1} \partial_j (\partial_j u_i + \partial_i u_j) - \partial_j (\overline{u'_i u'_j}), \quad (4.27)$$

onde u_i representa as componentes normalizadas de velocidade, p a pressão normalizada e R denota o número de Reynolds.

As equações de Reynolds são complementadas pela formulação de viscosidade turbulenta

$$-\overline{u'_i u'_j} = \nu_t (\partial_j u_i + \partial_i u_j) - (2/3) \kappa \delta_{ij}, \quad (4.28)$$

onde ν_t denota a viscosidade turbulenta e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

Na Eq. (4.28), κ representa a energia cinética turbulenta,

$$\kappa = (1/2) \overline{u'_i u'_i}. \quad (4.29)$$

No modelo κ - ϵ , a viscosidade turbulenta é modelada como

$$\nu_t = C_\mu(\kappa^2/\varepsilon), \quad (4.30)$$

onde, $C_\mu (=0,09)$ é a constante do modelo κ - ε e ε é a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, κ .

As equações para κ e para ε podem ser obtidas diretamente das equações médias de Reynolds através de algumas manipulações algébricas. Com a modelagem de alguns termos, as equações resultantes podem ser escritas como

$$\partial_t \kappa + \partial_i(u_i \kappa) = \partial_i[(R^{-1} + (R_t \sigma_\kappa)^{-1}) \partial_i \kappa] + P_{u_i u_j} - \varepsilon, \quad (4.31)$$

$$\partial_t \varepsilon + \partial_i(u_i \varepsilon) = \partial_i[(R^{-1} + (R_t \sigma_\varepsilon)^{-1}) \partial_i \varepsilon] + C_{\varepsilon 1}(\varepsilon/\kappa) P_{u_i u_j} - C_{\varepsilon 2}(\varepsilon^2/\kappa), \quad (4.32)$$

onde R_t é o número de Reynolds turbulento definido com a ajuda da Eq. (4.30).

As constantes $C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_\kappa$ e σ_ε recebem os valores clássicos da literatura: 0,09; 1,44; 1,92; 1,0 e 1,3 respectivamente. O termo de produção, $P_{u_i u_j}$, é dado por

$$P_{u_i u_j} = -\overline{u'_i u'_j} (\partial_i u_j). \quad (4.33)$$

As equações governantes são discretizadas no espaço por meio de elementos finitos triangulares, definidos por funções de interpolação linear. As condições de compatibilidade entre os campos de velocidade e de pressão são preservados pelo uso de duas malhas de cálculo. O campo de pressão é calculado por meio de uma malha com elementos do tipo P1. O campo de velocidades e todas outras grandezas de interesse são calculadas através de uma malha P1-isoP2, construída a partir da malha P1, com a divisão de cada segmento em outros dois de igual tamanho. Esse procedimento dá origem a quatro elementos P1-isoP2 a partir de um único elemento P1. A Fig. 4.30 apresenta as malhas de pressão e velocidade utilizadas para a investigação do campo de escoamentos sobre a colina de inclinação abrupta e superfície lisa.

A discretização temporal das equações governantes é feita através do algoritmo de diferenças finitas semi-implícito de Brison et al. (1985). O processo de iteração temporal

foi utilizado para remover a influência das condições iniciais no cálculo final, de modo que a simulação só é concluída quando resultados estatisticamente independentes são alcançados. De fato, para que a sensibilidade dos resultados com relação aos intervalos de tempo utilizados seja pequena, seria preciso adotar intervalos de tempo muito pequenos. Nestas simulações, de modo a otimizar o processo de convergência, um procedimento de integração temporal que aumenta progressivamente os intervalos de tempo foi utilizado. Em uma simulação típica, intervalos de tempo iniciais foram da ordem de 10^{-6} segundos. Esse valor foi incrementado sucessivamente até o valor de 5×10^{-2} segundos no final da simulação. Foi observado que estes valores eram suficientes para garantir a independência dos resultados. Para os campos de velocidade e de pressão e para as condições de contorno de velocidade, o critério de convergência foi ajustado respectivamente em 10^{-8} e 10^{-6} . Uma vez que o tempo de computação varia com parâmetros locais (i.e. características do processador, capacidade de memória, refinamento da malha, critério de convergência), o tempo computacional será apresentado de modo comparativo entre as formulações de lei de parede. A Tabela 4.11 mostra os resultados encontrados.

Tabela 4.11: Tempo computacional comparativo necessário para alcançar convergência numérica segundo cada lei de parede considerada.

Formulação	Lei logarítmica	M (1966)	NK (1984)	CSF (1998)
Tempo	1	20	25	25

Para a verificação do código, o Turbo 2-D foi testado contra uma variedade de dados incluindo a solução numérica de Mansour et al. (1983) e dados experimentais de escoamentos sobre um degrau e de escoamento em um difusor assimétrico (Carlson et al. (1967), Reneau, Johnston e Kline (1967), Kim, Kline e Johnston (1980), Trupp et al. (1986), Buice e Eaton (1995)).

A simulação adequada de um escoamento de interesse naturalmente depende da correta especificação das condições de contorno. No presente estudo, os valores de entrada para a velocidade média, energia cinética turbulenta e taxa de dissipação foram especificados diretamente a partir dos valores retirados dos dados experimentais. Na região adjacente

à superfície, as formulações de parede foram utilizadas, como explicado a seguir. Para o contorno da saída, condições de simetria (gradiente normal nulo) foram utilizadas. No topo, uma condição de superfície livre foi utilizada.

Como o modelo de turbulência κ - ε padrão não é válido para baixos valores de número de Reynolds turbulento, uma prática comum é recorrer ao uso de leis de parede para expressar o comportamento do escoamento na região adjacente à superfície. Em elementos finitos, a malha não atinge a superfície. Deste modo, a velocidade tangente à superfície sólida deve ser especificada como uma função da distância da parede, d .

Naturalmente, o valor escolhido para d onde a condição de contorno será aplicada deve ser tal que d^+ ($=du_*/\nu$) esteja situado dentro da região de validade da lei da parede. Logo, cálculos de d^+ *a posteriori* devem ser realizados. Em muitos casos, decisões computacionais e variações de malha podem influenciar a precisão dos resultados numéricos. Para a maior partes dos códigos do tipo elementos finitos, valores aceitáveis de d^+ seguem a relação $d^+ < 100$ de modo a prevenir instabilidades numéricas. Para escoamentos colados à superfície, os melhores resultados são normalmente encontrados para a faixa $30 < d^+ < 50$. No algoritmo utilizado neste trabalho, d é fornecido como um valor inicial e as simulações são inicializadas para valores pequenos de d . Este valor é progressivamente incrementado até que um valor máximo convergido é atingido. Idealmente, o valor selecionado para d deve satisfazer $30 < d^+$. Essa condição, entretanto, é normalmente satisfeita somente para escoamentos colados à superfície. O valor ideal de d é, em todo caso, sempre determinado por tentativa e erro.

Durante os cálculos, u e u_* em uma dada iteração são encontrados por meio de um sistema de equações não-lineares. O tratamento explícito dessas não linearidades causam fortes instabilidades numéricas, independentemente do tipo de lei de parede adotada. Portanto, torna-se necessário a introdução de um esquema de estabilização para o cálculo de u_* por meio de um método de sub-relaxação. O código Turbo-2D utiliza um algoritmo iterativo de minimização de resíduos para a determinação de u_* , que consegue preservar a estabilidade do código. Este algoritmo de minimização foi particularmente desenvolvido para a implementação de leis de parede por Fontoura Rodrigues (1990).

As simulações foram realizadas com uma malha bastante fina de 13.888 nós (P1-

isoP2). Devemos ressaltar ao leitor que este número de nós é considerado muito alto para os padrões de elementos finitos. A malha computacional utilizada neste trabalho é ilustrada na Fig. 4.30.

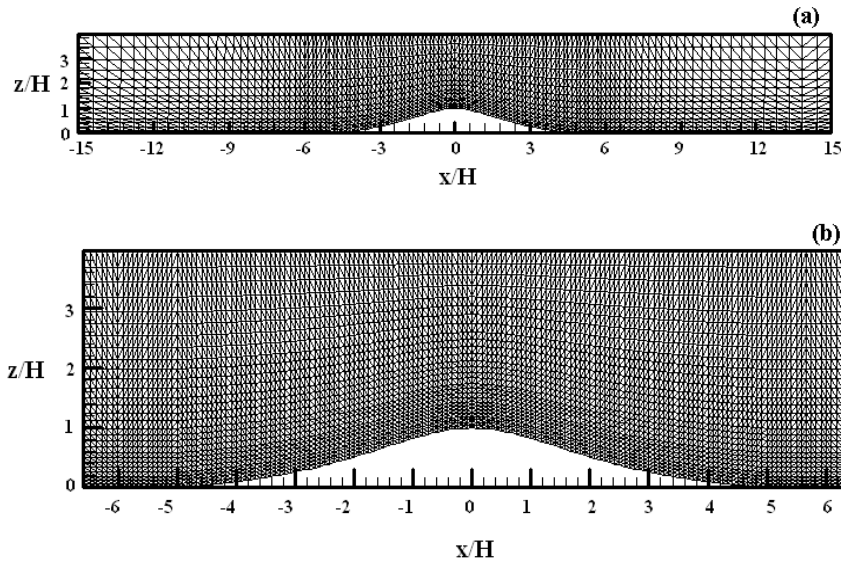


Figura 4.30: Distribuições típicas de malha ao redor da colina para avaliação dos campos de pressão e velocidade. (a) malha P1 com 1875 nós e 3472 elementos. (b) Malha Iso/P2 com 7221 nós e 13888 elementos.

Resultados numéricos

As previsões para o padrão geral do escoamento são apresentadas nas Fig. 4.31b-c-d, em comparação com o dados experimentais de Loureiro et al. (2007b), (Fig. 4.31a).

A localização do ponto de descolamento foi melhor prevista pela formulação de Nakayama e Koyama (1984). Infelizmente, este mesmo modelo superestimou a posição de recolamento em 34%, como ilustrado na Fig. 4.31d. A formulação de Cruz e Silva Freire (1998, 2002) superestima o ponto de separação e subestima o ponto de recolamento, resultando em uma região de separação 13,5% menor que o comprimento observado experimentalmente (Fig. 4.31b). Os resultados obtidos da formulação de Mellor superestimam ambos os pontos de separação e recolamento, como mostrado na Fig. 4.31c. Isto fornece uma bolha de recirculação com comprimento $x/H = 6,00$, um valor bastante próximo daquele observado experimentalmente, $x/H = 6,17$.

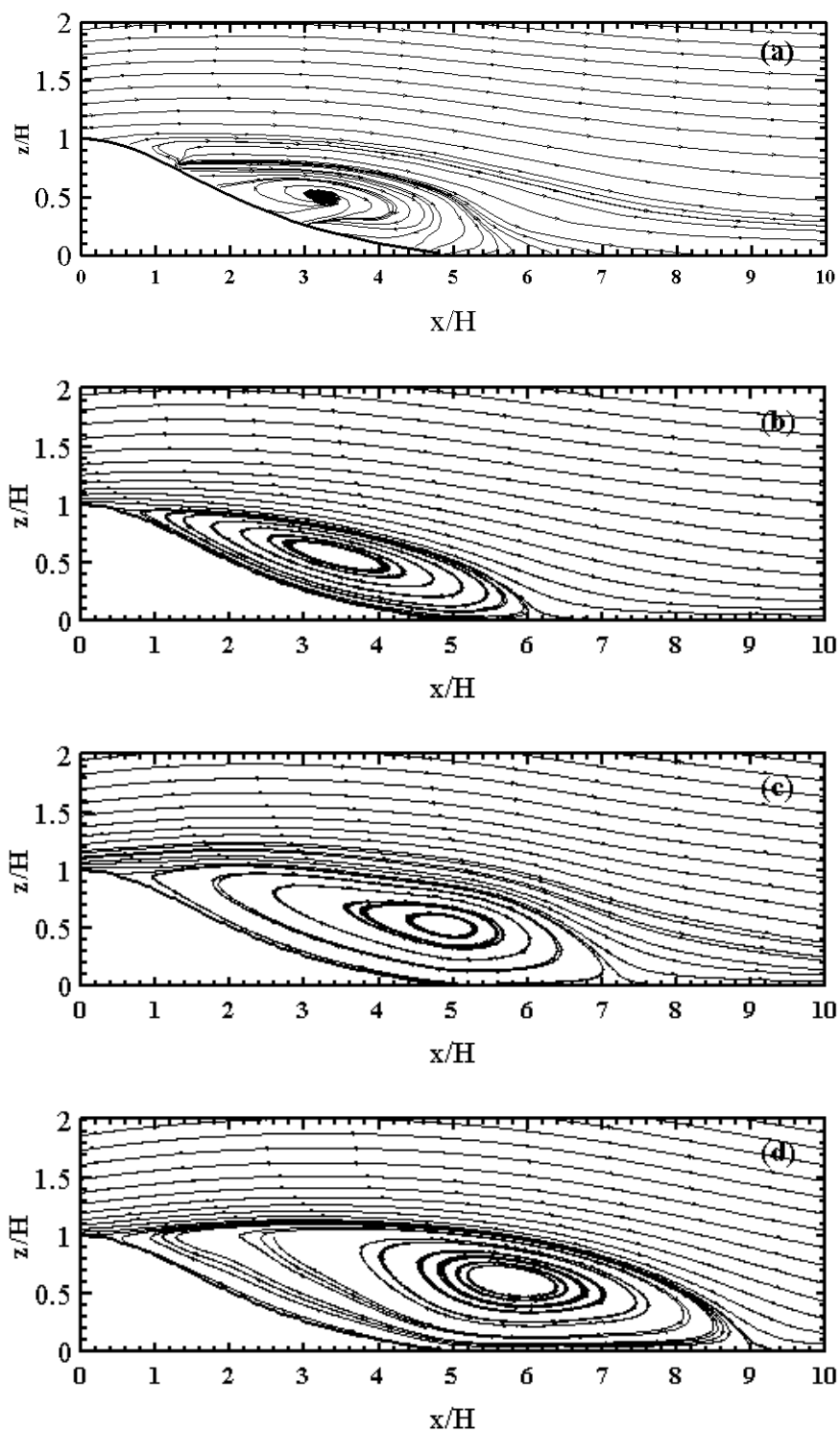


Figura 4.31: Extensão da região de recirculação de acordo com: (a) experimentos, (b) Cruz e Silva Freire (1998, 2002), (c) Mellor (1966) e (d) Nakayama e Koyama (1984).

Sob as presentes condições de simulação e malha, a lei da parede clássica se mostrou incapaz de reproduzir a separação do escoamento. A Tabela 4.12 resume os principais achados.

Tabela 4.12: Comprimento da bolha de recirculação de acordo com as presentes formulações.

Formulação	Separação (x/H)	Recolamento (x/H)	Comprimento (L/H)
Lei logarítmica	não previsto	não previsto	não previsto
M (1966)	0,90	7,00	6,00
NK (1984)	0,60	8,90	8,30
CSF (1998)	0,80	6,10	5,30
Experimento	0,50	6,67	6,17

Os perfis de velocidade média longitudinal obtidos através das diferentes formulações de leis de parede são apresentados na Fig. 4.32 para a região de escoamento reverso.

São marcantes as diferenças entre os perfis de velocidade previstos pelas formulações de leis de parede investigadas. Os resultados fornecidos pela lei de parede clássica falham completamente em prever a região de recirculação, mas ainda assim são apresentados na Fig. 4.32 para fins de comparação. No topo da colina (Fig. 4.32a), todas as leis de parede subestimaram o fator “speed-up” por uma ordem de 20%, e somente a lei logarítmica clássica consegue acompanhar a tendência dos dados experimentais. O modelo de Cruz e Silva Freire (1998, 2002) fornece resultados ligeiramente melhores, mas ainda assim a concordância geral não é boa. Perto do ponto de separação, na estação $x/H = 0,5$, as diferenças entre os perfis simulados e as medidas experimentais ainda são grandes. Na região de escoamento reverso (Fig. 4.32c-d-e-f), o comportamento do perfil de velocidades na região muito próxima à parede ($d/H < 0,2$, $d =$ distância da parede) parece ser capturado parcialmente pelas formulações avaliadas. De fato, a concordância apresentada por todas as formulações nas estações $x/H = 1,25$ e $5,0$ é bastante satisfatória. Entretanto, nas estações $x/H = 2,5$ e $3,75$, os largos picos de escoamento reverso não são bem capturados pelas simulações. Para a região mais afastada da parede ($d/H > 0,2$), ao longo do perfil restante de escoamento reverso, as formulações de Mellor (1966) e de

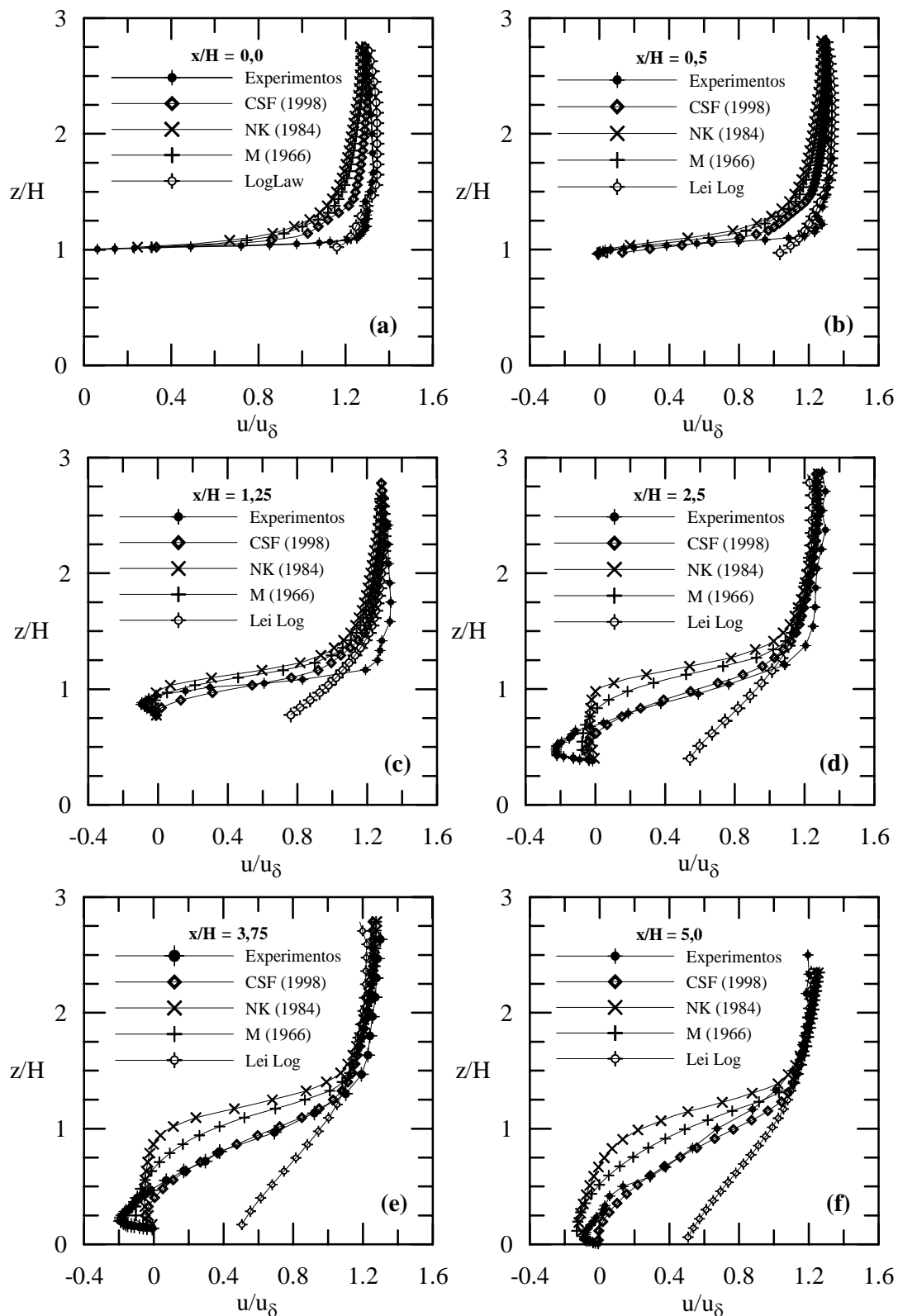


Figura 4.32: Perfis de velocidade média longitudinal na região de escoamento reverso: comparação entre as diferentes formulações de leis de parede.

Nakayama e Koyama (1984) prevêem velocidades menores que a do perfil experimental (Fig. 4.32d-e-f). Contudo, a concordância geral fornecida pela lei de Cruz e Silva Freire (1998, 2002) nas estações $x/H = 2,5, 3,75$ e $5,0$ é muito boa.

Com o intuito de avançar na investigação do comportamento das leis de parede na região do escoamento adjacente à superfície, vamos agora considerar a distribuição de tensão cisalhante na parede. Devemos enfatizar que as previsões de tensão de cisalhamento na parede foram avaliadas diretamente das formulações de leis de parede de Mellor (1966), de Nakayama e Koyama (1984) e de Cruz e Silva Freire (1998, 2002) como apresentado na Seção 4.3.1. Os resultados são apresentados na Fig. 4.33. No topo da colina, a incapacidade das leis em resolver corretamente a subcamada interna fornece valores subestimados de τ_w . Na região de escoamento reverso, entretanto, a formulação de Nakayama e Koyama (1984) apresenta grande fragilidade e a discrepância em relação aos dados experimentais é grande. As previsões fornecidas por Mellor (1966) falham nas estações $x/H = 1,25$ e $2,5$; e para as outras estações a concordância é menor. A formulação de Cruz e Silva Freire (1998, 2002) forneceu boas previsões de τ_w . A concordância foi particularmente boa nas estações $x/H = 3,75$ e $5,0$.

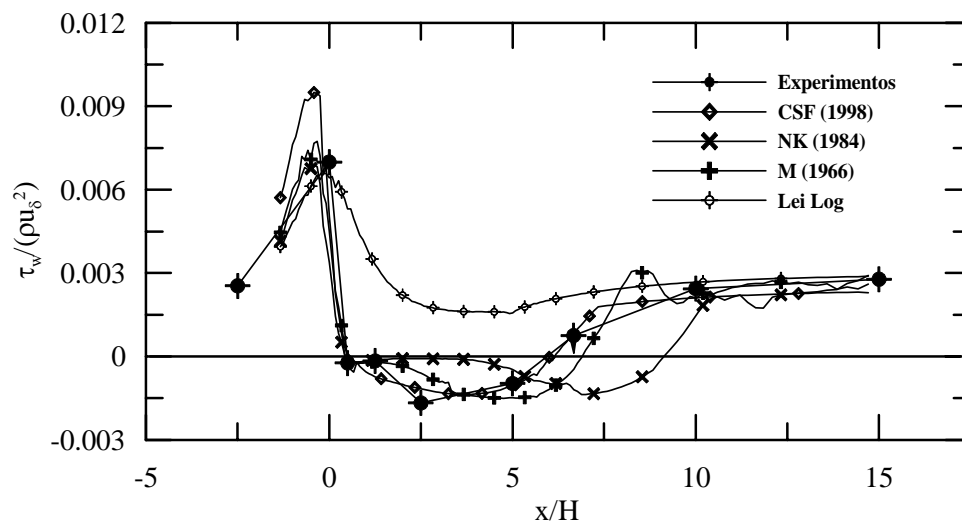


Figura 4.33: Previsões de tensão cisalhante na parede, $\tau_w / (\rho u_\delta^2)$.

4.4 A adequação dos modelos turbulentos baseados nos conceitos de viscosidade turbulenta e na modelagem do tensor de Reynolds para a descrição de escoamento separado sobre colinas lisas

Na seção anterior, investigamos a capacidade do modelo de turbulência do tipo κ - ϵ , utilizando diferentes tratamentos de parede, em prever o comportamento da camada limite sujeita à separação. Quatro diferentes leis de parede foram implementadas como condição de contorno inferior em um código de elementos finitos. As previsões destas formulações foram comparadas com os dados de Loureiro et al. (2007b).

Em contrapartida, estudaremos agora a capacidade de seis diferentes modelos turbulentos em prever o comportamento da região de separação ao redor de uma colina abrupta e lisa. Mais especificamente, os modelos de fechamento investigados são os seguintes: i) o modelo κ - ϵ padrão, agora sem o uso de formulações especializadas de leis de parede, ii) o modelo κ - ω , iii) o modelo de transporte de tensões turbulentas (SST - ω), iv) o modelo do tipo grupo renormalizado (RNG - ϵ); e dois modelos de tensões de Reynolds, v) o modelo SSG -RSM, vi) o modelo de tensões de Reynolds baseline- ω (BSL - ω).

A simulação de escoamentos atmosféricos, em particular a simulação de colinas íngremes o suficiente para gerar extensas regiões de recirculação, sempre colocou grandes desafios à modelagem da turbulência. Como foi visto no Capítulo 2, o maior óbice ao tratamento do problema é sem dúvida a correta especificação das condições de contorno na parede. Independente do tipo de modelo turbulento utilizado, os fortes gradientes de velocidade e de outras grandezas na região adjacente à superfície requerem um tratamento especial para o contorno inferior. Essa demanda deve ser idealmente satisfeita com soluções simples, de baixo custo computacional e que ofereçam respostas rápidas o suficiente para serem utilizadas em previsões meteorológicas. As alternativas de solução são muitas e incluem a especificação de formulações de leis de parede e modelagens de baixo número de Reynolds. Deste modo, a decisão crítica e, provavelmente, a maior fonte de erros em simulações deste tipo reside na escolha do tipo de tratamento de parede mais

apropriado.

O objetivo da presente seção é fazer uma avaliação crítica dos modelos turbulentos disponíveis comercialmente quando aplicados à descrição do escoamento ao redor de colinas abruptas. Atenção especial será dedicada em verificar a adequação destes modelos em capturar o comportamento do escoamento na região adjacente à superfície. Neste sentido, os resultados das simulações serão comparados com os dados de Loureiro et al. (2007b). Devemos ressaltar aqui a importância de existência de dados experimentais que retratem fielmente a subcamada interna, para que este tipo de investigação possa ser conduzida. Trabalhos recentes de Kim et al. (1997), de Ishihara et al. (2001) e de Ross et al. (2004), por exemplo, compreendem campanhas experimentais em escoamento sobre colinas. Entretanto, nenhum destes trabalhos oferece uma caracterização adequada da região próxima à superfície, em particular da região de separação do escoamento. A presente campanha experimental, contudo, permite a avaliação de grandezas médias e turbulentas ao longo de todo o domínio de interesse e, em particular, possibilita a investigação de grandezas de difícil medição, como por exemplo a tensão cisalhante na parede.

4.4.1 Os modelos turbulentos

Seis diferentes modelos de fechamento para a turbulência foram investigados e comparados com os dados experimentais: quatro modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta e dois modelos fundamentados na modelagem do tensor de Reynolds. Os modelos de viscosidade turbulenta compreendem o modelo κ - ϵ padrão, o modelo κ - ω , o modelo SST (transporte das tensões de Reynolds) e o modelo RNG (grupo de renormalização). Os dois modelos de tensões de Reynolds são o modelo de Speziale-Sarkar-Gatski (SSG) e o modelo baseline- ω (BSL). Esta seleção de modelos é considerada ampla o suficiente para representar o estado da arte da modelagem turbulenta em engenharia e permitir assim uma boa avaliação da simulação numérica de escoamentos sobre colinas.

Como parte integrante do estado da arte em simulação computacional, os modelos turbulentos investigados aqui podem ser considerados suficientemente conhecidos para dispensar uma exposição detalhada sobre cada um deles. Assim, somente uma descrição sucinta, que permita estabelecer uma base comum de comparação, será oferecida sobre

cada método. Para maiores detalhes, as fontes originais devem ser consultadas.

As equações de movimento, i.e. as equações médias de Reynolds para a continuidade e para o balanço de quantidade de movimento de um fluido incompressível, são dadas pelas Eqs. (4.26) e (4.27).

Modelos de viscosidade turbulenta

Os modelos de viscosidade turbulenta consideram que as tensões turbulentas, $\overline{u'_i u'_j}$, estão relacionadas com o gradiente de velocidade média por meio de um parâmetro de proporcionalidade, a chamada viscosidade turbulenta, ν_t , de acordo com

$$-\overline{u'_i u'_j} = 2\nu_t S_{ij} - (2/3)\kappa\delta_{ij}, \quad S_{ij} = (1/2)(\partial_j u_i + \partial_i u_j), \quad (4.34)$$

onde ν_t denota a viscosidade turbulenta, κ a energia cinética turbulenta e δ_{ij} o delta de Kronecker.

Diferentes modelagens físicas podem ser atribuídas à viscosidade turbulenta. Muitos modelos turbulentos de duas equações consideram que a viscosidade turbulenta está relacionada com a energia cinética turbulenta, κ , e com a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa, ϵ , através da relação, $\nu_t = C_\nu \kappa^2 / \epsilon$. Equações de transporte para κ e para ϵ podem ser deduzidas diretamente das equações de Navier-Stokes por meio de algumas manipulações algébricas e algumas modelagens adicionais. As formulações utilizadas no código Ansys CFX são as seguintes:

$$\partial_i(u_i \kappa) = \partial_i \left(\left(\nu + (\nu_t / \sigma_\kappa) \right) \partial_i \kappa \right) - \overline{u'_i u'_j} \partial_j u_i - \epsilon, \quad (4.35)$$

$$\partial_i(u_i \epsilon) = \partial_i \left(\left(\nu + (\nu_t / \sigma_\epsilon) \right) \partial_i \epsilon \right) + (\epsilon / \kappa) (C_{\epsilon 1} \overline{u'_i u'_j} \partial_j u_i - C_{\epsilon 2} \epsilon). \quad (4.36)$$

Às constantes do modelo $C_\nu (=0,09)$, $C_{\epsilon 1} (=1,44)$, $C_{\epsilon 2} (=1,92)$, $\sigma_\kappa (=1)$ e $\sigma_\epsilon (=1,3)$ são atribuídos diferentes valores segundo diversos trabalhos disponíveis na literatura. De fato, estas constantes são ajustadas por diferentes autores de modo a garantirem o bom desempenho do modelo para aplicações específicas. Correções referentes a efeitos da força de Coriolis no campo turbulento, ao baixo nível de cisalhamento do perfil de velocidade,

ou ainda devido a efeitos de curvatura das linhas de corrente já foram incorporados a essas constantes por diferentes autores.

Uma análise do tipo grupo de renormalização aplicada às equações de Navier-Stokes resulta em um conjunto de equações de transporte – o assim chamado modelo RNG – que é análogo conjunto de equações do modelo κ - ϵ . As constantes do modelo RNG para as equações de ϵ , contudo, são diferentes e podem ser escritas como

$$C_{\epsilon 1RNG} = 1,42 - f_\eta, \quad f_\eta = \eta(1 - \eta/4, 38)/(1 + \beta_{RNG} \eta^3), \quad (4.37)$$

$$\eta = \sqrt{P_{ij}/\rho C_{\mu RNG} \epsilon},$$

onde $\beta_{RNG}(=0,012)$ e $C_{\mu RNG}(=0,085)$ devem ser adequadamente escolhidos e P_{ij} denota o termo de produção.

Os modelos de duas equações baseados na formulação κ - ϵ são reconhecidamente limitados em descrever a região interna do escoamento, pois falham em prever corretamente a forma funcional do escoamento na região turbulenta. Uma análise via métodos de perturbação da formulação κ - ϵ na região adjacente à superfície mostra que as constantes padrão do modelo fornecem soluções às equações aproximadas que não seguem as constantes clássicas da lei logarítmica, $\kappa = 0,4$ e $A = 5$. Por este motivo, uma prática comum é utilizar o modelo κ - ϵ com condições de contorno especificadas não na parede, mas sim a uma dada distância acima da superfície. Neste caso, a condição de não deslizamento é substituída por uma função de parede, ou seja, a lei da parede canônica.

Um modelo alternativo de duas equações que assegura superar estas dificuldades é o modelo κ - ω (Wilcox (1988)). De fato, acredita-se que a grande vantagem da formulação κ - ω seja exatamente o tratamento de parede, que consegue trabalhar com maiores valores de $z^+ = (zu_*/\nu)$, a distância adimensional da parede, em relação ao modelo κ - ϵ .

O modelo κ - ω tem a vantagem adicional de fornecer uma solução analítica para ω tanto na região viscosa quanto na região turbulenta. Neste modelo, a viscosidade turbulenta é escrita como $\nu_t = (\kappa/\omega)$. As duas equações de transporte para κ e para ω ($= \epsilon/\kappa$) são dadas por

$$\partial_i u_i \kappa = \partial_i \left((\nu + \sigma^* \nu_t) \partial_i \kappa \right) - \overline{u'_i u'_j} \partial_j u_i - \beta^* \kappa \omega, \quad (4.38)$$

$$\partial_i u_i \omega = \partial_i \left((\nu + \sigma \nu_t) \partial_i \omega \right) - \alpha (\omega / \kappa) \overline{u'_i u'_j} \partial_j u_i - \beta \omega^2, \quad (4.39)$$

onde $\alpha(=5/9)$, $\beta(=0,075)$, $\beta^*(=0,09)$, $\sigma(=0,5)$ e $\sigma^*(=0,5)$ são constantes do modelo.

Ambos os modelos κ - ϵ e κ - ω falham em contabilizar corretamente o transporte de tensões turbulentas. A consequência é uma superestimativa da viscosidade turbulenta, o que resulta em uma previsão muito pobre da localização do ponto de separação e da extensão da região de recirculação sobre superfícies lisas. O modelo SST- (κ/ω) se propõem a considerar o transporte das tensões turbulentas por

$$\nu_t = \alpha \kappa / (\max(\alpha \omega, S_{ij} F_S)), \quad F_S = \tanh \left[\left(\max \left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{\beta^* \omega z}, \frac{500\nu}{z^2 \omega} \right) \right)^2 \right], \quad (4.40)$$

onde F_S é uma função introduzida para limitar os valores de viscosidade turbulenta.

Modelos de segunda ordem

Uma maneira mais geral de modelar os escoamentos turbulentos é calcular cada componente do tensor de Reynolds a partir de equações de transporte obtidas diretamente de manipulações algébricas das equações de Navier-Stokes. A perda de informação resultante do procedimento de promediação deve ser então resgatada por meio de uma modelagem adequada de cada termo presente nas equações. A maioria dos modelos considera um mesmo grupo de regras básicas para o fechamento das equações. Todas as grandezas turbulentas são consideradas como função do tensor de Reynolds, de κ , de ϵ (ou alternativamente ω), das grandezas médias do escoamento e de variáveis termodinâmicas relacionadas. A dissipação de energia cinética turbulenta é considerada ocorrer nas menores escalas do escoamento onde a turbulência pode ser considerada isotrópica.

As constantes pertinentes ao modelo são *ad hoc*, específicas para cada caso, e devem ser fixadas a partir de validação experimental. Os modelos também devem ser consistentes e satisfazer alguns critérios como simetria, invariância e permutação.

A modelagem resultante para o tensor de Reynolds, formulada em termos de ϵ , pode ser escrita como

$$\partial_k u_k \overline{u'_i u'_j} = \partial_k \left((\nu_t + \nu) \partial_k \overline{u'_i u'_j} \right) + P_{ij} + \phi_{ij} - (2/3) \delta_{ij} \epsilon, \quad (4.41)$$

onde P_{ij} , o termo de produção das tensões turbulentas, e ϕ_{ij} , o termo de redistribuição de energia por efeitos da pressão e da deformação, são dados por

$$P_{ij} = - \left(\overline{u'_i u'_k} \partial_k u_j + \overline{u'_j u'_k} \partial_k u_i \right), \quad (4.42)$$

e

$$\phi_{ij} = \phi_{1ij} + \phi_{2ij}, \quad (4.43)$$

onde

$$\phi_{1ij} = -C_{s1} \epsilon a_{ij} - C_{s2} \epsilon (a_{ik} a_{jk} - (1/3) a_{mk} a_{km} \delta_{ij}), \quad (4.44)$$

$$\begin{aligned} \phi_{2ij} = & -C_{r1} P_{ij} a_{ij} + C_{r2} \kappa S_{ij} - C_{r3} \kappa S_{ij} (a_{mk} a_{km} \delta_{ij})^{1/2} \\ & + C_{r4} \kappa (a_{ij} S_{ji} + S_{ij} a_{ji} - (2/3) a_{km} S_{mk} \delta_{ij}) + C_{r5} \kappa (a_{ij} W_{ji} + W_{ij} a_{ji}), \end{aligned} \quad (4.45)$$

com

$$a_{ij} = ((\overline{u'_i u'_j} / \kappa) - (2/3) \delta_{ij}), \quad W_{ij} = (1/2) (\partial_j u_i - \partial_i u_j), \quad (4.46)$$

e onde C_{s1} (=1,7), C_{s2} (=−1,05), C_{r1} (=0,9), C_{r2} (=0,8), C_{r3} (=0,65), C_{r4} (=0,625) e C_{r5} (=0,2) são as constantes do modelo.

Então, o modelo está completamente definido de utilizarmos uma equação de ϵ (e.g., Eq. (4.36)) para fecharmos o sistema de equações diferenciais parciais. Por outro lado, quando a modelagem do tensor de Reynolds é baseada em uma formulação para ω , uma equação deve ser especificada para esta variável (e.g., Eq. (4.39)).

O grande número de constantes que aparecem na modelagem do tensor de Reynolds permitiu que muitas variações fossem estabelecidas pelos autores. Launder, Reece e Rodi (1975), por exemplo, sugeriram modelos que usam uma relação linear para a correlação entre a pressão e a deformação; e a produção de turbulência é considerada ser isotrópica ou quase-isotrópica. Esses modelos são normalmente chamados de LRR-IP e LRR-QI. Um modelo alternativo que usa uma relação quadrática para a correlação entre a pressão e a deformação foi proposto por Speziale, Sakar e Gatski (1991), o chamado modelo SSG.

Apesar de oferecer um melhor tratamento das condições de parede, o modelo $\kappa\text{-}\omega$ sofre de uma forte sensibilidade às condições do escoamento potencial. Portanto, considerando as vantagens existentes em cada região do escoamento e as desvantagens dos modelos $\kappa\text{-}\epsilon$ e $\kappa\text{-}\omega$, um bom resultado pode ser atingido com estes dois modelos se introduzirmos uma função de combinação entre a formulação $\kappa\text{-}\omega$ perto da parede e a formulação $\kappa\text{-}\epsilon$ para o escoamento na região externa. Essa solução foi proposta por Menter (1994), que introduziu o chamado modelo baseline $\kappa\text{-}\omega$ (BSL). Deste modo, o modelo BSL-RSM- ω propõem multiplicar as equações do modelo de tensões de Reynolds baseado na equação de ω por uma função de combinação F_B , enquanto que a equação do modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ padrão deve ser multiplicada por $1 - F_B$. Somando essas duas equações, a equação resultante possuirá coeficientes com a forma $\phi_{BSL} = F_B\phi_\omega + (1 - F_B)\phi_\epsilon$. Deste modo, a equação resultante se reduz nos modelos RSM- ω e $\kappa\text{-}\epsilon$ para os casos limites de escoamento perto e longe da parede, respectivamente. Tipicamente, $F_B = \tanh(\arg^4)$ com

$$\arg = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{\kappa}}{\beta^* \omega z}, \frac{500\nu}{z^2 \omega} \right), \frac{4\sigma' \rho \kappa}{CD_{\kappa\omega} z^2} \right], \quad (4.47)$$

e

$$CD_{\kappa\omega} = \max \left(2\rho(\sigma'/\omega) \nabla \kappa \nabla \omega, 10^{-10} \right), \quad (4.48)$$

onde $\sigma' = 1/0,856$.

4.4.2 Detalhes computacionais

As equações governantes do problema foram resolvidas através do código comercial ANSYS CFX, versão 5.7. Este código computacional resolve as equações médias de Navier-Stokes pelo método de volumes finitos. A estratégia de solução consiste em resolver as equações de balanço da quantidade de movimento utilizando um chute inicial para a pressão. A seguir, uma correção para a pressão é obtida. Tipicamente, este processo requer um grande número de iterações para que o critério de convergência seja satisfeito. O código foi estruturado de forma a resolver as equações para as variáveis do escoamento como um único sistema. Esse procedimento permite uma discretização completamente

implícita das equações em qualquer instante de tempo, o que evita o aparecimento de instabilidades numéricas e facilita o processo de convergência.

O uso de formulações de parede se tornou um procedimento padrão amplamente utilizado em códigos numéricos. Considerando que os efeitos viscosos estão confinados a uma fina região do escoamento adjacente à superfície, uma abordagem comum para escapar da necessidade de resolver os fortes gradientes das variáveis do escoamento é recorrer ao uso de soluções analíticas que sejam válidas na região completamente turbulenta do escoamento. Essas soluções analíticas, usualmente denominadas de leis de parede, podem então ser utilizadas para fornecer condições de contorno na parede sem a necessidade de resolver a estreita região viscosa. Segundo a abordagem clássica (Launder e Spalding (1974)), a velocidade longitudinal próxima à superfície é relacionada com a tensão cisalhante na parede através de uma relação logarítmica.

Para evitar que a lei logarítmica se torne singular nos pontos de separação e de recolamento onde a tensão de cisalhamento na parede é nula, uma estratégia específica deve ser desenvolvida. Uma abordagem alternativa é adotar $u_s = C_\nu^{1/4} \kappa^{1/2}$ como escala de velocidade no termo logarítmico. Logo, u_* pode ser calculado diretamente da lei logarítmica. O principal problema das funções de parede é que as previsões são fortemente dependentes das características da malha e, em particular, o refinamento da malha não implica em um aumento de precisão na solução.

Para o modelo κ - ϵ implementado no código ANSYS CFX este problema é resolvido com o uso da chamada escala de lei de parede. Nessa abordagem, o valor de z^+ utilizado na relação logarítmica está limitado a $\max(z^+, 11,06)$. Deste modo, apenas os pontos da malha localizados acima da subcamada viscosa são considerados nos cálculos, evitando assim as inconsistências de malha. A vantagem da escala de lei de parede é permitir que este tratamento seja aplicável a malhas arbitrariamente finas.

Um procedimento alternativo para a simulação numérica é considerar modelos que incorporam uma função de amortecimento. Esses modelos são normalmente denominados de modelos de baixo número de Reynolds. Tipicamente, um modelo de baixo Reynolds baseado na formulação κ - ϵ requer uma resolução de malha de $z^+ < 0,2$. Por este motivo, o seu uso implica em um alto custo computacional e em aumento do tempo de simulação.

Como veremos a seguir, neste trabalho os valores típicos de malha na região adjacente à superfície residem na faixa $1,1 < z^+ < 1,7$. Portanto, obedecendo os critérios do código, no presente estudo, a formulação de baixo Reynolds não será utilizada em combinação com o modelo κ - ϵ .

Considerando agora os modelos baseados na equação de ω um tratamento automático de parede pode ser utilizado. A formulação κ - ω de Wilcox (1988) possui a vantagem de fornecer soluções analíticas para a região viscosa e turbulenta do escoamento. Com o uso do tratamento automático de parede, estas duas soluções são combinadas suavemente. Isso implica que o primeiro ponto a ser calculado pode ser deslocado para a subcamada viscosa. As leis de parede são então substituídas por formulações de baixo número de Reynolds desde que a resolução da malha adjacente à superfície seja no mínimo $z^+ < 2$. Este fato, aliado à solução analítica de ω para a subcamada viscosa constitui um avanço significativo em relação ao modelo κ - ϵ . A mudança automática da lei de parede para o modelo de baixo Reynolds é melhor resolvida quando ao menos 10 nós estão localizados nas subcamadas viscosa e turbulenta.

O sistema de coordenadas utilizado nas simulações foi o mesmo da campanha experimental de Loureiro et al. (2007b). Os contornos à montante e à jusante se estendem desde $x/H = -12,5$ a $x/H = 10$. O contorno superior foi definido em $z/H = 3,93$. Bons resultados de simulações bidimensionais foram alcançados com contornos laterais em $z = \pm 0,5$ mm.

Vários testes de independência de malha foram executados, resultando em uma malha não-uniforme, que segue a superfície da colina com 110,376 elementos. O teste de avaliação da malha consistiu em um número de simulações sucessivas utilizando malhas sistematicamente refinadas. A simulação cujo resultado não apresentou variações entre dois refinamentos consecutivos foi indicativa da malha mais apropriada. Por fim, uma malha com $300 \times 1 \times 80$ foi observada ser suficiente para resolver o escoamento nas sub-regiões II e III, como ilustrado na Fig. 4.34. A malha foi particularmente refinada na região adjacente à superfície de modo a resolver completamente as subcamadas viscosa e turbulenta. De fato, o domínio computacional consistiu em dois blocos de malha estruturada. O primeiro bloco possui $z/H = 1,33$ de altura e recobre a região inferior do domínio. O segundo

bloco cobre $z/H = 2,6$ restantes na parte superior do domínio.

Para obter flexibilidade adicional em definir os parâmetro de malha, cada bloco foi subdividido em quatro regiões, duas à montante e duas à jusante do topo da colina. Na direção z , o ponto mais próximo à superfície, z_p , estava localizado a 0,25 mm da parede. Sob esta condição o valor de z_p^+ ($=z_p u_* / \nu$) variava entre 1,1 a 1,7 para as estações $x = 0$ a 300 mm. A razão de aspecto das células nestas regiões era de 1,0/1,0/1,0. Na região superior do domínio computacional, uma malha menos refinada foi utilizada, gerando uma máxima razão de aspecto de 8,0/1,0/4,0.

As condições de entrada foram prescritas diretamente a partir dos dados experimentais, incluindo grandezas médias e turbulentas. Na saída do domínio, a intensidade turbulenta foi automaticamente calculada pelo código computacional. A condição de simetria foi imposta nas paredes laterais. No contorno inferior foi utilizada a condição de não deslizamento.

As simulações foram realizadas em um Pentium 4, 3,0 GHz, com 1 Gb DDR400 RAM. Tempos computacionais típicos são apresentados na Tabela 4.13.

Tabela 4.13: Tempo computacional. (*) Quatro máquinas em processamento paralelo.

Modelo	$\kappa - \epsilon$	$\kappa - \omega$	<i>RNG</i>	<i>SST</i>	<i>SSG</i>	<i>BSL</i>
Tempo	27 min	1h 01 min	31 min	1h 06 min	51 min	4h 37 min*

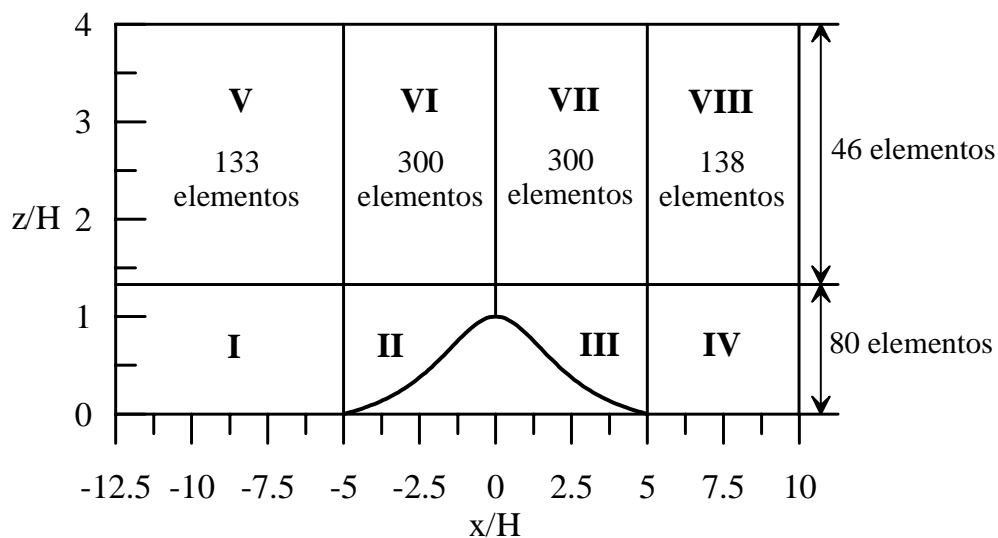


Figura 4.34: Ilustração do domínio computacional.

4.4.3 Resultados: adequação dos modelos turbulentos

Como descrito acima, seis diferentes modelos turbulentos foram avaliados para a geometria da colina de inclinação íngreme e superfície lisa. Os resultados serão apresentados para os quatro modelos de viscosidade turbulenta, modelo $s\kappa\text{-}\epsilon$, *RNG*, $\kappa\text{-}\omega$ e *SST*, bem como para as duas formulações que modelam o tensor de Reynolds, os modelos de tensões de Reynolds *SSG* e *BSL*.

Uma visão geral do escoamento à jusante do topo da colina é apresentada na Fig. 4.35 tanto para os dados experimentais quanto para os resultados das simulações numéricas. A conclusão mais óbvia e aparente é que nenhum dos modelos baseados na equação de ϵ foi capaz de prever a separação do escoamento.

Essa observação é bastante distinta daquela retratada por Kobayashi et al. (1994), por Castro e Apsley (1997), por Kim et al. (1997) e por Kim e Patel (2000) que utilizaram modelos baseados na equação de ϵ e que conseguiram prever a existência de regiões de separação. As simulações de Kobayashi et al. (1994) utilizaram um modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ modificado e proposto por Svensson e Haggkvist (1990) que incluía termos adicionais correspondentes à força de arrasto. Castro e Apsley (1997) relataram que todos os modelos utilizados, o modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ padrão, um modelo com correções para efeitos de curvatura e um modelo com modificações na dissipação conseguiram capturar a separação e o escoamento reverso. Kim et al. (1997) utilizaram um modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ padrão e *RNG* em conjunto com uma formulação de baixo Reynolds. Kim e Patel (2000) foram capazes de prever a separação graças a especificação de uma formulação de baixo Reynolds que era capaz de resolver a região viscosa do escoamento. De fato, foi mostrado na Seção 4.3 e em Loureiro et al. (2007a) que três diferentes formulações de leis de parede podem ser utilizadas com o modelo $\kappa\text{-}\epsilon$ padrão resultando em boas previsões para a região de separação e de escoamento reverso à jusante da colina. Como explicado anteriormente, neste trabalho o primeiro ponto da malha ($z_p^+ = z_p u_* / \nu$) está situado entre 1,1 e 1,7. Para estes limites, o código ANSYS CFX utiliza somente a escala de lei de parede e não um modelo de baixo Reynolds para descrever a região interna do escoamento. Essa estratégia de solução, entretanto, não foi capaz de prever a presença da região de separação.

Apesar de não estar totalmente claro na Fig. 4.35a, a localização do ponto de recolamento foi estimada experimentalmente em $x/H = 6,67$. Este ponto foi estimado através da medição da velocidade longitudinal em uma distância de aproximadamente $z/H = 0,016$ da parede. Quando observou-se a velocidade variar de valores negativos para positivos durante um longo intervalo de medição, a região de separação foi então estimada. A melhor previsão obtida para a região de escoamento separado foi dada pelo modelo $\kappa\text{-}\omega$, seguido por um resultado também muito próximo do modelo SST . De fato, todos os três modelos baseados na equação de ω forneceram resultados bastante satisfatórios. Contudo, o modelo $BSL\text{-}\omega\text{-}RSM$ forneceu os resultados de menor concordância com os dados experimentais. Os resultados da previsão da região de recirculação são resumidos na Tabela 4.14.

Tabela 4.14: Comprimento da região de separação (L/H) de acordo com as previsões

Modelo	Separação (x/H)	Recolamento (x/H)	L/H
$\kappa\text{-}\omega$	0,5	5,6	5,1
SST	0,53	5,53	5,0
BSL	0,47	5,33	4,86
Experimentos	0,5	6,67	6,17

Perfis de velocidade selecionados nas estações $x/H = 0, 3,75$ e 10 são apresentados na Fig. 4.36. Claramente, a forte aceleração do escoamento no topo da colina ($x/H = 0$) não é bem capturada por nenhum dos modelos avaliados, que em geral tendem a superestimar a velocidade na região adjacente à superfície. O resultado é uma pobre concordância com relação ao fator “speed-up”, com severa superestimativa do seu valor numérico. Observações similares foram documentadas por Kobayashi et al. (1994), por Castro e Apsley (1997) e por Ross et al. (2004). O gradiente de velocidade excessivo junto à superfície resulta também em valores superestimados para a tensão cisalhante na parede.

Para a região de escoamento reverso ($x/H = 3,75$), na subcamada adjacente à superfície ($z/H < 0,35$), o modelo $\kappa\text{-}\omega$ e o modelo SST fornecem resultados melhores que as outras formulações. Contudo, para a região de velocidade positiva, $0,35 < z/H < 0,9$,

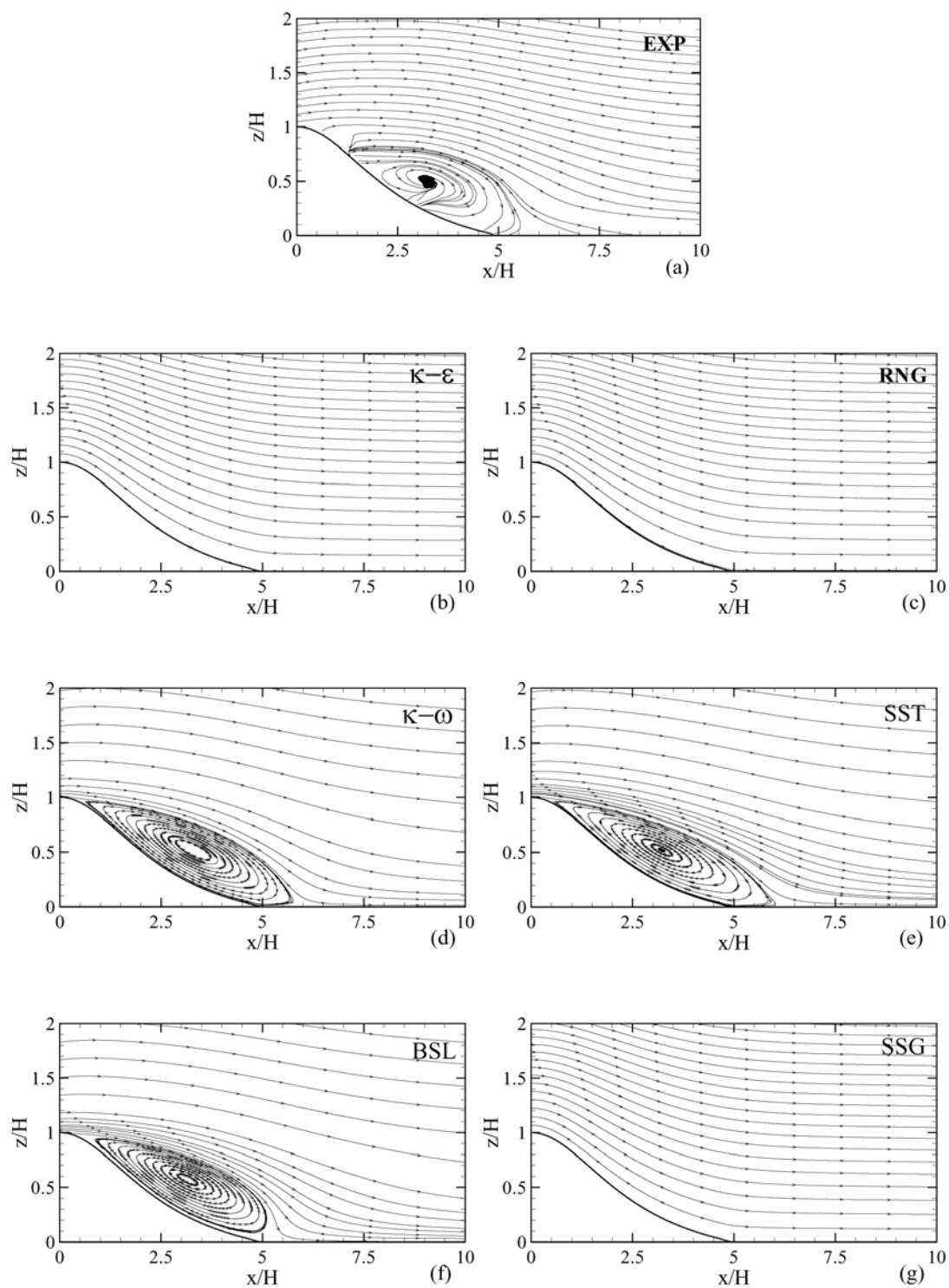


Figura 4.35: Linhas de corrente para o escoamento à jusante do topo da colina.

o modelo *BSL* oferece o melhor resultado. Na estação $x/H = 10$, a melhor concordância é obtida com o modelo *SST* na região próxima à superfície ($z/H < 0,4$). O modelo *BSL* apresenta melhores resultados somente no intervalo $0,4 < z/H < 0,7$.

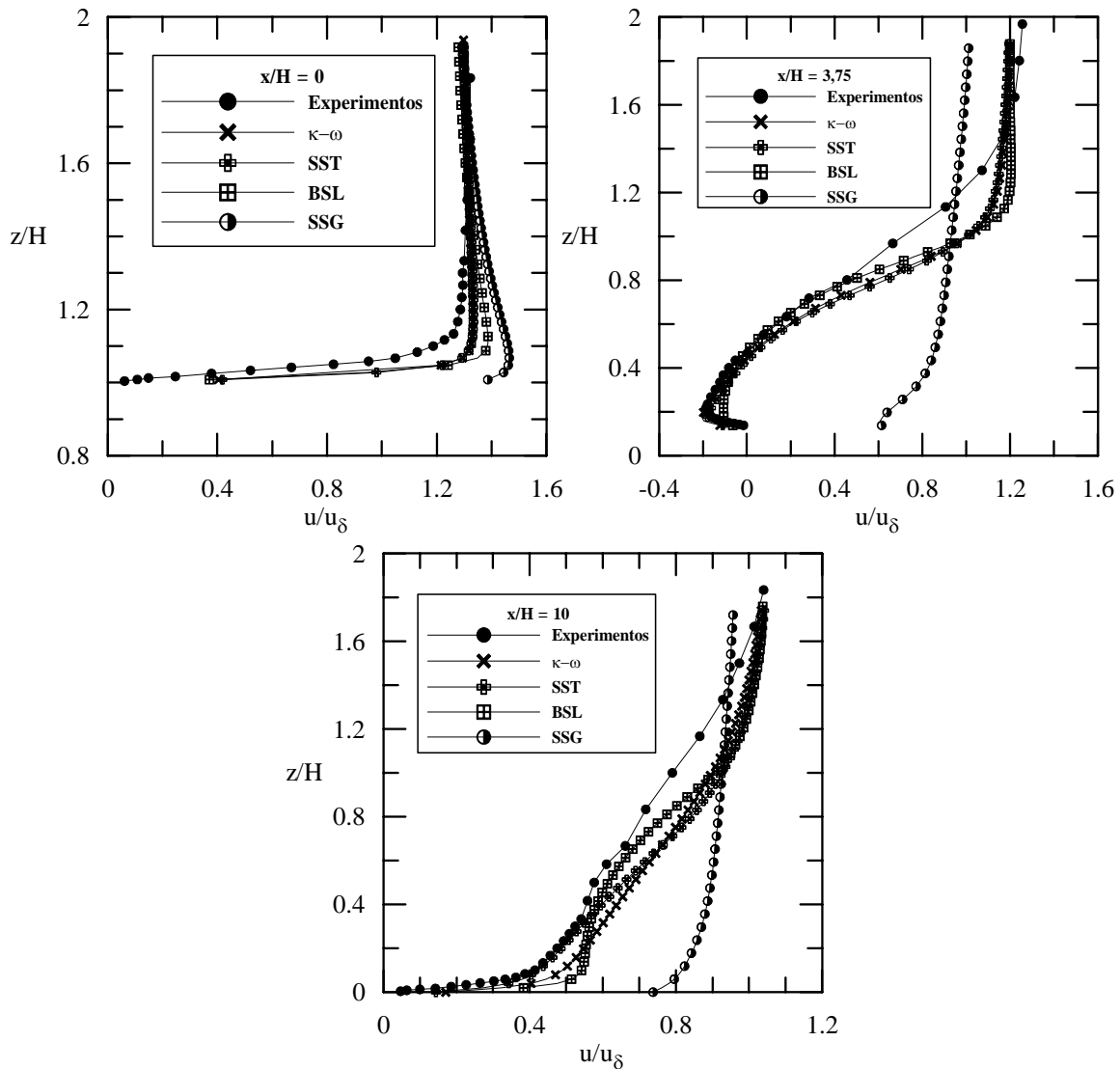


Figura 4.36: Perfis de velocidade média para as estações $x/H = 0, 3,75$ e 10 .

Os resultados das previsões para as componentes do tensor de Reynolds são apresentados nas Figs. 4.37 a 4.39 para as mesmas estações selecionadas, $x/H = 0, 3,75$ e 10 . Como antecipado pelos resultados de velocidade média, todos os modelos apresentam grandes dificuldades em prever as características do campo turbulento no topo da colina. O comportamento geral das grandezas turbulentas não consegue ser bem capturado por

nenhuma das simulações. Observação semelhante parece ocorrer em Ross et al. (2004), entretanto, seus resultados são difíceis de serem interpretados devido à baixa resolução dos gráficos de linha de contorno. Iizuka e Kondo (2004) apresentam gráficos de energia cinética turbulenta, mas nenhum gráfico sobre o comportamento individual das tensões de Reynolds é apresentado.

Para a região no topo da colina, como foi observado anteriormente, o perfil de velocidade, afora a esbelta camada junto à superfície, apresenta uma distribuição quase uniforme e com muito pouco cisalhamento. Todos os modelos turbulentos, entretanto, prevêm um crescimento monotônico de $\overline{u'u'}$ com a distância da parede. Na região de escoamento separado, os perfis turbulentos são caracterizados por um pico máximo elevado, cuja distância da parede aumenta a medida em que se distancia da colina. No experimento em questão, um aumento de $\overline{u'u'}$ da ordem de quatro vezes é observado. Este aumento não é bem capturado pelo modelo *BSL*. Em particular, o valor de pico para $\overline{u'u'}$, localizado em $x/H = 3,75$, $z/H = 0,8$, próximo ao centro da bolha de recirculação, não consegue ser reproduzido. Os modelos κ - ω e *SST* foram capazes de prever a correta localização onde $\overline{u'u'}$ apresenta um valor máximo, mas fornecem valores que correspondem a menos da metade do valor medido experimentalmente. À jusante do topo da colina, na estação $x/H = 10$, o modelo *BSL* ainda fornece os melhores resultados. Entretanto, grandes erros são observados na localização do valor máximo de $\overline{u'u'}$.

No topo da colina, observa-se que $\overline{w'w'}$ sofre um aumento relativo em torno de 50% quando comparado com os valores da camada limite não perturbada. Como um grande aumento de w é observado na encosta de subida da colina, os altos valores de $\overline{w'w'}$ podem ser explicados por um aumento na produção turbulenta através do termo $\Pi_{ww} = -2\overline{u'w'}(\partial_x w)$. A este aumento inicial segue-se um outro, ainda maior, de cerca de vinte vezes na região de escoamento separado. A distribuição de $\overline{w'w'}$ segue o mesmo formato da distribuição de $\overline{u'u'}$ ao longo da região de escoamento reverso. Contudo, observa-se que $\overline{w'w'}$ é aproximadamente 65% de $\overline{u'u'}$. Em especial, o valor máximo de $\overline{w'w'}$ também é situado em $x/H = 3,75$, $z/H = 0,8$.

De forma semelhante aos resultados de $\overline{u'u'}$, as previsões numéricas de $\overline{w'w'}$ fornecidas por todos os modelos são muito pobres. Nem mesmo a forma geral dos perfis de $\overline{w'w'}$

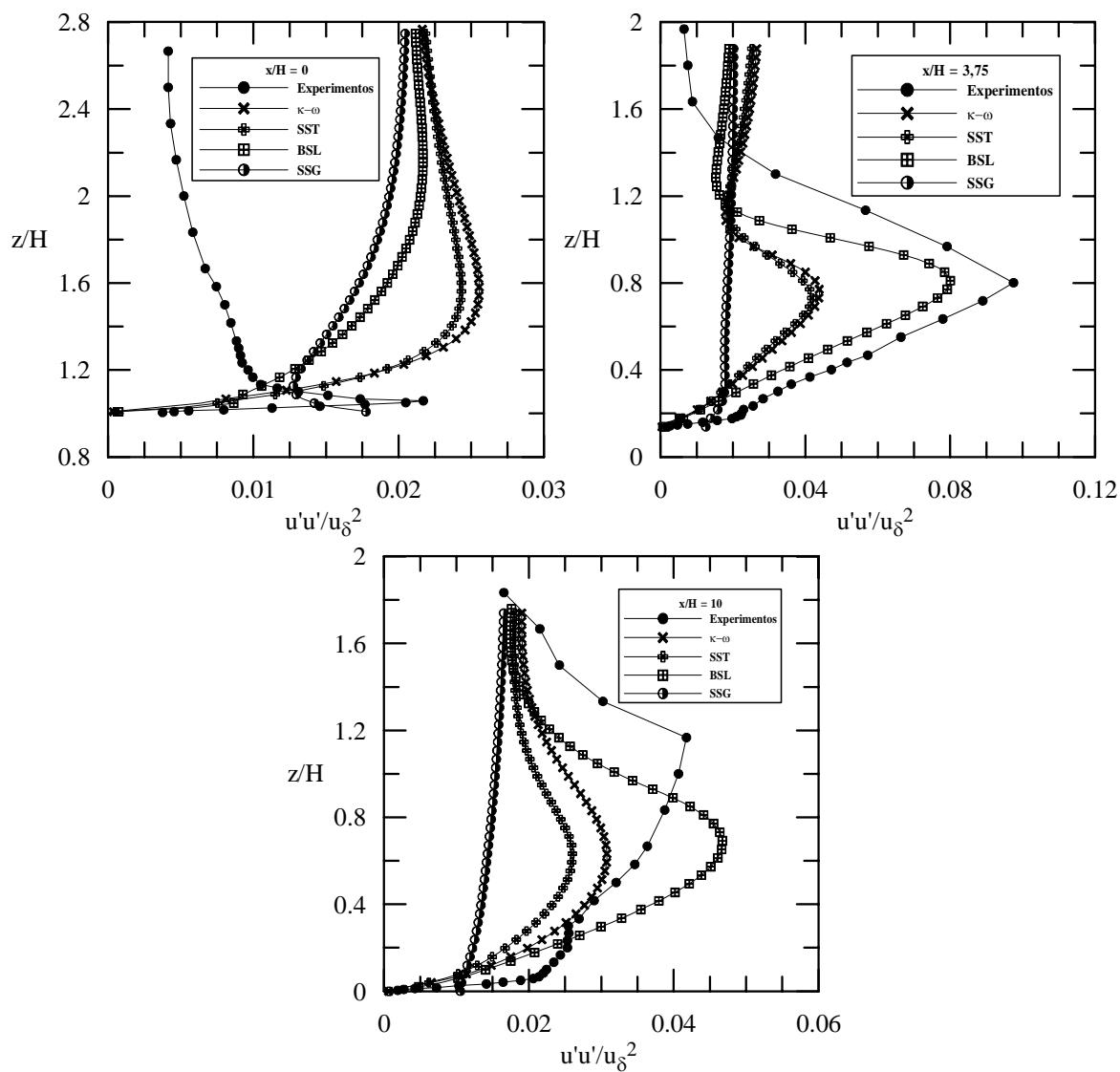


Figura 4.37: Perfis de tensão normal longitudinal de Reynolds, $\overline{u'u'}$, para as estações $x/H = 0, 3,75$ e 10 respectivamente.

é corretamente prevista. Para a estação $x/H = 3,75$, os modelos $\kappa\text{-}\omega$ e SST fornecem bons resultados, o perfil medido consegue ser bem reproduzido e o valor máximo de $\overline{w'w'}$ e a sua localização são razoavelmente bem previstos. Na estação $x/H = 10$, os modelos $\kappa\text{-}\omega$ e SST também fornecem boas previsões para o valor máximo de $\overline{w'w'}$. Contudo, a localização do pico não é corretamente estimada.

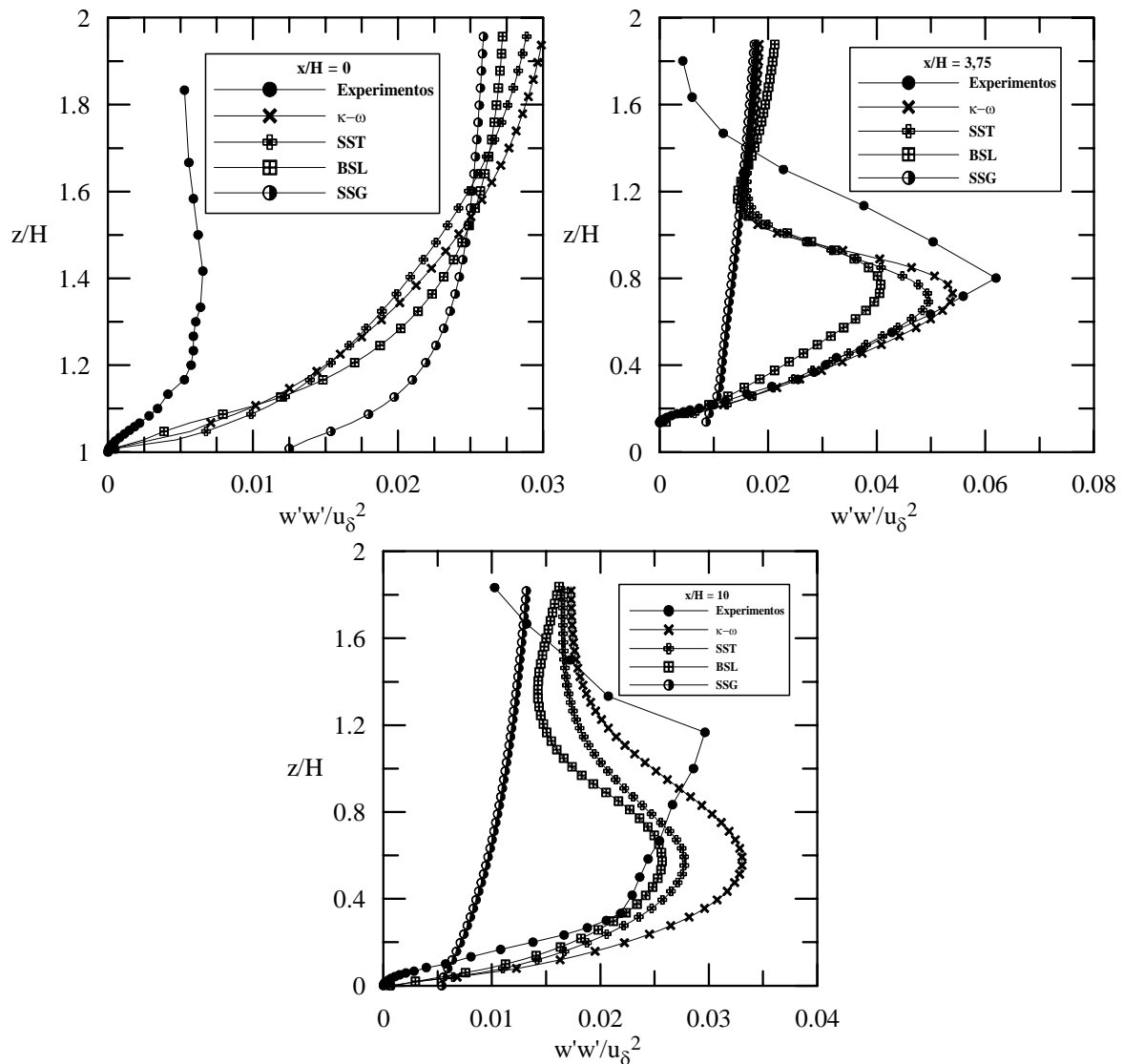


Figura 4.38: Perfis de tensão normal vertical de Reynolds, $\overline{w'w'}$, para as estações $x/H = 0, 3,75$ e 10 respectivamente.

As variações do perfil de tensão cisalhante de Reynolds no topo da colina são relativamente pequenas, variando muito pouco com a altura. Este comportamento não

conseguiu ser retratado por nenhum dos modelos turbulentos. Em particular, previsões não realísticas são fornecidas pelos modelos $\kappa\text{-}\omega$ e SST , que chegam a exibir valores negativos de $-\overline{u'w'}$. Na estação $x/H = 3,75$, um forte aumento da ordem de dezessete vezes é observado no perfil de $-\overline{u'w'}$ em relação ao valor de referência. Esse comportamento pode ser explicado por um aumento dos efeitos de cisalhamento através do termo de produção $\Pi_{uw} = \overline{w'w'}(\partial_z u)$. As previsões fornecidas pelo modelo BSL reproduzem bem o comportamento do perfil de $-\overline{uw}$, estimando razoavelmente bem o valor e a posição do valor máximo de $-\overline{u'w'}$. Os modelos $\kappa\text{-}\omega$ e SST fornecem previsões que subestimam o perfil de $-\overline{u'w'}$ em aproximadamente 30%. Para a estação $x/H = 10$, o modelo BSL gera bons resultado, mas por outro lado, superestima $\overline{u'w'}$ e a localização do valor de pico fica bem abaixo do valor medido.

A distribuição de tensão cisalhante na parede é apresentada na Fig. 4.40. Os dados experimentais para esta grandeza, obtidos através do procedimento explica na Seção 4.1.3, são denotados por (+); a curva que liga estes dados foi incluída somente para aumentar a legibilidade do gráfico. Dados resultantes das simulações realizadas com os seis diferentes modelos de turbulência também são apresentados na Fig. 4.40. À montante da colina, todas as simulações apresentaram bons resultados. No topo da colina, a incapacidade dos modelos turbulentos em resolver adequadamente os fortes gradientes na região adjacente à superfície resultam em uma grande superestimativa de τ_* . Isto é, na verdade, uma conseqüência direta dos valores superestimados de gradiente de velocidade junto à superfície. Na região de escoamento reverso, os modelos $\kappa\text{-}\epsilon$, RNG e SSG não forneceram resultados consistentes. Em especial, como mencionado anteriormente, estes modelos não foram capazes sequer de prever a região de separação do escoamento. Por outro lado, os modelos $\kappa\text{-}\omega$, SST e BSL forneceram resultados muito bons. O alto pico em τ_* não foi particularmente retratado pelos dados experimentais. Portanto, especulações mais detalhadas não podem ser conduzidas no presente contexto. Contudo, os níveis gerais de τ_* , tanto na região de escoamento colado à montante e à jusante da colina, quanto na região de escoamento reverso, são muito bem previstos por estes modelos. O valor mínimo de τ_* no interior da região de recirculação é previsto quase que exatamente pelos modelos $\kappa\text{-}\omega$, SST e BSL .

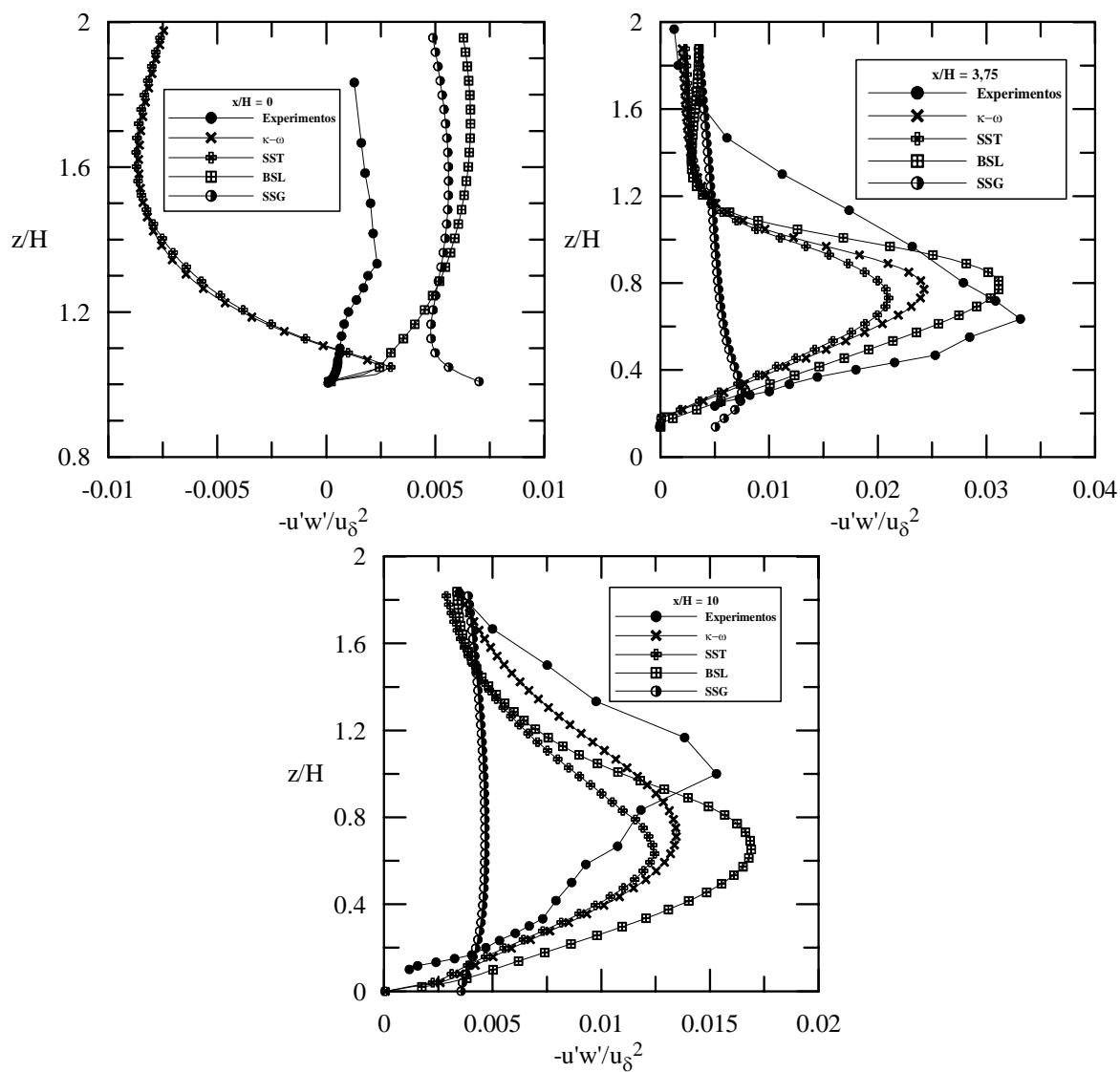


Figura 4.39: Perfis de tensão cisalhante de Reynolds, $-\overline{u'w'}$, para as estações $x/H = 0$, 3,75 e 10 respectivamente.

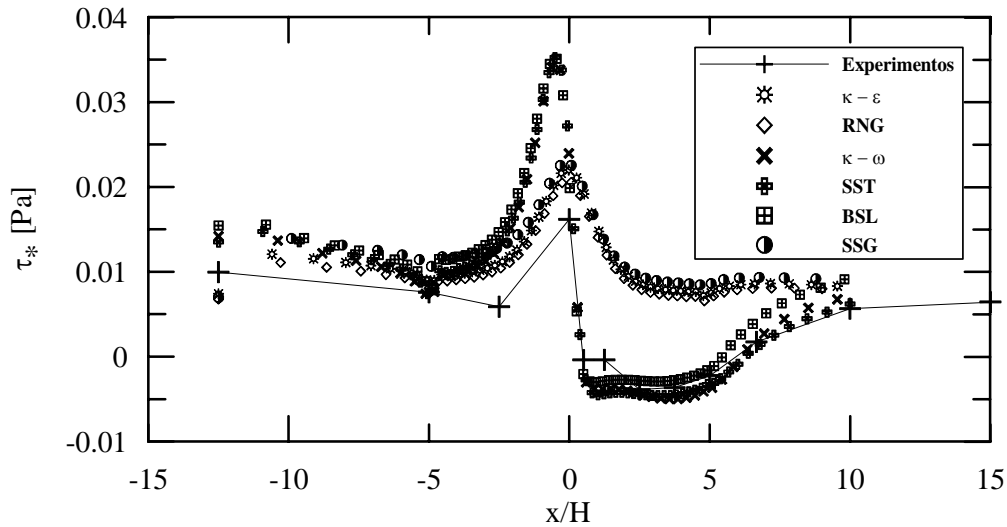


Figura 4.40: Estimativas de tensão cisalhante na parede ao longo da colina.

4.5 Discussões

O presente capítulo foi dedicado a um estudo detalhado e abrangente do escoamento sobre colinas de inclinação abrupta e superfície lisa. Os seguintes temas de interesse foram abordados: (i) a caracterização experimental do problema, (ii) a análise das previsões teóricas fornecidas pela estrutura morfológica da camada limite e por leis de parede especializadas e, finalmente, (iii) a avaliação da capacidade dos modelos turbulentos em simular este tipo de escoamento complexo.

Ainda que alguns comentários parciais tenham sido inferidos no início ou no término das seções que compõem este capítulo, faremos agora, com o objetivo de fixar idéias e manter a continuidade do texto, uma consolidação parcial das noções apresentadas acima.

A caracterização experimental do escoamento sobre colina abrupta e lisa foi apresentada no início deste capítulo. O principal propósito da primeira seção consistiu em estabelecer um conjunto de dados rigoroso e de qualidade, que pudesse ser tomado como caso teste para análises teóricas e numéricas posteriores. Em particular, os resultados apresentados foram reunidos em Loureiro et al. (2007b). Estes dados experimentais compreendem treze estações de medição de velocidade média e de grandezas turbulentas ao longo da colina. Esta distribuição se mostrou detalhada o suficiente para oferecer uma boa

descrição do escoamento. Em adição aos dados introduzidos por Loureiro (2005), novos resultados foram apresentados, como por exemplo os cálculos dos termos de produção turbulenta das tensões longitudinais e cisalhantes, bem como as estimativas das distribuições de viscosidade turbulenta e de comprimento de mistura ao longo do campo de escoamento. Em especial, uma contribuição importante do presente trabalho foi o desenvolvimento de uma metodologia para o cálculo da tensão na parede para superfícies lisas com separação. Quatro diferentes métodos foram utilizados. Medições refinadas na região adjacente à superfície permitiram o cálculo da velocidade de atrito através de ajustes lineares ao perfil de velocidade média e por meio de ajustes polinomiais em regiões onde o gradiente de pressão era dominante. Além disso, ajustes de curvas logarítmicas à subcamada turbulenta, bem como interpolação da região constante do perfil de tensões cisalhantes de Reynolds também foram utilizados. A distribuição de tensão cisalhante pôde então ser calculada para todo o domínio sobre a colina, em particular na região de escoamento reverso. Os resultados dos diferentes métodos mostraram-se bastante consistentes na estimativa da velocidade de atrito.

A análise teórica avançada no Capítulo 3 foi o objeto central de estudo da segunda seção. As previsões teóricas fornecidas pela análise de Kaplun e pela estrutura morfológica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação foram comparadas com os dados experimentais de Loureiro et al. (2007b). Foram utilizados ainda dados de outros autores, provenientes de simulação numérica direta (DNS), com o mesmo propósito de validar a análise assintótica do problema. Em particular, foram investigados os comportamentos das escalas características de velocidade e das espessuras relevantes da camada limite turbulenta ao longo de todo o domínio de interesse. Foi mostrado que, a medida em que nos aproximamos do ponto de separação, a subcamada turbulenta é continuamente comprimida, até a sua completa extinção no ponto de singularidade. No interior da região de escoamento reverso foi visto que a escala viscosa é fortemente dominante. As soluções de Goldstein e de Stratford foram avaliadas e seus domínios de validade foram estimados. De um modo geral, as comparações entre a previsão teórica e os dados de referência apresentaram uma boa concordância. O comportamento refletido pelas escalas avaliadas corrobora os resultados da análise de Kaplun para a estrutura morfológica da

camada limite turbulenta.

A avaliação das leis de parede especializadas para contabilizar os efeitos do gradiente de pressão adverso foi conduzida na Seção 4.3. Quatro formulações de interesse foram investigadas para o problema de escoamento sobre colina lisa e abrupta, nomeadamente: (i) a lei logarítmica clássica, (ii) a lei de Mellor (1966), (iii) a lei de Nakayama e Koyama (1984) e (iv) a lei de Cruz e Silva Freire (1998, 2002). As suas previsões teóricas foram comparadas com os dados de referência, experimentais e numéricos. As investigações analíticas destas formulações foram realizadas por meio de computação simbólica e seus resultados foram confrontados com os dados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998) e Skote e Henningson (2002) e com os dados experimentais de Loureiro et al. (2007*b*). Resultados de simulação numérica via modelo κ - ϵ com condição de contorno inferior especificada por estas leis de parede também foram avaliados. Foi possível observar que as previsões são muito sensíveis aos diferentes tipos de formulações utilizadas. Todas as três leis de parede desenvolvidas para contabilizar os efeitos do gradiente adverso de pressão foram capazes de prever a região de escoamento reverso. Contudo, as formulações de Mellor (1966) e de Nakayama e Koyama (1984) forneceram resultados subestimados tanto para os perfis de velocidade quanto para as estimativas de tensão cisalhante na parede. Em geral, as melhores previsões para os perfis de velocidade no interior da região de recirculação ($x/H = 1,25, 2,5, 3,75$ e $5,0$) foram obtidas com a formulação de Cruz e Silva Freire (1998, 2002). Este resultado foi corroborado por uma boa previsão da tensão de cisalhamento na parede. As comparações realizadas aqui completam totalmente os pontos levantados no Capítulo 3, pois avaliam a capacidade da solução proposta para a região interna em prever o corretamente o comportamento do escoamento ao longo de todo o domínio investigado. O objetivo desta seção residiu em avaliar com rigor particular a lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998, 2002), pois ela será fundamental para a redução dos dados de escoamento sobre superfície rugosa.

Uma análise criteriosa da capacidade dos modelos numéricos em prever corretamente o escoamento sobre colinas abruptas e lisas foi realizada na Seção 4.4. Seis modelos numéricos mais representativos do estado da arte em modelagem turbulenta foram selecionados e empregados nesta investigação. Estes resultados numéricos são comparados

com os dados experimentais introduzidos na primeira seção. Em especial, foi testada a adequação destes modelos em prever corretamente a região de recirculação e as características da região interna do escoamento ao longo da colina. As previsões de velocidade média e grandezas turbulentas fornecidas pelos modelos baseados na equação de ϵ forneceram resultados muito pobres em relação aos dados experimentais. Em particular, estes modelos não foram capazes de prever a região de recirculação que se forma à jusante do topo da colina. Entretanto, como observado por outros autores na literatura, formulações baseadas na equação de ϵ só são capazes de fornecer bons resultados quando um tratamento especializado é utilizado para a condição de contorno inferior. A estratégia de simulação adotada pelo código Ansys CFX para os modelos que recorrem à equação de ϵ , i.e. a escala de lei de parede, não foi capaz de fornecer bons resultados para o presente problema. Por outro lado, as previsões resultantes dos modelos baseados na equação de ω , que utilizam um procedimento automático de mudança entre uma formulação clássica de lei de parede e uma formulação de baixo número de Reynolds, apresentaram uma concordância razoável com relação aos dados experimentais. Considerando somente as grandezas médias do escoamento, o modelo *SST* forneceu os melhores resultados. Com respeito às grandezas turbulentas, os resultados mais satisfatórios foram encontrados com o modelo *BSL-RSM*. De um modo geral, todos os modelos que recorrem à equação de ω previram razoavelmente bem o ponto de separação e as características do escoamento no interior da região de recirculação. Os valores de pico de $\overline{u'u'}$, $\overline{w'w'}$ e $-\overline{u'w'}$ foram previstos pelo modelo *BSL-RSM* com uma incerteza de 20%. Ainda considerando a região de recirculação, os modelos κ - ω e *SST* subestimaram as características turbulentas em cerca de 30% a 50%. O topo da colina foi uma região particularmente difícil para os modelos numéricos e, de fato, nenhum deles conseguiu reproduzir satisfatoriamente o escoamento neste ponto. Mesmo com o uso de uma malha refinada, os fortes gradientes de velocidade nesta região não conseguiram ser bem retratados. Os resultados encontrados para o campo turbulento estavam em forte discrepância com relação aos dados experimentais.

Uma compilação rigorosa dos resultados apresentados nesta seção foi realizada por Loureiro et al. (2008a). Informações adicionais sobre a avaliação de diferentes modelos turbulentos aplicados a simulação de escoamentos sobre colinas podem ser encontradas

em Loureiro et al. (2005*c*).

Capítulo 5

Escoamento sobre colinas abruptas e rugosas

One striking conclusion is the sensitivity of separation to surface roughness even on very abrupt hills where we would expect topographical effects to dominate totally. The search for a useful theory of rough wall turbulent separation has not yet produced simple applicable rules, although it is an area of active research.

Consequently, we have avoided including results from mathematical hill flow models in this brief survey, as those that do predict separation have yet to be matched confidently with experiments.

J.C. Kaimal a J.J. Finnigan (1994)

Em um grau ascendente de dificuldade, o estudo a seguir pretende subir um degrau rumo ao almejado conhecimento necessário à completa descrição do comportamento da camada limite turbulenta, na sua forma mais geral. Apesar de ambicioso, o objetivo do presente capítulo pode parecer simples: estudar, de forma acoplada, dois fatores que exercem grande influência sobre a dinâmica da camada limite turbulenta – rugosidade da superfície e separação do escoamento.

Com efeito, uma vastidão de trabalhos pode ser encontrada na literatura sobre estes dois temas. Estudos precursores em escoamentos sobre superfícies rugosas datam do início do século XX e o trabalho conduzido por Nikuradse (1933) é, sem dúvida, um clássico no entendimento deste problema. Algumas questões, entretanto, ainda não se encontram bem estabelecidas e continuam motivando trabalhos recentes sobre o melhor método de caracterização da superfície rugosa, e.g. MacDonald et al. (1998), MacDonald (2000),

Kastner-Klein e Rotach (2004), Ikeda e Durbin (2007). Estes trabalhos, em particular, revisam e discutem as diferentes interpretações físicas disponíveis na literatura e as dificuldades em se estimar corretamente o parâmetro característico da superfície.

Os trabalhos iniciais em separação do escoamento foram naturalmente motivados por aplicações aeronáuticas. Dentre os estudos pioneiros que mais contribuíram para o entendimento do problema estão os trabalhos de Goldstein (1930), Goldstein (1948) e Stratford (1959). Muitos trabalhos experimentais foram desenvolvidos ao longo da segunda metade do século passado, com o objetivo de recolher um conhecimento maior sobre a física do problema, e.g. Schubauer e Klebanoff (1950), Simpson et al. (1981), Thompson e Whitelaw (1985), Patrick (1987), Dengel e Fernholz (1990). Concomitantemente à tentativa de caracterização experimental, outros pesquisadores dedicavam seus esforços a uma análise teórica do problema, recorrendo essencialmente ao uso de métodos assintóticos, e.g. Sychev e Sychev (1980), Afzal (1983), Kader e Yaglom (1983), Durbin e Belcher (1992). Apesar das grandes contribuições oferecidas por estes trabalhos, muito do nosso conhecimento sobre a dinâmica do escoamento nas vizinhanças de um ponto de separação ainda permanece obscuro. Sob este aspecto, o Capítulo 4 se esforçou em esclarecer alguns pontos importantes deste fenômeno.

A influência qualitativa da rugosidade da superfície na separação do escoamento foi amplamente relatada na literatura em conexão com o fenômeno chamado crise do arrasto, e.g. Schlichting (1979). Com efeito, foi observado que um aumento da difusão turbulenta provocado pela presença da rugosidade implica que um maior gradiente de pressão adverso pode ser suportado antes que a separação ocorra. Em alguns casos, a presença da rugosidade pode até mesmo suprimir a separação. Infelizmente, nenhuma teoria consolidada em escoamentos com separação sobre superfície rugosa foi avançada na literatura.

No presente capítulo, para alcançar o objetivo proposto, os esforços estão voltados à caracterização experimental, à modelagem física e à análise da previsão numérica do problema. Em consequência, o texto a seguir está naturalmente estruturado de modo análogo ao Capítulo 4. A primeira seção compreende uma breve revisão de escoamentos turbulentos sobre superfícies rugosas. Para contextualizar o leitor e situar os desenvolvimentos posteriores, os conceitos de deslocamento na origem e comprimento efetivo de rugosidade

serão revisitados. As formulações canônicas de lei de parede para a camada limite sobre superfície rugosa também serão apresentadas e discutidas.

A segunda seção é dedicada à caracterização experimental do problema. Os dados investigados a seguir foram obtidos de Monteiro et al. (2006) e Monteiro (2007). A contribuição particular do presente trabalho reside em tratar adequadamente os dados de referência de Monteiro (2007) e investigar os resultados de modo a extrair informações relevantes sobre o fenômeno de interesse. Esta campanha experimental foi realizada nas mesmas facilidades do trabalho de Loureiro et al. (2007b) e compreende medições a dois números de Reynolds diferentes. A primeira condição experimental era equivalente àquela utilizada para a colina lisa e, para a segunda condição, o número de Reynolds foi aumentado em uma ordem de grandeza.

A seção posterior versa sobre a nova formulação de lei de parede para escoamentos sobre superfícies rugosas. Após a descrição da lei de parede, que contabiliza os efeitos de rugosidade e do gradiente de pressão adverso, uma avaliação das suas previsões teóricas é feita em comparação com os dados experimentais reunidos em Loureiro et al. (2008b). Uma validação adicional da parametrização utilizada é feita em comparação também com os dados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998).

Uma análise acerca da capacidade dos modelos turbulentos em representar corretamente a dinâmica do escoamento sobre colina abrupta e rugosa é conduzida na seção subsequente. Os modelos disponíveis comercialmente mais representativos do estado da arte na modelagem turbulenta foram selecionados para esta investigação. Os resultados são comparados com os dados de Loureiro et al. (2008b).

Uma breve seção de discussões consolida os resultados obtidos para concluir o presente capítulo.

5.1 Escoamentos turbulentos sobre superfícies rugosas

Esta seção introduz os principais conceitos envolvidos da modelagem física da dinâmica da camada limite turbulenta sobre superfícies rugosas. As formas clássicas de leis de parede

para superfície rugosa também são apresentadas.

5.1.1 Escalas características para superfícies rugosas

O comportamento do campo de velocidade junto à parede está intimamente relacionado com o tipo de rugosidade da superfície.

Para uma superfície lisa, firmar um sistemas de coordenadas adequado para a descrição de um escoamento é uma tarefa simples. Com isso, a descrição das condições de contorno resulta em outra tarefa simples; de fato, invocando a condição de não-deslizamento, podemos estabelecer que a velocidade será nula em $z = 0$. Por outro lado, para escoamentos sobre acidentes topográficos com características estocásticas, a incerteza em estimar o ponto onde a condição de não-deslizamento deve ser satisfeita é enorme. Pois, a velocidade pode ser considerada como sendo zero em qualquer cota tomada a partir do ponto mais baixo dos acidentes, $z = 0$, e seu ponto mais alto $z = K$, onde K é uma altura típica dos elementos rugosos. Esta questão justifica a importância do chamado “deslocamento na origem”, d , segundo a literatura de meteorologia, ou o dito “erro na origem”, ε , para literatura de engenharia. Este parâmetro representa o deslocamento vertical do sistema de coordenadas de medição, a partir do qual as relações clássicas válidas para as superfícies lisas passam a ser aplicáveis.

Intuitivamente, para incluir a presença da rugosidade nas formulações matemáticas, é preciso resumir as diferentes características geométricas da superfície em um único parâmetro que seja representativo de uma dada configuração. Este objetivo foi uma das motivações do conjunto de experimentos conduzidos por Nikuradse (1933), que estabeleceu o conceito de rugosidade de grão de areia e , que neste texto, será denotado por k_s . Um parâmetro análogo muito utilizado na literatura de meteorologia é o chamado comprimento efetivo de rugosidade, z_0 .

Portanto, de modo simplificado, temos que d (ou ε) e z_0 (ou k_s) constituem os dois parâmetros essenciais para a modelagem da rugosidade da superfície e representam, respectivamente, as características dinâmicas e geométricas do problema. Vejamos agora uma interpretação mais detalhada sobre estas escalas.

O principal efeito provocado no escoamento pela presença de rugosidade na superfície

é a destruição da subcamada viscosa. Considerando a estrutura clássica da camada limite turbulenta, Nikuradse (1933) foi precursor em observar que os efeitos da rugosidade, assim como os da viscosidade, permaneciam restritos a uma fina camada adjacente à superfície. A região logarítmica e a região da esteira conservavam as mesmas características funcionais quando escoavam sobre a superfície lisa, porém o escoamento tornar-se-ia dependente da escala de rugosidade e não mais da viscosidade.

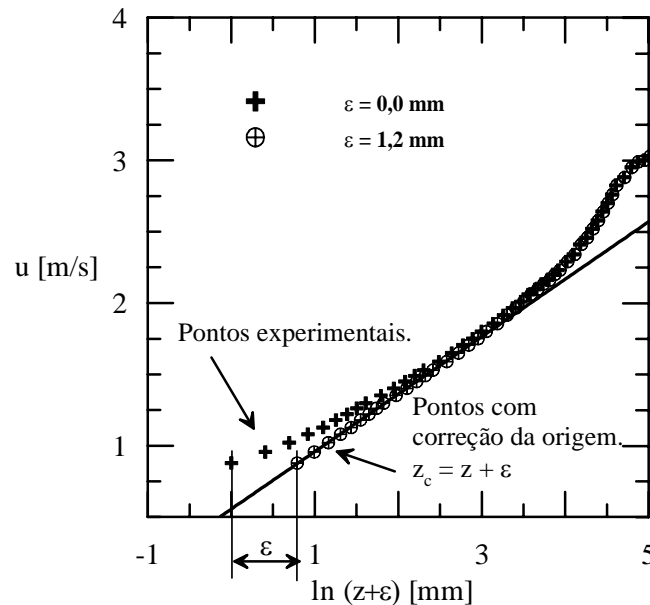


Figura 5.1: Distorção do perfil de velocidades em decorrência da rugosidade da superfície.

Um trabalho reconhecidamente importante na literatura foi feito por Perry e Joubert (1963). Neste artigo, os autores desenvolveram um método gráfico bem definido para a determinação dos parâmetros locais da camada limite sobre superfícies rugosas, e.g. velocidade de atrito, função rugosidade, espessura da camada limite, entre outros. Todos estes parâmetros poderiam ser calculados desde que o deslocamento na origem fosse conhecido.

A determinação do erro na origem, assim denominado por Perry e Joubert (1963), consiste em adicionar pequenos valores à coordenada vertical do perfil de velocidades, de modo a encontrar a origem correta do perfil de velocidades. Pode-se verificar experimentalmente que o perfil de velocidade medido diretamente entre os elementos rugosos mais altos, a partir da altura de suas cristas, apresentará a região logarítmica deslocada para

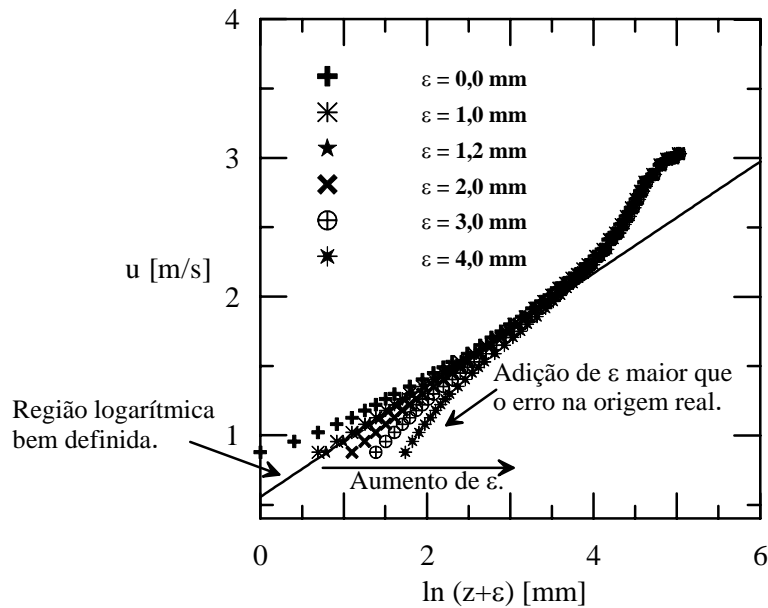


Figura 5.2: Método gráfico para a determinação do erro na origem introduzido por Perry e Joubert (1963).

a esquerda, como mostrado na Fig. 5.1. O valor do erro na origem ε é conhecido quando, através da adição de pequenos valores à coordenada vertical, a região logarítmica do perfil de velocidade retoma a forma de uma reta. A atribuição de um valor excessivo a ε provoca um deslocamento dos pontos medidos para a direita, distanciando-os do comportamento linear. É possível então, para diferentes valores de erro na origem, estabelecer um conjunto de linhas retas que podem ajustar a lei logarítmica. Por conseguinte, o valor de ε mais apropriado é aquele que fornece as melhores estatísticas para o ajuste linear dos pontos experimentais na região logarítmica. A construção típica deste gráfico é ilustrado na Fig. 5.2.

Outra grande contribuição do conjunto de trabalhos publicados por Perry e seus colaboradores foi o estabelecimento de um modo de classificação das rugosidades simuladas em túnel de vento. Dois tipos de superfície foram introduzidos por estes trabalhos, as superfícies do tipo “ k ” e do tipo “ d ”. Através de visualizações com suspensão de dióxido de titânio em querosene, eles verificaram que, no caso das rugosidades tipo “ k ”, como mostrado na Fig. 5.3, os vórtices são produzidos com comprimento de escala proporcional à altura da rugosidade, formando uma cobertura de vórtices turbulentos logo acima dos elementos rugosos; essa região foi denominada “camada interna”. Numa localidade um

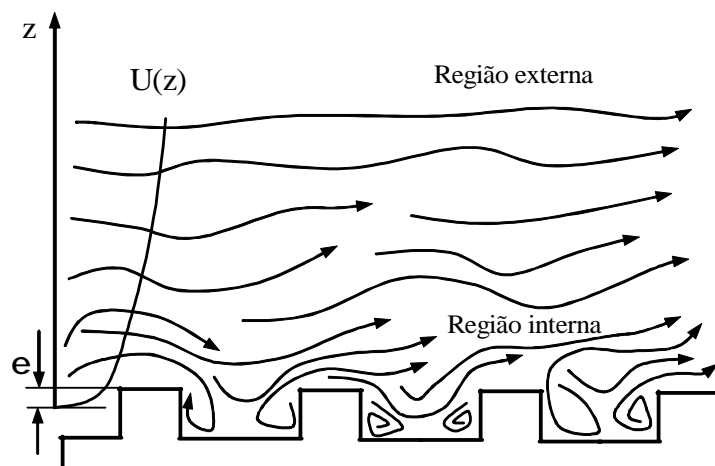


Figura 5.3: Ilustração da rugosidade do tipo “k”.

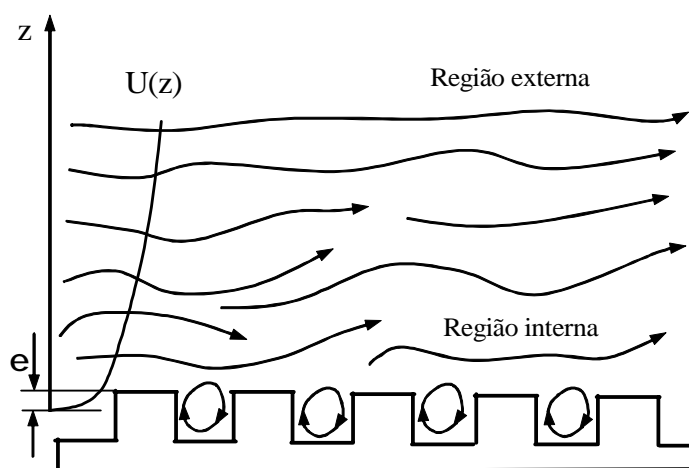


Figura 5.4: Ilustração da rugosidade do tipo “d”.

pouco mais afastada do topo das rugosidades, denominada “camada externa”, os vórtices turbulentos são englobados pelo escoamento principal.

Em contraposição, nas superfícies rugosas tipo “ d ”, os elementos rugosos são dispostos com espaçamentos menores dando origem a vórtices estáveis no interior das depressões. Desse modo, a cobertura de turbilhões que existia sobre a superfície do tipo “ k ” é praticamente extinta e o escoamento flui relativamente não perturbado sobre as cristas das rugosidades. Neste tipo de superfície os perfis de velocidade longitudinal não seguem exatamente as proposições de Nikuradse. A Fig. 5.4 mostra, qualitativamente, um escoamento sobre superfície rugosa tipo “ d ”.

Na literatura, é de comum acordo que o deslocamento vertical do perfil, d , e por conseguinte ε , é uma grandeza puramente dinâmica, regida pelos mecanismos de transporte na superfície. É também consenso geral que os parâmetros d e z_0 foram convenientemente escolhidos para simplificar a dedução da lei logarítmica. Segundo a discussão proposta por Malhi (1996), o perfil de velocidades é extrapolado a zero no ponto $d + z_0$. A Fig. 5.5 ilustra a relação geométrica entre estes dois parâmetros, segundo a visão de Malhi.

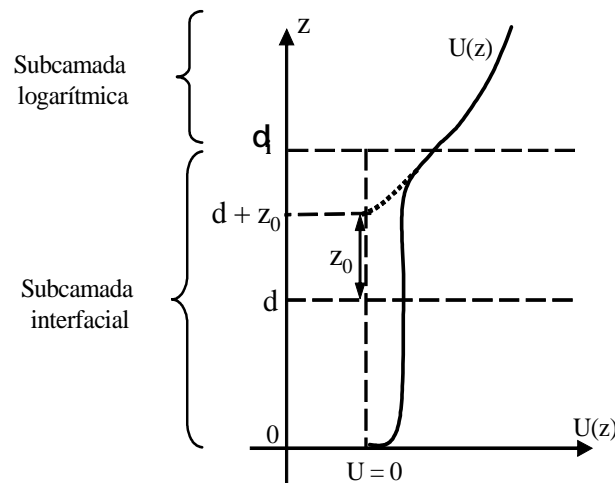


Figura 5.5: Relação entre o comprimento de rugosidade e o deslocamento vertical para o campo de velocidade.

Considerando que o fluxo turbulento de uma dada grandeza, dentro da camada logarítmica, é proporcional ao produto do seu gradiente médio pela viscosidade cinemática turbulenta, K_M , tem-se que:

$$\tau = \rho u_*^2 = \rho \underbrace{\kappa u_* (z - d)}_{K_M} \partial_z u. \quad (5.1)$$

Integrando a Eq. (5.1) do ponto $d + z_0$ até um ponto z qualquer dentro da camada logarítmica, obtém-se:

$$u(z) - u(d + z_0) = \kappa^{-1} u_* \ln [(z - d) / ((d + z_0) - d)]. \quad (5.2)$$

Lembrando da extrapolação a zero do perfil de velocidades em $d + z_0$, conclui-se que a Eq. (5.2) resulta na lei logarítmica escrita na forma apresentada na Eq. (5.3). Isso implica que, se a viscosidade turbulenta for modelada por uma relação linear, ($K_M = \kappa u_* (z - d)$), o perfil de velocidade na subcamada turbulenta será necessariamente logarítmico.

Através de uma análise do balanço de forças na região adjacente à superfície, Jackson (1981) promoveu uma importante interpretação física do fenômeno. Consideremos δ_i como a altura acima da qual o escoamento não é mais influenciado pelos elementos rugosos individualmente. Esta altura delimita a fronteira entre a camada interfacial, também conhecida como subcamada rugosa, e a camada logarítmica. A Fig. 5.6 ilustra a concepção geométrica de Jackson.

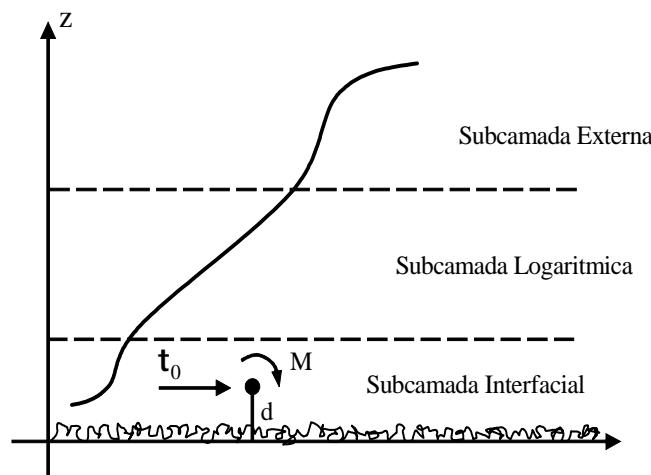


Figura 5.6: Balanço de forças na região interna da camada limite rugosa proposta por Jackson (1981).

Na ausência de um gradiente externo de pressão, a tensão cisalhante média na base

da camada logarítmica deve ser igual à força horizontal média por unidade de área plana, τ_0 , agindo sobre a superfície. Se o momento médio por unidade de área plana exercido por esta força é M , a altura de ação de τ_0 é a distância vertical M/τ_0 acima da origem arbitrariamente pré-definida para z . Para completar sua análise, Jackson postula que a camada logarítmica depende basicamente de τ_0 e é muito pouco influenciada por qualquer outro parâmetro da subcamada interfacial. Assim, a região logarítmica é insensível aos detalhes da superfície exceto à altura de ação das tensões.

Em suma, o trabalho de Jackson (1981) mostrou que o deslocamento vertical d e de forma equivalente o erro na origem, ε , corresponde ao ponto de aplicação da força de arrasto média. A comparação com dados experimentais mostra que d é determinado pela distribuição de forças na superfície, enquanto o parâmetro de rugosidade z_0 é determinado pela magnitude dessas forças.

5.1.2 Leis de parede clássicas para escoamentos sobre rugosidades

São três as principais formulações de leis logarítmicas que levam em consideração a presença da rugosidade: (i) Taylor (1915), (ii) Scholz (1955) e (iii) Hama (1954).

- (i) Uma das principais formas de exprimir a lei logarítmica para escoamentos sobre superfícies rugosas foi introduzida por Taylor (1915) e é mostrada na Eq. (5.3). Esta forma de expressão é a mais adotada por físicos e meteorologistas.

$$u/u_* = \kappa^{-1} \ln [(z - d)/z_0], \quad (5.3)$$

onde z_0 representa o “comprimento efetivo da rugosidade”. Por ser também um parâmetro relacionado às características geométricas da superfície, z_0 pode ser expresso em função da rugosidade de grão de areia.

- (ii) Para aplicações em engenharia, normalmente a lei de parede é escrita na forma apresentada por Scholz (1955):

$$u/u_* = \kappa^{-1} \ln (z/k_s) + B, \quad (5.4)$$

onde $\kappa = 0,4$, $B = 8,5$ (valor obtido por Nikuradse em 1933) e k_s é a rugosidade de grão de areia.

(iii) A lei logarítmica pode ser ainda escrita da forma sugerida por Hama(1954) e utilizada por Perry e Joubert (1963) para representar o comportamento da região logarítmica sobre superfície rugosa:

$$u/u_* = \kappa^{-1} \ln [(z + \varepsilon)u_*/\nu] + A - \Delta u/u_*, \quad (5.5)$$

onde

$$\Delta u/u_* = \kappa^{-1} \ln [(\varepsilon u_*)/\nu] + C_i, \quad (5.6)$$

e onde u_* é a velocidade de atrito, a constante de von Kármán, κ , é tomada igual a 0,4, C_i é um parâmetro característico da superfície e a Eq. (5.6) é conhecida como função rugosidade.

Breves operações algébricas nas expressões acima mostram, por exemplo, que a relação entre a lei logarítmica clássica e a Eq. (5.3) é dada por:

$$\kappa^{-1} \ln ((zu_*)/\nu e^{\kappa A}) = \kappa^{-1} \ln (z/z_0) \quad \Rightarrow \quad z_0 = (\nu/u_*) e^{-\kappa A}, \quad (5.7)$$

onde $A = 5,0$ e $\kappa = 0,4$.

Observamos que z_0 naturalmente substitui a escala da região interna da camada limite, ν/u_* . Essa mudança de escala de comprimento é consequência do efeito provocado pela presença da rugosidade em destruir a subcamada viscosa.

Naturalmente, as Eqs. (5.3), (5.4) e (5.5) são formas análogas de representar o mesmo fenômeno físico. A relação entre d e ε também é muito simples, visto que a única diferença entre estes dois parâmetros é a referência adotada para a origem do sistema de coordenadas do perfil investigado. Considerando K como a altura do elemento rugoso, pode-se inferir que:

$$d = K - \varepsilon. \quad (5.8)$$

O parâmetro ε (ou d , como chamado na literatura de meteorologia), representa o erro na origem e pode ou não aparecer explicitamente nas equações. Como sua influência é produzir um deslocamento vertical do eixo z , o erro na origem pode ser contabilizado através da adição de um valor constante a z , ou seja, $z_{real} = z + \varepsilon$, quando a origem de z está situada no topo dos elementos rugosos.

5.2 Caracterização experimental da camada limite turbulenta sobre uma colina abrupta e rugosa

O propósito da presente seção é apresentar um estudo experimental detalhado e rigoroso em escoamentos sobre uma colina de inclinação abrupta e superfície rugosa, sujeita a um gradiente externo adverso de pressão. Duas campanhas experimentais foram realizadas com o objetivo de caracterizar a sensibilidade da região de separação à presença da rugosidade. O modelo de colina utilizado em Loureiro et al. (2007*a,b*) foi recoberto por uma dada geometria de rugosidade e empregado para ambas as campanhas de medição.

Com respeito ao primeiro conjunto de dados, as condições de escoamento foram as mesmas adotadas em Loureiro et al. (2007*a,b*) para o caso de colina lisa. Como resultado, foi observado que o ponto de separação se deslocou ligeiramente para jusante e a extensão da região de recirculação foi fortemente reduzida. Dez estações de medição foram investigadas para discriminar as regiões de escoamento colado e reverso para esta condição. Para o segundo conjunto de dados, o número de Reynolds foi aumentado em dez vezes. Observou-se então que o ponto de separação foi deslocado ainda mais para jusante, gerando uma região de recirculação maior que no caso anterior, mas ainda assim menos extensa que aquela observada para o caso, em um número de Reynolds mais baixo. Treze estações de medição foram avaliadas ao longo de todo o domínio de interesse.

Todos os experimentos foram realizados em um canal de água por meio de anemometria a laser-Doppler de dois canais. Em adição às grandezas médias e turbulentas, são apresentadas as componentes do tensor de Reynolds, bem como os perfis de distribuições estatísticas de achatamento e assimetria. Essas últimas grandezas, em particular, podem oferecer informações importantes sobre a estrutura da camada limite sob os efeitos

dominantes da rugosidade e da topografia.

5.2.1 Aparato experimental

Descrição do canal de água e da superfície rugosa

Os dados experimentais descritos a seguir foram obtidos no mesmo canal de água utilizado nos experimentos de Loureiro et al. (2007*a,b*). Este aparato está localizado no Laboratório de Hidráulica da Universidade do Porto; possui um comprimento total de 17 m e seção transversal de 0,40 m por 0,60 m de altura. As paredes laterais e inferiores eram constituídas de vidro e acrílico, respectivamente. Telas e filtros eram utilizados para estabilizar o escoamento, suprimir um nível elevado de turbulência e controlar o tamanho das partículas em suspensão na água. Um medidor de vazão volumétrica foi utilizado para auxiliar no ajuste da vazão de água no canal, com uma precisão de 0,001 l/s. O nível de água dentro do canal era controlado por um portão vertical localizado no final da última seção de testes.

O presente estudo contempla duas condições experimentais diferentes, especificadas pela vazão do escoamento de 2,65 e 26,76 l/s. O modelo de colina, o mesmo empregado em Loureiro et al. (2007*a,b*), foi colocado a 12 m à jusante da entrada do canal. O perfil que caracteriza a forma da colina foi mostrado pela Eq. (4.1).

Os elementos rugosos consistiam em barras quadradas de borracha de 3 mm por 3 mm de seção transversal, espaçadas de 9 mm. A superfície recoberta se estendia de 1,5 m à montante até 1,5 m à jusante do topo. Os detalhes geométricos da superfície e uma ilustração do modelo da colina são apresentados na Fig. 5.7.

As medições foram realizadas na linha de centro do canal nas posições ilustradas na Fig. 5.8. Favor observar que a posição do sistema de coordenadas é o mesmo empregado para o caso de colina lisa.

Descrição da instrumentação

Um sistema de anemometria a laser Doppler Dantec de dois canais, operando com laser de Argônio em modo com receptor (“forward-scatter mode”) foi utilizado para quantificar os campos médio e turbulento do escoamento sobre a colina rugosa. Uma célula de Bragg

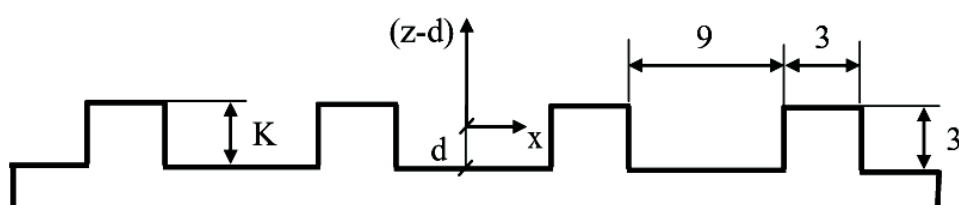


Figura 5.7: Ilustração do modelo da colina e detalhes da superfície rugosa. Dimensões em mm. K = altura dos elementos rugosos, d = deslocamento na origem.

com desvio de frequência otimizado digitalmente foi utilizada para permitir a resolução do sentido do escoamento. Elementos ópticos condicionadores de raios foram empregados para a obtenção de um menor volume de controle. Uma lente de 500 mm de distância focal foi montada na face posterior da sonda para permitir um posicionamento preciso na linha de centro do canal.

Antes de ser coletada pelos fotomultiplicadores, a luz espalhada pelas partículas presentes no escoamento passavam por filtros de 514,5 nm e 488 nm, de modo que somente as luzes verde e azul eram recebidas pelos dois fotomultiplicadores, respectivamente. A Tabela 5.1 lista as principais características do sistema de anemometria a laser-Doppler

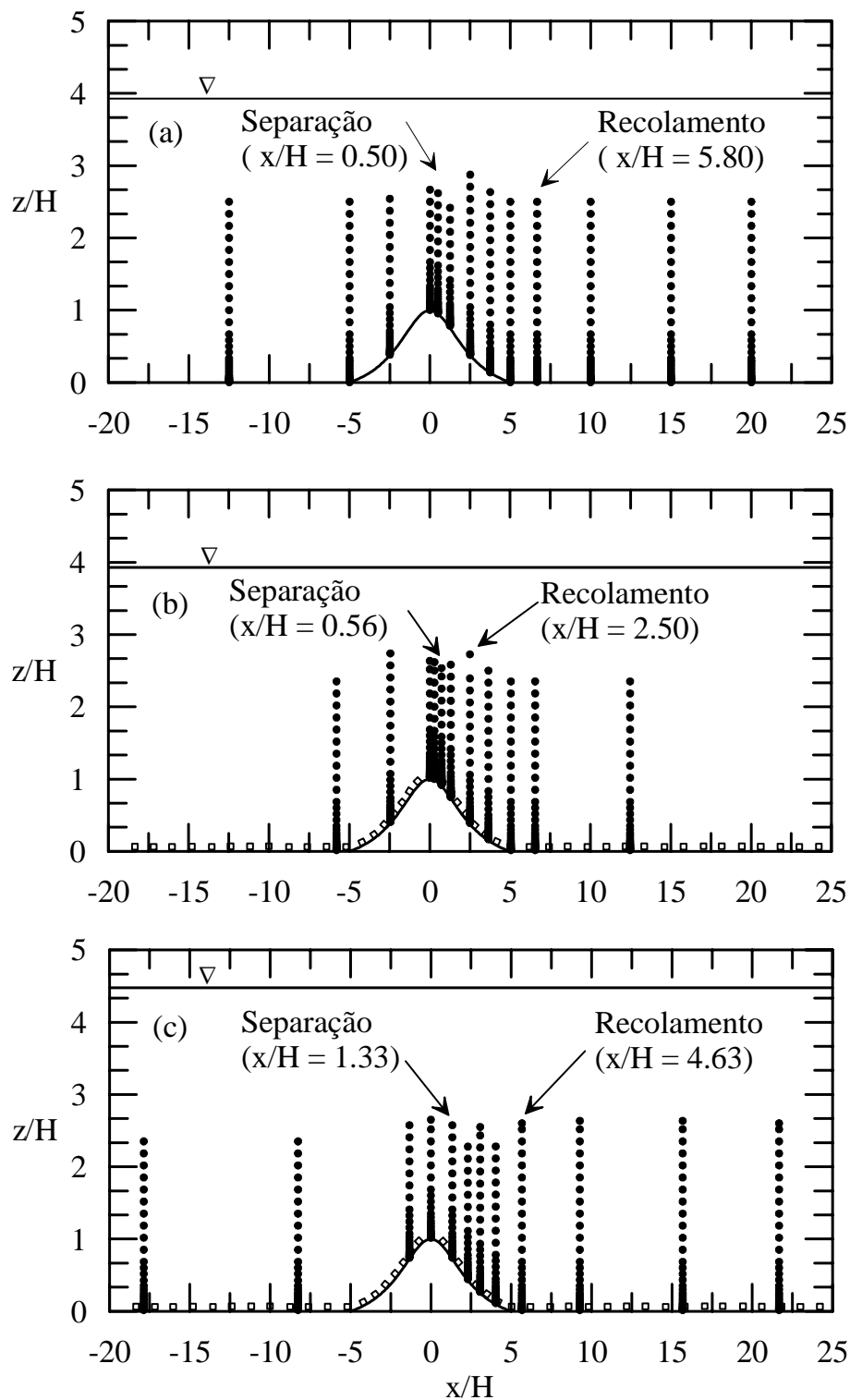


Figura 5.8: Localização das estações de medição e ilustração do sistema de coordenadas. a: Loureiro et al. (2007b) (SS, $R_\delta = 4,772$), b: colina rugosa (RSA, $R_\delta = 4,425$), c: colina rugosa (RSB, $R_\delta = 31,023$).

Tabela 5.1: Principais características do sistema de anemometria a laser-Doppler utilizado.

Comprimento de onda	514,5 nm (verde) 488nm (azul)
Metade do ângulo entre os raios	1,604°
Distância entre as franjas	9,191 μm (verde) 8,718 μm (azul)
Distância entre os raios	28 mm
Diâmetro dos raios	2,2 mm
Dimensões do volume de controle	
Eixo maior	5,31 mm (verde) 5,04 mm (azul)
Eixo menor	149,0 μm (verde) 141,0 μm (azul)

utilizado. Os sinais emitidos pelos fotomultiplicadores eram então processados por um analisador de espectro específico desta técnica, operando em modo de medição única por sinal. Uma série de tendências passíveis de ocorrerem foram eliminadas através de ajustes estritos de processamento. O nível de validação e o nível de sinal-ruído utilizados foram de 8 e 5 respectivamente. Para medições simultâneas das componentes longitudinal e vertical do vetor velocidade, uma janela de coincidência de 5.000 μs foi adotada. Para as estatísticas em cada ponto medido, uma amostra de 20.000 valores foi considerada.

Incertezas típicas associadas à medição das componentes de velocidade média – u , w – estão abaixo de 0,2% da velocidade média longitudinal do escoamento externo, u_δ . Em regiões de escoamento reverso, as incertezas crescem para aproximadamente 0,3% de u_δ . Com respeito às componentes do tensor de Reynolds – $\overline{u'u'}$, $\overline{w'w'}$, $\overline{u'w'}$ – as incertezas foram estimadas em 2,3%, 1,8% e 4,2% do quadrado da velocidade de atrito do perfil não perturbado, respectivamente. Em regiões de escoamento reverso, valores característicos são 3,8%, 3,5% e 6,9% respectivamente.

5.2.2 Resultados: o campo de velocidade média

Características gerais do escoamento ao redor da colina

Para contextualizar os presentes resultados com respeito aos dados de Loureiro et al. (2007b), as linhas de corrente para as três condições experimentais serão comparadas na Fig. 5.9, onde estão ilustradas configurações de escoamento para a colina abrupta e lisa

de Loureiro et al. (2007b) – SS – e as duas configurações de colina abrupta e rugosa – RSA e RSB.

A sensibilidade da separação do escoamento à rugosidade da superfície é grande e pode ser diretamente observada na Fig. 5.9, onde os pontos de separação e recolamento são facilmente identificáveis. A localização destes pontos está descrita explicitamente na Tabela 5.2. A região de recirculação mais extensa foi observada para o caso de colina lisa (Fig. 5.9a). Uma configuração de escoamento com a mesma velocidade incidente, mas escoando agora sobre uma superfície rugosa, é apresentada na Fig. 5.9b. O ponto de separação é movido ligeiramente para jusante e a região de escoamento reverso é reduzida significativamente. Um aumento de cerca de dez vezes na velocidade externa do escoamento incidente provoca um novo deslocamento do ponto de separação para jusante, dando origem a uma região de recirculação mais extensa (Fig. 5.9c) que aquela observada no caso de número de Reynolds mais baixo.

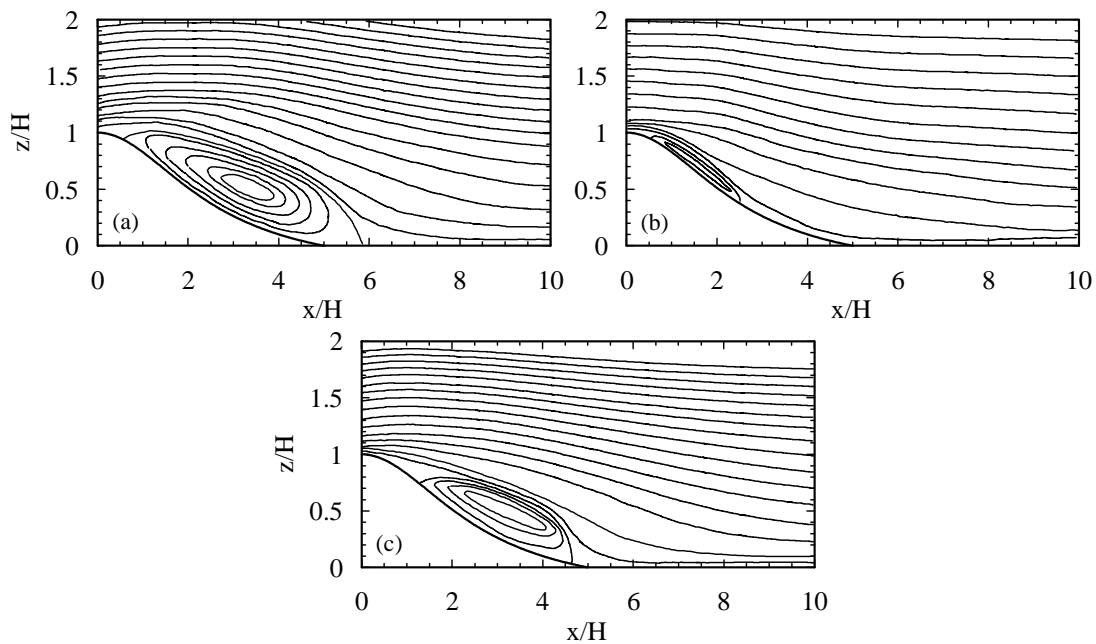


Figura 5.9: Configuração geral de escoamento na região à jusante do topo da colina. a: SS, b: RSA, c: RSB.

As linhas de corrente apresentadas na Fig. 5.9 foram obtidas a partir de interpolação dos perfis medidos de velocidade média ao longo da colina. Portanto, eles configuram

Tabela 5.2: Localização dos pontos de separação e de recolamento e comprimento da região de recirculação.

Condição	Separação (x/H)	Recolamento (x/H)	Comprimento (x/H)
SS	0,50	5,80	5,30
RSA	0,56	2,50	1,94
RSB	1,33	4,63	3,30

uma aproximação do fenômeno observado e devem então ser avaliados com cautela.

Camada limite não perturbada

No trabalho de Loureiro et al. (2007b) foi mostrado que os perfis de velocidade média longitudinal à montante da colina (estação $x/H = -12,5$) apresentavam boa concordância com os perfis medidos na ausência da colina na estação correspondente a $x/H = 0$. Analogamente, podemos antecipar que para o caso de colina rugosa (RSA e RSB, Tabela 5.3), os perfis de velocidade tomados à montante da colina ($x/H = -5,80$ e $-17,87$ respectivamente) não diferem significativamente da camada limite avaliada na ausência do modelo. Deste modo, as propriedades da camada limite não perturbada serão avaliadas tomando como referência os perfis medidos mais à montante da colina. As principais características globais e locais do escoamento de referência são apresentadas na Tabela 5.3, onde os dados de colina lisa são incluídos para estabelecer uma base comum de comparação.

Tabela 5.3: Propriedades da camada limite não perturbada.

Propriedade	SS	RSA	RSB
Espessura da camada limite (δ , mm)	100	90	100
Velocidade do escoamento externo (u_δ , ms^{-1})	0,0482	0,0497	0,3133
Velocidade de atrito (Clauser) (u_* , ms^{-1})	0,0028	0,0047	0,0204
Velocidade de atrito ($\overline{u'w'}$) (u_* , ms^{-1})	0,0023	0,0043	0,0225
Espessura de deslocamento (d , mm)	0,0	2,1	2,0
Comprimento de rugosidade (z_0 , mm)	0,08	0,83	0,33
Número de Reynolds (R_δ)	4.772	4.425	31.023
Número de Reynolds (R_{z_0})	0,22	3,88	6,65

Os dados da Tabela 5.3 referentes a u_* , d e z_0 merecem uma explicação detalhada. Contudo, antes de procedermos à avaliação dos parâmetros de caracterização do escoamento, uma breve discussão sobre o regime de escoamento das condições RSA e RSB merece ser realizada.

Schlichting (1979, pg 617) oferece uma interpretação física dos regimes de escoamento nos seguintes termos: (i) o regime é dito hidraulicamente liso quando “o tamanho dos elementos rugosos é tão pequeno que todas as protuberâncias estão contidas na subcamada laminar” ($0 \leq k_s^+ \leq 5$, $k_s^+ = (k_s u_*)/\nu$, k_s = rugosidade de grão de areia), (ii) no regime transicional, “as protuberâncias se estendem parcialmente para fora da subcamada laminar, e o atrito adicional em comparação com a superfície lisa é basicamente devido ao atrito de forma causado pelos elementos rugosos na camada limite” ($5 \leq k_s^+ \leq 70$); (iii) no regime completamente rugoso, “todas as protuberâncias estão fora da subcamada laminar, e a maior parte do atrito é devido ao arrasto de forma que age sobre os elementos rugosos” ($k_s^+ \geq 70$).

O critério de classificação definido acima foi obtido por Nikuradse com base na densidade máxima da rugosidade. Em termos práticos, a densidade típica de rugosidade é muito menor, de modo que a rugosidade não pode ser descrita pela altura da rugosidade, K . Schlichting propôs uma escala-padrão de rugosidade e adotou a rugosidade de grão de areia de Nikuradse para fins de correlação (ver, e.g., Fig. 20.24 de Schlichting (1979) e observar as grandes diferenças entre K e k_s).

Se a recomendação de Schlichting for seguida, os intervalos acima podem ser reescritos na forma $0 \leq z_0^+ \leq 0.17$, $0.17 \leq z_0^+ \leq 2.34$ e $z_0^+ \geq 2.34$. Neste trabalho, $z_0^+ = 3.88$ (RSA) e 6.65 (RSB). Logo, em princípio, tanto RSA quanto RSB estão qualificadas como superfícies completamente rugosas. De fato, Snyder e Castro (2002) mostraram que, para o tipo de rugosidade utilizada em laboratórios – elementos com cantos vivos e significativa separação entre obstáculos – o regime completamente rugoso pode ser alcançado para números de Reynolds tão baixos quanto a unidade ($R_{z_0} = 1$). O uso de z_0 como escala apropriada para a definição da rugosidade foi também enfatizado por Castro (2007).

A Fig. 5.10 apresenta os perfis de velocidade média do escoamento não-perturbado em coordenadas internas para as condições SS, RSA e RSB. A região completamente

turbulenta para os três casos pode ser claramente identificada. Outro modo de caracterizar o regime rugoso é através do deslocamento da região logarítmica do perfil de velocidade em relação ao perfil para a superfície lisa, quantificado pela função Δu^+ , dada pela Eq. (5.5). Como esperado, um aumento em R_{z_0} resulta em um aumento da função rugosidade, Δu^+ . Em muitos trabalhos, valores típicos de Δu^+ variam entre 5 e 10. No presente estudo, temos $\Delta u^+ = 7.3$ (RSA) e 8.7 (RSB). Logo, a Fig. 5.10 claramente indica que as condições RSA e RSB correspondem a um regime completamente rugoso. Como explicado por Castro (2007), z_0^+ e Δu^+ são formas equivalentes de classificar o regime de escoamentos sobre superfícies rugosas, e são relacionados por uma simples expressão algébrica.

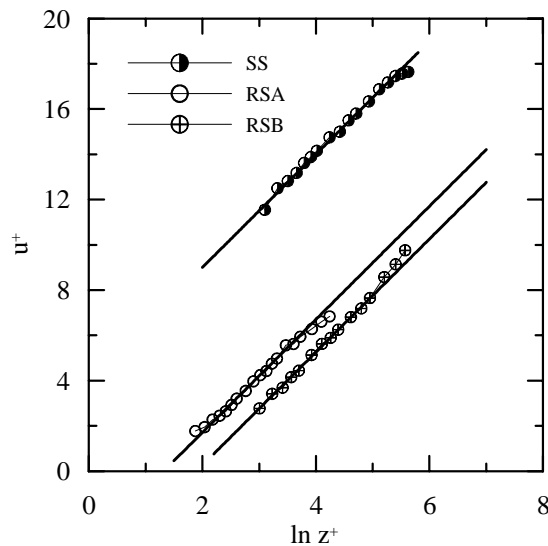


Figura 5.10: Caracterização do regime de escoamento: perfis de velocidade média em coordenadas internas para as condições SS, RSA e RSB.

A destruição da subcamada viscosa pela presença dos elementos rugosos implica que dois novos parâmetros devem ser considerados na especificação do contorno na parede: o comprimento efetivo de rugosidade, z_0 , e o deslocamento na origem, d . Infelizmente, nenhum destes dois parâmetros são grandezas diretamente mensuráveis. Eles são baseados em um número de fatores geométricos que caracterizam a superfície. Além disso, dependendo do modo como os elementos rugosos são distribuídos na superfície, estes parâmetros podem variar também com as propriedades do escoamento. Discussões clássicas sobre este problema foram introduzidas por Perry e Joubert (1963) e Perry et al. (1969). Para

aplicações em micrometeorologia, Garratt (1992) sugere relações simples: $z_0/h_c = 0,1$, $d/h_c = 2/3$ ($h_c =$ altura das copas).

Outra grande dificuldade intrínseca da pesquisa em escoamentos sobre superfície rugosa é a determinação da tensão cisalhante na parede. Caso as superfícies possuam uma geometria bem definida que permita a colocação de tomadas de pressão nos elementos rugosos, o método de Perry et al. (1969) pode ser utilizado. Caso contrário, as duas únicas possibilidades disponíveis são: o método gráfico de Clauser (1954) e a hipótese de Prandtl (1925) de que próximo à superfície existe uma região onde a distribuição de tensão cisalhante total é constante e de valor aproximadamente igual à tensão cisalhante na parede.

O método de Clauser (1954) foi extensamente revisado por Perry et al. (1963). Para escoamentos sobre superfície lisa, duas propriedades de um melhor ajuste à região logarítmica podem ser utilizados para a determinação de u_* , i.e. os coeficientes linear e angular da reta ajustada. No caso de uma superfície rugosa, sabemos que a região logarítmica é deformada pelo deslocamento na origem e desviada como um todo pelo comprimento efetivo de rugosidade. Isso implica que o valor de u_* só pode ser confirmado pela inclinação da reta logarítmica, que por sua vez depende da correta determinação do deslocamento na origem, d . Essa dificuldade naturalmente introduz uma incerteza associada ao processo de estimativa dos parâmetros de interesse (Perry et al. (1963)).

A prática de utilizar o perfil médio de tensão cisalhante para a estimativa de u_* foi discutida por Cheng e Castro (2002). As dificuldades encontradas também são muitas. Foi observado que o campo de tensões cisalhantes apresenta uma variação longitudinal considerável, dependendo da distância vertical da parede onde a medição é feita. Na subcamada rugosa, foi caracterizada uma variação ondulatória em fase com a crista dos elementos rugosos. Em uma região mais afastada da superfície, onde as variações de tensão cisalhante caem para um valor menor que 10%, a subcamada inercial pode ser então definida (Oke, 1987). Um fato interessante relatado por Cheng e Castro (2002) é que melhores ajustes à região logarítmica do perfil de velocidades podem ser encontrados se valores de u_* obtidos a partir da média espacial do perfil de $-\overline{u'w'}$ na subcamada viscosa forem utilizados, em comparação com valores de u_* estimados de $-\overline{u'w'}$ na região inercial.

Os melhores resultados, entretanto, não foram obtidos com nenhum destes valores de u_* , mas sim com u_* avaliado diretamente do arrasto de forma dos elementos rugosos. Esses últimos resultados de u_* foram observados assumir valores muito maiores do que aqueles estimados a partir do perfil de tensão cisalhante tanto na subcamada rugosa quanto na subcamada inercial (Cheng e Castro, 2002).

Uma descrição detalhada do procedimento de ajuste de curvas aos dados experimentais utilizado a seguir pode ser encontrada na Seção 4.1 ou em Loureiro et al. (2007b). No texto a seguir, somente descrições tipicamente associadas à rugosidade serão apresentadas.

Para a determinação de u_* , d e z_0 associados às estações de referência, a distância da parede dos perfis de velocidade foi subtraída de 0,1 mm, considerando a origem no vale entre os elementos rugosos. Então, o melhor ajuste de uma reta à região logarítmica foi procurado por inspeção do máximo coeficiente de determinação, R_{sq} (Seção 4.1, Bevington (1969)). Este processo foi continuamente repetido – utilizando o mesmo passo de subtração – até que a curva com o mais alto coeficiente de determinação pudesse ser identificada. Esta curva, escrita na forma definida pela Eq. (5.3), nos fornece então u_* , d (Fig. 5.7) e z_0 diretamente para o escoamento não-perturbado. Outros parâmetros estatísticos de ajuste também foram considerados neste processo.

Este método gráfico descrito acima é ilustrado na Fig. 5.11. O perfil de velocidades mostrado na Fig. 5.11a corresponde à condição RSB, estação $x/H = -17,87$ ($x = -1072$ mm). Os valores de R_{sq} obtidos das várias tentativas de encontrar o valor de d são apresentados na Fig. 5.11b. É claramente observável a existência de um valor máximo bem definido de R_{sq} , que nos fornece então o valor mais apropriado para d . Uma rápida inspeção da Fig. 5.11b revela que o valor apropriado de d é aproximadamente 2 mm. Resultados mais detalhados para estas estatísticas são mostrados na Tabela 5.4. Deve-se notar que a decisão final só pode ser tomada pela inspeção da quarta casa decimal de R_{sq} . Com efeito, muitos autores consideram de extrema dificuldade a tarefa de estimar o valor correto para d .

Para a avaliação de u_* a partir dos perfis de tensões cisalhantes de Reynolds, uma região de distribuição aproximadamente constante foi procurada no perfil de $-\overline{u'w'}$. A velocidade de atrito foi então avaliada como $u_* = \sqrt{-\overline{u'w'}}$.

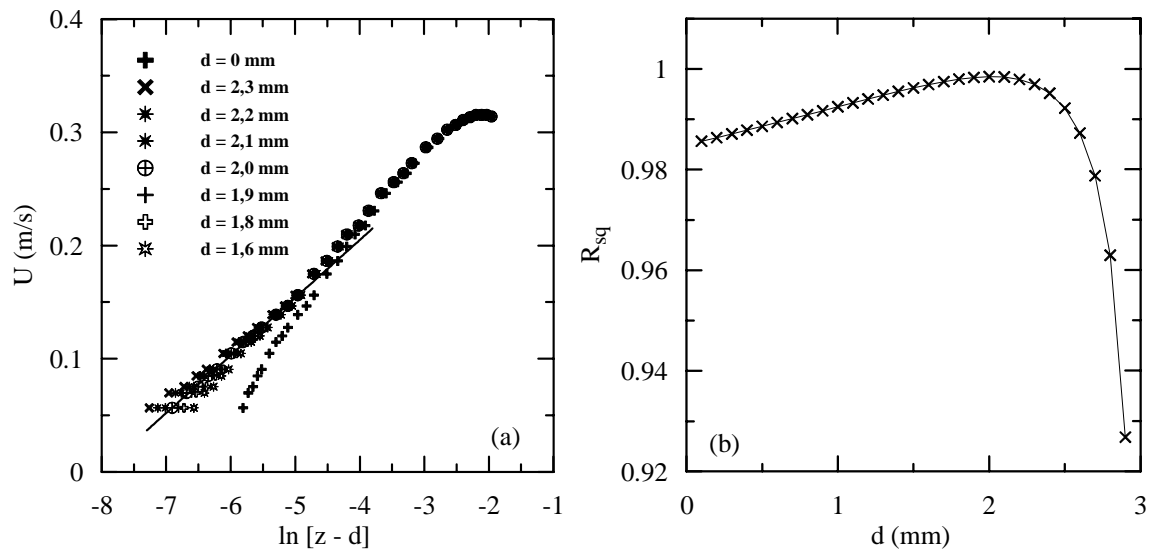


Figura 5.11: Método gráfico para determinação do erro na origem. a: técnica de redução do perfil de velocidades (z e d são avaliados em (m)), b: estatísticas de melhor ajuste.

Tabela 5.4: Estatísticas para a determinação do erro na origem.

d (mm)	R_{sq}
2,2	0,997932
2,1	0,998391
2,0	0,998485
1,9	0,998319
1,8	0,997967

Perfis de velocidade para todas as condições de escoamento não perturbado são apresentadas na Fig. 5.12 em coordenadas logarítmicas.

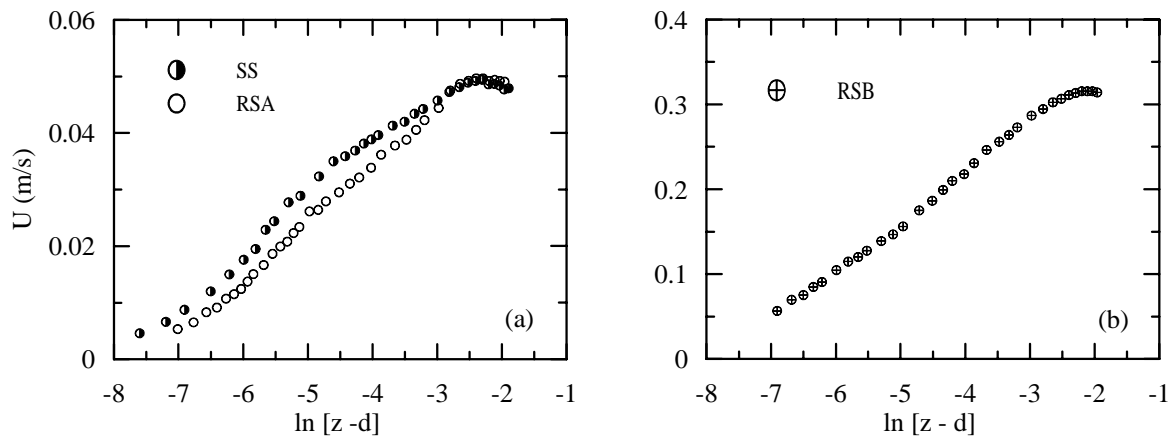


Figura 5.12: Perfis de velocidade média longitudinal para o escoamento não perturbado. a: SS e RSA, b: RSB. Dimensões de z em m.

Perfis de velocidade média sobre a colina

Os perfis de velocidade média longitudinal e vertical à montante e no topo da colina são apresentados nas Figs. 5.13 a 5.16. Estes gráficos são apresentados em coordenadas físicas, normalizados pela altura da colina e pela velocidade do escoamento potencial. Três efeitos básicos contribuem para as alterações nos perfis de velocidade: a geometria da colina, as características da superfície e a extensão da região de recirculação.

O aumento da espessura de deslocamento nos perfis sobre superfície rugosa em comparação com os dados de superfície lisa de Loureiro et al. (2007b) pode ser inferido dos perfis não perturbados apresentados na Fig. 5.13. As diferenças no comportamento do perfil no topo da colina também podem ser observadas. No trabalho de Loureiro et al. (2007b) o escoamento acelera a aproximadamente $1,3 u_\delta$ no topo da colina, exibindo um comportamento quase uniforme. Essa tendência se repete para a condição RSA e, em particular, a velocidade do escoamento também acelera até $1,3 u_\delta$. Para a condição RSB, entretanto, o perfil de velocidade no topo da colina é menos cheio, acelerando na região próxima à superfície a $1,05 u_\delta$ e na região externa até $1,2 u_\delta$.

A pequena região de escoamento reverso observada para a condição RSA pode ser

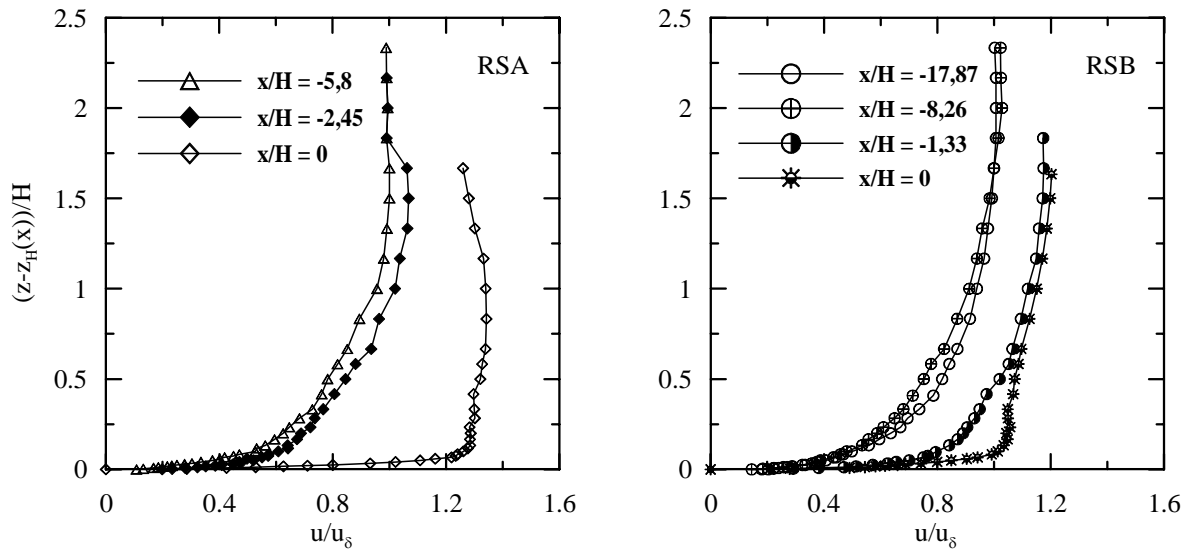


Figura 5.13: Perfis de velocidade média longitudinal à montante e no topo da colina.

apreciada na Fig. 5.14. Esta figura foi apresentada em coordenadas logarítmicas de modo que os detalhes da região de recirculação possam ser melhor ilustrados. Claramente o escoamento ainda permanece colado na estação $x/H = 0,29$. Nas próximas duas estações, somente os primeiros três ($x/H = 0,73$) e quatro ($x/H = 1,31$) pontos apresentam velocidades negativas, enquanto o restante do perfil permanece relativamente cheio, com pequeno déficit de quantidade de movimento.

Para a condição RSB o ponto de separação estava localizado na estação $x/H = 1,33$ (Fig. 5.14). Os três primeiros pontos deste perfil parecem estar bem alinhados verticalmente, uma indicação de que logo à jusante o escoamento se tornará reverso. Nas estações $x/H = 2,3, 3,06$ e $4,03$ a extensão vertical de escoamento reverso parece estar limitada a $\zeta = (z - z_H(X))/H \leq 0,25$.

À jusante da elevação, os efeitos de perturbação da região de recirculação e da presença da colina vão sendo suavizados e os perfis de velocidade tendem a retornar às condições de equilíbrio. Para as atuais condições experimentais, isto não chegou a ser observado nos domínio de RSA e RSB (Fig. 5.15). Esta observação poderá ser concluída mais claramente a partir das distribuições de momentos de ordem superior.

Para ambas as condições experimentais, os perfis de velocidade média vertical à montante da colina são dominados pelos efeitos de variação da elevação. Pode-se observar que

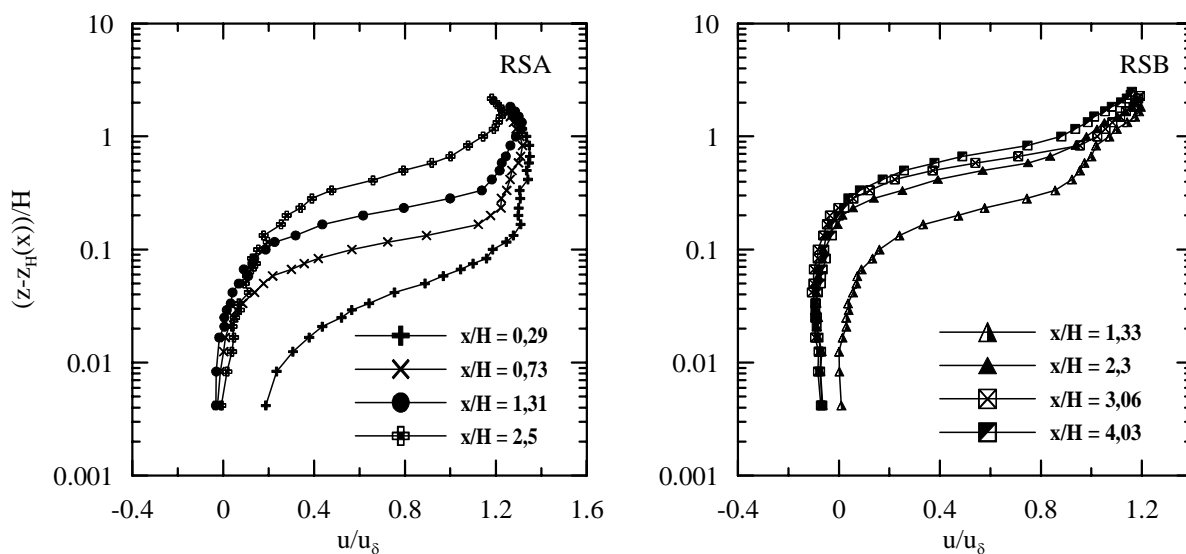


Figura 5.14: Perfis de velocidade média longitudinal na encosta de jusante da colina.

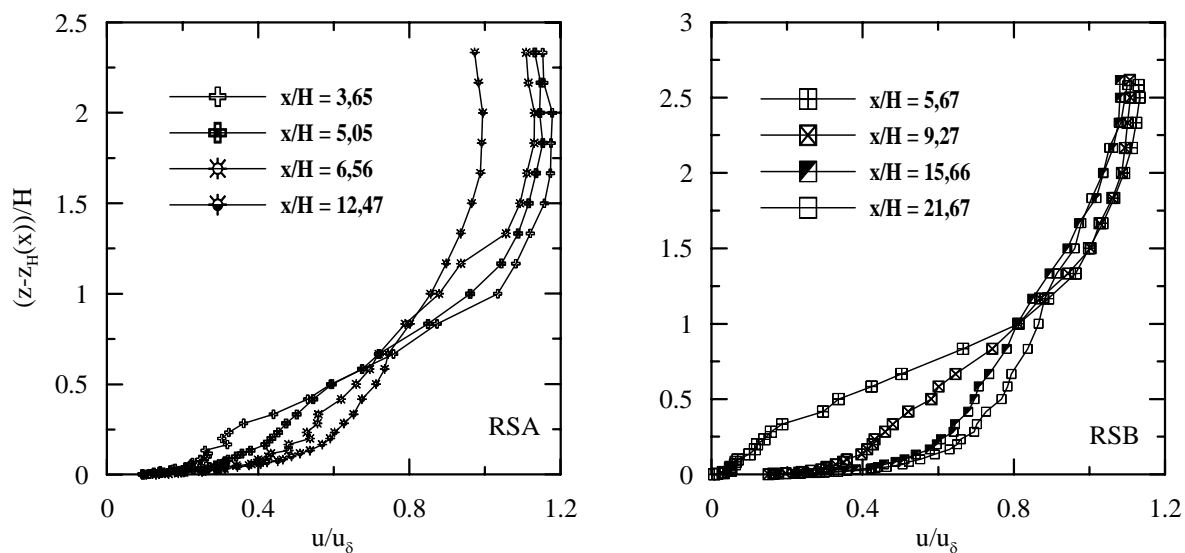


Figura 5.15: Perfis de velocidade média longitudinal à jusante da colina.

w aumenta a valores da ordem de $0,2 u_\delta$ (Fig. 5.16). No topo da colina, o efeito isolado de simetria da colina deve reduzir w a zero. Para a condição SS, Loureiro et al. (2007b) mostrou que a deflexão das linhas de correntes próximas à superfície devido à presença da região de separação implica em altos valores de w ao longo de todo z em comparação com o perfil não-perturbado. Em particular, na região próxima à superfície, Loureiro et al. (2007b) encontrou $w \approx 0,08 u_\delta$. A pequena região de recirculação resultante da condição RSA, entretanto, fornece valores altos de w ($\approx 0,05 u_\delta$) no topo da colina somente para os primeiros quatro pontos. Para o restante do perfil, $w \approx 0,02 u_\delta$. A condição RSB na estação $x/H = 0$ é fortemente influenciada pela bolha de recirculação de modo que, para todo z , $w \geq 0,06 u_\delta$.

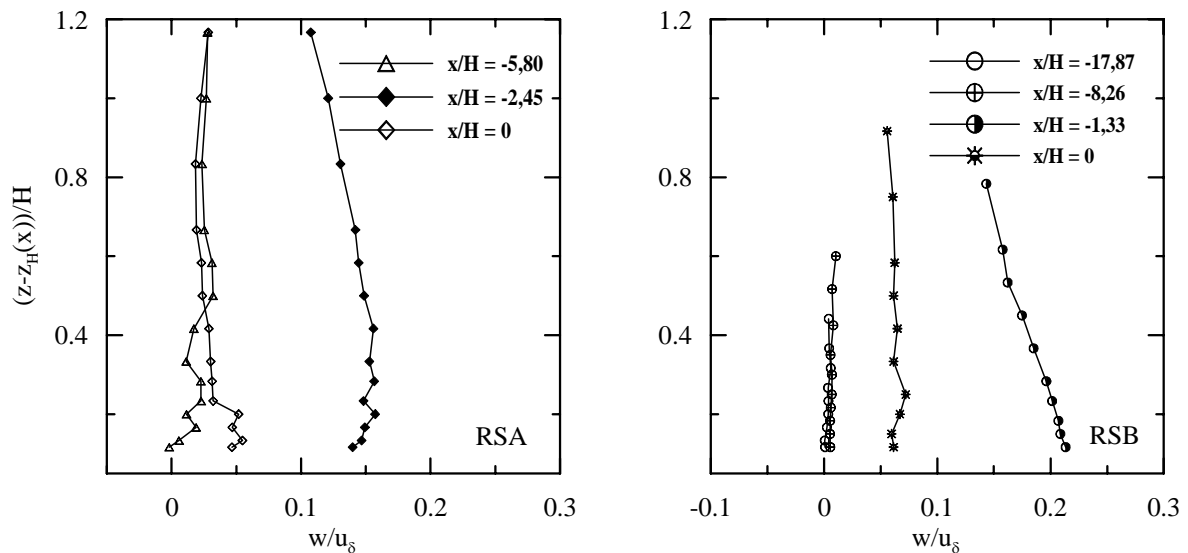


Figura 5.16: Perfis de velocidade média vertical à montante e no topo da colina.

Para as condições RSA, a desaceleração do escoamento na encosta de jusante e a curvatura da colina resultam em grandes valores negativos de w na região fora da recirculação. A medida em que x/H aumenta, w se torna mais negativo (Fig. 5.17). Entretanto, os valores de w na região próxima à superfície são regidos pela presença da região de recirculação e por isso assumem valores pequenos. É interessante notar as variações abruptas no perfil de velocidade vertical nas estações $x/H = 1,31$ e $2,5$. Na condição RSB, w assume valores negativos em $x/H = 1,33$, indicando uma dominância de efeitos topográficos no ponto de separação. Em todas as outras estações, w é aproximadamente zero no interior

da região de recirculação e assume valores negativos no restante do perfil.

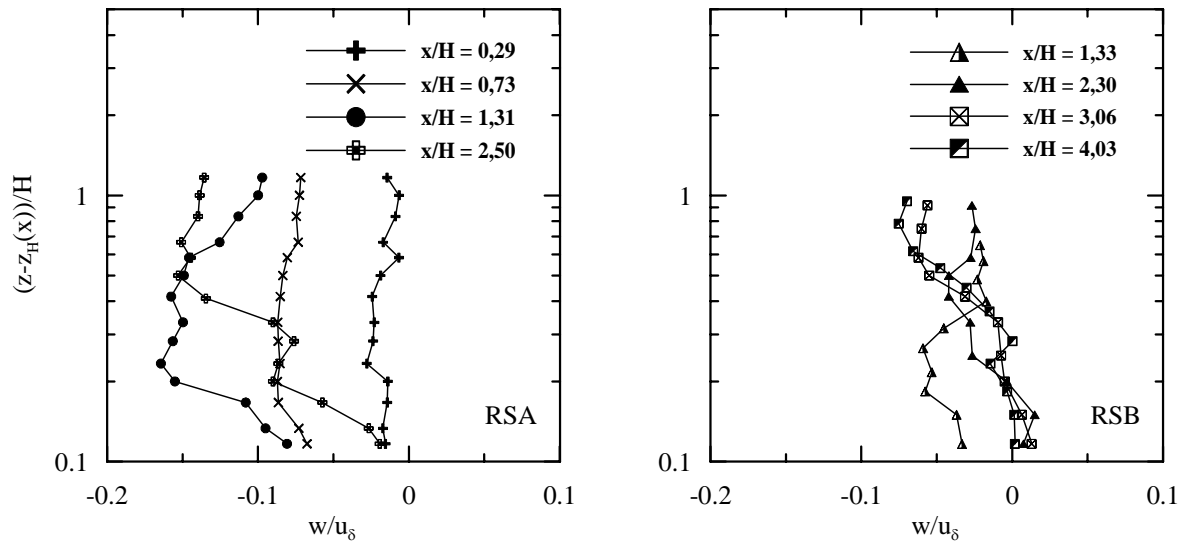


Figura 5.17: Perfis de velocidade média vertical na encosta de jusante da colina.

À jusante da colina, nas estações $x/H = 12,47$ (RSA) e $x/H = 15,66$ (RSB), os perfis de velocidade vertical são aproximadamente zero, indicando que os efeitos remanescentes da colina e da região de separação são pequenos.

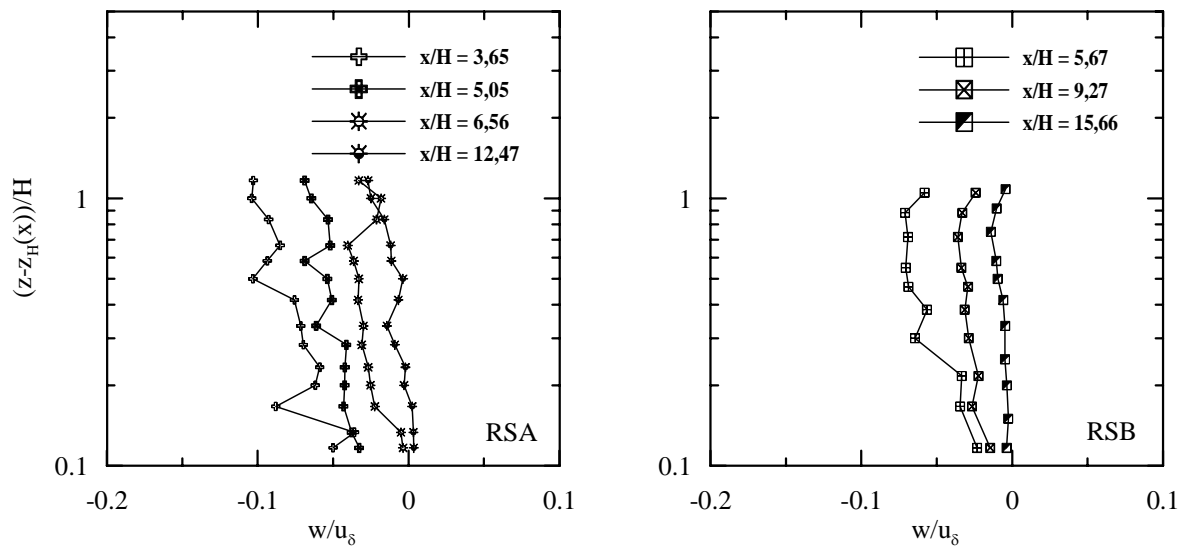


Figura 5.18: Perfis de velocidade média vertical à jusante da colina.

5.2.3 Resultados: momentos de segunda ordem

As variações dos momentos de segunda ordem, ou das tensões de Reynolds, são particularmente importantes para a compreensão do campo turbulento. Kaimal e Finnigan (1994) consideram os conceitos de equilíbrio local, distorção rápida e efeitos de memória indispensáveis na compreensão do campo turbulento sobre terrenos complexos. Esses autores discutem também a reação das tensões turbulentas a uma combinação de deformações relacionadas à aceleração do fluido, aos efeitos de curvatura e de cisalhamento.

O campo turbulento sobre colinas também foi um assunto contemplado por Britter et al. (1981). Para este e outros tipos de escoamentos complexos, é instrutivo definir duas escalas de tempo características: uma escala associada ao tempo que os vórtices levam para percorrer a colina, o tempo de advecção T_a e uma escala de tempo de relaxação, associada ao tempo que um vórtice precisa para entrar em equilíbrio local, também chamado de escala Lagrangeana, T_L . Ao longo das linhas de corrente onde $T_a \ll T_L$, a distorção dos vórtices turbulentos ocorre muito rapidamente, o que impede que estes vórtices entrem em equilíbrio com as taxas de deformações locais.

Na região de escoamento externo, as mudanças ocorrem em velocidade tal que a distorção rápida do campo turbulento se torna uma hipótese bastante plausível. Em particular, no topo da colina, as linhas de corrente externas são simplesmente comprimidas e os vórtices não sofrem rotação. Citando Batchelor e Proudman (1954) e Townsend (1976), Britter et al. (1981) escreveu:

$$\frac{\overline{u'u'}(x, z)}{\overline{u'u'}(z_s)} = 1 - \frac{4}{5} \frac{\Delta u(x, z)}{u_\delta(z_s)}, \quad (5.9)$$

$$\frac{\overline{w'w'}(x, z)}{\overline{w'w'}(z_s)} = 1 + \frac{4}{5} \frac{\Delta u(x, z)}{u_\delta(z_s)}, \quad (5.10)$$

onde $\Delta u(x, z)$ é o fator “speed-up”, u_δ é a velocidade do escoamento externo não-perturbado e z_s é a altura da linha de corrente avaliada, considerando o escoamento incidente como referência.

Conseqüentemente, no topo da colina $\overline{u'u'}$ diminui e $\overline{w'w'}$ aumenta na região externa do escoamento.

Em oposição, quando $T_L \ll T_a$, a dissipação de energia cinética turbulenta ocorre rapidamente e, portanto, a condição de equilíbrio local é rapidamente estabelecida. Essa condição é majoritariamente satisfeita na subcamada interna do escoamento. Baseado em estimativas da variação da tensão cisalhante na parede ao longo da colina, $\Delta\tau$, Britter et al. (1981) garantiu que $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$, $\overline{w'w'}$ aumentam na proporção de $\Delta\tau/\rho u_*^2$.

Os perfis de tensões cisalhantes de Reynolds para o presente conjunto de experimentos são apresentados nas Figs. 5.19 a 5.27. À montante do topo da colina, na região externa do escoamento, $\overline{u'u'}$ decresce a medida em que o escoamento acelera e o cisalhamento diminui (Fig. 5.19). Na região adjacente à superfície, considerando o termo de produção turbulenta $P_{uu} = -2\overline{u'w'}(\partial_z u)$, o forte aumento no gradiente de velocidade (Fig. 5.13) implica em um aumento de $\overline{u'u'}$ a valores de pico de aproximadamente $0,035 u_*^2$, tanto para a condição RSA quanto para RSB. Para o caso de uma superfície lisa, Loureiro et al. (2007b) observou valores de pico de $0,023u_*^2$. No topo da colina, observa-se que $\overline{u'u'}$ decresce na região externa e aumenta na região interna para ambas as condições RSA e RSB. As tendências observadas por Britter et al. (1981) também são verificadas no presente trabalho.

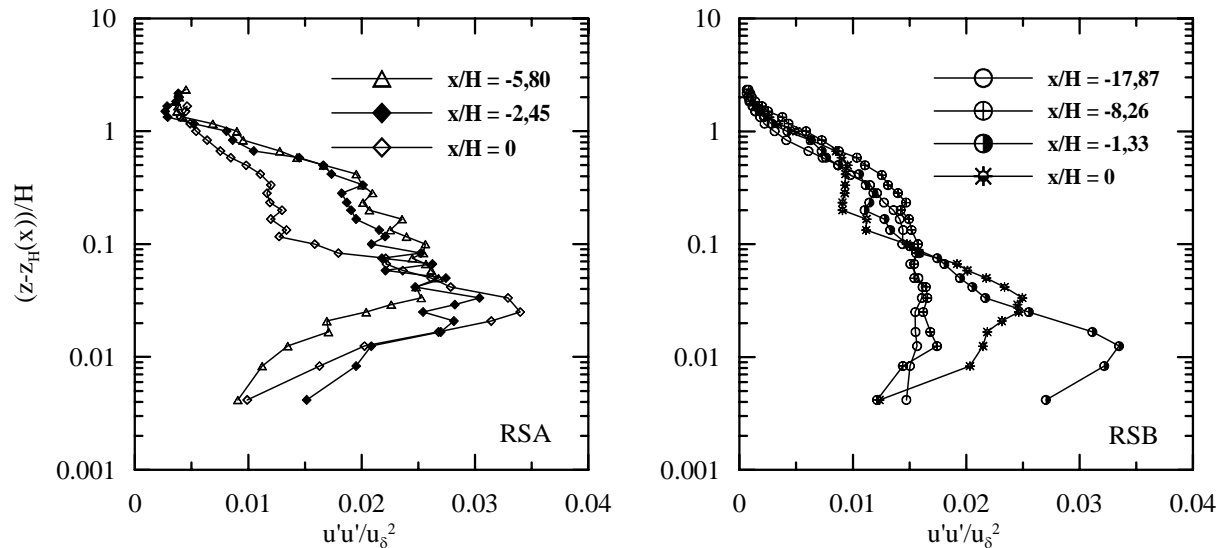


Figura 5.19: Perfis normalizados de tensão normal longitudinal de Reynolds à montante e no topo da colina.

Os perfis de tensão normal longitudinal de Reynolds na região de escoamento separado são apresentados na Fig. 5.20. A turbulência nesta região é dominada majoritariamente

pela camada cisalhante que delimita a região de escoamento reverso. Em conseqüência, as características do campo turbulento são semelhantes àquelas de uma camada de mistura (Wyganski e Fiedler (1970)), onde os picos dos perfis de momentos de segunda ordem ocorrem tipicamente no ponto de maior cisalhamento, em cerca de $z \approx H$.

A pequena região de separação da condição RSA implica que a desaceleração do escoamento aumenta $\overline{u'u'}$ a um valor de pico de $0,06 u_\delta^2$. A posição vertical de localização do pico de $\overline{u'u'}$ varia entre os vários perfis desde $0,05H$ a $0,4H$; em geral a distância dos picos à parede aumenta com o acréscimo de x/H . Para a condição RSB, a presença de uma extensa bolha de recirculação resulta em um gradiente de pressão adverso menos acentuado, implicando em um valor de pico de $0,047 u_\delta^2$, com localização em $0,6 H$.

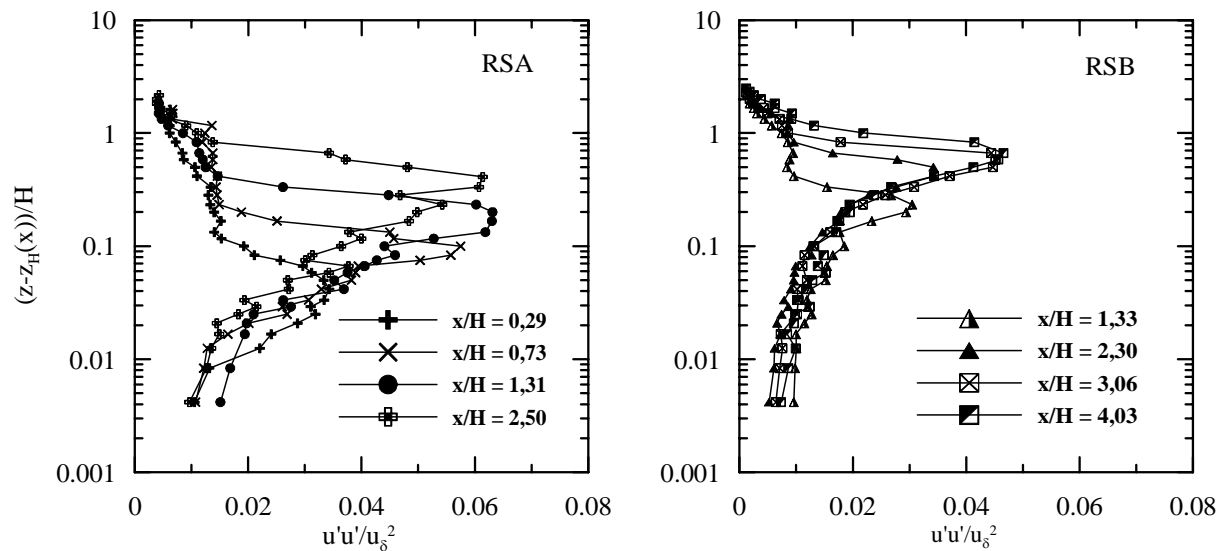


Figura 5.20: Perfis normalizados de tensão normal longitudinal de Reynolds na encosta de jusante da colina.

À jusante das bolhas de recirculação (Fig. 5.21), os picos de máximo de $\overline{u'u'}$ encontram-se na posição mais distante da parede, $z \approx 0,6H$. A medida em que x/H aumenta, o escoamento lentamente retorna à sua condição de equilíbrio. Contudo, devemos observar que mesmo na posição $x/H = 21,67$ a condição de equilíbrio ainda não foi atingida.

Na encosta de montante da colina, o aumento longitudinal de w , em combinação com os efeitos de curvatura e de cisalhamento resultam em um aumento de $\overline{w'w'}$, seguido de uma queda no topo da colina (região de curvatura negativa). Essa tendência pode ser claramente observada para a condição RSA (Fig. 5.22). O valor de pico reside em torno

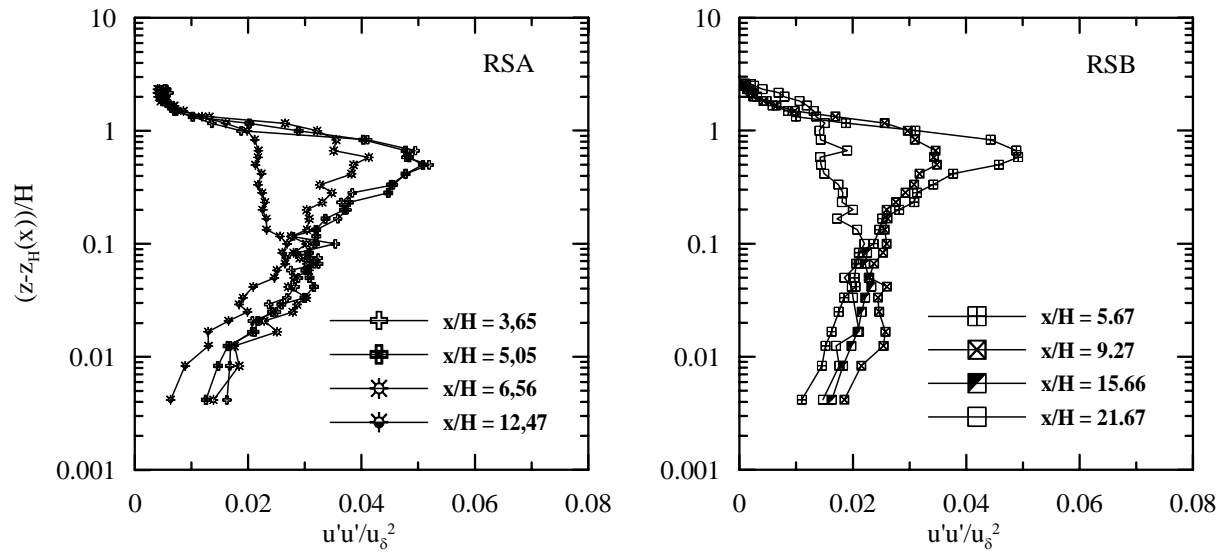


Figura 5.21: Perfis normalizados de tensão normal longitudinal de Reynolds à jusante da colina.

de $0,03 u_\delta^2$. Para as condições RSB, os perfis em $x/H = -1,33$ e $0,0$ ficam próximos um do outro. O pico de $\overline{w'w'}$ é de aproximadamente $0,011 u_\delta^2$.

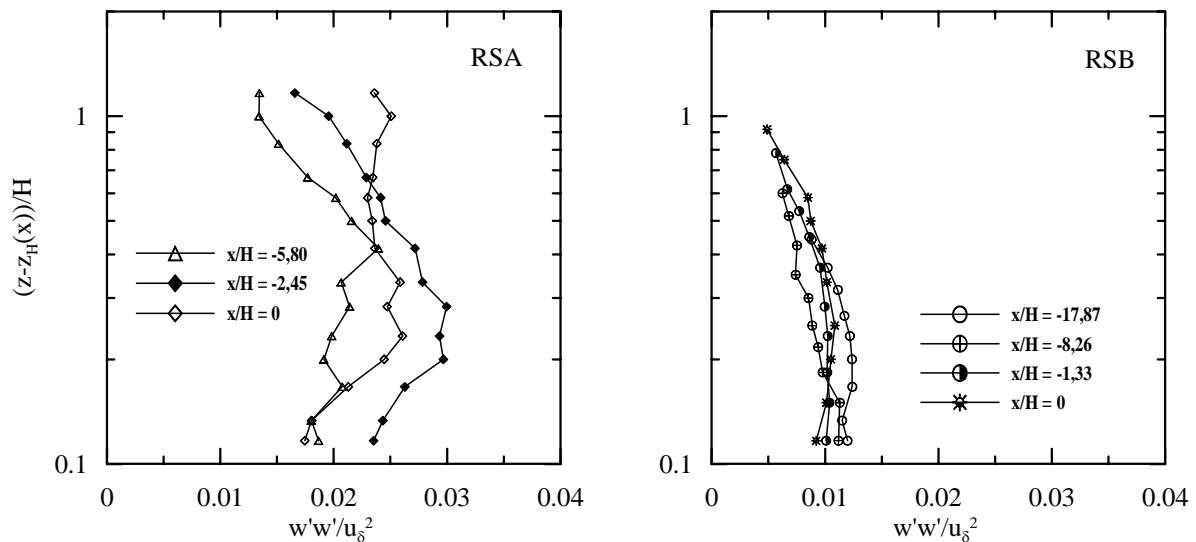


Figura 5.22: Perfis normalizados de tensão normal vertical de Reynolds à montante e no topo da colina.

À jusante do topo da colina, os efeitos de curvatura são dominantes e se somam aos efeitos de cisalhamento. O resultado é um grande aumento em $\overline{w'w'}$. Essa combinação de efeitos é particularmente relevante para a condição RSA (pequena bolha de recirculação), de modo que o pico da tensão vertical de Reynolds chega a atingir cerca de $0,1 u_\delta^2$ (Fig.

5.23). O valor de pico para a condição RSB é aproximadamente $0,04 u_\delta^2$.

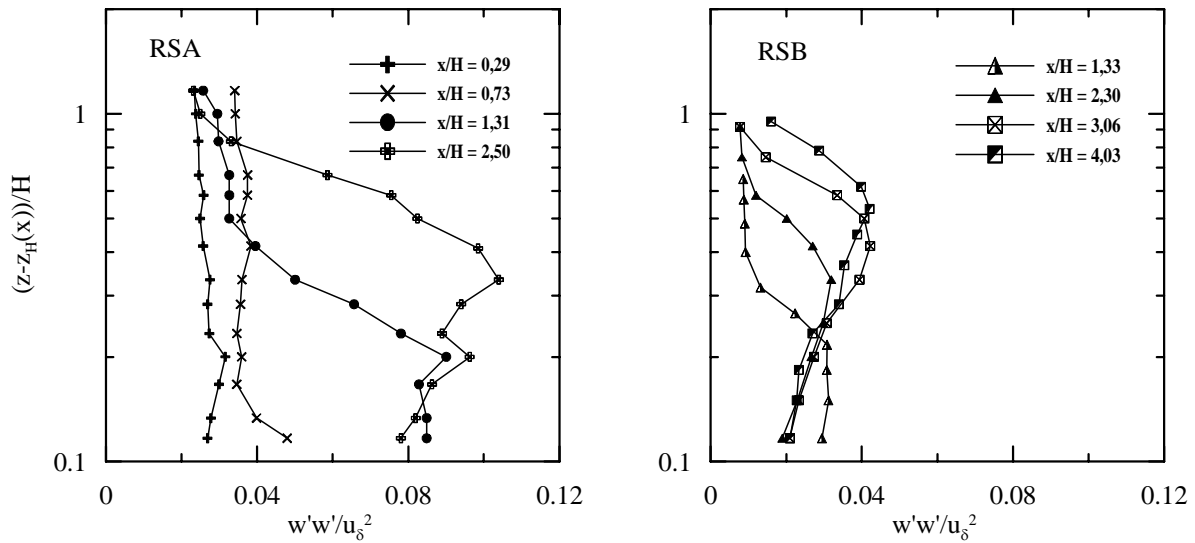


Figura 5.23: Perfis normalizados de tensão normal vertical de Reynolds na encosta de jusante da colina.

À jusante da colina, mesmo para as estações mais distantes da região de recirculação, valores ainda altos de $\overline{w'w'}$ são observados, confirmando as observações anteriores de que, dentro do domínio avaliado, o escoamento não consegue retornar completamente à condição de equilíbrio (Fig. 5.24).

O comportamento das tensões cisalhantes de Reynolds é dominado pelos efeitos de curvatura. Em geral, $-\overline{u'w'}$ sofre um aumento na encosta de montante da colina e posteriormente uma queda acentuada nas vizinhanças do topo. Essa tendência é observada tanto na condição RSA quanto na RSB (Fig. 5.25). O valor de pico para a condição RSA, $\approx 0,01 u_\delta^2$, é cerca de duas vezes o valor observado para a condição RSB ($=0,005 u_\delta^2$).

Na encosta à jusante do topo, $-\overline{u'w'}$ é dominado pelos efeitos de curvatura e da influência da camada cisalhante. Valores de pico de $0,037 u_\delta^2$ e $0,022 u_\delta^2$ são observados para as condições RSA e RSB respectivamente. A localização vertical de ambos os picos coincide com o ponto onde ocorrem os máximos de $\overline{u'u'}$ e $\overline{w'w'}$.

A Fig. 5.27 ilustra o comportamento de $-\overline{u'w'}$ na região de retorno às condições de equilíbrio.

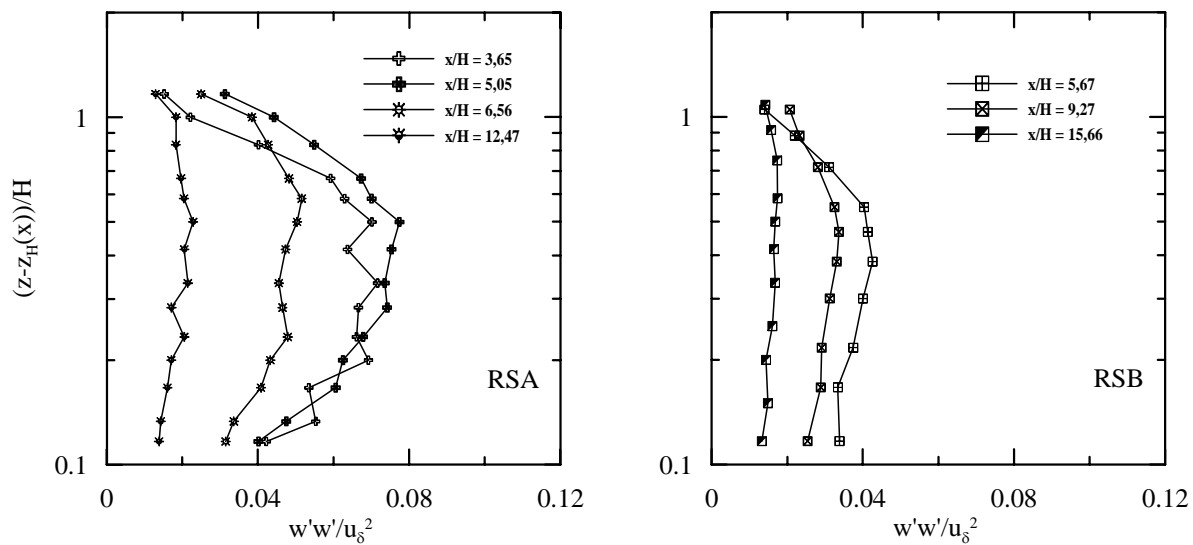


Figura 5.24: Perfis normalizados de tensão normal vertical de Reynolds à jusante da região de recirculação.

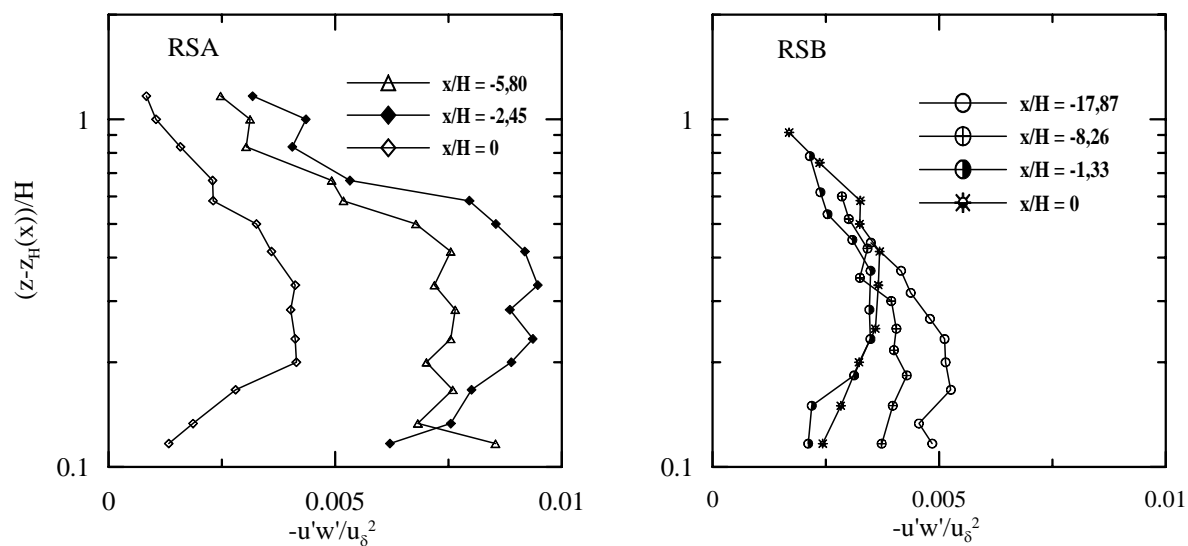


Figura 5.25: Perfis normalizados de tensão cisalhante de Reynolds à montante e no topo da colina.

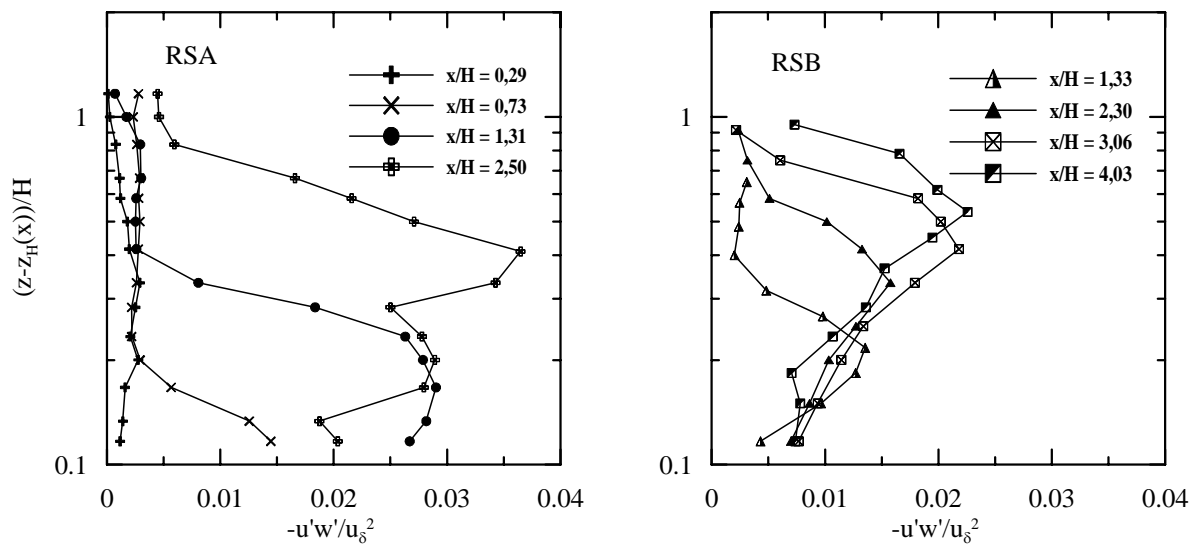


Figura 5.26: Perfis normalizados de tensão cisalhante de Reynolds na região de recirculação.

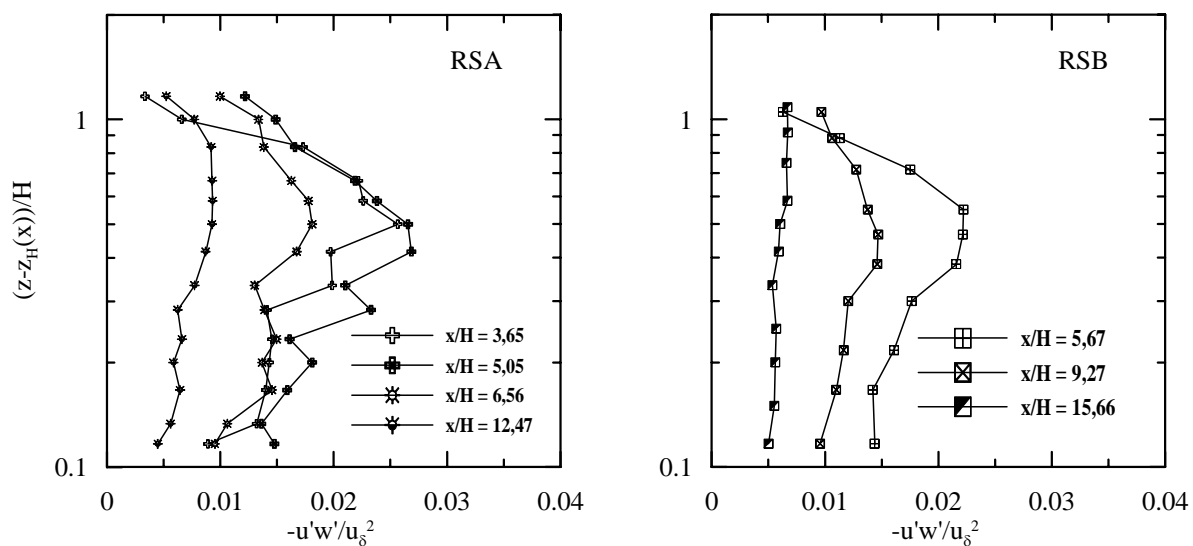


Figura 5.27: Perfis normalizados de tensão cisalhante de Reynolds à jusante da região de escoamento reverso.

5.2.4 Resultados: momentos de terceira e quarta ordens

Aspectos importantes da discussão iniciada anteriormente sobre o comportamento do campo turbulento podem ser esclarecidos através da consideração e avaliação dos momentos de ordem superior. Em particular, informações sobre a estrutura do escoamento podem ser extraídas sem ambigüidade dos momentos terceira e quarta ordens (Gad-el-Hak e Bandyopadhyay (1994)).

Os fatores de assimetria e achatamento para as flutuações de velocidade longitudinal podem ser definidas como

$$S_u = \overline{u'^3} / (\overline{u'^2})^{3/2}, \quad (5.11)$$

$$F_u = \overline{u'^4} / (\overline{u'^2})^2. \quad (5.12)$$

Expressões equivalentes podem ser escritas para outras propriedades do escoamento. Um sinal que possui uma distribuição Gaussiana satisfaz $S_u = 0$ e $F_u = 3$.

Para o escoamento sobre uma superfície lisa, S_u é positivo na região adjacente à superfície e negativo na região externa. Eventos com S_u positivo estão associados a flutuações de velocidade dominadas por efeitos de aceleração. Em geral, essas flutuações são resultantes do englobamento de parcelas de fluido de maior velocidade provenientes do escoamento externo, (Gad-el-Hak e Bandyopadhyay (1994)). Segundo Fernholz e Finley (1996), os valores de pico de $\overline{u'u'}$ recaem no intervalo $13 \leq z_* (= zu_*/\nu) \leq 17$, o que implica que os valores extremos de S_u e F_u também deveriam ocorrer neste intervalo. Na região logarítmica, $20 \leq z_* \leq 500$, S_u e F_u assumem valores praticamente constantes e iguais a 0 e 2,8, respectivamente. Como consequência temos que, ao longo de uma grande região do escoamento – cerca de duas ordens de grandeza – as flutuações de velocidade devem seguir uma distribuição aproximadamente Gaussiana. Bandyopadhyay e Watson (1988) asseguram que a forma geral das distribuições de S e F são iguais para escoamentos sobre superfícies lisas e rugosas. A única diferença significativa estaria nos menores valores de S_w (a assimetria das flutuações de velocidade vertical) para todas as superfícies rugosas.

Os resultados atuais mostram que à montante e no topo da colina S_u segue o com-

portamento canônico (Fig. 5.28). Intensas flutuações positivas são observadas na região adjacente à superfície ($\approx 0,5$), enquanto a região externa é caracterizada por valores negativos ($\approx -0,75$). Pode-se observar também que o ponto de mudança de um valor positivo para um valor negativo de S_u se aproxima da superfície da colina a medida em que a região do topo se aproxima. Nas estações $x/H = -17,87$ e $-8,26$, regiões de $S_u \approx 0$ podem ser identificadas para $0,02 \leq (z - z_H(x))/H \leq 0,3$. Na maioria dos perfis, S_u apresenta uma grande oscilação entre regiões com valores negativos e regiões com valores próximo de zero. Esse comportamento oscilatório é particularmente aparente nas estações no topo da colina. Perfis de assimetria com essa forma também foi observada por outros autores, como Andreopoulos et al. (1984). A forte aceleração sofrida pelo escoamento em $x/H = -1,33$ (RSB) mantém S_u negativo (com exceção dos dois primeiros pontos) e longe de uma distribuição Gaussiana.

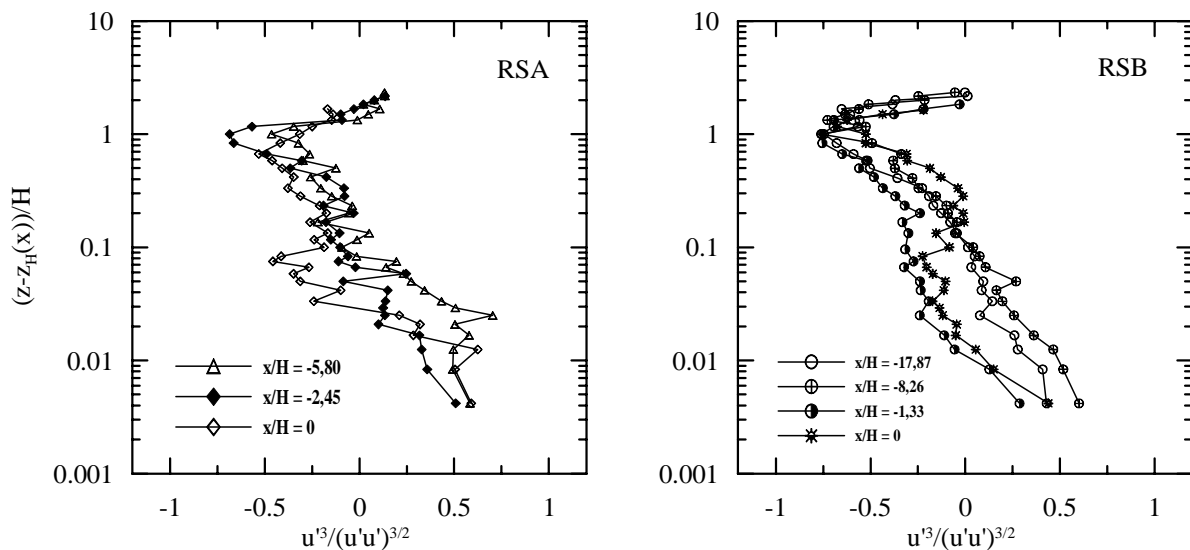


Figura 5.28: Fator de assimetria da flutuação de velocidade longitudinal à montante e no topo da colina.

À jusante do topo da colina, os perfis de assimetria mudam completamente de natureza (Fig. 5.29). O perfil de S_u na estação $x/H = 0,29$ (RSA) ainda segue o comportamento descrito no parágrafo anterior. A pequena bolha de recirculação, contudo, expande significativamente a região de fortes flutuações positivas (e.g., até $(z - z_H(x))/H \approx 0,4$ para a estação $x/H = 2,5$). Após a mudança para valores negativos, nenhum ponto de S_u correspondente a uma distribuição Gaussiana é observado. Para a condição RSB, o

comportamento da assimetria é ainda mais fácil de ser avaliado. As flutuações positivas aumentam até um platô definido por $S_u = 0,5$ e depois mudam bruscamente assumindo valores negativos na região onde a camada cisalhante se faz presente. Praticamente nenhuma região de $S_u = 0$ foi observada. Os três perfis mais próximos dos pontos de separação do escoamento ($x/H = 0,73$ (RSA) e 2,3, 3,06 (RSB)) apresentam valores negativos de S_u na região muito próxima à superfície (Fig. 5.29).

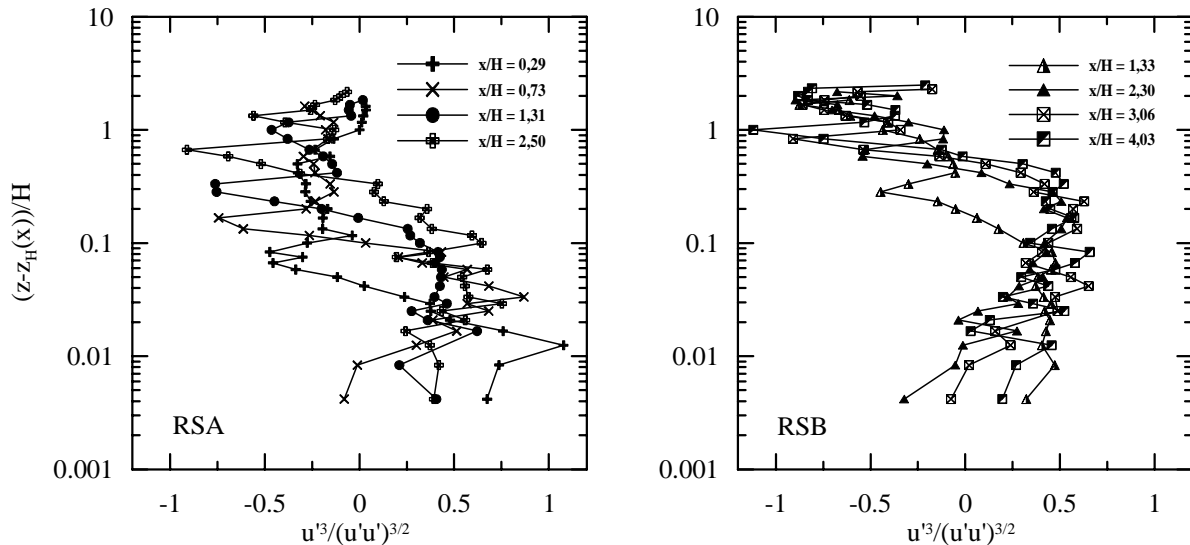


Figura 5.29: Fator de assimetria da flutuação de velocidade longitudinal na região de escoamento separado.

As grandes flutuações positivas ainda persistem na região à jusante da bolha de separação (Fig.5.30). Somente na estação $x/H = 21,67$ (RSB) o perfil de S_u retorna à sua forma canônica. Note que para as estações $x/H = 5,05$ (RSA) e $x/H = 5,67$ (RSB) valores de S_u próximos de um ainda podem ser observados.

Medições de S_w também foram apresentadas por outros autores para escoamento sobre superfícies lisas. Entretanto, dificuldades relacionadas à resolução espacial e temporal dos sensores implicam em uma certa discrepância entre os resultados existentes (Gad-el-Hak e Bandyopadhyay (1994)). Ainda assim, a maior parte dos trabalhos concordam que S_w assume valores negativos na região adjacente à superfície e valores positivos na região externa. Ao longo da região logarítmica a distribuição de S_w permanece positiva mas assume valores próximos de zero ($\approx 0,1$), ou seja, está próxima de uma distribuição Gaussiana. Bandyopadhyay e Watson (1988) observaram somente valores positivos de S_w

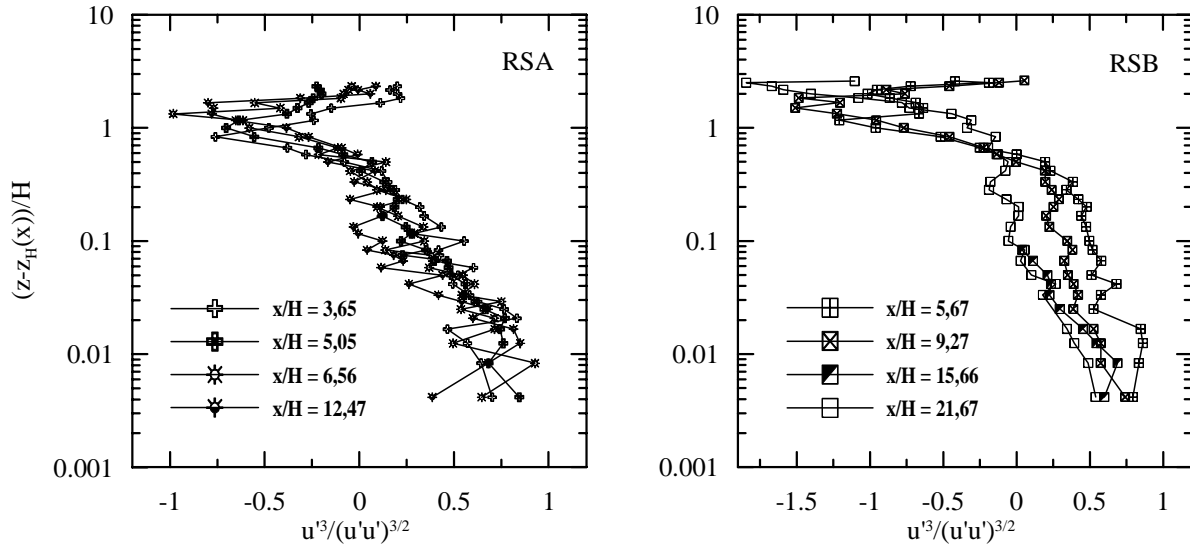


Figura 5.30: Fator de assimetria da flutuação de velocidade longitudinal na região à jusante da região de recirculação.

ao longo de toda a faixa de medição, tanto para escoamentos sobre superfícies lisas quanto rugosas.

No presente conjunto de experimentos, um aumento monotônico de S_w com x/H é observado à montante do topo da colina para as condições RSA e RSB (Fig. 5.31). Os efeitos de desaceleração do escoamento na base de montante da colina ($x/H = 5,08$, $S_w \approx 0$) e a aceleração no topo ($x/H = 0$, $S_w \approx 0,6$) podem ser claramente percebidos. Todos os perfis da condição RSB apresentam a mesma tendência e praticamente colapsam uns com os outros.

Na região de escoamento reverso, grandes flutuações negativas da componente vertical de velocidade podem ser observadas na camada adjacente à superfície (Fig. 5.32). Acima desta região, as flutuações tornam-se positivas com valores de pico de S_w de aproximadamente 0,6 (RSA) e 0,8 (RSB).

Os perfis muito distorcidos de S_w à jusante da colina, que exibem flutuações negativas junto à superfície e positivas na região externa, passam a assumir uma distribuição praticamente Gaussiana em $x/H = 15,66$ (Fig. 5.33).

Os perfis de achatamento na camada limite turbulenta apresentam valores altos na região próxima à parede e na região externa, onde a turbulência é caracterizada por forte intermitência. Na região logarítmica, como foi mencionado anteriormente, $F_u \approx 2,8$.

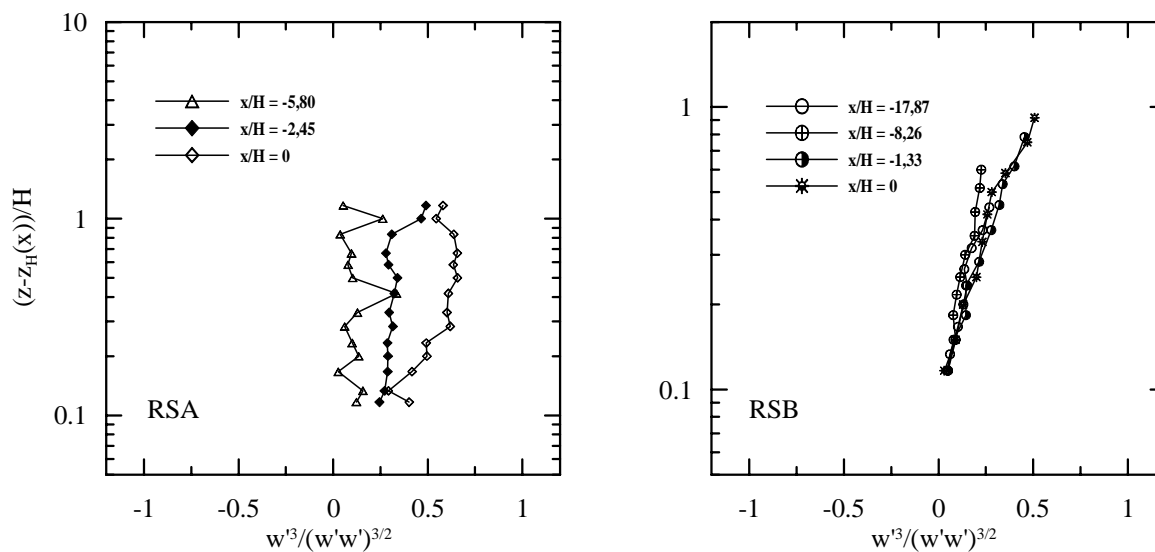


Figura 5.31: Fator de assimetria da flutuação de velocidade vertical à montante e no topo da colina.

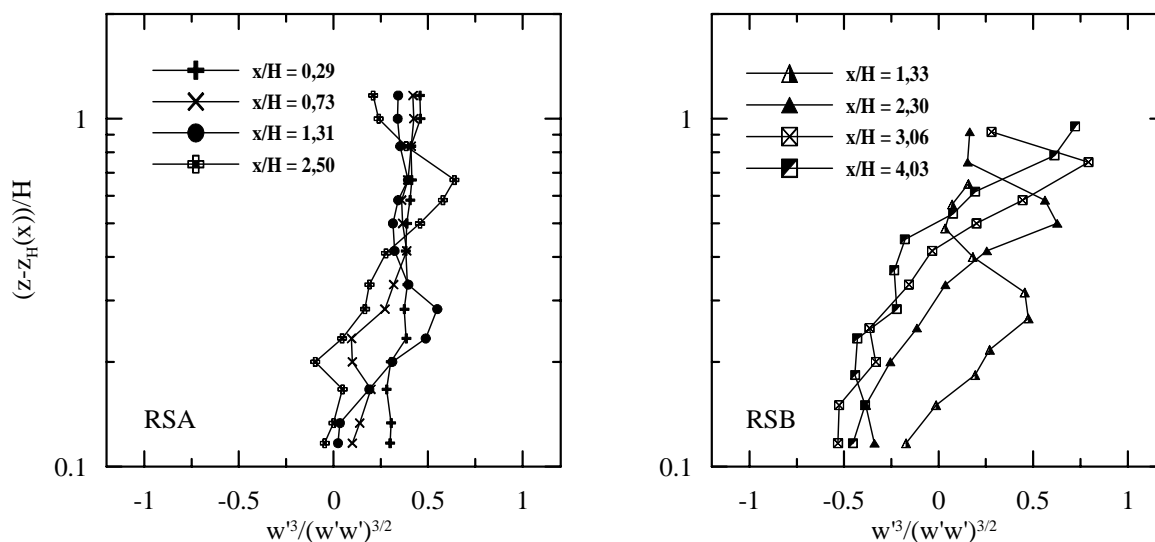


Figura 5.32: Fator de assimetria da flutuação de velocidade vertical na região de escoamento separado.

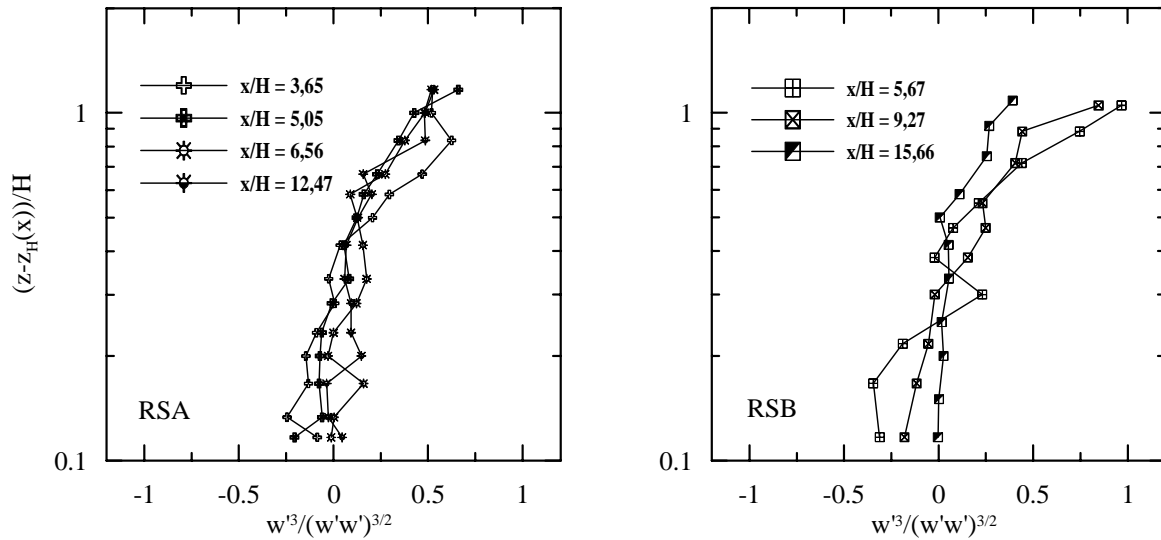


Figura 5.33: Fator de assimetria da flutuação de velocidade vertical à jusante da região de escoamento separado.

As distribuições de F_u são apresentadas na Fig. 5.34 para a região à montante da colina. A medida em que o escoamento acelera em direção ao topo da colina, as flutuações se tornam menos intermitentes para a região junto à parede. Por outro lado, quando atingem o topo, as flutuações longitudinais se tornam altamente irregulares de novo (ver $x/H = 0$, RSB, $0,01 \leq (z - z_H(x))/H \leq 0,1$, $F_u = 3,3$). Para a região externa dos escoamentos RSA e RSB, $F_u \approx 2,8$ e $3,0$, respectivamente, de modo que as distribuições são aproximadamente Gaussianas.

Na encosta de jusante da colina (Fig. 5.35), a pequena região de recirculação da condição RSA promove alta intermitência no escoamento que persiste até $(z - z_H(x))/H \approx 0,1$ (valor de pico de $5,5$). Para a região mais distante da superfície, F_u oscila fortemente em torno de 3 .

O cenário é bastante diferente para a condição RSB. A distribuição de F_u é altamente intermitente ao longo de todo o escoamento, exceto para $(z - z_H(x))/H \approx 1$, a posição da camada cisalhante livre. À jusante da colina, todos os perfis de achatamento, que não são mostrados aqui, praticamente coincidem entre si após a estação $x/H = 6,56$, com $F_u = 2,8$ na região externa.

A distribuição de achatamento das flutuações de velocidade vertical, F_w , apresenta um comportamento Gaussiano para a condição RSA ($F_w = 3,0$) na região à montante da

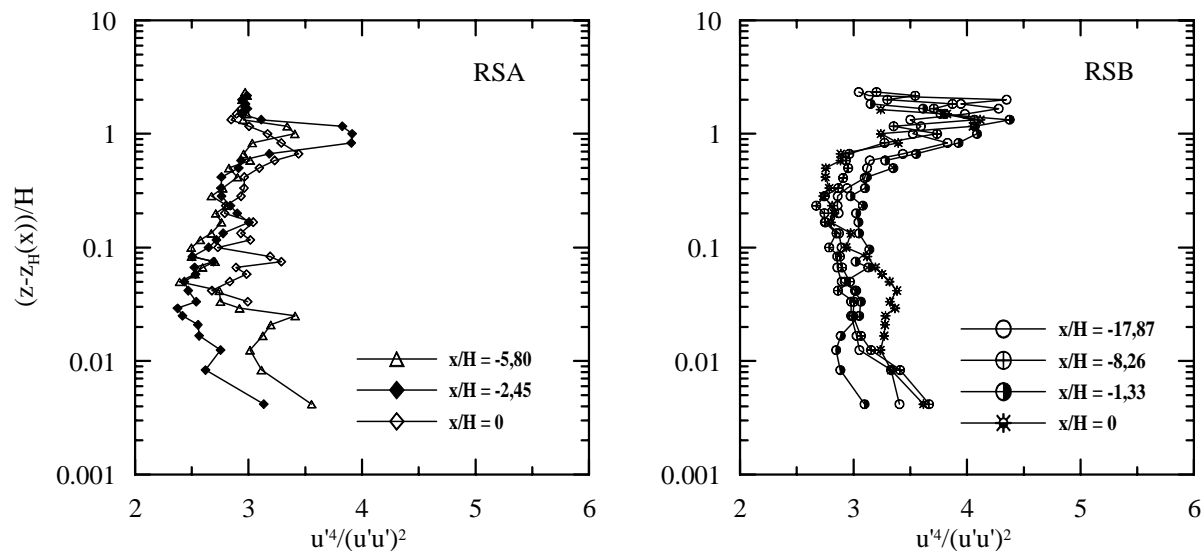


Figura 5.34: Fator de achatamento da flutuação de velocidade longitudinal à montante e no topo da colina.

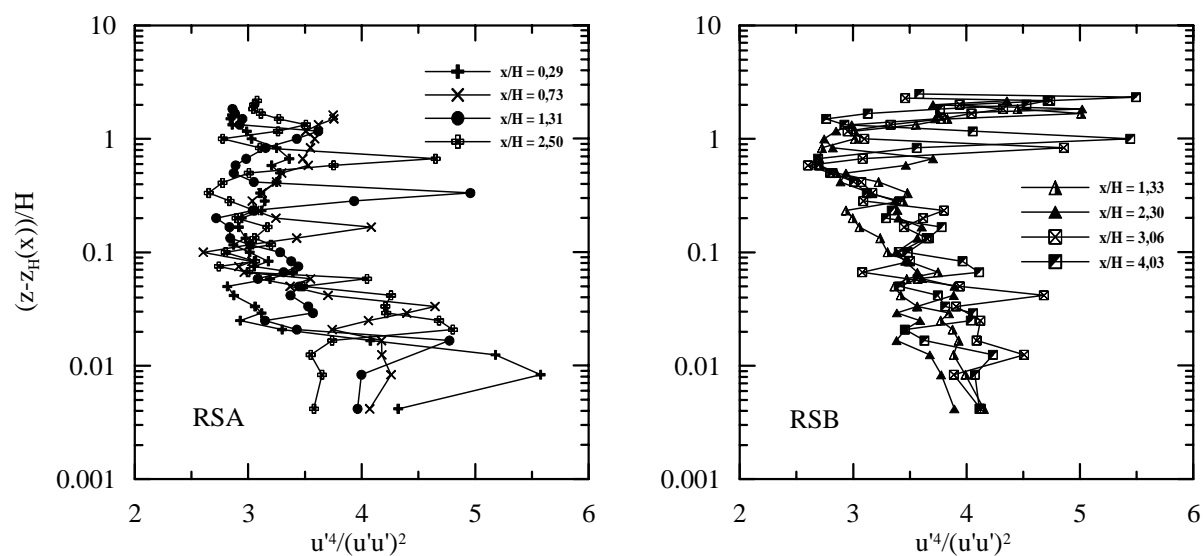


Figura 5.35: Fator de achatamento da flutuação de velocidade longitudinal na região de separação do escoamento.

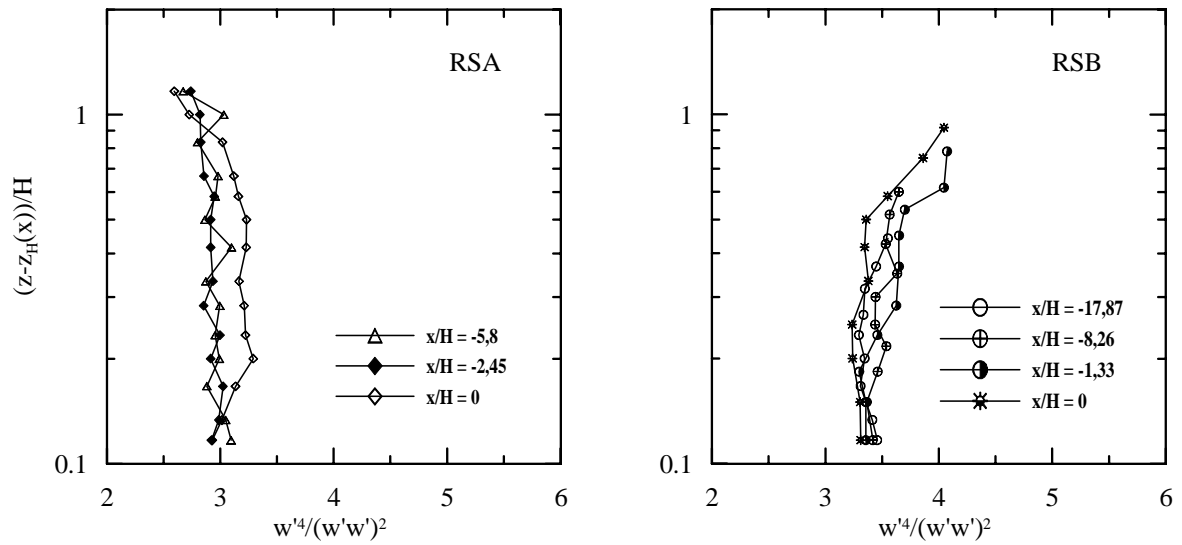


Figura 5.36: Fator de achatamento da flutuação de velocidade vertical à montante e no topo da colina.

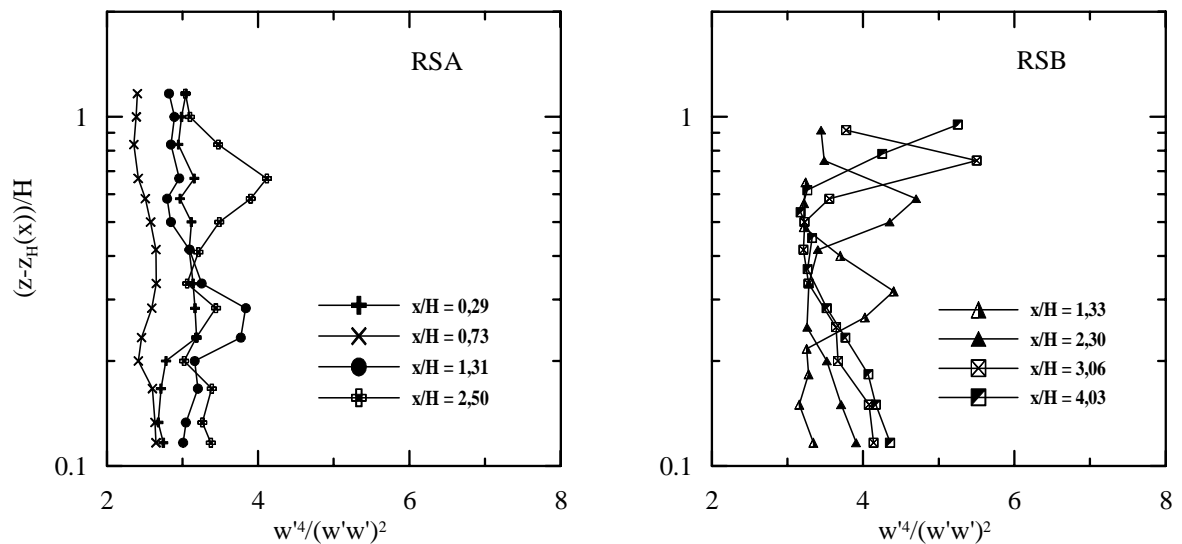


Figura 5.37: Fator de achatamento da flutuação de velocidade vertical na região de separação do escoamento.

colina (Fig. 5.36). Na vizinhança do cume observa-se que $F_w = 3,25$. Para a condição RSB, todos os perfis seguem $F_w = 3,4$.

Na região à jusante do topo, as perturbações introduzidas pelas bolhas de recirculação provocam um aumento do espalhamento nos dados de F_w . Para as condições RSA e RSB, observa-se que F_w varia entre 2,5 e 3,5 para todos os perfis, apresentando um pico de 5,6 para a estação $x/H = 4,03$ (Fig. 5.37). À jusante da colina, F_w varia entre 3,1 (RSA) e 3,5 (RSB).

5.3 A lei da parede para escoamentos separados sobre colinas rugosas

Esta seção está voltada para a descrição e avaliação de uma formulação de lei de parede especializada para contabilizar os efeitos do gradiente de pressão adverso e da rugosidade da superfície. Inicialmente, a dedução da nova lei de parede será apresentada em detalhe. A comparação das previsões teóricas com os dados experimentais será feita em uma segunda subseção. Para este propósito serão utilizados como dados de referência os trabalhos de colina lisa de Loureiro et al. (2007b) e as campanhas experimentais de colina rugosa de Loureiro et al. (2008b). Uma validação adicional da parametrização utilizada na formulação de lei de parede será conduzida na última subseção, onde serão utilizados também os dados de Na e Moin (1998).

Para escoamentos sobre superfícies rugosas, as complexas configurações de escoamento que se formam ao redor dos elementos rugosos impedem que a condição de contorno inferior seja especificada diretamente na superfície das rugosidades. Com respeito às menores escalas do escoamento, que deveriam ser resolvidas ao longo de extensos domínios computacionais, via de regra tornam proibitivas as simulações numéricas do problema. O procedimento padrão para contornar este problema é especificar a condição de contorno inferior em uma dada distância da parede onde o comportamento estatístico do escoamento possa ser considerado homogêneo.

Como foi visto anteriormente, a completa destruição da subcamada viscosa pela presença dos elementos rugosos implica que novas escalas características, z_0 e d devem ser

introduzidas no problema. Essa discussão indica que parâmetros trivialmente definidos para escoamentos sobre superfícies lisas requerem uma consideração mais profunda no problema de escoamento sobre superfícies rugosas. A velocidade de atrito, u_* , e o gradiente de pressão longitudinal na parede, $(\partial_x p)_w$, por exemplo, não são definidos ao redor de cada elemento rugoso, mas ao contrário, devem ser definidos a uma dada distância da parede onde o intrincado escoamento que ocorre nas vizinhanças dos elementos rugosos individuais não está mais presente. Sob condições particulares, desde que seja possível a colocação de tomadas de pressão nas superfícies laterais dos elementos rugosos, o método de Perry et al. (1969) pode ser utilizado para o cálculo de u_* . O gradiente de pressão local na parede deve, entretanto, ser obtido através de métodos gráficos a partir da distribuição de velocidade local. Deve-se notar que ambos os métodos podem apresentar altas incertezas em regiões de escoamento separado, pois a pressão ao redor das rugosidades assume valores muito pequenos e a existência de um perfil logarítmico – uma condição necessária ao uso de métodos gráficos – pode não ser satisfeita.

5.3.1 A formulação de lei de parede para superfície rugosa

O propósito da presente seção é investigar a condição de contorno inferior para escoamentos sobre uma colina de inclinação abrupta e superfície rugosa, com presença de região de recirculação. O foco principal é conduzir um estudo paramétrico da formulação de lei de parede de Cruz e Silva Freire (1998, 2002) – originalmente deduzida para escoamentos sobre superfícies lisas – quando aplicada a escoamentos sobre superfícies rugosas. Para atingir este objetivo, entretanto, será necessário revisitar primeiramente alguns conceitos introduzidos no Capítulo 3.

A solução para o escoamento médio apresentada em Cruz e Silva Freire (1998, 2002) e do mesmo modo as soluções de Mellor (1966) e Nakayama e Koyama (1984), desconsideram qualquer efeito de rugosidade da superfície. Essas formulações são consideradas válidas na região completamente turbulenta acima dos elementos rugosos onde o comportamento estatístico do escoamento é considerado espacialmente homogêneo. Nesta seção veremos como u_* e $(\partial_x p)_w$ podem ser estimados da solução de Cruz e Silva Freire (1998) em regiões de escoamento colado e separado da superfície.

Considerando os argumentos discutidos acima, soluções para o escoamento na região da parede devem ser obtidas por meio de um balanço entre as forças turbulentas e de pressão em uma dada região do escoamento. Retomando os conceitos introduzidos no Capítulo 3, essa região deve corresponder a um processo de limite intermediário definido de modo a combinar o limite externo da solução interna, com o limite interno da solução intermediária, segundo a estrutura de Sychev e Sychev (1987). Com respeito à estrutura da camada limite perto de um ponto de separação apresentada no Capítulo 3, essa região corresponde ao domínio de $\text{ord}(\epsilon^2)$.

No sentido de Kaplun (1967) e sob processos de limite adequados, a Eq. (3.1), por conveniência reapresentada abaixo, contém equações aproximadas para dois casos limite distintos: escoamento muito próximo à parede e escoamento na região intermediária. No primeiro caso limite, somente os termos viscosos e de pressão são mantidos. Portanto, para escoamentos com gradiente de pressão nulo, duas integrações consecutivas da Eq. (3.1) nos fornece a solução linear $u^+ = z^+$ com $u^+ = u/u_*$, $z^+ = z/(\nu/u_*)$ e $u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$.

$$\mu \partial_z^2 u - \partial_z(\overline{\rho u' w'}) = \partial_x p. \quad (3.1)$$

A hipótese sutil implícita na solução linear é a existência de uma subcamada viscosa. Superfícies com uma subcamada viscosa bem definida são ditas superfícies lisas.

A medida em que nos afastamos da parede, os termos turbulentos tornam-se dominantes na Eq. (3.1) e se sobrepõem ao termo viscoso. Então, recorrendo à hipótese de comprimento de mistura, a solução para escoamentos com gradiente de pressão nulo pode ser obtida também através de duas integrações, fornecendo a Eq. (3.4), vista no Capítulo 3 e repetida abaixo:

$$u^+ = \kappa^{-1} \ln z^+ + A, \quad (3.4)$$

onde $u^+ = u/u_*$, $z^+ = z/(\nu/u_*)$, $\kappa = 0,4$ e $A = 5,0$.

A consequência imediata é que, para as soluções linear e logarítmica do escoamento sobre uma superfície lisa, as escalas relevantes de velocidade e de comprimento são dadas por u_* e ν/u_* . Com efeito, essa conclusão já havia sido obtida no Capítulo 3.

No ponto de separação, onde $u_* = 0$, a solução aproximada da Eq. (3.4) deve considerar então o termo de pressão, que passa a ser dominante nas vizinhanças do ponto de singularidade, assim como a condição $\tau_w = 0$.

Desenvolvimentos subseqüentes análogos aos passos realizados acima nos fornece diretamente a solução de Goldstein (1948), Eq. (3.5), quando consideramos o balanço entre os termos viscoso e de pressão e a solução de Stratford (1959), Eq. (3.7), quando avaliamos os termos turbulentos e de pressão. Como consequência, temos que as escalas relevantes perto do ponto de separação para uma superfície lisa são $u_{p\nu}$ e $\nu/u_{p\nu}$.

As soluções aproximadas deduzidas até agora foram obtidas de soluções locais reduzidas da Eq. (3.1). Portanto, isto indica que a solução global da Eq. (3.1) também deve fornecer, sob os processos limites relevantes, soluções aproximadas locais.

Duas integrações subseqüentes da Eq. (3.1) na região completamente turbulenta nos fornece: (e.g., Cruz e Silva Freire, 1998)

$$u = 2\kappa^{-1}\sqrt{\Delta_w} + \kappa^{-1}u_* \ln \left((\sqrt{\Delta_w} - u_*)/(\sqrt{\Delta_w} + u_*) \right) + C, \quad (5.13)$$

com $\Delta_w = \rho^{-1}\tau_w + ((z_0/\rho)\partial_x p)z^+$, $z^+ = z/z_0$.

A Eq. (5.13) deve ser vista com cuidado, pois dependendo dos valores relativos de τ_w e $(\partial_x p)z$ o discriminante Δ_w pode se tornar negativo, fornecendo então uma solução indeterminada. Além disso, o argumento do termo logarítmico não pode ser negativo. No Capítulo 3 os três casos possíveis foram explicitados e descritos.

Em geral, a Eq. (5.13) pode ser vista como uma generalização da lei da parede clássica para escoamentos com separação. No caso limite $(\partial_x p)z \ll \tau_w$, Eq. (5.13) se reduz à lei logarítmica na forma:

$$u = (u_*/\kappa) \ln [((z_0/\rho)(\partial_x p)(4u_*^2)^{-1}z^+)] + (2/\kappa)u_* + C. \quad (5.14)$$

Perto de um ponto de separação, $(\partial_x p)z \gg \tau_w$, a solução de Stratford também é resgatada

$$u = (2/\kappa)[(z_0/\rho)(\partial_x p)z^+]^{1/2} + C. \quad (5.15)$$

Em princípio, a Eq. (5.13) pode ser utilizada indistintamente em todas as regiões do escoamento – incluindo áreas de escoamento reverso – desde que o domínio de validade do seu discriminante seja respeitado e que constantes de integração apropriadas sejam determinadas. Contudo, a Eq. (5.13) não pode ser escrita em função de variáveis de similaridade como u_* e u_{pv} , pois no momento em que qualquer um destes parâmetros tender para zero, um ponto de singularidade se fará presente. Por este motivo, a formulação será escrita na forma dimensional apresentada acima.

Os efeitos da rugosidade da superfície no comportamento da camada limite são, em geral, grandes. Uma vez que o tamanho característico da rugosidade exceda um dado limite (Snyder e Castro, 2002), se estabelece um regime que é completamente turbulento até à parede. Uma consequência importante é que a subcamada viscosa é completamente removida e as soluções linear e de Goldstein não são mais aplicáveis.

A dedução da Eq. (5.13) não contemplou qualquer detalhe da rugosidade da superfície. De fato, não se espera que esta equação seja válida na região adjacente à superfície, onde se desenvolve um escoamento extremamente complicado ao redor dos elementos rugosos, mas sim em uma região superior onde as características estatísticas do escoamento podem ser consideradas homogêneas. Logo, assim como a lei logarítmica clássica, Eq. (5.3), a influência da rugosidade da superfície deve ser contabilizada no problema através da constante de integração C . Em adição, o sistema de coordenadas deve ser deslocado de d . A conclusão imediata é que a Eq. (5.13) pode ser usada para representar escoamentos com separação sobre superfície rugosa, desde que d e C sejam modelados adequadamente.

O parâmetro C é em geral uma função de τ_w , $(\rho^{-1}\partial_x p)$ e z_0 , que deve ser determinada a partir de uma análise consistente dos dados experimentais. Contudo, uma estimativa da sua forma funcional pode ser obtida através da consideração da forma limite da Eq. (5.13) quando $\tau_w \gg (\partial_x p)z$. A expressão resultante pode ser escrita como

$$C = \kappa^{-1}u_* \left[\ln \left(4u_*^2 / ((\rho^{-1}\partial_x p)z_0) \right) - 2 \right]. \quad (5.16)$$

Por outro lado, no limite oposto, uma observação mais detalhada da lei de Stratford nos mostra que a única mudança necessária para contabilizar os efeitos de rugosidade é via a constante de integração. Podemos ainda reescrever a Eq. (3.7) em uma forma

adimensional que leve em consideração o novo parâmetro característico, ou seja $z^p = (z - d)/z_0$ e $u_{p\nu} = ((z_0/\rho)\partial_x p)^{1/2}$.

5.3.2 Avaliação da formulação de lei de parede

Como mencionado acima, a formulação para a região de parede dada pelas Eqs. (5.13) e (5.16) será testada contra três diferentes condições experimentais: os dados de colina lisa de Loureiro et al. (2007b) – SS – e dois novos conjuntos de dados em colina rugosa – RSA e RSB – de Loureiro et al. (2008b). Ao todo, 36 estações de medição são consideradas (Fig. 5.8).

Escoamento não perturbado

Os perfis de velocidade média do escoamento incidente para as três condições avaliadas são apresentados na Fig. 5.38. As curvas de ajuste fornecidas pelas Eqs. (5.13) e (5.16) também são apresentadas. As propriedades locais resultantes da estimativa feita através das Eqs. (5.13) e (5.16) são mostradas na Tabela 5.5. Esses valores apresentam boa comparação com aqueles estimados pelos métodos clássicos apresentados na Tabela 5.3. Em particular, a região viscosa pode ser claramente identificada na Fig. 5.38a para a condição SS. Logo, o comportamento linear local do perfil de velocidades pode ser utilizado para a determinação de u_* . Uma estimativa rigorosa realizada na Seção 4.1 forneceu $u_* = 0,00276$ ($x/H = -12,5$). Este valor apresenta boa concordância com o resultado da estimativa via as Eqs. (5.13) e (5.16), $u_* = 0,002849$ m/s.

Tabela 5.5: Propriedades dos perfis de velocidade não-perturbados de acordo com as Eqs. (5.13) e (5.16).

Condição	Estação (x/H)	u_* (ms^{-1})	$\rho^{-1}\partial_x p$ (ms^{-2})	C (ms^{-1})
SS	-12,50	0,002849	0,000015	0,058092
RSA	-5,80	0,004736	0,000075	0,062406
RSB	-17,87	0,020332	0,003347	0,269824
RSB	-8,27	0,019224	0,009706	0,198584

Para a determinação dos valores de u_* e $\rho^{-1}\partial_x p$ nas Eqs. (5.13) e (5.16), algoritmos

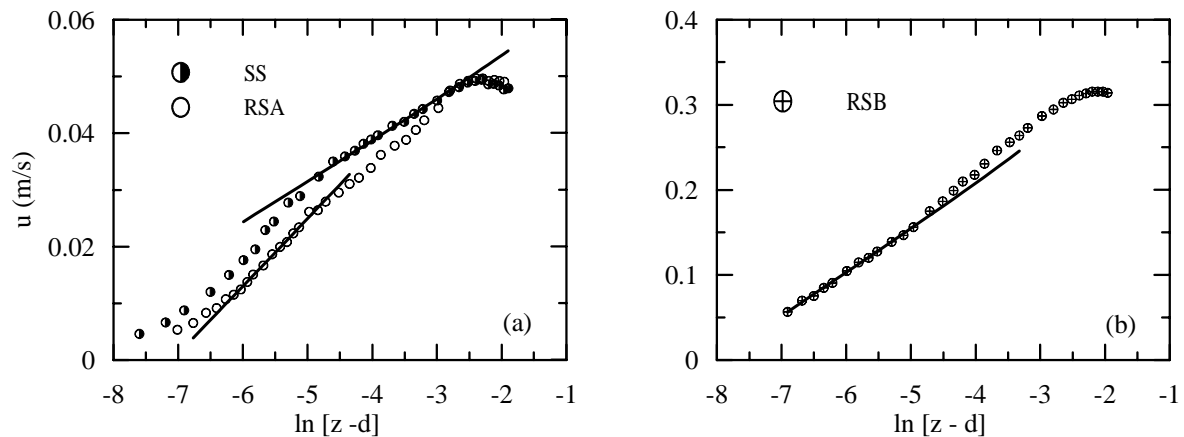


Figura 5.38: Perfis de velocidade da camada limite não-perturbada para as três condições experimentais de acordo com as Eqs. (5.13) e (5.16) (z e d são apresentados em m). a: SS e RSA, b: RSB.

de otimização global foram utilizados. Em geral, algoritmos numéricos não-lineares de otimização podem ser classificados em dois grandes grupos: métodos baseados em gradientes e métodos de busca direta. Os primeiros naturalmente utilizam as derivadas de primeira ordem das funções (gradientes) ou ainda as derivadas de segunda ordem (Hessians). Uma grande vantagem do segundo grupo (e.g. Nelder Mead, Differential Evolution, Simulated Annealing, Random Search, etc.) é que estes não usam informações de derivadas.

Métodos de busca direta tendem a convergir mais lentamente, mas podem ser mais tolerantes à presença de ruído na função a ser otimizada. Tipicamente, estes algoritmos conseguem fornecer somente um modelo local dos problemas. Muitos destes algoritmos funcionam de modo a minimizar uma dada função objetiva, ou função de mérito, que é uma combinação da função objetiva e das restrições, garantindo assim a convergência do processo iterativo. Uma vez convergidos, estes algoritmos fornecem uma função ótima local e por este motivo eles são chamados de algoritmos de otimização local.

Algoritmos de otimização global, por outro lado, procuram determinar um ótimo global permitindo tanto uma diminuição quanto um aumento da função objetiva. Contudo, estes algoritmos tendem a ser computacionalmente mais caros. Neste trabalho, quatro destes algoritmos foram utilizados através do programa *Mathematica*: Nelder Mead, Differential

Evolution, Simulated Annealing e Random Search. Somente quando os quatro métodos forneciam resultados consistentes a otimização era concluída.

Escoamento sobre a colina

Perfis de velocidade à montante e no topo das colinas são mostrados na Fig. 5.39. Os ajustes fornecidos pelas Eqs. (5.13) e (5.16) também são apresentados. As propriedades do escoamento são listadas na Tabela 5.6.

Qualquer avaliação das estimativas apresentadas na Fig. 5.39 sofre, naturalmente, de todas as dificuldades na determinação de u_* , $\rho^{-1}\partial_x p$, d e z_0 . Em adição, a identificação de um sistema de coordenadas apropriado para escoamentos sobre colinas pode inserir algumas dificuldades ao problema, como foi comentado na Seção 4.1. Tipicamente, vimos que as incertezas associadas à estimativa de u_* por meio de ajustes logarítmicos eram da ordem de 0,43% na região de superfície plana e 1,46% sobre a superfície da colina. Para a presente análise, estima-se que estes valores permaneçam de mesma ordem.

O cálculo das melhores estimativas de u_* e $\rho^{-1}\partial_x p$ apresentados a seguir para as três condições experimentais foi feito através dos métodos de minimização descritos acima. Os valores de d e z_0 foram fixados a partir das estimativas obtidas dos perfis de camada limite não perturbados. Nenhuma parametrização alternativa de C foi testada em regiões onde a relação $\tau_w \gg (\partial_x p)z$ não é supostamente válida. Em todos os resultados apresentados a seguir o valor de C foi definido pela Eq. (5.16).

A representação geral dos dados experimentais fornecida pelas Eqs. (5.13) e (5.16) é muito boa para a região à montante do topo. Para a condição SS, regiões viscosas e logarítmicas conseguem ser bem identificadas. Conseqüentemente, ajustes de curvas à região logarítmica dos perfis de velocidade podem ser facilmente definidos. Para as superfícies rugosas, condições RSA e RSB, a ausência completa de subcamada viscosa implica que a região onde a função será ajustada se estende agora até os primeiros pontos mais próximos à superfície. O procedimento funcionou bem para todos os perfis, exceto para a estação $x/H = -1,33$. Esse perfil, em particular, exibe uma curvatura côncava que dificultou a consideração dos três primeiros pontos junto à parede.

No topo da colina, estimativas para a condição SS foram difíceis de ser obtidas através

das Eqs. (5.13) e (5.16). A forte aceleração do escoamento junto à superfície potencializou os efeitos viscosos, resultando em um perfil linear de velocidade que se estende pelos primeiros oito pontos do perfil. Ao contrário, para as condições de superfície rugosa, ajustes logarítmicos bem definidos puderam ser identificados. Os resultados de gradiente de pressão fornecidos pelas estimativas foram da ordem de 10^{-6} (ms^{-2}), um resultado esperado para esta região do escoamento.

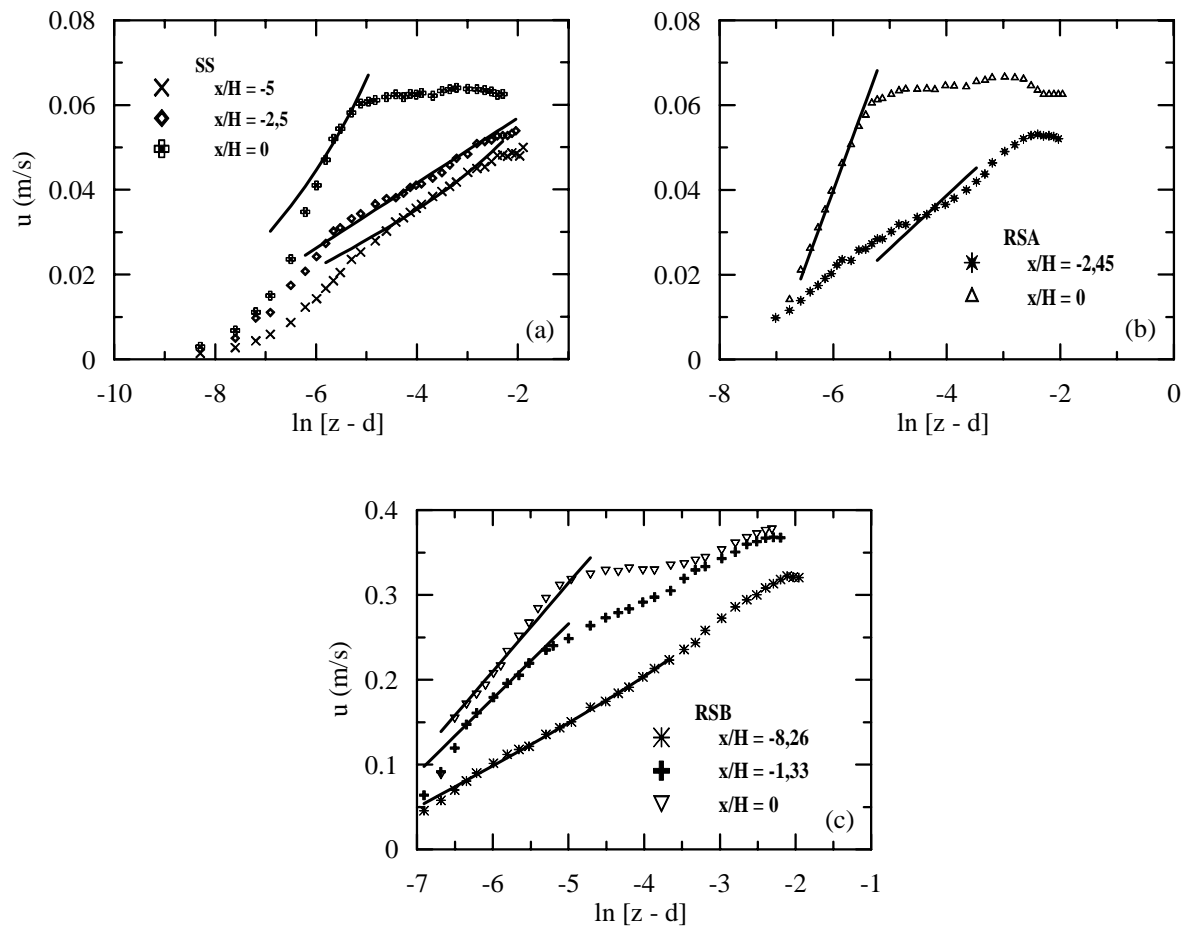


Figura 5.39: Perfis de velocidade à montante e no topo das colinas segundo as Eqs. (5.13) e (5.16) (z e d são apresentados em m). a: SS, b: RSA, c: RSB.

O comportamento dos perfis de velocidade perto do ponto de separação do escoamento é apresentado na Fig. 5.40 para as condições RSA e RSB. Uma comparação entre os dados experimentais e as Eqs. (5.13) e (5.16) e a solução de Stratford, Eq. (3.7), também é ilustrada. A condição RSA não demonstra um perfil do tipo $z^{1/2}$ bem definido. De fato, os três primeiros pontos do perfil são negativos, uma indicação clara que a região de

Tabela 5.6: Propriedades dos perfis de velocidade à montante e no topo das colinas segundo as Eqs. (5.13) e (5.16).

Condição	Estação (x/H)	u_* (ms^{-1})	$\rho^{-1}\partial_x p$ (ms^{-2})	C (ms^{-1})
SS	-5,00	0,002501	0,000174	0,034182
SS	-2,50	0,003073	$-2,9 \cdot 10^{-8}$	0,129097
SS	0,00	0,004246	0,013325	0,023270
RSA	-2,45	0,005002	$-2,8 \cdot 10^{-9}$	0,196491
RSA	0,00	0,014556	$8,6 \cdot 10^{-7}$	0,449726
RSB	-1,33	0,035262	$1,3 \cdot 10^{-7}$	1,544860
RSB	0,00	0,041636	$4,8 \cdot 10^{-8}$	2,018501

escoamento reverso já foi alcançada. A condição RSB, por outro lado, exhibe uma solução do tipo Stratford razoavelmente bem caracterizada na estação $x/H = 1,33$. De fato, a Eq. (3.7) apresenta boa concordância com os dados do perfil $x/H = 1,33$. Devemos lembrar que a Eq. (3.7) é válida explicitamente para a condição de $u_* = 0,0$. As Eqs. (5.13) e (5.16) fornecem as seguintes previsões: i) valores de u_* pequenos e negativos, ii) valores grandes e positivos de $\rho^{-1}\partial_x p$. Esses resultados implicam que a estação $x/H = 1,33$ está localizada logo à jusante do ponto de separação, em uma região de escoamento reverso. Como a separação da camada limite turbulenta é reconhecidamente um fenômeno não-estacionário, encontrar experimentalmente a localização exata do ponto onde a tensão na parede é nula é uma tarefa bastante árdua. Considerando estas dificuldades de observação experimental, a estação $x/H = 1,33$ fornece resultados que aproximam muito bem uma solução de Stratford, do tipo $z^{1/2}$.

No ponto de separação e em regiões de escoamento reverso o procedimento de estimativa mostrou que valores muito pequenos de z_0 devem ser adotados. Esse é de fato um resultado bastante intuitivo, pois em regiões de “ar morto”, ou “água morta” (dead air or water regions), os detalhes da superfície passam a ser irrelevantes para o cálculo do arrasto. No presente trabalho, para a região de escoamento reverso, foi adotado um valor de $z_0 = \text{ord}(10^{-6})$ m.

As propriedades do escoamento na vizinhança do ponto de separação para as condições RSA e RSB são apresentadas na Tabela 5.7. Na redução dos dados através da Eq.(3.7),

a constante β ($= 0,66$) foi desconsiderada.

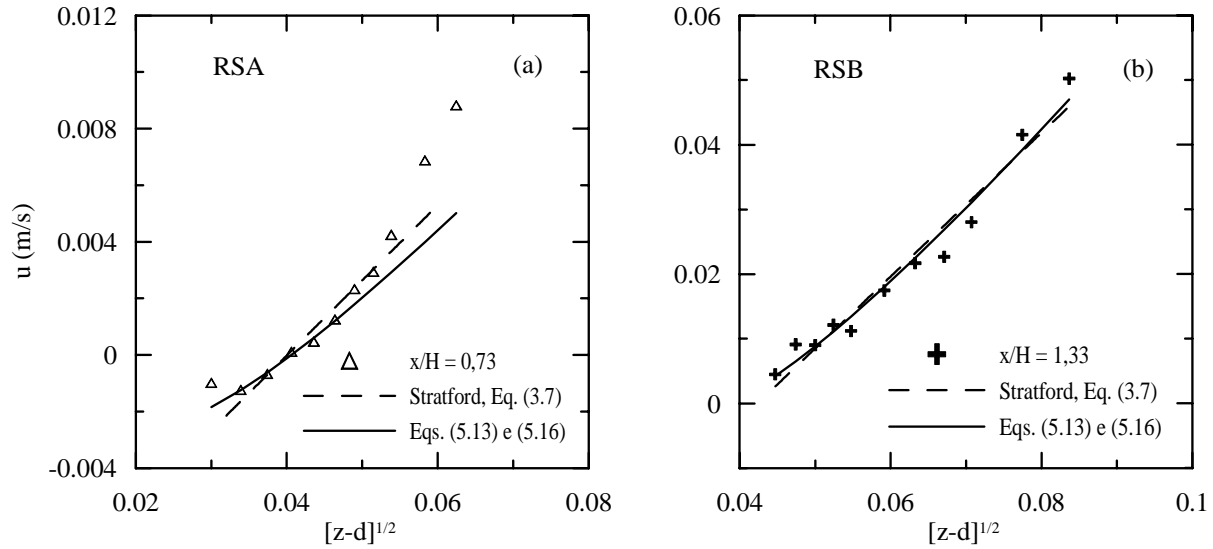


Figura 5.40: Perfis de velocidade na vizinhança do ponto de separação (z e d são apresentados em m). a: RSA, b: RSB.

Tabela 5.7: Propriedades dos perfis de velocidade na vizinhança do ponto de separação segundo as Eqs. (5.13) e (5.16) e Eq. (3.7).

Condição	Estação (x/H)	Eq.	u_* (ms^{-1})	$\rho^{-1}\partial_x p$ (ms^{-2})	C (ms^{-1})
RSA	0,73	(5.13)	-0,001140	0,003361	-0,015761
RSA	0,73	(3.7)	0,0	0,002819	-0,010639
RSB	1,33	(5.13)	-0,008088	0,088580	-0,096933
RSB	1,33	(3.7)	0,0	0,049461	-0,047103

As estimativas das Eqs. (5.13) e (5.16) para as regiões de escoamento reverso são apresentadas na Fig. 5.41. Para a condição SS, as baixas velocidades presentes na subcamada imediatamente adjacente à superfície resulta em uma espessa região dominada por efeitos viscosos. Logo, o escoamento é melhor representado por uma solução do tipo Goldstein, como visto na Seção 4.3. Contudo, a subcamada logarítmica do perfil de velocidade pode ser bem identificada, como mostrado na Fig. 5.41a. As previsões resultantes de u_* (Tabela 5.8) mostram em geral uma boa concordância em comparação com as estimativas de Loureiro et al. (2007b).

Para as condições RSA e RSB, as curvas fornecidas pelas Eqs. (5.13) e (5.16) apresentam concordância muito boa com os dados experimentais. A destruição da subcamada viscosa resulta em perfis que são muito bem representados pela formulação proposta.

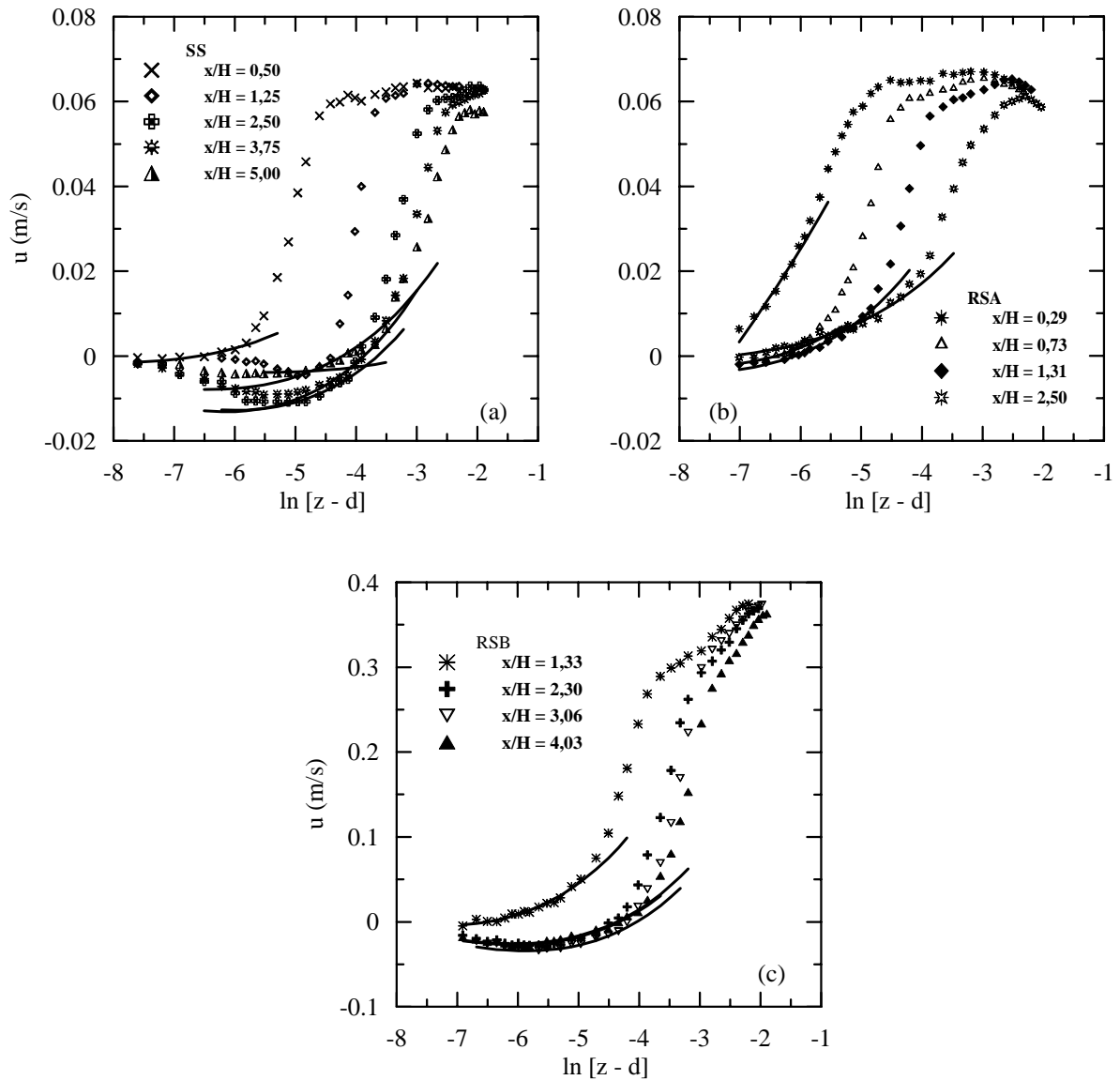


Figura 5.41: Perfis de velocidade na região de escoamento reverso segundo as Eqs. (5.13) e (5.16) (z e d são apresentados em m). a: SS, b: RSA, c: RSB.

Escoamento à jusante da colina

Os perfis de velocidade para o escoamento à jusante da colina são apresentados na Fig. 5.42. Nas proximidades do ponto de recolamento ($x/H = 5,80$ (SS), $2,50$ (RSA), $4,63$

Tabela 5.8: Propriedades dos perfis de velocidade na região de escoamento reverso segundo as Eqs. (5.13) e (5.16).

Condição	Estação (x/H)	u_* (ms^{-1})	$\rho^{-1}\partial_x p$ (ms^{-2})	C (ms^{-1})
SS	1,25	-0,000471	0,000056	-0,009265
SS	2,50	-0,001820	0,001334	-0,033696
SS	3,75	-0,001982	0,001862	-0,035886
SS	5,00	-0,001324	0,001078	-0,023114
RSA	0,29	0,007467	0,012388	0,020048
RSA	1,31	-0,001325	$-3,3 \cdot 10^{-7}$	-0,018955
RSA	2,50	-0,000556	0,001229	-0,007083
RSB	2,30	-0,007836	0,025849	-0,116808
RSB	3,06	-0,008588	0,027181	-0,130875
RSB	4,03	-0,007782	0,0262271	-0,115451

(RSB)) os perfis de velocidade novamente tendem a assumir um comportamento que segue a solução de Stratford. As previsões das Eqs. (5.13) e (5.16), ainda assim, fornecem resultados muito bons. Em todas as outras estações, regiões de comportamento logarítmico podem ser identificadas. Para a condição SS, as previsões de u_* concordam com os resultados de Loureiro et al. (2007b), Seção 4.1, com uma dispersão de 10%. Dentre as curvas ajustadas para as condições de superfície rugosa, somente a estação $x/H = 6,56$ (RSA) não forneceu boa concordância. Todos os outros resultados se mostraram bastante consistentes.

Tensão cisalhante na parede

Os resultados consolidados de estimativas de u_* são apresentados na Fig. 5.43.

Em todas as regiões do escoamento, as curvas fornecidas pelas Eqs. (5.13) e (5.16) implicaram em resultados consistentes. Para a condição SS, uma avaliação independente baseada nos resultados de Loureiro et al. (2007b), Seção 4.1, comprovou a validade das estimativas obtidas pela presente formulação.

Para as duas condições de superfície rugosa, RSA e RSB, uma avaliação independente baseada na lei logarítmica clássica pode ser feita somente para a região de camada limite não perturbada. E, com efeito, boa concordância foi observada para estas estações. Em

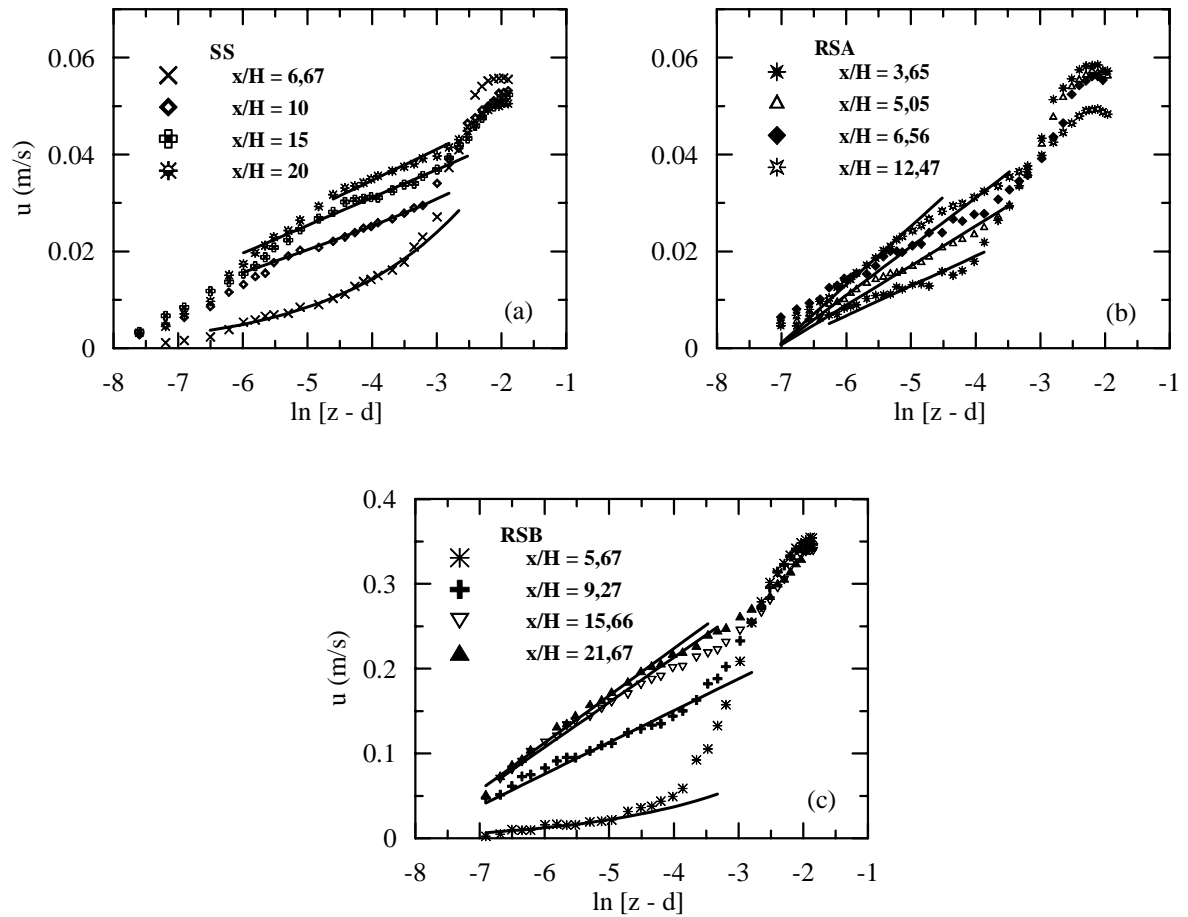


Figura 5.42: Perfis de velocidade à jusante da colina segundo as Eqs. (5.13) e (5.16) (z e d são apresentados em m). a: SS, b: RSA, c: RSB.

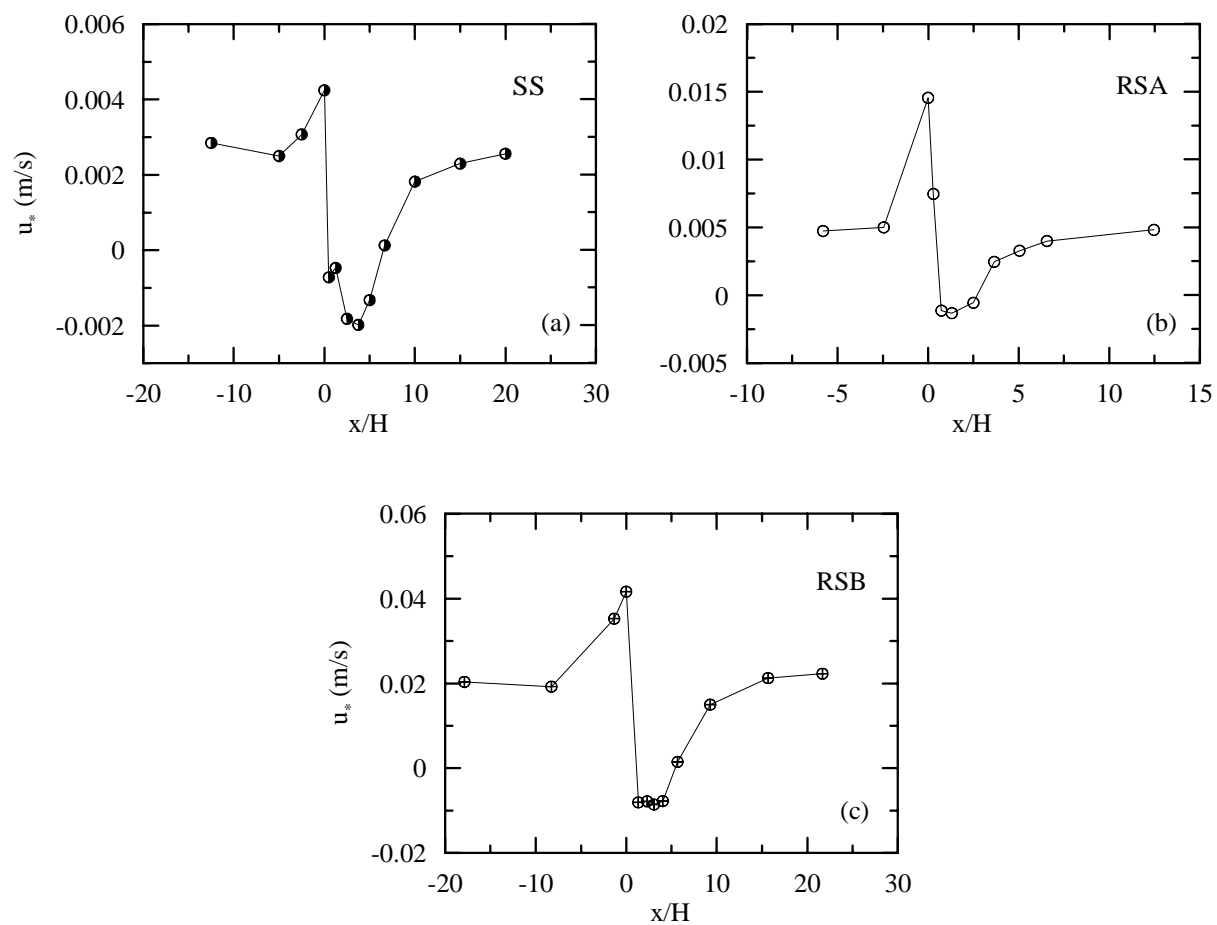


Figura 5.43: Resultados de velocidade de atrito ao longo da colina segundo as Eqs. (5.13) e (5.16). a: SS, b: RSA, c: RSB.

Tabela 5.9: Propriedades dos perfis de velocidade à jusante da colina segunda as Eqs. (5.13) e (5.16).

Condição	Estação (x/H)	u_* (ms^{-1})	$\rho^{-1}\partial_x p$ (ms^{-2})	C (ms^{-1})
SS	6,67	0,000129	$4,78 \cdot 10^{-4}$	-0,000473
SS	10,00	0,001822	$5,13 \cdot 10^{-5}$	0,027606
SS	15,00	0,002298	$1,15 \cdot 10^{-6}$	0,087586
SS	20,00	0,002561	$4,20 \cdot 10^{-8}$	0,106459
RSA	3,65	0,002464	$2,90 \cdot 10^{-8}$	0,076842
RSA	5,05	0,003279	$-6,87 \cdot 10^{-6}$	0,104649
RSA	6,56	0,003997	$1,06 \cdot 10^{-5}$	0,139854
RSA	12,47	0,004818	$1,91 \cdot 10^{-8}$	0,162068
RSB	5,67	0,001461	$2,99 \cdot 10^{-3}$	0,000560
RSB	9,27	0,014979	$6,34 \cdot 10^{-8}$	0,692543
RSB	15,67	0,021243	$4,10 \cdot 10^{-9}$	1,037510
RSB	21,67	0,022275	$4,33 \cdot 10^{-9}$	1,129398

regiões próximas à zona de separação e na região de escoamento reverso, entretanto, nenhum outro método de referência pode ser avaliado para checar as estimativas de u_* .

Em suma, as Eqs. (5.13) e (5.16) foram deduzidas de primeiros princípios através de argumentos assintóticos, levando em consideração a hipótese de comprimento de mistura. Os resultados apresentaram: i) boa concordância entre as curvas estimadas e os pontos experimentais, ii) as estatísticas dos ajustes apresentaram valores altos, iii) boa concordância com dados de referência de u_* para caso liso e iv) resultados consistentes para as duas condições de escoamento sobre superfície rugosa, RSA e RSB. Todos estes fatores nos levam a crer que a presente formulação é uma boa representação para o fenômeno em questão.

5.3.3 Validação da parametrização utilizada na formulação de parede

A especificação de funções de parede para representar o comportamento do escoamento adjacente à superfície é particularmente importante para o caso de camada limite sobre superfícies rugosas, como foi visto no início deste capítulo. De fato, as complexas estruturas geradas pelo escoamento intrincado ao redor dos elementos rugosos ainda não

conseguem ser resolvidas numericamente, apesar de toda a capacidade computacional e operacional disponíveis nos dias de hoje.

O tratamento para a região da parede apresentado na seção anterior, em particular, possui a vantagem de não ser suscetível às reconhecidas deficiências encontradas na lei logarítmica clássica. Perto de um ponto de separação, como foi demonstrado anteriormente, a solução proposta se reduz à equação de Stratford (1959). Além disso, as escalas relevantes do escoamento são formuladas de tal modo que, longe do ponto de singularidade, a velocidade de atrito ($u_* = \sqrt{\tau_w/\rho}$, $\tau_w =$ tensão cisalhante na parede) e a escala viscosa ν/u_* são dominantes; enquanto que perto do ponto de separação, uma nova escala baseada no gradiente de pressão adverso é introduzida ($u_p = ((z_0/\rho)\partial_x p)^{1/2}$, $z_0 =$ comprimento efetivo de rugosidade, $\partial_x p =$ gradiente local de pressão).

Uma grande dificuldade inerente a todas as deduções de leis de parede é o aparecimento de uma constante de integração que deve então ser determinada experimentalmente. A modelagem física deste parâmetro é necessariamente muito complexa pois deve incorporar, por exemplo, a diversidade de detalhes que caracterizam a superfície rugosa. Motivados por este cenário, pesquisadores têm se esforçado em desenvolver teorias simplificadas que possam ser aplicadas a condições particulares. A conseqüência natural é que um grande número de dados empíricos pode ser encontrado na literatura com o objetivo de definir, ou classificar os parâmetros de superfície. Muitos trabalhos específicos poderiam ser descritos aqui, mas como referências de peso serão citados os livros de Oke (1987), Garrat (1992) e Kaimal e Finnigan (1994).

Na formulação de parede apresentada na seção anterior, a constante de integração – C – foi parametrizada por meio da forma limite da solução proposta a medida em que $\tau_w \gg (\partial_x p)z$. Isso implica que C pode ser escrito em função de u_* , $(1/\rho)\partial_x p$, z_0 e da constante de von Kármán $\kappa (= 0,4)$. Um ponto positivo dessa abordagem é a possibilidade de se definir C , como dito acima, a partir de uma vasta coleção de valores de z_0 disponíveis na literatura. A aparente fragilidade, por outro lado, é a falta de embasamento teórico em regiões onde a desigualdade acima não é satisfeita, ou seja, perto de um ponto de separação e em regiões de escoamento reverso.

O propósito da presente seção é então investigar em detalhe a parametrização de C

proposta anteriormente nas regiões críticas de separação e de escoamento reverso. Esta investigação será feita através de uma estimativa direta de C a partir dos dados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998) e dos dados experimentais de escoamentos sobre colina lisa e rugosa mostrados anteriormente.

De fato, enquanto muitos trabalhos podem ser encontrados na literatura em escoamentos com separação (ver Simpson (1996) para uma coletânea de referências), raros são os que contemplam também os efeitos da rugosidade da superfície, em particular nas proximidades de um ponto de separação. O artigo de Simpson (1996) é um exemplo típico: nenhuma menção é feita aos efeitos de superfície rugosa ou à solução de Stratford. Naturalmente, a influência da rugosidade no fenômeno de separação do escoamento é particularmente relevante em aplicações meteorológicas. A maioria das contribuições neste assunto, entretanto, focou suas atenções a outros aspectos do problema, como por exemplo a dispersão de poluentes ou o comportamento do fator “speed-up”. Alguns trabalhos representativos podem ser citados como Britter et al. (1981), Castro e Snyder (1982), Arya et al. (1987), Athanassiadou e Castro (2001) e Ohba et al. (2002).

A clara falta de dados de referência em escoamentos sobre superfície rugosa com separação naturalmente prejudica qualquer tentativa séria de estabelecer uma expressão definitiva para C . Uma avaliação da aplicabilidade de C em regiões onde supostamente não é válida é, portanto, uma questão de grande importância.

Avaliação da parametrização segundo dados de referência

Retomando a formulação de lei de parede para superfícies rugosas, a parametrização de C , dada pela Eq. (5.16), foi obtida através da comparação da Eq. (5.14) com $u = (u_*/\kappa)\ln(z/z_0)$. Devemos lembrar que a Eq. (5.14) é o resultado da forma limite da lei de parede para superfície rugosa, Eq. (5.13), avaliada quando $(\partial_x p)z \ll \tau_w$.

A aplicabilidade da Eq. (5.16) é avaliada do seguinte modo: primeiramente, os parâmetros u_* , $\partial_x p$ e C são estimados diretamente da Eq. (5.13) a partir dos perfis de velocidade de u versus z . A seguir, os parâmetros u_* e $\partial_x p$ são novamente estimados, mas agora com C dado pela Eq. (5.16). Os resultados são então comparados com os valores calculados diretamente dos dados de referência de Na e Moin (1998) e Loureiro et

al. (2007b) para o caso de superfície lisa. Para as condições de superfície rugosa, onde medidas diretas de u_* não são disponíveis, os resultados são comparados entre si.

Para estimar os parâmetros de interesse a partir das Eqs. (5.13) e (5.16), foi empregado o mesmo procedimento descrito na seção anterior. Algoritmos de otimização global foram baseados em métodos de busca direta foram utilizados. Quatro diferentes métodos (“Nelder Mead, Differential Evolution, Simulated Annealing e Random Search”, disponíveis no programa *Mathematica*) foram adotados e os resultados só foram aceitos quanto os quatro métodos forneciam resultados consistentes.

Os resultados dos ajustes são ilustrados pela seleção de curvas apresentada nas Figs. 5.44 a 5.47. Todas as curvas apresentadas foram construídas com valores de C estimados diretamente da Eq. (5.13). As curvas mostradas foram escolhidas com o propósito de representar regiões do escoamento à montante do ponto de separação e na região de escoamento reverso para cada condição experimental avaliada.

Para escoamentos sobre superfície lisa, Figs. 5.44a e 5.45a, as subcamadas viscosa, turbulenta e inercial podem ser bem identificadas nos perfis de montante. Observa-se que a Eq. (5.13) fornece bons ajustes para a região logarítmica, portanto capturando adequadamente o comportamento dos perfis de velocidade na região dominada pelos efeitos turbulentos. Para a região de escoamento reverso, essa situação é ligeiramente diferente. Os dados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998) (Fig. 5.44b), extremamente refinados na região adjacente à superfície, conseguem capturar a subcamada viscosa ($\ln[z] < -9$) onde a solução de Goldstein é válida (isto foi mostrado na Seção 4.3). Afastando-se da parede, podemos observar uma região típica de escoamento reverso, onde o comportamento do perfil de velocidades consegue ser bem representado pela Eq. (5.13).

As curvas ajustadas aos perfis das condições RSA e RSB para superfície rugosa são apresentadas nas Figs. 5.46 e 5.47. A destruição da subcamada viscosa pela presença dos elementos rugosos é evidente. Isso implica que as curvas podem ser ajustadas até os primeiros pontos mais próximos da superfície. A concordância entre os dados experimentais e a Eq. (5.13) é muito boa, indistintamente da região do escoamento considerada.

Previsões de u_* baseadas nas Eqs. (5.13) e (5.16) são apresentadas na Fig. 5.48. Para o caso de superfície lisa, três conjuntos de dados são apresentados: previsões com valor de

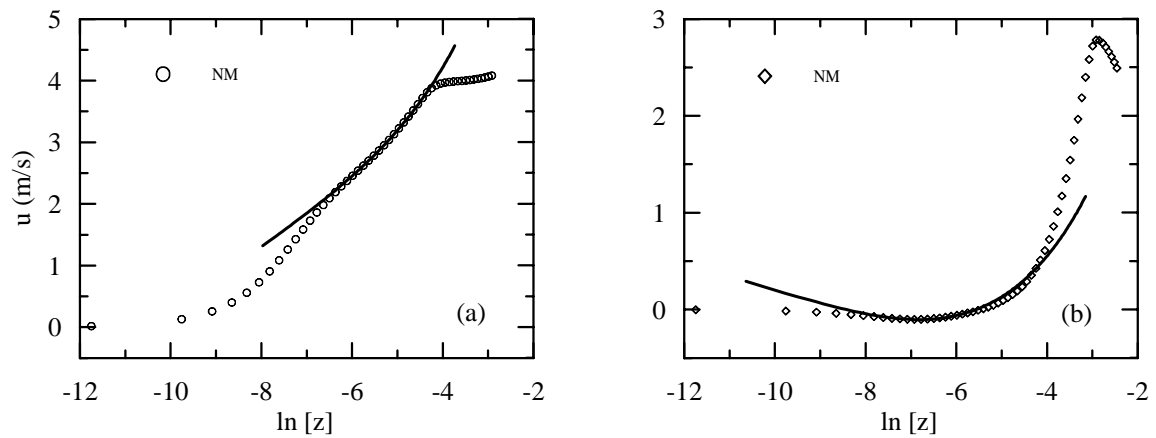


Figura 5.44: Curvas típicas ajustadas ao dados de Na e Moin (1998). a: perfil de montante avaliado na estação $x/\delta_{in}^* = 100$, b: região de escoamento reverso tomado na estação $x/\delta_{in}^* = 250$. z é apresentado em m.

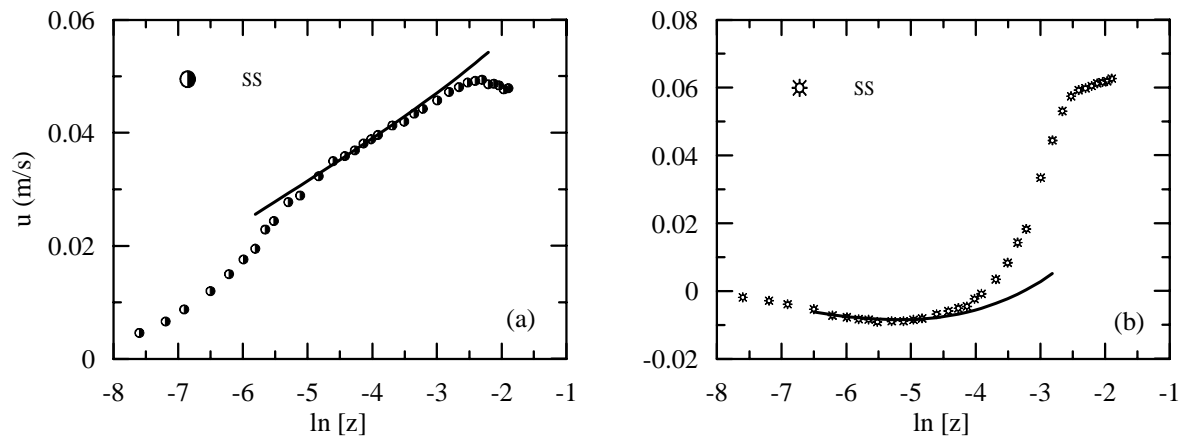


Figura 5.45: Curvas típicas ajustadas aos dados de Loureiro et al. (2007b). a: perfil de montante avaliado na estação $x/H = -12,5$, b: região de escoamento reverso tomado na estação $x/H = 3,75$. z é apresentado em m.

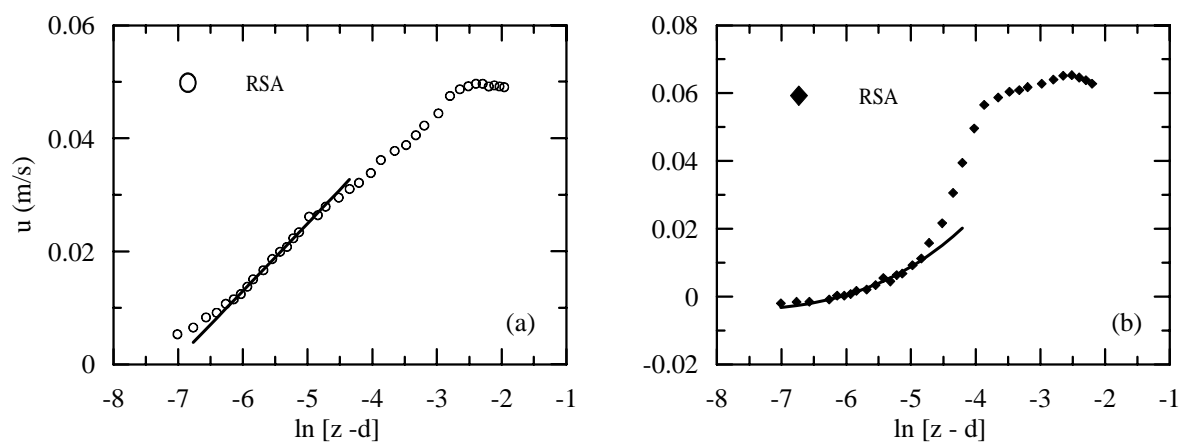


Figura 5.46: Curvas típicas ajustadas aos dados de Loureiro et al. (2008b), condição RSA. a: perfil de montante avaliado na estação $x/H = -5,8$, b: região de escoamento reverso tomado na estação $x/H = 1,31$. z é apresentado em m.

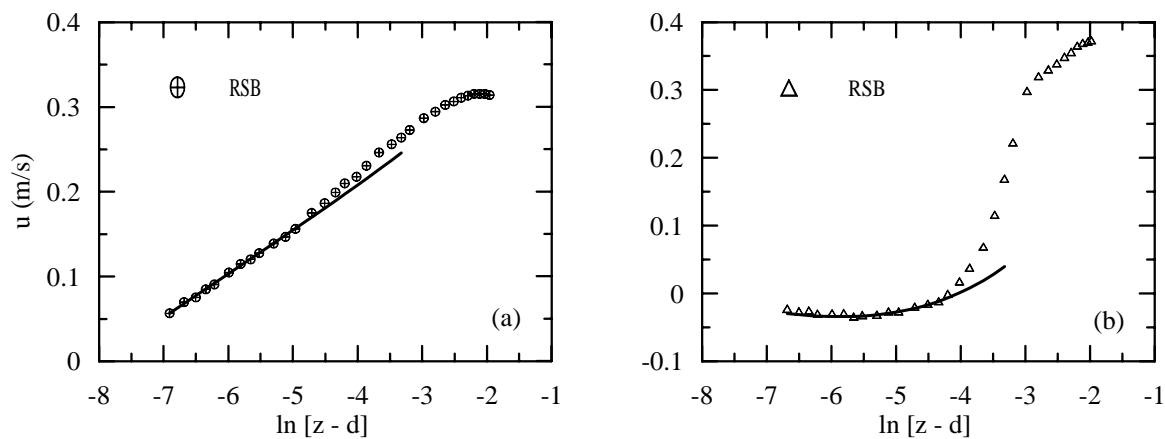


Figura 5.47: Curvas típicas ajustadas aos dados de Loureiro et al. (2008b), condição RSB. a: perfil de montante avaliado na estação $x/H = -17,87$, b: região de escoamento reverso tomado na estação $x/H = 3,06$. z é apresentado em m.

C estimado ($= C_{est}$) diretamente da Eq. (5.13), previsões com C parametrizado ($= C_{par}$) obtidas a partir das Eqs. (5.13) e (5.16) e os dados de referência de Na e Moin (1998) e de Loureiro et al. (2007b).

Para o trabalho de Na e Moin (1998) (Fig. 5.48a), ambas as previsões concordam muito bem com os dados de simulação numérica direta, exceto para duas posições próximas ao ponto de recolamento. Com efeito, as previsões realizadas com C_{est} são praticamente exatas para todo o domínio de escoamento, a menos de um ponto muito próximo do ponto de recolamento onde um valor alto é obtido. A parametrização de C fornece valores ligeiramente menores de u_* à montante do ponto de separação, uma previsão quase exata é observada nos pontos de separação e recolamento e um singular discrepante menor valor é observado logo antes do recolamento.

Previsões para os dados de superfície lisa de Loureiro et al. (2007b) são apresentadas na Fig. 5.48b. À montante da colina, na estação $x/H = -12,5$, ambas previsões coincidem bem com valores experimentais de referência de u_* . Na encosta de montante e no topo da colina, previsões com C_{par} fornecem um resultado praticamente exato. O uso de C_{est} superestima u_* na base da colina ($x/H = -5$) e no topo ($x/H = 0$) e fornece um valor menor em $x/H = -2,5$. Na região de escoamento reverso, previsões com C_{est} e C_{par} fornecem boa concordância com os experimentos. À jusante da colina, previsões com C_{par} exibem uma retomada lenta dos valores não perturbados de u_* . Em particular, a estação $x/H = 6,67$ apresenta a comparação menos favorável. O uso de C_{est} resulta em previsões muito boas para $x/H \geq 6,67$.

Os dados para as condições de superfícies rugosa – RSA e RSB – são apresentados nas Figs. 5.48c e 5.48d. Para a condição de número de Reynolds mais baixo, RSA, a Eq. (5.16) fornece valores consistentemente maiores de u_* em comparação com valores obtidos através de uma estimativa direta de C . A concordância menos satisfatória foi observada para a estação $x/H = -2,45$, na metade da encosta de montante da colina. Resultados para a condição de número de Reynolds mais alto, RSB, oferecem uma perspectiva interessante (Fig. 5.48d) sobre a importância da Eq. (5.16). A diferença entre os valores de u_* obtidos a partir dos dois procedimentos é praticamente imperceptível. A parametrização funciona bem, mesmo em regiões onde supostamente deveria falhar, ou seja, perto dos pontos de

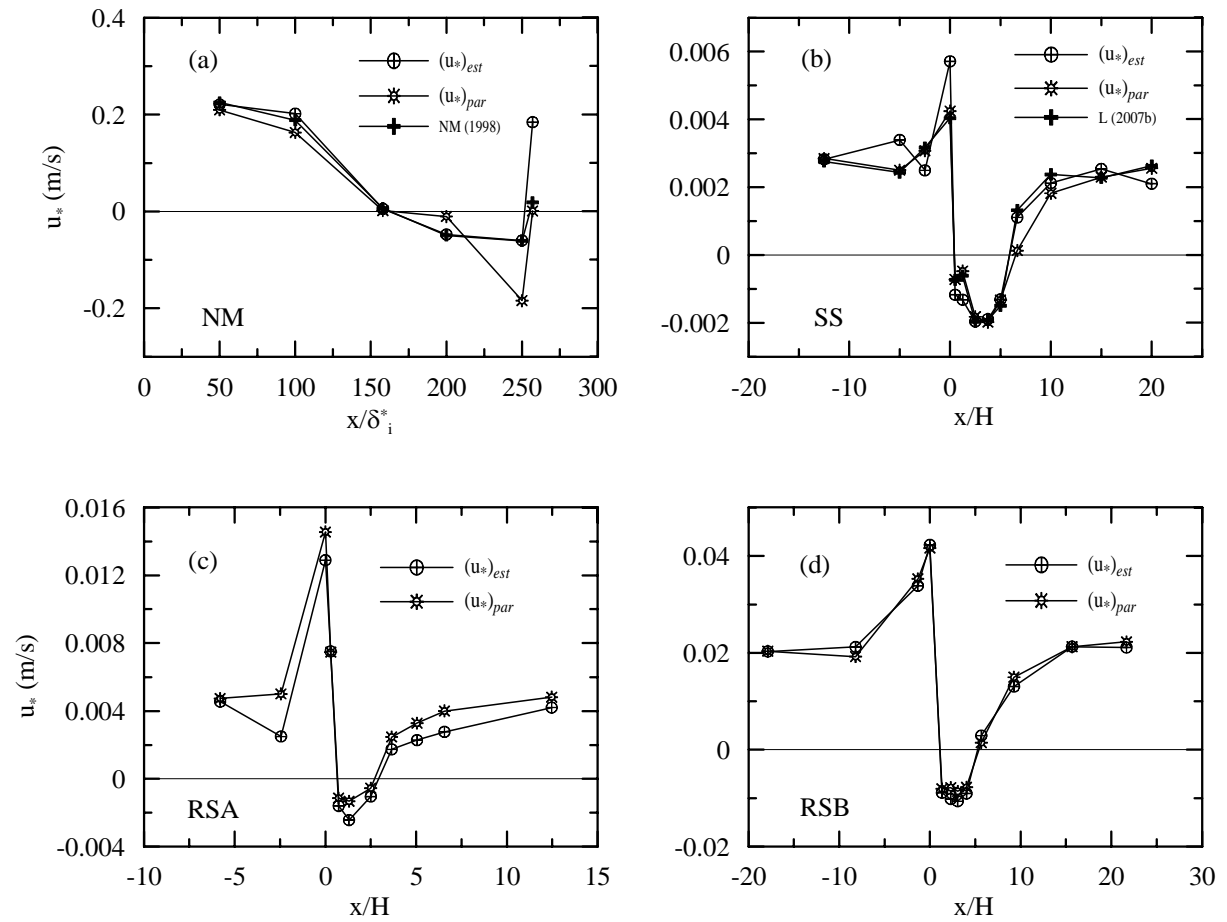


Figura 5.48: Previsões de u_* (ms^{-1}) estimadas através da Eq. (5.13), $(u_*)_{est}$, em comparação com valores calculados a partir das Eqs. (5.13) e (5.16), $(u_*)_{par}$.

separação e recolamento e na região de escoamento reverso.

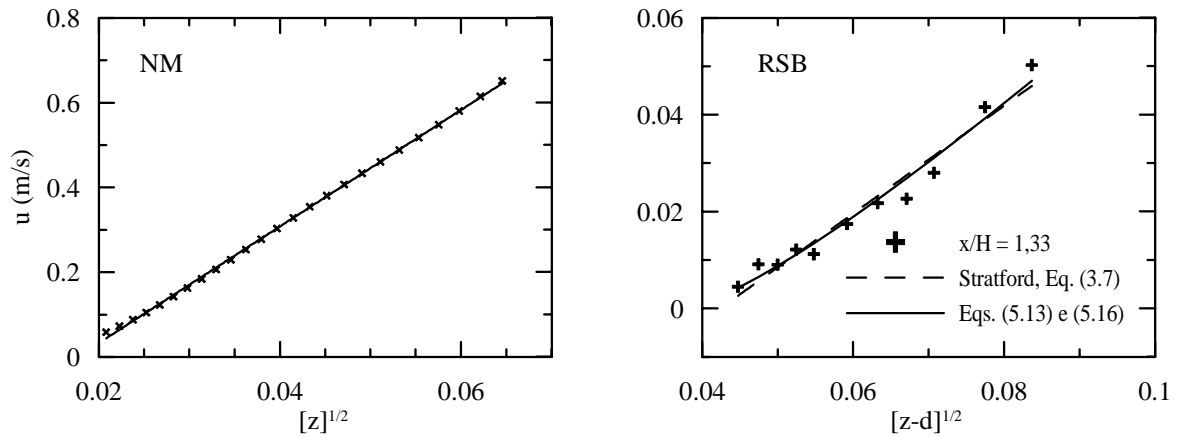


Figura 5.49: Perfis em coordenadas de Stratford. z apresentado em m; u em ms^{-1} .

Os perfis de velocidade em coordenadas de Stratford são apresentados na Fig. 5.49 para os dados de Na e Moin (1998) e para a condição RSB. As melhores curvas resultantes são dadas por $u = 13,7455z^{1/2} - 0,2420$ e $u = 1,1120z^{1/2} - 0,0471$. Logo, no limite $\tau_w \rightarrow 0$, o parâmetro aditivo C é diferente de zero, em oposição à Eq. (5.16).

Para melhor entender a influência de C nas previsões de u_* , a Fig. 5.50 é ilustrativa. Em geral, valores maiores de C resultam em valores maiores de u_* e vice-versa. Exceções, entretanto, podem ser notadas para a condição NM (dois pontos próximos ao recolamento) e condição SS (no topo da colina). Para as condições de superfície rugosa, RSA e RSB, a tendência original foi observada para todas as estações. Com respeito à condição de Na e Moin (1998), ambas as previsões com C_{est} e C_{par} seguem a mesma tendência e a dispersão entre elas é pequena (Fig. 5.50a). À montante do ponto de separação, observa-se que $C_{est} > C_{par}$. Na região de recirculação, essa desigualdade é revertida para o sentido contrário. As cruze representam os valores de C calculados diretamente da Eq. (5.13) com valores de u_* e $\partial_x p$ dados diretamente da simulação numérica.

Para escoamentos sobre colinas lisas e rugosas, observamos que $C_{par} > C_{est}$. Somente duas exceções foram registradas à montante do topo da colina (Figs. 5.50b e 5.50d). Claramente, quanto maior o valor de u_* , menos sensíveis são os resultados a variações de C . Para a condição SS, a influência de grandes variações de C à montante e no topo da colina é visível nas previsões de u_* . Para as condições RSA e RSB, grandes variações em

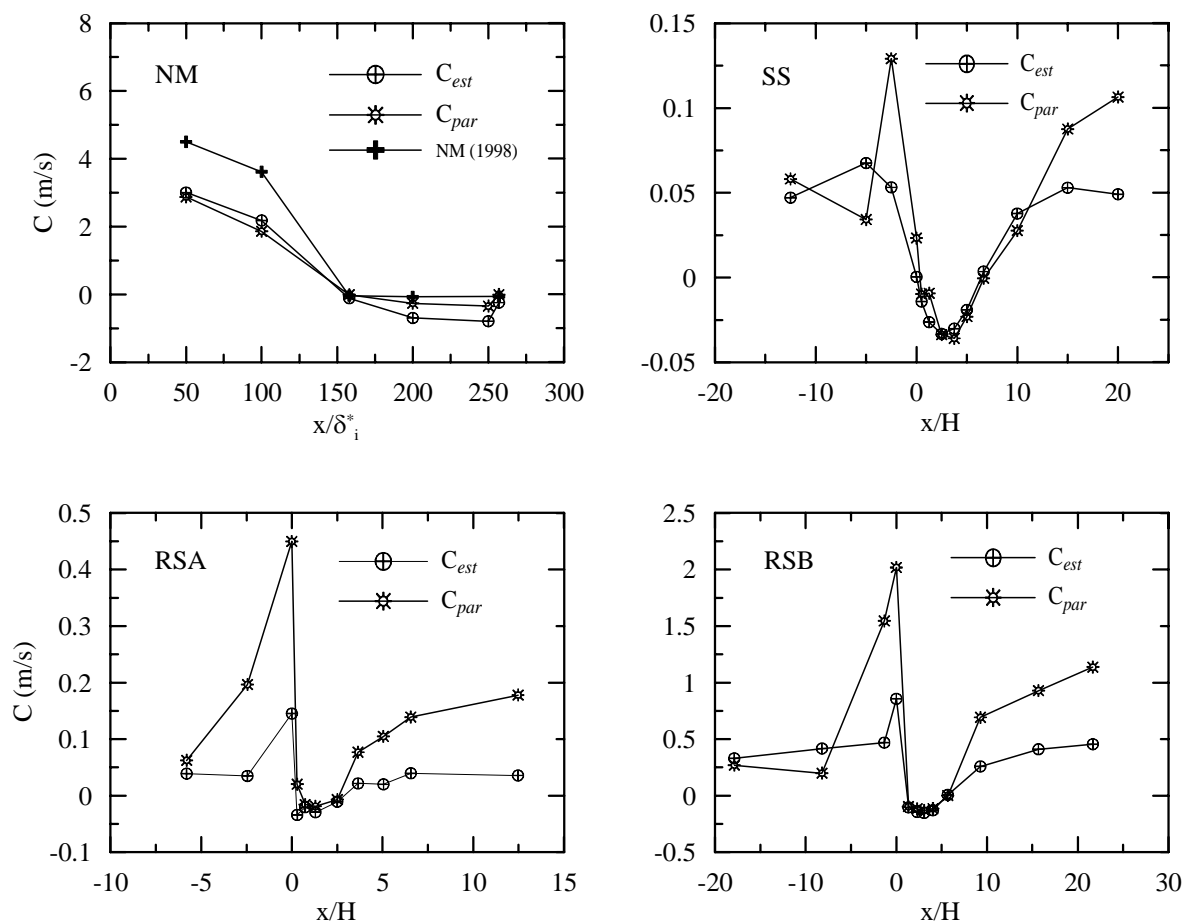


Figura 5.50: Comportamento da função aditiva C (ms^{-1}).

C não se propagam de modo significativo para u_* .

5.4 A adequação dos modelos turbulentos baseados nos conceitos de viscosidade turbulenta e na modelagem do tensor de Reynolds para a descrição de escoamento separado sobre colinas rugosas

Um tema de crescente importância na simulação de escoamentos turbulentos sobre colinas abruptas é a investigação de modelos turbulentos de ordem superior que sejam capazes de prever corretamente as características deste escoamento, em particular na região de separação. De fato, como foi visto no Capítulo 2, nenhum dos esquemas de fechamento pertencentes ao estado da arte na modelagem da turbulência é capaz de prever adequadamente o comportamento do campo turbulento sobre colinas de inclinação abrupta.

A presença da superfície rugosa pode ser considerada um problema adicional à simulação numérica deste fenômeno. O surgimento de escalas proibitivamente pequenas geradas pelo complexo escoamento ao redor dos elementos rugosos individuais implica que soluções alternativas devem ser adotadas para a especificação de contorno na parede. Em geral, a abordagem mais utilizada é recorrer ao uso de leis de parede ou ainda a formulações do tipo baixo número de Reynolds. Entretanto, independentemente do método escolhido para representar a condição de contorno inferior, estas devem ser capazes de representar satisfatoriamente os efeitos de separação e rugosidade do escoamento.

Kim e Patel (2000), por exemplo, comentam que para a obtenção de previsões adequadas da região de separação à jusante de colinas abruptas através de modelos baseados na equação de ϵ é preciso recorrer ao uso de uma formulação de baixo número de Reynolds. Entretanto, nenhum detalhe é apresentado sobre como são especificadas as condições de rugosidade da superfície na formulação utilizada pelos autores.

Uma formulação clássica do tipo lei logarítmica escrita em função do comprimento de rugosidade z_0 foi utilizada por Iizuka e Kondo (2004). Neste trabalho os autores avaliaram a capacidade de quatro diferentes tipos de modelos de simulação de grandes

escalas em representar o escoamento ao redor de uma colina abrupta. Observou-se que uma combinação entre o modelo de Smagorinsky e o modelo dinâmico forneceu os melhores resultados, entretanto os autores concluíram que as maiores dificuldades dos modelos residiam em representar corretamente o escoamento na região muito adjacente à superfície.

Tamura et al. (2007) também recorre ao uso de uma correlação empírica de coeficiente de atrito na parede, baseada no trabalho clássico de Prandtl (1925). Esta correlação especifica as características da superfície através do parâmetro de rugosidade de grão de areia.

A Seção 4.4 investigou a capacidade de seis diferentes modelos turbulentos em prever o comportamento da região de separação ao redor de uma colina abrupta e lisa. Mais especificamente, os modelos de fechamento investigados são os seguintes: i) o modelo κ - ϵ padrão, agora sem o uso de formulações especializadas de leis de parede, ii) o modelo κ - ω , iii) o modelo de transporte de tensões turbulentas (SST - ω), iv) o modelo do tipo grupo renormalizado (RNG - ϵ); e dois modelos de tensões de Reynolds, v) o modelo SST -RSM, vi) o modelo de tensões de Reynolds baseline- ω (BSL - ω). Como foi visto, os modelos baseados na equação de ω forneceram os melhores resultados. Em particular, o modelo SST forneceu as melhores previsões para o campo médio de velocidades.

O resultado da simulação numérica do escoamento sobre colina abrupta e lisa foi tomado como referência para guiar a abordagem do problema de colina abrupta e rugosa. Portanto, o modelo SST foi inicialmente escolhido para uma investigação geral do escoamento de interesse. Esta seção se inicia com uma breve discussão a respeito do código computacional e do modelo turbulento utilizados. Em particular, veremos como a presença da rugosidade é inserida na especificação da condição de contorno inferior. Posteriormente, os detalhes computacionais utilizados nas simulações serão apresentados. Finalmente, as previsões numéricas serão comparadas com os dados de colina rugosa para a condição RSB.

5.4.1 Os modelos turbulentos e suas limitações

Os modelos turbulentos mais representativos do estado da arte na modelagem turbulenta já foram apresentados e discutidos na Seção 4.4. Por este motivo, dedicaremos o texto

a seguir a uma discussão mais detalhada sobre a especificação das condições de contorno na parede.

De forma análoga ao problema da colina lisa, o código computacional Ansys CFX, versão 10, foi utilizado para conduzir a simulação numérica do problema de interesse. A formulação de parede utilizada neste código é uma extensão do método proposto por Launder e Spalding (1974). Na região turbulenta, a componente de velocidade tangencial à superfície está relacionada à tensão na parede por meio de uma relação logarítmica. Essa abordagem implica que a região viscosa é desconsiderada da simulação e a lei de parede fornece então a condição de contorno para as equações do escoamento médio e para as equações de transporte dos termos turbulentos. Essa formulação liga, pois, as condições da superfície, através da tensão cisalhante na parede, com as variáveis dependentes no primeiro nó da malha, que em teoria deve estar situado na região completamente turbulenta do escoamento.

Tipicamente, a formulação de parede utilizada neste código é escrita da forma

$$u/u_* = \kappa^{-1} \ln(\hat{z}) + C, \quad (5.17)$$

onde $\hat{z} = z_p u_* / \nu$ e z_p = primeiro nó da malha.

A Eq. (5.17) apresenta um claro problema a medida em que se aproxima de um ponto onde u_* tende a zero. A alternativa para este problema é utilizar uma outra escala de velocidade para substituir u_* , que pode ser escrita como

$$u_s = C_\nu^{1/4} k^{1/2}. \quad (5.18)$$

Definida desta maneira, a nova escala de velocidade não se anula mais perto de um ponto de separação e a velocidade de atrito passa a ser estimada por

$$u_* = u \left(\kappa^{-1} \ln(z_p u_s / \nu) + C \right)^{-1}. \quad (5.19)$$

Como descrito anteriormente, uma das desvantagens do uso das funções de parede é a dependência local do refinamento da malha. Em geral, o refinamento da malha não implica necessariamente em uma solução única de maior precisão. Essa inconsistência é

normalmente contornada pelo uso da chamada escala de lei de parede. A idéia escondida neste método é ignorar os pontos da malha situados na subcamada viscosa, considerando o ponto clássico de intersecção entre esta região e a subcamada turbulenta como sendo 11,06.

Este tipo de condição de contorno é utilizado em conjunto com os modelos baseados na equação de ϵ , como os modelos κ - ϵ padrão e o *RNG- κ - ϵ* .

Por outro lado, para os modelos baseados na equação de ω , um outro tipo de tratamento da condição de contorno inferior é utilizado. Uma vez que estes modelos fornecem uma equação analítica para ω na subcamada viscosa, um tratamento automático de parede foi desenvolvido para tirar proveito desta vantagem. Este algoritmo é responsável por avaliar automaticamente uma escala interna do escoamento e decidir pelo uso de uma função de parede quando a malha é esparsa ou, alternativamente, recorrer ao uso de uma formulação de baixo Reynolds quando a malha é suficiente refinada. Neste última opção, como a subcamada viscosa é então resolvida, é possível utilizar a equação analítica de ω .

As abordagens descritas acima são apropriadas somente para escoamentos sob superfícies lisas. No código Ansys CFX, a única alternativa de modelagem de superfícies rugosas é fornecida pela relação logarítmica escrita como

$$u/u_* = \kappa^{-1} \ln((z_p u_s / \nu) / (1 + 0,3(k_s u_s / \nu))), \quad (5.20)$$

onde k_s é a rugosidade de grão de areia. Segundo a literatura responsável (manual do código comercial), essa equação foi retirada de White (1979).

Contudo, essa formulação que inclui a influência da rugosidade deve ser utilizada com muita cautela. Quando a rugosidade de grão de areia é da mesma ordem, ou maior que a distância do primeiro nó à parede, sérias imprecisões podem ser inseridas aos resultados.

Em adição, a esta formulação de parede para superfícies rugosas está disponível somente para modelos turbulentos baseados na equação de ϵ , que via de regra se apóiam no uso quase que exclusivo de leis de parede. Para utilização em conjunto com modelos baseados na equação de ω , este recurso está disponível apenas em caráter de teste, usualmente denominado como função β .

5.4.2 Detalhes computacionais

A simulação numérica apresentada a seguir foi realizada no código computacional Ansys CFX, versão 10. Este código, como descrito na Seção 4.3, resolve as equações médias de Navier-Stokes por meio de uma formulação de volumes finitos acoplada com um esquema de tratamento dos termos convectivos e difusivos simultaneamente. O fechamento dos termos turbulentos foi feito através do modelo κ - ω de Wilcox e posteriormente modificado por Menter (1994) para κ - ω *SST*.

Como conclusão das simulações do escoamento sobre colina abrupta e lisa, o modelo *SST* se mostrou o mais apropriado para a representação do campo médio de velocidades para este fenômeno. Por este motivo guiou a escolha tomada para a presente simulação.

Para problemas sobre superfícies rugosas, o código utilizado apresenta algumas limitações em representar corretamente as condições de contorno na parede. A rugosidade de grão de areia pode, em caráter experimental, ser especificada para aplicação na formulação de lei de parede dada pela Eq. (5.20). Entretanto, não há nenhuma indicação de que este comprimento característico da superfície rugosa seja empregado também na formulação de baixo número de Reynolds. Portanto, podemos antecipar que os resultados para a região de recirculação não serão tão satisfatórios quanto aqueles obtidos para a superfície lisa. De fato, a região de separação do escoamento é uma zona crítica para a simulação numérica do escoamento.

As simulações foram realizadas em um Pentium D, 2,8 GHz, com 2 Gb DDR400 RAM operando em modo dual. Testes de independência de malha resultaram em uma malha estruturada final de 110,376 elementos. As condições de contorno foram retiradas diretamente dos dados experimentais, incluindo dados da rugosidade de grão de areia k_s , perfis de velocidade e intensidade turbulenta.

5.4.3 Resultados: adequação dos modelos turbulentos

Os resultados da simulação numérica realizada de escoamento sobre colina de inclinação abrupta e superfície lisa são apresentados a seguir. Uma discussão detalhada sobre estes resultados também pode ser encontrada em Loureiro et al. (2007*d*).

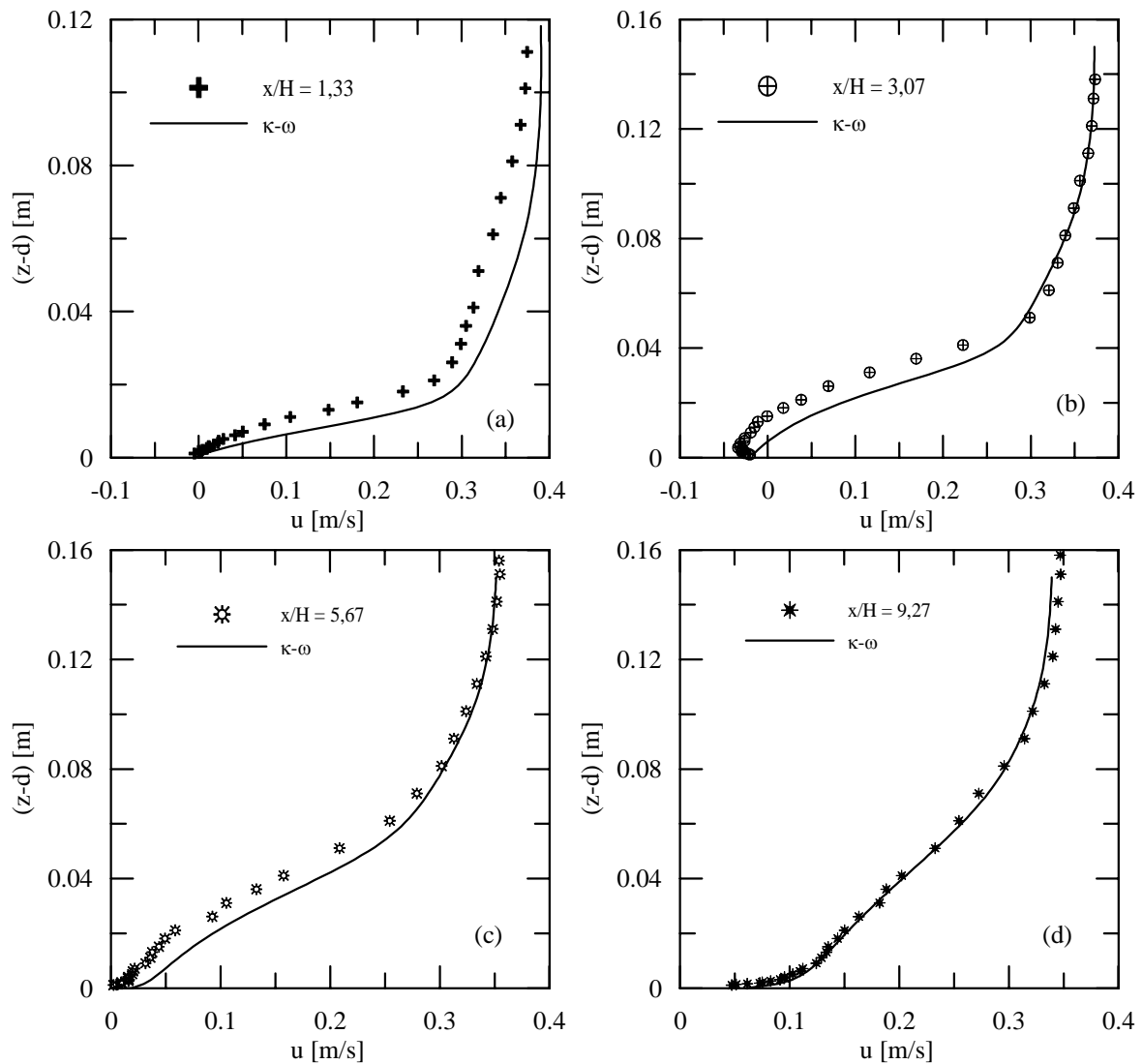


Figura 5.51: Perfis de velocidade média longitudinal resultantes da simulação, em comparação com os dados experimentais da condição RSB: (a) $x/H = 1,33$, (b) $x/H = 3,07$, (c) $x/H = 5,67$, (d) $x/H = 9,27$.

Tabela 5.10: Comprimento da região de recirculação resultante da simulação numérica.

Trabalho	Separação (x/H)	Recolamento (x/H)	Comprimento (x/H)
Condição RSB	1,33	5,67	4,34
Simulação numérica	1,13	4,65	3,52

Perfis de velocidade média longitudinal resultantes da simulação são apresentados na Fig. 5.51, em comparação com a condição RSB. Quatro estações mais representativas do problema foram escolhidas para a presente investigação: (i) estação $x/H = 1,33$, aproximadamente o ponto de separação, (ii) estação $x/H = 3,07$, perfil localizado no interior da região de recirculação, (iii) estação $x/H = 5,67$, aproximadamente o ponto de recolamento e (iv) estação $x/H = 9,27$, localizado à jusante da bolha de recirculação, onde o escoamento está retornando à condição de equilíbrio.

Para a estação avaliada no ponto de separação, $x/H = 1,33$ (Fig. 5.51a), os valores de velocidade são em geral superestimados em torno de 14%. O ponto de descolamento parece ter sido bem estimado, segundo a Fig. 5.51a. Entretanto, uma observação mais detalhada apresentada na Tabela 5.10 mostra que a localização do ponto de separação foi subestimado em 15%.

A estação no interior da região de recirculação, $x/H = 3,07$ (Fig. 5.51b), revela que as velocidades no interior da região de escoamento reverso foram consideravelmente subestimadas. Ainda assim, a região externa do escoamento, acima da camada cisalhante que se forma no entorno da região de recirculação, consegue ser bem prevista pela simulação numérica.

A Tabela 5.10 apresenta os pontos de separação e recolamento resultantes da simulação numérica, em comparação com os valores observados experimentalmente. A extensão da bolha de recirculação também é avaliada. Os resultados mostram que o ponto de recolamento é subestimado em 18%. Esta observação é comprovada também através da Fig. 5.51c, onde as velocidades são superestimadas na região interna do perfil. Mais uma vez, na região externa do escoamento, a distribuição de velocidade conseguem ser bem representada. A extensão da região de recirculação prevista numericamente foi aproximadamente 18% menor que aquela caracterizada experimentalmente.

O perfil à montante do ponto de recolamento, $x/H = 9,27$ (Fig. 5.51d), na região em que o escoamento está retornando à condição de equilíbrio, é o único que foi previsto satisfatoriamente pela simulação numérica.

Como conclusão, podemos inferir que o tratamento de parede automático, que combina a lei de parede com um modelo de baixo número de Reynolds, forneceu resultados

satisfatórios para a previsão do problema de interesse. Entretanto, a limitação na determinação da condição de parede exata utilizada pelo código numérico impede que estes resultados sejam utilizados para fins científicos e rigorosos.

5.5 Discussões

O presente capítulo versou sobre o escoamento ao redor de uma colina de inclinação abrupta e superfície rugosa e se encerra agora com um breve resumo das noções introduzidas acima, destacando os seus pontos principais. A caracterização experimental do escoamento, a modelagem física e a análise da previsão numérica do problema foram os principais temas abordados neste trecho do texto.

Uma breve revisão sobre o tratamento de escoamentos sobre superfícies rugosas foi conduzida na primeira seção. Foram introduzidos os conceitos de deslocamento na origem e comprimento efetivo de rugosidade, duas escalas essencialmente relevantes para o problema. Com um propósito elucidativo, algumas interpretações físicas para estas duas escalas foram ilustradas no texto. Em adição, comentários acerca da dificuldade de caracterização destes parâmetros, bem como os métodos mais tradicionais existentes na literatura para a sua determinação foram apresentados. As formas mais usuais de apresentação da lei da parede para superfícies rugosas também foram discutidas.

A caracterização experimental do problema foi o tema da segunda seção. Esta é, na verdade, uma etapa essencial do trabalho, pois somente através da referência experimental poderemos avançar no desenvolvimento de formulações teóricas que representem bem escoamentos sobre superfícies rugosas e sujeitos à separação. A contribuição particular desta seção foi tratar adequadamente os dados de referência de Monteiro (2007) e investigar os resultados de modo a extrair informações relevantes sobre a dinâmica do fenômeno. Os experimentos contemplaram duas condições experimentais diferentes. Na primeira condição, a dinâmica do escoamento era equivalente àquela utilizada para a colina lisa. Como resultado geral, observou-se que a extensão da região de recirculação foi consideravelmente reduzida e o ponto de separação foi ligeiramente deslocado para jusante. Na segunda condição experimental, o número de Reynolds foi aumentado em uma ordem de grandeza.

A magnitude da bolha de recirculação voltou a aumentar, mas resultando em um tamanho ainda menor que o observado para o caso liso. Foram apresentados os perfis de velocidade média e flutuações turbulentas longitudinais e verticais distribuídos em vinte três estações ao longo da colina, incluindo a região de recirculação. Uma contribuição bastante original oferecida nesta seção foi a investigação das distribuições estatísticas de achatamento e assimetria do escoamento. Informações estatísticas relevantes sobre a dinâmica do campo turbulento podem ser reveladas por estas distribuições. Nesta seção, vimos que os perfis de assimetria e achatamento das flutuações de velocidade longitudinal à montante e no topo da colina apresentam um comportamento canônico, no qual a velocidade ao longo da região logarítmica apresenta uma distribuição Gaussiana. Vimos também que regiões específicas do escoamento, como no topo e em regiões de grande cisalhamento, padrões característicos de escoamento, definidos por grandes oscilações, podem ser identificados. Apesar das importantes informações que estas grandezas oferecem acerca da estrutura do escoamento, poucos são os trabalhos existentes na literatura que exploram estes dados para escoamentos com separação e rugosidade.

Uma nova formulação de lei de parede para escoamentos sobre superfícies rugosas é investigada na seção posterior. Inicialmente, a dedução da lei logarítmica a partir de primeiros princípios foi apresentada e discutida. De fato, a lei foi obtida a partir de uma equação reduzida das equações médias de Navier-Stokes, onde os termos turbulentos e de pressão são avaliados, levando-se em consideração a hipótese de comprimento de mistura. A rigor, esta apresentação já havia sido feita, de forma semelhante, no Capítulo 3. A re-dedução, nesta seção, foi necessária para que fosse possível destacar que, em um sentido estrito, a lei logarítmica não leva explicitamente em consideração as características da superfície. Através de uma observação criteriosa das leis canônicas para escoamentos sobre superfícies rugosas concluímos que toda informação da rugosidade era contabilizada através de um parâmetro aditivo da lei logarítmica – C – que, no presente trabalho, é de fato a constante resultante da última integração da equação principal. A conclusão imediata era que a lei obtida poderia ser utilizada para escoamentos com separação sobre superfícies rugosas, desde que o erro na origem fosse contabilizado e C fosse adequadamente modelado. Então, uma parametrização para C foi proposta, tomando

como referência a forma limite da lei logarítmica no limite quando $\tau_w \gg (\partial_x p)z$. A seguir, as previsões teóricas da formulação foram avaliadas em comparação com os dados experimentais reunidos em Loureiro et al. (2008b). Para a determinação dos valores de u_* e $\rho^{-1}\partial_x p$ algoritmos de otimização global foram utilizados. De uma forma geral, os 36 perfis experimentais de velocidade média avaliados – 23 das condições RSA e RSB e 13 da condição SS – apresentaram uma concordância muito boa com as previsões teóricas. Em adição, completando a seção de caracterização experimental, foi possível avaliar a tensão na parede ao longo da colina, para as condições RSA e RSB, através da formulação proposta. Os resultados consolidados de u_* foram bastante consistentes. Para a condição SS, uma avaliação independente de u_* baseada nos dados de Loureiro et al. (2007b), Seção 4.1, comprovou a validade das estimativas resultantes da presente formulação. A aparente fragilidade da parametrização proposta reside em regiões onde a desigualdade acima não é satisfeita. Portanto, uma investigação adicional foi conduzida para avaliar o comportamento de C nestas regiões críticas, nomeadamente, nos pontos de separação e de recolamento e em regiões de escoamento reverso. Além das condições experimentais SS, RSA e RSB, foram utilizados para este propósito os dados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998). A avaliação foi realizada através da comparação dos valores de u_* , $\partial_x p$ e C estimados diretamente da lei de parede com os valores calculados a partir da equação de parametrização de C . A comparação entre os valores de u_* foi satisfatória para todas as estações avaliadas e a dispersão entre os valores fornecidos pela estimativa direta e pela parametrização é pequena, em particular para as condições SS e RSB. O comportamento de C também foi avaliado. Para colinas lisas e rugosas, observamos que $C_{par} > C_{est}$ e como conclusão temos que, quanto maior o valor de u_* , menos sensíveis são os resultados a variações de C . De um geral, todos estes resultados nos levam a crer que a presente formulação é uma boa representação para o fenômeno em questão.

Uma análise acerca da capacidade dos modelos turbulentos em representar corretamente a dinâmica do escoamento sobre colina abrupta e rugosa foi conduzida na seção subsequente. Tomando como base os resultados de Loureiro et al. (2008a), Seção 4.4, observamos que o modelo $\kappa\text{-}\omega$ SST forneceu as melhores previsões para o campo médio de velocidades sobre a colina. Por este motivo, as simulações iniciais do problema de es-

coamento sobre colina rugosa adotaram este modelo como esquema de fechamento para a turbulência. Nesta seção, uma ênfase maior foi dedicada à avaliação dos tipos de condição de contorno de parede disponíveis no código utilizado, uma vez que uma discussão detalhada sobre os principais modelos turbulentos já havia sido feita na seção citada acima. Vimos que uma lei de parede modificada para levar em consideração os efeitos de rugosidade está disponível somente para os modelos baseados na equação de ϵ , que claramente não são de interesse para o presente estudo. Para os modelos baseados na equação de ω , como é o caso do *SST*, a lei teoricamente pode ser utilizada, mas o código não garante convergência e por isso a lei é dita estar disponível em caráter de teste. Além disso, a condição de contorno de parede empregada nos modelos baseados na equação de ω consiste em um tratamento automático, que combina a lei de parede e um modelo de baixo número de Reynolds de acordo com o refinamento da malha utilizada. Entretanto, nos resultados das simulações, não é simples descobrir em qual região do domínio cada tratamento de parede foi utilizado. Testes iniciais indicam que a rugosidade de grão de areia é levada em consideração nas simulações via modelo *SST*, contudo, não é confortável utilizar os resultados de um código computacional quando não se sabe exatamente os detalhes dos cálculos realizados. De um modo geral, os resultados numéricos foram satisfatórios, mas a limitação em entender o código implementado impede que estes sejam utilizados para fins científicos. A intensidade da componente longitudinal de velocidade média no interior da região de escoamento reverso foi subestimada e a extensão da bolha de recirculação prevista numericamente foi 18% menor do que aquela caracterizada experimentalmente.

Capítulo 6

Conclusão

I am an old man now, and when I die and go to heaven there are two matters on which I hope for enlightenment. One is quantum electrodynamics and the other is the turbulent motion of fluids. And about the former I am rather optimistic.

H. Lamb (1932)

O presente trabalho foi dedicado ao estudo de dois fatores que exercem grande influência no comportamento da camada limite turbulenta: a separação do escoamento e os efeitos da rugosidade da superfície. Considerando a importância destes dois temas de pesquisa em aplicações de micrometeorologia, a geometria escolhida para a investigação do problema foi o escoamento sobre colinas de inclinação abrupta.

O entendimento do comportamento da camada limite turbulenta sobre uma superfície rugosa e sujeita à separação do escoamento passa, necessariamente, pelo entendimento de seu comportamento no regime hidraulicamente liso. Portanto, antes que o assunto finalístico desta tese fosse abordado, foi preciso tratar primeiramente o caso isolado de camada limite sobre superfície lisa com gradiente de pressão adverso. Mesmo nesse âmbito mais restrito, algumas contribuições importantes foram oferecidas ao problema.

Sob o aspecto da metodologia e considerando a extensão das contribuições pretendidas, o texto foi dividido em dois capítulos-base: o primeiro contemplou o escoamento sobre colinas de inclinação abrupta e superfície lisa, enquanto o segundo versou sobre o escoamento em colinas de inclinação abrupta e superfícies rugosas. Cada um destes capítulos-base foi estruturado em três pilares fundamentais: a formulação teórica, a validação experimental

e a análise numérica do problema.

Assim como a turbulência, a organização da presente tese foi não-linear. A análise teórica baseada em métodos assintóticos, que revelou a estrutura assintótica da camada limite afastada e junto a um ponto de separação, foi apresentada em um capítulo próprio. A caracterização experimental, as formulações de leis de parede e a análise numérica do problema foram apresentadas em seções auto-contidas dentro de cada capítulo-base.

Conclusões parciais de cada um dos dois capítulos principais foram apresentadas nas Seções 4.5 e 5.5. Nestas discussões, apresentadas ao final de cada capítulo, os resultados alcançados em cada seção componente foram reunidos e extensamente comentados e revisados. Portanto, esta conclusão final tem como objetivo central consolidar todo o trabalho, destacando as principais contribuições oferecidas nesta tese.

Em particular, o presente trabalho alcançou os seguintes avanços: i) uma nova teoria para a descrição da estrutura assintótica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação, ii) a apresentação de novos dados experimentais para a caracterização de camadas limites separadas sobre uma colina abrupta, iii) uma investigação cuidadosa das condições de validade de leis de parede para escoamentos com separação, iv) uma análise criteriosa dos modelos turbulentos existentes para a descrição de escoamentos separados. Todos os itens listados acima são investigados para escoamentos sobre superfícies lisas e rugosas.

Mais uma vez, seguindo a estrutura do presente trabalho, este último capítulo será dividido em duas partes: o primeiro ressaltando as contribuições oferecidas para escoamentos sobre colinas lisas e o segundo destacando os avanços proporcionados na compreensão de escoamentos sobre colinas rugosas.

6.0.1 Escoamentos sobre colina abrupta e lisa

Sob o aspecto experimental, treze estações de medição de velocidade média e de grandezas turbulentas foram avaliadas ao longo da colina. Esta distribuição se mostrou detalhada o suficiente para oferecer uma boa descrição do escoamento, em particular no interior da região de recirculação. Contribuições originais compreendem os dados de distribuição dos termos de produção turbulenta, bem como as distribuições de viscosidade turbulenta e

comprimento de mistura ao longo de toda a colina. Essas grandezas são importantes para a análise do comportamento do escoamento turbulento em regiões de não-equilíbrio e para a avaliação das hipóteses de validade de modelos turbulentos clássicos.

Em especial, uma contribuição importante do presente trabalho foi o desenvolvimento de uma metodologia para o cálculo da tensão na parede para superfícies lisas com separação. Quatro diferentes métodos foram utilizados. Medições refinadas na região adjacente à superfície permitiram o cálculo da velocidade de atrito através de ajustes lineares ao perfil de velocidade média e por meio de ajustes polinomiais em regiões onde o gradiente de pressão era dominante. Além disso, ajustes de curvas logarítmicas à subcamada turbulenta, bem como interpolação da região constante do perfil de tensões cisalhantes de Reynolds também foram utilizados. A distribuição de tensão cisalhante pôde então ser calculada para todo o domínio sobre a colina, em particular na região de escoamento reverso. Os resultados dos diferentes métodos mostraram-se bastante consistentes na estimativa da velocidade de atrito.

Em adição, a própria base de dados em escoamentos sobre colina lisa consolidada neste trabalho é uma contribuição importante. Em resumo, os resultados desta campanha experimental forneceram à literatura dados de velocidade média e momentos de segunda ordem no sentido longitudinal e transversal, perfis de tensões cisalhantes de Reynolds, de viscosidade turbulenta, de comprimento de mistura, de termos de produção turbulenta, bem como a distribuição de tensão cisalhante na parede ao longo de toda a colina, incluindo a região de escoamento reverso. Deve-se destacar que apesar de alguns trabalhos extensos e importantes em experimentação sobre colina estarem disponíveis na literatura, como por exemplo Ishihara et al. (2001), Ross et al. (2004), Cao e Tamura (2007), nenhum deles caracteriza adequadamente a região interna do escoamento, em particular na região de separação, e também não apresentam dados de atrito na parede ao longo do escoamento.

Com respeito à análise assintótica do problema, a segunda seção deste capítulo complementou parcialmente o Capítulo 3. As previsões teóricas fornecidas pela análise de Kaplun e pela estrutura morfológica da camada limite turbulenta afastada e junto a um ponto de separação foram apresentadas em comparação com os dados experimentais de

colina lisa. Foram utilizados ainda dados de outros autores provenientes de simulação numérica direta (DNS) com o mesmo propósito de validar a estrutura morfológica da camada limite turbulenta. Em particular, foram investigados os comportamentos das escalas características de velocidade e das espessuras relevantes da camada limite turbulenta ao longo de todo o domínio de interesse. Sob o ponto de vista de contribuição desta análise, considerando a extensa revisão bibliográfica realizada neste assunto, penso ser as comparações aqui avaliadas inteiramente originais. Em especial, a análise assintótica consegue explicar as variações das escalas características de velocidade ao longo de todo o domínio e principalmente na região de separação do escoamento. Em adição, a análise de Kaplun releva como a estrutura morfológica da camada limite se modifica nas proximidades do ponto de separação, mostrando claramente como a região turbulenta do escoamento é continuamente diminuída, até a sua completa extinção no ponto de separação. Nenhum outro trabalho, dentro do conhecimento reunido para o presente estudo, consegue explicar em termos estritos o desenvolvimento da camada limite perto do ponto de separação.

Uma avaliação das leis de parede especializadas para contabilizar os efeitos do gradiente de pressão adverso foi conduzida neste trabalho. Quatro formulações de interesse foram investigadas para o problema de escoamento sobre colina lisa e abrupta, nomeadamente: (i) a lei logarítmica clássica, (ii) a lei de Mellor (1966), (iii) a lei de Nakayama e Koyama (1984) e (iv) a lei de Cruz e Silva Freire (1998, 2002). As suas previsões teóricas foram comparadas com os dados de referência, experimentais e numéricos. A investigação analítica da formulação de Cruz e Silva Freire (1998) foi realizada por meio de computação simbólica e seus resultados foram confrontados com os dados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998) e Skote e Henningson (2002) e com os dados experimentais de Loureiro et al. (2007b). Resultados de simulação numérica via modelo κ - ϵ com condição de contorno inferior especificada por estas leis de parede também foram avaliados. Foi possível observar que as previsões são muito sensíveis aos diferentes tipos de formulações utilizadas. Em geral, as melhores previsões para os perfis de velocidade no interior da região de recirculação ($x/H = 1,25, 2,5, 3,75$ e $5,0$) foram obtidas com a formulação de Cruz e Silva Freire (1998, 2002). Este resultado foi corroborado por uma boa previsão da tensão de cisalhamento na parede. As comparações realizadas aqui completam totalmente

os pontos levantados no Capítulo 3, pois avaliam a capacidade da solução proposta para a região interna em prever o corretamente o comportamento do escoamento ao longo de todo o domínio investigado. Este tipo de avaliação de leis de parede também se mostrou bastante original, em particular na aplicação a escoamentos sobre colinas.

Em relação à análise numérica do problema, uma investigação criteriosa da capacidade dos modelos numéricos em prever corretamente o escoamento sobre colinas abruptas e lisas foi realizada na Seção 4.4. Seis modelos numéricos mais representativos do estado da arte em modelagem turbulenta foram selecionados e empregados nesta investigação. Estes resultados numéricos são comparados com os dados experimentais introduzidos na primeira seção. Em especial, foi testada a adequação destes modelos em prever corretamente a região de recirculação e as características da região interna do escoamento ao longo da colina. As previsões de velocidade média e de grandezas turbulentas fornecidas pelos modelos baseados na equação de ϵ forneceram resultados muito pobres em relação aos dados experimentais. De um modo geral, todos os modelos que recorrem à equação de ω previram razoavelmente bem o ponto de separação e as características do escoamento no interior da região de recirculação. O topo da colina foi uma região particularmente difícil para os modelos numéricos e, de fato, nenhum deles conseguiu reproduzir satisfatoriamente o escoamento neste ponto. Mesmo com o uso de uma malha refinada, os fortes gradiente de velocidade nesta região não conseguiram ser bem retratados. Os resultados encontrados para o campo turbulento estavam em forte discrepância com relação aos dados experimentais.

6.0.2 Escoamentos sobre colina abrupta e rugosa

No presente trabalho, o escoamento ao redor de uma colina de inclinação abrupta e superfície rugosa foi investigado por meio de uma caracterização experimental, através da modelagem física e da análise da previsão numérica do problema.

Uma caracterização experimental extensa e detalhada foi apresentada para o problema de colina rugosa. Esta é, na verdade, uma etapa essencial do trabalho, pois somente através da referência experimental foi possível avançar no desenvolvimento de formulações teóricas que bem representassem os escoamentos sobre superfícies rugosas e sujeitos à

separação. A contribuição particular desta seção foi tratar adequadamente os dados de referência de Monteiro (2007) e investigar os resultados de modo a extrair informações relevantes sobre a dinâmica do fenômeno. Os experimentos contemplaram duas condições experimentais diferentes. Na primeira condição, a dinâmica do escoamento era equivalente àquela utilizada para a colina lisa. Como resultado geral, observou-se que a extensão da região de recirculação foi consideravelmente reduzida e o ponto de separação foi ligeiramente deslocado para jusante. Na segunda condição experimental, o número de Reynolds foi aumentado em uma ordem de grandeza. A magnitude da bolha de recirculação voltou a aumentar, mas resultando em um tamanho ainda menor que o observado para o caso liso. Foram apresentados os perfis de velocidade média e de flutuações turbulentas longitudinais e verticais distribuídos em vinte três estações ao longo da colina, incluindo a região de recirculação. Uma contribuição bastante original oferecida nesta seção foi a investigação das distribuições estatísticas de achatamento e assimetria do escoamento. Informações estatísticas relevantes sobre a dinâmica do campo turbulento podem ser reveladas por estas distribuições. Analogamente ao caso de colina lisa, esta base de dados resulta em uma contribuição ainda mais singular e de maior importância. Além de investigar de forma acoplada dois fenômenos muito intrincados, esta campanha reúne uma grande massa de dados experimentais, com valores instantâneos de velocidade, o que permite ainda uma expansão considerável da investigação realizada neste trabalho.

Uma nova formulação de lei de parede para escoamentos sobre superfícies rugosas foi proposta e investigada através de comparação com dados de referência. A dedução da lei logarítmica a partir de primeiros princípios foi apresentada e discutida. De fato, a lei foi obtida diretamente das equações médias de Navier-Stokes, sem nenhum grau de empirismo adicional. Uma parametrização para C foi proposta, tomando como referência a forma limite da lei logarítmica no limite quando $\tau_w \gg (\partial_x p)z$. As previsões teóricas da formulação foram avaliadas em comparação com os dados experimentais reunidos em Loureiro et al. (2008b). Para a determinação dos valores de u_* e $\rho^{-1}\partial_x p$ algoritmos de otimização global foram utilizados. De uma forma geral, os 36 perfis experimentais de velocidade média avaliados – 23 das condições RSA e RSB e 13 da condição SS – apresentaram uma concordância muito boa com as previsões teóricas. Uma contribuição

digna de nota, que em particular completa a base experimental, foi a capacidade de avaliar a tensão na parede ao longo da colina, para as condições RSA e RSB, através da formulação proposta. Os resultados consolidados de u_* foram bastante consistentes. Para a condição SS, uma avaliação independente de u_* baseada nos dados de Loureiro et al. (2007b), Seção 4.1, comprovou a validade das estimativas resultantes da presente formulação. Uma investigação adicional foi conduzida para avaliar o comportamento de C em regiões críticas, nomeadamente, nos pontos de separação e de recolamento e em regiões de escoamento reverso. Além das condições experimentais SS, RSA e RSB, foram utilizados para este propósito os dados de simulação numérica direta de Na e Moin (1998). A comparação entre os valores de u_* foi satisfatória para todas as estações avaliadas e a dispersão entre os valores fornecidos pela estimativa direta e pela parametrização é pequena, em particular para as condições SS e RSB. De um geral, todos estes resultados nos levam a crer que a presente formulação é uma boa representação para o fenómeno em questão. Dentro da bibliografia reunida na presente tese, este tipo de formulação é completamente original. De fato, nenhuma formulação especializada para levar em conta os efeitos de gradiente de pressão adverso e de rugosidade da superfície foi encontrada na literatura.

Uma análise acerca da capacidade dos modelos turbulentos em representar corretamente a dinâmica do escoamento sobre colina abrupta e rugosa foi conduzida na parte final deste trabalho. Tomando como base os resultados de Loureiro et al. (2008a), as simulações iniciais do problema de escoamento sobre colina rugosa adotaram o modelo *SST* como esquema de fechamento para a turbulência. Uma ênfase maior foi dedicada à avaliação dos tipos de condição de contorno de parede disponíveis no código utilizado. Foi visto que uma lei de parede modificada para levar em consideração os efeitos de rugosidade está disponível somente para os modelos baseados na equação de ϵ , que claramente não são de interesse para o presente estudo. Para os modelos baseados na equação de ω , como é o caso do *SST*, a lei pode ser utilizada, mas o código não garante convergência e por isso a lei é dita estar disponível em caráter de teste. Além disso, a condição de contorno de parede empregada nos modelos baseados na equação de ω consiste em um tratamento automático, que combina a lei de parede e um modelo de baixo número de Reynolds de

acordo com o refinamento da malha utilizada. Entretanto, nos resultados das simulações, não é simples descobrir em qual região do domínio cada tratamento de parede foi utilizado. De um modo geral, os resultados numéricos foram satisfatórios. Testes iniciais indicam que a rugosidade de grão de areia é levada em consideração nas simulações via modelo *SST*, contudo, a limitação em entender o código implementado impede que estes sejam utilizados para fins científicos e rigorosos.

6.0.3 Sugestões para trabalhos futuros

A descrição de escoamentos turbulentos complexos foi durante muito tempo pensada como sendo uma arte pouco rigorosa, capaz de fornecer resultados aproximados de propriedades globais. Nos dias de hoje, os desenvolvimentos na modelagem física e nos procedimentos numéricos têm alcançado níveis sofisticados o suficiente para permitir que resultados com alto teor científico e tecnológico sejam obtidos. É claro que muitos dos problemas originais decorrentes da dificuldade intrínseca de lidar com escoamentos turbulentos permanecem em aberto. Entretanto, é inegável que ferramentas numéricas muito poderosas já se encontram ao dispor de projetistas e engenheiros para a construção de rotinas de cálculo baseadas em conceitos científicos. O exemplo contemplado na presente tese constitui-se apenas em uma tímida amostra do que pode ser realizado pelo atual estado da arte na modelagem da turbulência.

Portanto, uma conseqüência imediata deste trabalho consiste na implementação numérica da nova formulação de lei de parede para superfícies rugosas como condição de contorno inferior. Uma outra proposta para um futuro próximo é a modificação de funções de amortecimento utilizadas em modelos de baixo número de Reynolds para que seja possível considerar os efeitos da rugosidade. Esta modificação poderá ser então utilizada como condição de contorno para o modelo κ - ϵ , o que nos permite vislumbrar resultados promissores para este tipo de escoamento complexo.

Propostas futuras de trabalho envolvem a realização de novos experimentos em colinas abruptas, onde serão realizadas medições de campo completo via velocimetria por imagem de partículas, o que sem dúvida permitirá uma melhor caracterização dos pontos de separação e recolamento. Além disso, o gradiente de pressão na parede deverá ser

medido diretamente através de tomadas de pressão. Em adição, planos de trabalho futuro contemplam também a adição do problema de transferência de calor e de transição de superfícies do regime liso para o regime rugoso. Estes são dois fatores adicionais que estão sempre presentes na natureza e influenciam fortemente o comportamento da camada limite turbulenta.

Concluo observando que os avanços obtidos no entendimento do problema foram imensos e que, contraditoriamente, isto apenas nos mostra o quanto ainda temos a aprender a seu respeito.

Bibliografia

- [1] Afzal, N., (1976) “Millikan’s arguments at moderately large Reynolds number”. *Phys. Fluids* **19**, 600–602.
- [2] Afzal, N., (1983) “Analysis of a turbulent boundary-layer subjected to a strong adverse pressure-gradient”. *Int. J. Engng. Sci.* **21**, 563–576.
- [3] Allen, B., Brown, A. R., (2002) “Large-eddy simulation of turbulent separated flow over rough hills”. *Boundary-Layer Meteorol.* **102**, 177–198
- [4] Andreopoulos, J., Durst, F., Zaric, Z., Jovanovic, J., (1984) “Influence of Reynolds number on characteristics of turbulent wall boundary layers”, *Exp. Fluids* **2**, 7–16
- [5] Apsley, D. D., Castro, I. P., (1997) “Numerical modelling of flow and dispersion around Cinder Cone Butte”. *Atmos. Environ.* **31**, 1059–1071.
- [6] Arya, S. P. S., Shipman, M. S., (1981) “An experimental investigation of flow and diffusion in the disturbed boundary layer over a ridge”. *Atmosph. Environ.* **15**, 1173–1184.
- [7] Arya, S. P. S., Gadiyaram, P. S., (1986) “An experimental study of flow and dispersion in the wakes of three-dimensional low hills”. *Atmos. Environ.* **20**, 729–740
- [8] Arya, S. P. S., Capuano, M. E., Fagen, L. C., (1987) “Some fluid modelling studies of flow and dispersion over two-dimensional low hills”. *Atmos. Environ.* **21**, 753–764
- [9] Athanassiadou, M., Castro, I. P., (2001) “Neutral flow over a series of rough hills: a laboratory experiment”. *Boundary-Layer Meteorol.* **101**, 1–30

- [10] Aubertine, C. D., Eaton, J. K., Song, S., (2004) “Parameters controlling roughness effects in a separating boundary layer”. *Int. J. Heat and Fluid Flow* **25**, 444–450.
- [11] Ayotte, K. W., Hughes, D. E., (2004) “Observations of boundary layer wind tunnel flow over isolated ridges of varying steepness and roughness”. *Boundary-Layer Meteorol.*, 1–32.
- [12] Bandyopadhyay, P. R., Watson, R. D., (1988) “Structure of rough-wall turbulent boundary layer”. *Phys. Fluids* **31**, 1877–1883
- [13] Batchelor, G. K., Proudman, I., (1954) “The effect of rapid distortion of a fluid in turbulent motion”. *Quart. J. Mech. Appl. Math.* **7**, 83–103
- [14] Batchelor, G. K., (1967) *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge University Press.
- [15] Belcher, S. E., Newley, T. M. J., Hunt, J. C. R., (1993) “The drag on an undulating surface due to the flow of a turbulent boundary layer”. *J. Fluid Mech.* **249**, 557–596.
- [16] Bevington P. R., (1969) “Data reduction and error analysis for the physical sciences”. McGraw-Hill, New York.
- [17] Bradley, E. F., (1980) “An experimental study of the profiles of wind speed, shearing stress and turbulent intensities at the crest of a large hill”. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **106**, 101–124.
- [18] Brison, J. F., Buffat, M., Jeandel, D., Serres, E., (1985) “Finite element simulation of turbulent flows using a two-equation model”. *Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow*, 563–573. Swansea, UK. Pineridge Press.
- [19] Britter, R. E., Hunt, J. C. R., Richards, K. J., (1981) “Air flow over a two-dimensional hill: studies of velocity speedup, roughness effects and turbulence”. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **107**, 91–110.
- [20] Brown, A. R., Hobson, J. M., Wood, N., (2001) “Large-eddy simulation of neutral turbulent flow over rough sinusoidal ridges”. *Boundary-Layer Meteorol.* **98**, 411–441.

- [21] Brun, G., (1988) "Development et application d'une méthode d'élément finis pour le calcul des écoulements turbulents fortement chauffés", 156 pp. *Thèse de Doctorat, École Centrale de Lyon.*
- [22] Buice, C., Eaton, J., (1995) "Experimental investigation of the flow through an asymmetric plane diffuser". *Annual Research Briefs*, Center of Turbulence Research, Stanford University, Nasa Ames, 117–120.
- [23] Bush, W. B., Fendell, F. E., (1972) "Asymptotic analysis of turbulent channel flow and boundary layer flow". *J. Fluid Mech.* **56**, 657–681.
- [24] Cao, S., Tamura, T., (2006) "Experimental study on roughness effects on turbulent boundary layer flow over a two-dimensional steep hill". *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* **94**, 1–19.
- [25] Carlson, J. J., Johnston, J. P., Sagi, C. J. (1967) "Effects of wall shape on flow regimes and performance in straight two-dimensional diffusers". *J. Basic Eng.*, March, 151–160, 1967.
- [26] Castro, F. A, Palma, J. M. L. M., Silva Lopes, A., (2002) "Simulation of the Askervein flow. Part 1: Reynolds averaged Navier-Stokes equations k-e turbulence model". *Boundary-Layer Meteorol.* **107**, 501–530.
- [27] Castro, I. P., Snyder, W. H., (1982) "A wind-tunnel study of dispersion from sources downwind of three-dimensional hills". *Atmos. Environ.* **16**, 1869–1887.
- [28] Castro, I. P., Apsley, D. D., (1997) "Flow and dispersion over topography: a comparison between numerical and laboratory data for two-dimensional flows". *Atmos. Environ.* **31**, 839–850.
- [29] Castro, I. P., (2007) "Rough-wall boundary layers: mean flow universality". *J. Fluid Mech.* **585**, 469–485.

- [30] Cataldi, M., Loureiro, J. B. R., Pimentel, L. C. G., Silva Freire, A. P., (2001) “Design features and flow measurements in a thermally stratified wind tunnel”. *XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, Uberlândia.
- [31] Cataldi, M., Loureiro, J. B. R., Rodrigues, D. A., Silva Freire, A. P., (2002a) “Stratified flows in a wind tunnel environment”. *Escola de Primavera de Transição e Turbulência*, EPTT2002, Florianópolis.
- [32] Cataldi, M., Loureiro, J. B. R., Silva Freire, A. P., (2002b) “A wind-tunnel study of thermally stratified boundary layers” *Proc. ASME Int. Mech. Eng. Conf. and Exp.*, IMECE 2002, Nova Orleans.
- [33] Cataldi, M., Loureiro, J. B. R., Pimentel, L. C. G., Silva Freire, A. P., (2002c) “A comparison between wind tunnel simulation and field measurements of atmospheric boundary layers”. *Anais do IX Encontro Nacional de Ciências Térmicas ENCIT2002*, Caxambu, MG.
- [34] Cataldi, M., Loureiro, J. B. R., Pimentel, L. C. G., Silva Freire, A. P., (2003) “A wind tunnel study of thermally stratified boundary layers over rough surfaces”. *Proc. of the 17th Int. Cong. Mech. Eng.*, COBEM2003, São Paulo.
- [35] Carruthers, D. J., Choularton, T. W., (1982) “Airflow Over Hills of Moderate Solpe”. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **108**, 603–624.
- [36] Cheng, H., Castro, I. P., (2002) “Near-wall flow development after a step change in surface roughness”. *Boundary-Layer Meteorol.* **105**, 411–432.
- [37] Clauser, F. H., (1954) “Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients”. *J. Aeronaut. Sci.* **21** 91–108.
- [38] Coles, D., (1956) “The law of the wake in the turbulent boundary layer”, *J. Fluid Mech.* **1**, 191–226.
- [39] Cruz D. O. A., Silva Freire A. P., (1998) “On single limits and the asymptotic

- behaviour of separating turbulent boundary layers”. *Int. J. Heat Mass Transfer* **41**, 2097–2111, 1998.
- [40] Cruz D. O. A., Silva Freire A. P. (2002) “Note on a thermal law of the wall for separating and recirculating flows”. *Int. J. Heat Mass Transfer* **45**, 1459–1465.
- [41] Dengel, P., Fernholz, H. H., (1990) “An experimental investigation of an incompressible turbulent boundary layer in the vicinity of separation”. *J. Fluid Mech.* **212**, 615–636.
- [42] Durbin, P. A., Belcher, S. E., (1992) “Scaling of adverse-pressure-gradient turbulent boundary layers”. *J. Fluid Mech.* **238** 699–722.
- [43] Deriat, E., Guiraud, J. P., (1986) “On the asymptotic description of turbulent boundary-layers”. *J. Mec. Theor. Appliq.*, special issue, 109–140.
- [44] Durst, F., Kikura, H., Lekakis, I., Jovanovic, J., Ye, Q., (1996) “Wall shear stress determination from near-wall mean velocity data in turbulent pipe and channel flows”. *Exp. Fluids* **20**, 417–428.
- [45] Fernholz, H. H., Finley, P. J., (1996) “The incompressible zero-pressure-gradient turbulent boundary layer: an assessment of the data”. *Prog. Aero. Sci.* **32**, 245–311
- [46] Finnigan, J. J., (1983) “ A streamlined coordinate system for distorted turbulent shear flows”. *J. Fluid Mech.* **130**, 241–258.
- [47] Fontoura Rodrigues, J. L. A., (1990) “Méthode de minimisation adaptée à la technique des éléments finis pour la simulation de écoulements turbulents avec conditions aux limites non linéaires de proche paroi”, 152pp, *Thèse de Doctorat*, École Centrale de Lyon.
- [48] Gad-el-Hak, M., Bandyopadhyay, P. R., (1994) “Reynolds number effects in wall-bounded turbulent flows”. *Appl. Mech. Review* **47**, 307–365
- [49] Garratt, J. R., (1992) “The atmospheric boundary layer”. Cambridge University Press, Cambridge.

- [50] Goldstein, S., (1930) “Concerning some solutions of the boundary layer equations in hydrodynamics”. *Proc. Cambridge Philosophical Soc.* **XXVI**, 1–30.
- [51] Goldstein, S., (1948) “On laminar boundary layer flow near a position of separation”. *Q. J. Mech. Appl. Maths.* **1**, 43–69.
- [52] Gong, W., Ibbetson, A., (1986) “A wind-tunnel study of turbulent flows over model hills”. *Boundary-Layer Meteorol.* **49**, 113–148.
- [53] Gong, W., Taylor, P. A., Dörnbrack A., (1996) “Turbulent boundary layer flow over fixed aerodynamically rough two dimensional sinusoidal waves”. *J. Fluid Mech.* **312**, 1–37.
- [54] Grant, A. L. M., (1992) “The structure of turbulence in the near-neutral atmospheric boundary-layer”. *J. Atmos. Sci.* **49**, 226–239.
- [55] Gyure, B., Janosi, I. M., (2003) “Stratified flow over asymmetric and double bell-shaped obstacles”. *Dyn. of Atmos. and Oceans* **37**, 155–170.
- [56] Hama, F. R., (1954) “Boundary layer characteristics for smooth and rough surfaces”. *Soc. Naval Architects Marine Engrs. Trans.* **62**, 333–358.
- [57] Hewer, F. E., (1998) “Non-linear numerical model predictions of flow over an isolated hill of moderate slope”. *Boundary-Layer Meteorol.* **87**, 381–408.
- [58] Hughes, T. J. R., Brooks, A., (1979) “A multi-dimensional upwind scheme with no crosswind diffusion”. *Finite Element Methods for Convection Dominated Flows*, ASME-AMD, **34**, 19–35, New York.
- [59] Hunt, J. C. R., Leibovich, S., Richards, K.J., (1988) “Turbulent shear flow over low hills”. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **114**, 1435–1470.
- [60] Hurley, P. J., (1997) “An evaluation of several turbulence schemes for the prediction of mean and turbulent fields in complex terrain”. *Boundary-Layer Meteorol.* **83**, 43–73.

- [61] Iizuka, S., Kondo, H., (2004) "Performance of various sub-grid scale models in large-eddy simulations of turbulent flow over complex". *Atmos. Environ.* **38**, 7083–7091.
- [62] Ikeda, T., Durbin, P. A., (2007) "Direct simulations of a rough-wall channel flow". *J. Fluid Mech.* **571**, 235–263.
- [63] Ishihara, T., Fujino, Y., Hibi, K., (2001) "A wind tunnel study of separated flow over a two-dimensional ridge and a circular hill". *J. Wind Eng.* **89**, 573-576.
- [64] Izakson, A., (1937) "On the formula for the velocity distribution near walls". *Tech. Phys. USSR.* **IV**, 473.
- [65] Jackson, P. S., Hunt, J. C. R., (1975) "Turbulent wind flow over a low hill". *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **101**, 929–955.
- [66] Jackson, P. S., (1981) "On the displacement height in the logarithmic velocity profile". *J. Fluid Mech.* **111**, 15–25.
- [67] Kader, B. A., Yaglom, A. M., (1978) "Similarity treatment of moving-equilibrium turbulent boundary layers in adverse pressure gradients". *J. Fluid Mech* **89**, 305–342.
- [68] Kaimal, J. C., Finnigan, J. J., (1994) "Atmospheric Boundary Layer Flows – Their structure and measurement.", Oxford University Press
- [69] Kaplun, S., (1967) "Fluid mechanics and singular perturbations". Academic Press
- [70] Kaster-Klein, P., Rotach, M. W., (2004) "Mean flow and turbulence characteristics in an urban roughness sublayer". *Boundary-Layer Meteorol.* **111**, 55–84.
- [71] Kelly, D. W., Nakazawa, S., Zienkiewicz, S., (1980) "A note on upwinding and anisotropic balancing dissipation in finite element approximations to convective diffusion problems". *Int. J. Numer. Methods Eng.* **15**, 11, 1705–1711.
- [72] Khurshudyan, L. H., Snyder, W. H., Nekrasov, I. V., (1981) "Flow and dispersion of pollutants over two-dimensional hills". *Env. Prot. Agency Rpt. No. EPA-600/4-81-067*, Research Triangle Park, NC, 130 pp.

- [73] Kim, H. G., Lee, C. M., Lim, H. C., Kyong, N. H., (1997) “An experimental and numerical study on the flow over two-dimensional hills”. *J. Wind. Engng. Ind. Aero.* **66**, 17–33.
- [74] Kim, H. G., Patel, V. C., (2000) “Test of turbulence models for wind flow over terrain with separation and recirculation”. *Boundary-Layer Meteorol.* **94**, 5–21.
- [75] Kim, J., Kline, S. J., Johnston, J. P., (1980) “Investigation of a reattaching turbulent shear layer: Flow over a back-ward facing step”. *J. Fluids Eng.* **102**, 302–308.
- [76] Kobayashi, M. H., Pereira, J. C. F., Siqueira, M. B. B., (1994) “Numerical study of the turbulent flow over and in a model forest on a 2D hill”. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* **53**, 357–374.
- [77] Lagerstrom, P.A., Casten, R.G., (1972) “Basic concepts underlying singular perturbation techniques”. *SIAM Review* **14**, 63–120.
- [78] Lagerstrom, P. A., (1988) *Matched asymptotic expansions*. Springer, Heidelberg.
- [79] Lamb, H., (1932) *Hydrodynamics*. Dover Publications New York.
- [80] Landau, L. D. e Lifshitz, E. M. (1959) *Matched asymptotic expansions*. Elsevier, Butterworth Heinemann.
- [81] Launder B. E., Spalding, D. B., (1974) “The Numerical Computation of Turbulent Flows”. *Comput. Meth. Appl. Mech.* **3**, 269–289.
- [82] Launder B. E., Reece, G. J., Rodi, W., (1975) “Progress in the developments of a Reynolds stress turbulence closure”. *J. Fluid Mech.* **68**, 537–566.
- [83] Logan, S. E., (1972) “A laser velocimeter for Reynolds stress and other turbulence measurements”. *AIAA J.* **10** 933–935.
- [84] Long, R. R., Chen, T. C., (1981) “Experimental evidence for the existence of the mesolayer in turbulent systems”. *J. Fluid Mech.* **105** 19–59.

- [85] Loureiro, J. B. R., Vasques, F. S., Rodrigues, D. A., Terra, R. J., Silva Freire, A. P., (2000a) “A wind tunnel study of turbulent flow over hills. Part I: Smooth changes in surface elevation”. *VII Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, ENCIT2000, Porto Alegre, Outubro.
- [86] Loureiro, J. B. R., Vasques, F. S., Rodrigues, D. A., Terra, R. J., Silva Freire, A. P., (2000b) “A wind tunnel study of turbulent flow over hills. Part II: Large changes in surface elevation”. *VII Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, ENCIT2000, Porto Alegre, Outubro.
- [87] Loureiro, J. B. R., Cataldi, M., Silva Freire, A. P., (2001) “An experimental study of turbulent stratified flows over hills with large changes in surface elevation”. *XVI Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica*, COBEM2001, Uberlândia, dezembro.
- [88] Loureiro, J. B. R., Rodrigues, D. A., Cataldi, M., Silva Freire, A. P., (2002) “Reducing data on low Reynolds number flows”. *VIII Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, ENCIT2002, Caxambu.
- [89] Loureiro, J. B. R., Silva Freire, A. P., (2003a) “A comparative study of hot/cold wire anemometer data reduction”. *Proc. 17th Int. Cong. Mech. Eng.*, COBEM2003, São Paulo.
- [90] Loureiro, J. B. R., Rodrigues, D. A., Baldoíno, W. M., Jian, S., Silva Freire, A. P., (2003b) “On the flow near the leading edge of a flat plate”. *Proc. 17th Int. Cong. Mech. Eng.*, COBEM2003, São Paulo.
- [91] Loureiro, J. B. R., (2005) “Escoamentos sobre superfícies rugosas e elevações topográficas”, *Dissertação de Mestrado*, 153 pp, Programa de Engenharia Mecânica, COPPE/UFRJ.
- [92] Loureiro, J. B. R., Silva Freire, A. P., (2005a) “Experimental investigation of turbulent boundary layers over steep two-dimensional elevations”. *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, **XXVII** 329–344.

- [93] Loureiro, J. B. R., Soares, D. V., Fontoura Rodrigues, J. L. A., Pinho, F. T., Silva Freire, A. P., (2005*b*) “Investigation of turbulent flow over a steep hill using laser-Doppler anemometry”. *Proc. 18th Int. Cong. Mech. Eng. COBEM2005*, Ouro Preto, MG.
- [94] Loureiro, J. B. R., Parreira, M. B., Alho, A. T, Silva Freire, A. P., (2005*c*) “A comparison between numerical and laboratory data for two-dimensional steep topographic elevation”. *Proc. 18th Int. Cong. Mech. Eng. COBEM2005*, Ouro Preto, M.G..
- [95] Loureiro, J. B. R., Neto, J. L. S., (2006*a*) “Princípios de anemometria térmica”. *Turbulência V*, Tomo I., 99–171.
- [96] Loureiro, J. B. R., Pinho, F. T., (2006*b*) “Fundamentos de anemometria a laser-Doppler”. *Turbulência V*, Tomo I., 173–252.
- [97] Loureiro, J. B. R., Silva Freire, A. P., (2006*c*) “Scaling laws for separating turbulent boundary layers”. *Anais da 5a Escola de Primavera de Transição e Turbulência*, EPTT2006, Rio de Janeiro.
- [98] Loureiro, J. B. R., Silva Freire, A. P., (2006*d*) “Scaling laws for the turbulent boundary layers subject to adverse pressure gradient and separation”. *Proc. 11th Braz. Cong. Thermal Sci. Eng.*, ENCIT2006, Curitiba.
- [99] Loureiro, J. B. R., Monteiro, A. S., Neto, J. L. S., Silva Freire, A. P., (2006*e*) “Experimental investigation of the dynamical response of a hot-wire anemometer developed to industrial applications”. *Proc. Int. Symp. on Industrial Electronics*, ISIE 2006, Montreal, Canada.
- [100] Loureiro, J. B. R., Lacerda, A. S., Neto, J. L. S., (2006*f*) “Evaluation of the approximate linear dynamic response of a constant temperature anemometer”. *Proc. 11th Braz. Cong. Thermal Sci. and Eng.*, ENCIT 2006, Curitiba.

- [101] Loureiro, J. B. R., Soares, D. V., Fontoura Rodrigues, J. L. A., Pinho, F. T., Silva Freire, A. P., (2007a) “Water tank and numerical model studies of flow over steep smooth two-dimensional hills”. *Boundary-Layer Meteorol.* **122** 343–365.
- [102] Loureiro, J. B. R., Pinho, F. T., Silva Freire, A. P. (2007b) “Near wall characterization of the flow over a two-dimensional steep smooth hill”. *Exp Fluids* **42**, 441–457.
- [103] Loureiro, J. B. R., Alho, A. T. P., Silva Freire, A. P. (2007c) “Functional behaviour of scaling velocities for turbulent separating flows”. *Proc. 19th Int. Congress of Mech. Eng.* (COBEM 2007), Brasília.
- [104] Loureiro, J. B. R., Monteiro, A. S., Rodrigues, D. A., Alho, A. T. P., Pinho, F. T., Silva Freire, A. P. (2007d) “Law of the wall formulations for separating flow over rough surfaces”. *Proc. 19th Int. Congress of Mech. Eng.* (COBEM 2007), Brasília.
- [105] Loureiro, J. B. R., Alho, A. T. P., Silva Freire, A. P. (2008a) “The numerical computation of near wall turbulent flow over a steep hill”. *J. Wind Eng. Ind. Aero.* In press.
- [106] Loureiro, J. B. R., Monteiro, A. S., Pinho, F. T., Silva Freire, A. P., (2008b) “Water tank studies of separating flow over rough hills” (under Review). *Boundary-Layer Meteorol.*
- [107] MacDonald, R. W., Griffiths, R. F., Hall, D. J., (1998) “An improved method for the estimation of surface roughness of obstacle arrays”. *Atmos. Environ.* **32**, 1857–1864.
- [108] MacDonald, R. W., (2000) “Modelling the mean velocity profile in the urban canopy layer”. *Boundary-Layer Meteorol.* **97**, 25–45.
- [109] Malhi, Y., (1996) “The behaviour of the roughness length for temperature over heterogeneous surfaces”. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **122**, 1095–1125.
- [110] Mansour, N. M., Kim, J., Moin, P., (1983) “Investigation of a reattaching turbulent shear layer: Flow over a back-ward facing step”. *J. Fluids Eng.* **102**.

- [111] Mason, P. J., Sykes, R. I., (1979) “Flow over an isolated hill of moderate slope”. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **105**, 383–395.
- [112] Mason, P. J., King, J. C., (1985) “Measurements and predictions of flow and turbulence over an isolated hill of moderate slope”. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **111**, 617–640.
- [113] Mason, P. J., (1986) “Flow over the summit of an isolated hill”. *Boundary-Layer Meteorol.* **37**, 383–405.
- [114] Mellor, G. L., (1966) “The effects of pressure gradients on turbulent flow near a smooth wall”. *J. Fluid Mech.* **24**, 255–274.
- [115] Mellor, G. L., (1972) “The large Reynolds number, asymptotic theory of turbulent boundary layers”. *Int. J. Engng. Sci.* **10**, 851–873.
- [116] Melnik, R. E., (1989) “An asymptotic theory of turbulent separation”. *Computers and Fluids* **17**, 165–184.
- [117] Menter, F. R., (1994) “Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications”. *AIAA J.* **32**, 1598–1605.
- [118] Meyer, R. E., (1967) “On the approximation of double limits by single limits and the Kaplun extension theorem”. *J. Inst. Maths. Applics.* **3**, 245–249.
- [119] Millikan, C. B., (1939) “A critical discussion of turbulent flow in channels and tubes”. *Proc. 5th Int. Cong. App. Mech.*, J. Wiley, N. Y., 386–392.
- [120] Monin, A. S. e Yaglom, A. M. (1971) *Statistical fluid mechanics – Mechanics of turbulence, Volume I. Dover publications*, New York.
- [121] Monteiro, A. S., Loureiro, J. B. R., Moraes, O., Silva Freire, Atila P., (2005) “Turbulence measurements in the atmospheric boundary layer: a comparison between hot-wire and sonic anemometer data”. *Proc. 18th Int. Cong. Mech. Eng.* COBEM2005, Ouro Preto, M. G.

- [122] Monteiro, A. S., Loureiro, J. B. R., Pinho, F. T., Silva Freire, Atila P., (2006) “Flow over a steep rough hill”. *Proc. 11th Braz. Cong. of Thermal Sci. and Eng.*, ENCIT 2006, Curitiba.
- [123] Monteiro, A. S., (2007) “Estudo experimental de escoamentos turbulentos sobre colinas bidimensionais rugosas”, *Dissertação de Mestrado*, 127 pp, Programa de Engenharia Mecânica, COPPE/UFRJ.
- [124] Na, Y., Moin, P., (1998) “Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer”. *J. Fluid Mech.* **374**, 379–405.
- [125] Nakayama, A., Koyama, H., (1984) “A wall law for turbulent boundary layers in adverse pressure gradients”. *AIAA J.* **22**, 1386–1389.
- [126] Naqwi A. A., Reynolds, W. C., (1987) “Dual cylindrical wave laser-Doppler method for measurement of skin friction in fluid flow”. *Report TF-28*, Stanford University.
- [127] Neff, D. V., Meroney, R. N. (1998) “Wind-tunnel modeling of hill and vegetation influence on wind power availability”. *J. Wind Eng. Indus. Aerodyn.* **74–76** 335—343.
- [128] Nickels, T. B., (2004) “Inner scaling law for wall-bounded flows subject to large pressure gradients”. *J. Fluid Mech.* **521**, 217–239.
- [129] Nikuradse, J., (1933) “Stromungsgesetzein Rauhen Rohren”. *V. D. I. Forschungsheft* **361**.
- [130] Ohba, R., Nakamura, S., (1990) “Wind tunnel experiment of gas diffusion in stably stratified flow over a complicated terrain”. *Atmos. Environ.* **8**, 1987–2001.
- [131] Ohba, R., Hara, T., Nakamura, S., Ohya, Y., Uchida, T., (2002) “Gas diffusion over an isolated hill under neutral, stable and unstable conditions”. *Atmos. Environ.* **36**, 5697–5707.
- [132] Oke, T. R., (1987) “Boundary Layer Climates”. Routledge, London.

- [133] Patrick, W. P., (1987) “Flowfield measurements in a separated and reattached flat plate turbulent boundary layer”. *NASA Contractor Report 4052*, 1–243.
- [134] Perry, A. E., Joubert, P. N., (1963) “Rough-wall boundary layers in adverse pressure gradients”. *J. Fluid. Mech.* **17**, 193–211.
- [135] Perry, A. E., Schofield, W. H., Joubert, P. N., (1969) “Rough-wall turbulent boundary layers”. *J. Fluid Mech.* **37**, 383–413.
- [136] Prandtl, L., (1925) “Über die ausgebildete Turbulenz”. *ZAMM* **5**, 136–139.
- [137] Raupach, M. R., Weng, W. S., Carruthers, D. J., Hunt, J. C. R., (1992) “Temperature and humidity fields and fluxes over low hills”. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **118**, 191–225.
- [138] Reneau, L. R., Johnston, J. P., Kline, S. J., (1967) “Performance and design of straight two dimensional diffusers”. *J. Basic Eng.*, March, 141–150.
- [139] Ross, A. N., Arnold, S., Vosper, S. B., Mobbs, S. D., Nixon, N., Robins, A. G., (2004) “A comparison of wind-tunnel experiments and numerical simulations of neutral and stratified flow over a hill”. *Boundary-Layer Meteorol.* **113**, 427–459.
- [140] Ruck, B., Adams, E., (1991) “Fluid mechanical aspects of the pollutant transport to coniferous trees”. *Boundary-Layer Meteorol.* **56**, 163–195.
- [141] Saffman, P. G., (1978) ‘Problems and progress in the theory of turbulence’. *Lecture Notes in Physics* **76**, 273–306.
- [142] Salmon, J. R., Teunissen, H. W., Mickle, R. E., Taylor, P. A., (1988) “The Kettles Hill Project: field observations, wind-Tunnel simulations and numerical model predictions for flow over a low hill”. *Boundary-Layer Meteorol.* **43**, 309–343.
- [143] Schlichting, H., (1979) “Boundary-Layer Theory”. McGraw-Hill, 7^a edição.
- [144] Scholz, H., (1955) “Strömungsvorgänge in Grenzschichten”. *VDI-Ber.*, **6**, 7–12.

- [145] Schubauer, G. B., Klebanoff, P. S. (1950) "Investigation of separation of the turbulent boundary layer". *Naca Report 1030*, 1–24.
- [146] Silva Freire, A. P., Hirata, M. H., (1990) "Approximate solutions to singular perturbation methods: the intermediate variable technique". *J. Math. Anal. and Appl.* **145**, 1, 241–253.
- [147] Silva Freire, A. P., Loureiro, J. B. R., (2002) "On Kaplun Limits and the generalized boundary layer theory". *Anais do Encontro Nacional de Ciências Térmicas ENCIT2002*, Caxambu, MG.
- [148] Silva Freire, A. P., Loureiro, J. B. R., (2004) "Transient convection in atmospheric turbulent boundary layers: a comparison between flow over smooth and rough surfaces". *Proc. 10th Braz. Cong. of Thermal Sci. and Eng.*, ENCIT2004, Rio de Janeiro.
- [149] Simpson, R. L., Chew, Y. T., Schivaprasad, B. G., (1981) "The structure of a separating boundary layer. Part 1: Mean flow and Reynolds stresses". *J. Fluid Mech.* **113**, 23–51.
- [150] Simpson, R. L., (1983) "A model for the backflow mean velocity profile". *AIAA J.* **21**, 142–143.
- [151] Simpson, R. L., (1996) "Aspects of turbulent boundary-layer separation". *Prog. Aero. Sci.* **32**, 457–521.
- [152] Simpson, R. L., Long, C. H., Byun, G., (2002) "Study of vortical separation from an axisymmetric hill". *Int. J. Heat and Fluid Flow* **23**, 582–591.
- [153] Skote, M., Hennigson, D. S., (2002) "Direct numerical simulation of a separated turbulent boundary layer". *J. Fluid Mech.* **471** 107–136.
- [154] Snyder, W. H., Thompson, R. S., Eskridge, R. E., Lawson, R. E., Castro, I. P., Lee, J. T., Hunt, J. C. R. e Ogawa, Y., (1985) "The structure of strongly stratified flow over hills: dividing streamline concept". *J. Fluid Mech.* **152** 249–288.

- [155] Snyder, W. H., Britter, R. E., (1987) “A wind-tunnel study of the flow structure and dispersion from sources upwind of three-dimensional hills”. *Atmos. Environ.* **21**, 735–751.
- [156] Snyder, W. H., Castro, I. P., (2002) “The critical Reynolds number for rough-wall boundary layers”. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* **90**, 41–54.
- [157] Soares, D. V., Loureiro, J. B. R., Silva Freire, A. P., Fontoura Rodrigues, J. L. A., (2005) “Numerical simulation of turbulence in open-channel flows”. *Proc. 18th Int. Cong. Mech. Eng.*, COBEM2005, Ouro Preto, M. G..
- [158] Soares, D. V., (2006) “Um modelo $\kappa\text{-}\omega$ para escoamentos turbulentos parietais dilatáveis”. *Dissertação de Mestrado*, Departamento de Engenharia Mecânica, DEM/UnB.
- [159] Song, S., DeGraaff, D., Eaton, J. K., (2000) “Experimental study of a separating, reattaching, and redeveloping flow over a smoothly contoured ramp”. *Int. J. Heat and Fluid Flow* **21**, 512–519.
- [160] Song, S., Eaton, J., (2002) “The effects of wall roughness on the separated flow over a smoothly contoured ramp”. *Exp. Fluids* **33**, 38–46.
- [161] Speziale, C. G., Sakar, S., Gatski, T. B., (1991) “Modelling the pressure-strain correlation of turbulence: an invariant dynamical systems approach”. *J. Fluid Mech.* **227** 245–272.
- [162] Stratford, B. S., (1959) “The prediction of separation of the turbulent boundary layer”. *J. Fluid Mech.* **5**, 1–16.
- [163] Svensson, V., Haggkvist, K., (1990) “A two equation turbulent model for canopy flows”. *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* **35**, 201–211.
- [164] Sychev, V. V., Sychev, Vik V., (1980) “On turbulent separation”. *USSR Comput. Maths. Math. Phys.* **20**, 133–145.

- [165] Sychev, V. V., Sychev, V. V., (1987) “On turbulent boundary layer structure”. *PMM USSR* **51**, 462–467.
- [166] Sykes, R. I., (1980) “An asymptotic theory of incompressible turbulent boundary-layer flow over a small hump”. *J. Fluid Mech.* **101**, 647–670.
- [167] Tamura, T., Cao, S., Okuno, A., (2007) “LES study of turbulent boundary layer over a smooth and a rough 2D hill model”. *Flow Turbulence Combust.* **79**, 405–432.
- [168] Taylor, G. I., (1916) “The transport of vorticity and heat through fluid in turbulent motion”. *Phil. Trans. A* **215**, 1–26.
- [169] Taylor, P. A., (1981) “Model predictions of neutrally stratified planetary boundary layer flow over ridges”. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **107**, 111–120.
- [170] Taylor, P. A., Teunissen, H. W., (1987) “The Askervein Hill Project: overview and background data”. *Boundary-Layer Meteorol.* **39**, 15–39.
- [171] Tennekes, H., (1973) “The logarithmic wind profile”. *J. Atmos. Sci.* **30**, 234–238.
- [172] Thompson, B. E., Whitelaw, J. H., (1985) “Characteristics of a trailing-edge flow with turbulent boundary layer separation”. *J. Fluid Mech.* **18**, 1–57.
- [173] Townsend, A. A., (1972) “Flow in a deep turbulent boundary layer over a surface distorted by water waves”. *J. Fluid Mech.*, **55**, 719–735.
- [174] Townsend, A. A., (1976) “The structure of turbulent shear flow”, C.U.P.
- [175] Trupp, A. C. , Azad, R. S., Kassab, S. Z., (1986) “Near-wall velocity distributions within a straight conical diffuser”. *Exp. Fluids* **4**, 319–331.
- [176] van Dyke, M., (1982) “An album of fluid mechanics”, 176 pp., Parabolic Press.
- [177] von Kármán, Th., (1930) “Mechanische ahnlichkeit und turbulenz.” *Proc. Third Intern. Congress for Appl. Mech.*, Stockholm.
- [178] von Kármán, Th., (1939) “The analogy between fluid friction and heat transfer”. *Trans. ASME* **61**, 705–710.

- [179] Wang, C., Jang, Y. J., Leschziner, M. A., (2004) “Modelling two- and three-dimensional separation from curved surfaces with anisotropy-resolving turbulence closures”. *Int. J. Heat and Fluid Flow* **25**, 499–512.
- [180] White, F. M., (1979) “Viscous fluid flow”, McGraw-Hill.
- [181] Wilcox, D. C., (1988) “Multiscale model for turbulent flows”. *AIAA J.* **26**, 1311–1320.
- [182] Winter, K. G., (1977) “An outline of the techniques available for the measurement of skin friction in turbulent boundary layers”. *Prog. Aero. Sciences.* **212**, 615–636.
- [183] Wood, N., (2000) “Wind flow over complex terrain: a historical perspective and the prospect for large-eddy modelling”. *Boundary-Layer Meteorol.* **96**, 11–32.
- [184] Wood, N., Mason, P. J. (1993) “The pressure force induced by neutral, turbulent flow over hills”. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **119**, 1233–1267.
- [185] Wygnanski, I., Fiedler, H. E., (1970) “The two-dimensional mixing region”. *J. Fluid Mech.* **41**, 327–361.
- [186] Yajnik, K. S., (1970) “Asymptotic theory of turbulent shear flow”. *J. Fluid Mech.* **42**, 411–427.
- [187] Ying, R., Canuto, V. M., Ypma, R. M., (1994) “Numerical simulation of flow data over two-dimensional hills”. *Boundary-Layer Meteorol.* **70**, 401–427.
- [188] Ying, R., Canuto, V.M., (1997) “Numerical simulation of the flow over two-dimensional hills using a second-order turbulence closure model”. *Boundary-Layer Meteorol.* **85**, 447–474.
- [189] Zeman, O., Jensen, N. O., (1987) “Modification of turbulence characteristics in flows over hills”. *Quart. J. Roy. Meteorol. Soc.* **113**, 55–80.