

Um Modelo de Turbulência Algébrico para a Descrição de Plumas de Bolhas

Andréa da Costa Alves

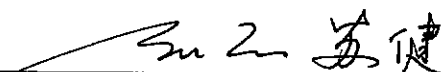
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUÍZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO O ÚLTIMO DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovada por:

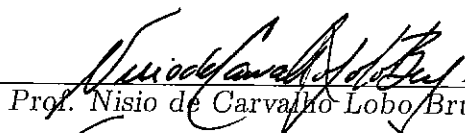


Prof. Atila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.,

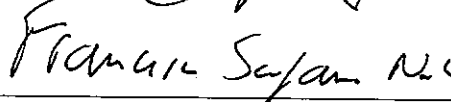
(presidente)



Prof. Su Jian, D.Sc.,



Prof. Nisio de Carvalho Lobo Brum, D.Sc.,



Prof. Francesco Scófano Neto, D.Sc..

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Março de 1999

Alves, Andréa Costa

Um Modelo de Turbulência Algébrico para a Descrição de Plumas de Bolhas.

(Rio de Janeiro) 1999

57p 29,7cm (COPPE/UFRJ M.Sc., Engenharia Mecânica, 1999)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Fenômenos de Transporte I. COPPE/UFRJ II. Título (Série)

AGRADECIMENTOS

Aos Professores Átila Silva Freire e Su Jian, pela orientação, apoio e incentivo na realização deste trabalho.

Ao corpo docente do Programa de Engenharia Mecânica, pela grande experiência e conhecimento que adquiri durante esse pequeno tempo de convivência.

Aos amigos e parentes, que sempre confiaram em minha capacidade e me incentivaram a seguir em frente.

À CAPES, pelo apoio financeiro a este trabalho.

Resumo da tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

UM MODELO DE TURBULÊNCIA ALGÉBRICO PARA A DESCRIÇÃO DE PLUMAS DE BOLHAS

Andréa Costa Alves

fevereiro de 1999

Orientador: Atila Pantaleão Silva Freire

Departamento: Engenharia Mecânica

O presente trabalho propõe um novo modelo de turbulência algébrico para a descrição de plumas de bolhas. O modelo é baseado nos conceitos de viscosidade turbulenta e de difusividade turbulenta, recorrendo a argumentos dimensionais e dados experimentais para chegar a relações funcionais que envolvam apenas variáveis primitivas do escoamento. O modelo apresenta uma grande melhora sobre outros modelos algébricos disponíveis na literatura, fornecendo melhores resultados a um custo computacional menor. Os resultados incluem predições de perfis de velocidade, da fração de vazio e do raio da pluma. As quatro constantes que aparecem na teoria são determinadas através de uma comparação com os dados de Milgram e Van Houten(1982) e de Milgram(1983), para profundidades variando de 6 a 20 metros. A concordância da teoria com os experimentos é mostrada ser boa.

Abstract of thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfilment of the requirements for the degree of Master in Science (M.Sc.).

AN ALGEBRAIC TURBULENCE MODEL FOR THE
DESCRIPTION OF BUBBLE PLUMES

Andréa Costa Alves

fevereiro de 1999

Supervisor: Atila Pantaleão Silva Freire

Department: Mechanical Engineering

The present work advances a new algebraic turbulence model for the description of bubble plumes. The model is based on the eddy viscosity and bubble diffusivity concepts, resorting to dimensional arguments and experimental data to arrive at functional relationships involving only primitive variables of the flow. The model is an improvement over other algebraic models in literature, providing better results with a lower computational cost. The results include predictions of the velocity profiles, of the void fraction and of the plume radius. The four constants that appear in the theory are determined through comparison with the data of Milgram and Van Houten(1982) and of Milgram(1983), for depths ranging from 6 to 20 meters. The agreement is shown to be very good.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Revisão bibliográfica	6
2.1	Métodos integrais	6
2.2	Métodos diferenciais	10
2.2.1	Modelos algébricos	11
2.2.2	Modelos de uma equação	13
2.2.3	Modelos de duas equações	13
2.3	Técnicas experimentais	15
3	Fundamentação teórica	17
3.1	A teoria integral de Milgram	19
3.2	As equações diferenciais que descrevem o movimento	24
3.3	O modelo algébrico proposto	25
3.3.1	A modelagem de u_{cl}	28
3.3.2	A modelagem de C_{cl} e de b_u	28
3.4	Implementação numérica	34
4	Resultados	37
4.1	A Validação do código numérico	37
4.2	A validação do modelo de turbulência	43
5	Conclusão	51
6	Bibliografia	52

Capítulo 1

Introdução

Quando um fluxo contínuo de gás é liberado no interior de um meio líquido, o gás toma a forma de bolhas que se movimentam em sentido ascendente devido ao empuxo provocado pela diferença de massa específica entre a fase líquida e a gasosa. Esse movimento provoca um escoamento no líquido por força da ação do arrasto superficial das bolhas, também ascendente, chamado de pluma de bolhas. O estudo desse tipo de escoamento é de grande importância e tem sido muito estimulado pela sua aplicação prática em diversos campos da engenharia.

Entre as diversas aplicações da pluma de bolhas ao longo dos anos podemos citar:

- A utilização da injeção de gás em panelas de metal líquido para realização de processos metalúrgicos.
- O uso de cortinas de bolhas para evitar a expansão da área atingida por vazamentos de substâncias químicas.
- O uso da pluma de bolhas para evitar o congelamento em partes determinadas de rios ou lagos, ou simplesmente para promover a desestratificação em lagos ou reservatórios que desenvolvem sazonalmente grandes diferenciais de temperatura ou de composição, o que pode afetar substancialmente a qualidade da água a ser consumida.

Além dessas diversas aplicações da pluma de bolhas, o que muito tem estimulado recentes estudos do fenômeno é a necessidade da indústria petroquímica de controlar os

efeitos de eventuais vazamentos de grandes volumes de gás e óleo em poços submarinos, surgidos durante a perfuração ou operação dos mesmos. Quando tais vazamentos ocorrem, a pluma de bolha formada pelos gases, ao chegar à superfície, pode gerar ondas capazes de danificar plataformas de petróleo e impedir que navios de resgate se aproximem para controlar o vazamento. Além disso, a corrente marinha gerada ao redor da pluma de cima para baixo mistura as águas da superfície com as do fundo, homogeneizando a temperatura, quebrando, assim, o equilíbrio ecológico marinho. Daí a necessidade de se prever o comportamento das plumas e seus efeitos através de estudos cada vez mais detalhados sobre o fenômeno.

O objetivo do presente trabalho é desenvolver um modelo de turbulência algébrico para a descrição da viscosidade turbulenta e da difusividade turbulenta das bolhas como função das propriedades do escoamento. Com este procedimento, espera-se obter um modelo capaz de responder melhor à previsão das propriedades de plumas de bolhas sujeitas a efeitos complicadores como, por exemplo, um escoamento cruzado.

Para a solução do problema de pluma de bolhas, espécie de escoamento cisalhante livre bifásico, diversos métodos e teorias foram desenvolvidas no passado. Por um longo tempo, os problemas de escoamentos cisalhantes livres, em geral, foram tratados com base nos chamados métodos integrais, que se baseiam em balanços de energia cinética e de quantidade de movimento macroscópica. As teorias integrais aplicáveis a pluma de bolhas que recebem maior destaque na literatura foram desenvolvidas por: Ditmars and Cederwall(1974), Hussain and Siegel(1976) e Milgram(1983). Todas essas teorias utilizam o mesmo conjunto básico de equações, que são: a equação de conservação de massa da fase líquida com a hipótese de entranhamento, a equação de conservação de massa para a fase gasosa e a equação da taxa de variação do fluxo da quantidade de movimento com as flutuações por variação de massa específica. Dessas teorias, porém, nenhuma utiliza qualquer hipótese mais elaborada sobre a natureza turbulenta do escoamento. Como sabe-se que esse escoamento é, de fato, turbulento, o problema fica contornado pela introdução de um fator de amplificação da quantidade de movimento para levar em conta o efeito da turbulência; isto trás para o método pouca confiabilidade na extensão dos modelos para casos não testados experimentalmente. Além disso, pelos métodos integrais, apenas

as características do escoamento médio podem ser estimadas, sem que qualquer previsão sobre as grandezas ligadas ao efeito turbulento possa ser feita.

Devido às deficiências e limitações dos métodos integrais, os chamados métodos diferenciais assumem grande importância e interesse prático. Os métodos integrais fazem fortes hipóteses sobre a natureza dos perfis médios das grandezas que aparecem no problema, normalmente considerando possuírem eles uma forma gaussiana ou de degrau. Isto nem sempre pode ser considerado verdade para configurações que não sejam eminentemente axissimétricas, ou onde algum tipo de interação aconteça. Por este motivo é desejável que formulações baseadas em balanços locais sejam desenvolvidas, ou seja, formulações diferenciais.

As metodologias diferenciais sempre partem das equações de Navier-Stokes depois que algum tipo de promediação é feita. A equação resultante para as grandezas médias apresenta então termos que envolvem as flutuações turbulentas que precisam ser modelados; esta constitui-se na dificuldade básica da modelagem diferencial. Este assunto será tratado em detalhes a seguir.

Na utilização dos métodos diferenciais para pluma de bolhas, surgem dois conceitos turbulentos importantes: a viscosidade cinemática efetiva (soma da viscosidade cinemática do líquido com a viscosidade cinemática turbulenta) e a difusividade efetiva das bolhas. Esses parâmetros aparecem respectivamente nas equações de conservação da taxa de variação da quantidade de movimento da fase líquida e da fase gasosa, e a determinação de seus valores depende de uma modelagem do campo turbulento. A classificação dos modelos diferenciais de possível aplicação depende do número de equações diferenciais utilizadas para a prescrição da viscosidade turbulenta, mas nenhuma tentativa foi feita no sentido de utilizarem-se equações diferenciais para a descrição da difusividade turbulenta das bolhas para a qual utilizam-se normalmente modelagens algébricas.

Os modelos diferenciais podem então ser classificados em:

1. Modelo Algébrico. Também conhecido como modelo de zero equações, é aquele que utiliza apenas equações algébricas para a prescrição da viscosidade turbulenta.
2. Modelos de uma equação. Utiliza uma equação de transporte para a descrição da

escala de velocidade característica e equações algébricas para a descrição da escala de comprimento característica.

Considere que a viscosidade turbulenta pode ser descrita como se segue:

$$\nu = u_c l_c; \quad (1.1)$$

onde

u_c = velocidade característica;

l_c = comprimento característico.

A decomposição da viscosidade turbulenta em uma velocidade característica e em um comprimento característico pode ser vista como uma analogia direta com a teoria cinética dos gases. Semelhantemente, a expressão acima pode ser obtida a partir de uma análise por dimensional.

Nos modelos algébricos a velocidade característica pode ser determinada pela teoria do comprimento de mistura, segundo a qual a ordem de grandeza das flutuações da velocidade transversal seria a mesma das flutuações da velocidade longitudinal, e que essas seriam proporcionais à distância média percorrida por uma partícula de fluido vezes o gradiente local de velocidade.

Para os modelos diferenciais de uma equação, a velocidade característica é especificada por uma equação de transporte para a energia cinética turbulenta κ , obtendo-se

$$u_c = \sqrt{\kappa}. \quad (1.2)$$

3. Modelos de duas equações. Utiliza duas equações de transporte: uma para a descrição da escala de velocidade e outra para a escala de comprimento ou outro parametro característico do escoamento. Nos modelos a velocidade característica é tomada como sendo $\sqrt{\kappa}$, mas diferentes variáveis vêm sendo tomadas pelos diversos autores para a segunda equação de transporte. Dentre elas podemos destacar: $\epsilon =$

$\kappa^{3/2}/l_c$ (taxa de dissipação por unidade de massa da energia cinética turbulenta) e $\omega = \kappa^{1/2}/l_c$ (frequência média de passagem das escalas turbulentas que contém as maiores energias). Com isso, definem-se os dois mais populares modelos de duas equações: o modelo $\kappa - \epsilon$ e o modelo $\kappa - \omega$.

Como dito anteriormente, o objetivo desse trabalho é o desenvolvimento de um modelo algébrico turbulento a ser utilizado com a metodologia diferencial para a descrição das seguintes propriedades da pluma de bolhas ao longo do escoamento:

- distribuição radial da velocidade vertical da fase líquida;
- a distribuição radial da fração volumétrica de gás;
- o raio da pluma.

A modelagem algébrica foi escolhida por ser a mais simples e de fácil implementação numérica, podendo servir como um ponto de partida para futuros desenvolvimentos de modelos de uma ou duas equações.

O modelo desenvolvido usa as seguintes equações para descrever o movimento: a equação de continuidade da fase líquida e as equações de quantidade de movimento para a fase líquida e para a fase gasosa, utilizando-se como hipóteses simplificadoras a aproximação para camada cisalhante e a hipótese de Boussinesq. Nesse modelo, usam-se os conceitos de viscosidade turbulenta e difusividade turbulenta das bolhas, cujas modelagens baseiam-se em algumas hipóteses sobre a natureza matemática da solução. Nessas modelagens surgem constantes que são obtidas através da avaliação de alguns dados experimentais.

Capítulo 2

Revisão bibliográfica

O problema de pluma de bolhas, assim como os outros diversos tipos de problemas de escoamento cisalhante livre, vem sendo tratado de forma mais intensa pelos métodos integrais. Esses métodos são os mais populares por serem robustos e de implementação computacional relativamente simples. Mas apesar da simplicidade desses métodos, eles apresentam severas limitações quanto à determinação das características turbulentas do escoamento. Com isso surge a importância dos métodos diferenciais, os quais foram amplamente desenvolvidos nas últimas duas décadas. Esses dois tipos de metodologia serão apresentados e discutidos a seguir.

2.1 Métodos integrais

Diversas teorias integrais foram desenvolvidas para aplicação no problema de pluma de bolhas, dentre as quais a grande maioria se volta exclusivamente para as plumas que se desenvolvem em meios homogêneos em repouso. Elas baseiam-se em balanços de energia e de quantidade de movimento macroscópica, além de buscar equações adicionais em hipóteses relativas ao entranhamento de líquido e às flutuações turbulentas induzidas pelas bolhas. As teorias são desenvolvidas em grande parte por analogia às análises realizadas para plumas térmicas, as quais servem de embasamento para a adoção de hipóteses acerca da física do problema.

Uma teoria normalmente utilizada pelos métodos integrais é a hipótese de entranhamento introduzida por G. I. Taylor em 1949, e que foi utilizada pela primeira vez em um trabalho por Morton, Taylor e Turner em 1956. A hipótese diz:

"A velocidade média do escoamento que penetra em um escoamento turbulento através de suas fronteiras é proporcional a uma velocidade característica."

ou seja,

$$u = \alpha U \quad (2.1)$$

onde u é velocidade de entranhamento, α é o coeficiente de entranhamento e U é a velocidade característica do escoamento principal.

Essa hipótese tem sido observada não ser exatamente verdadeira em algumas condições, mas sua aplicabilidade é grande e tem sido extremamente poderosa em problemas que envolvem jatos e plumas.

As teorias integrais de maior destaque na literatura, serão apresentadas a seguir de forma resumida.

A teoria de Kobus(1968) foi a primeira a desenvolver um procedimento analítico para a determinação das propriedades globais de pluma de bolhas. Ao contrário das teorias mais recentes, essa não usa a hipótese de entranhamento de Taylor. Ao invés disso, utiliza duas correlações experimentais, uma para o raio da pluma e outra para a velocidade de subida das bolhas, assumindo que o raio varia linearmente com a altura e o perfil de velocidades da fase líquida assume uma forma gaussiana. A teoria é toda desenvolvida por analogia às plumas térmicas fornecendo soluções analíticas explícitas.

O estudo teórico de Ditmars and Cederwall(1974) estende as teorias clássicas de plumas térmicas para plumas de bolhas, criando uma teoria integral análoga à teoria de Morton, Taylor e Turner(1956). Ambas baseiam-se na hipótese de entranhamento de Taylor, com coeficientes de entranhamento constantes. O avanço dessa teoria é a introdução de uma velocidade de escorregamento da fase gasosa em relação à fase líquida. Nessa teoria não se considera o fluxo de quantidade de movimento relativo às flutuações turbulentas e utiliza-se a hipótese de Boussinesq, portanto considera-se que quase toda a quantidade de movimento deve-se apenas à fase líquida.

Hussain and Siegel(1976) apresentam uma teoria integral para o cálculo da velocidade vertical induzida em um meio por uma coluna de bolhas ascendentes. O escoamento

consiste na esteira de bolhas e no líquido entranhado por efeitos viscosos; a expansão das bolhas é levada em conta. A peculiaridade dessa teoria é a adoção de um perfil retangular para a distribuição de velocidades, ao invés do perfil gaussiano tradicionalmente adotado. O modelo é aplicável para plumas com uma geometria característica, especificando-se uma relação de volume já conhecida entre as bolhas e as esteiras turbulentas resultantes.

Wilkinson(1979) desenvolveu uma teoria para plumas de bolhas bi-dimensionais. Na teoria, as propriedades da pluma eram fortemente influenciadas pelo número de Weber (We). Deste modo, a relação de força entre os efeitos do empuxo e da tensão superficial ficam dependentes deste parametro adimensional. Quando o número de Weber apresenta-se próximo da unidade os efeitos da tensão superficial possuem importância equivalente aos efeitos do empuxo. Para valores superiores a 10^2 apenas o empuxo domina o fenômeno. Uma teoria para plumas axissimétricas foi também proposta por Chesters et al.(1980). Nesse trabalho medições de velocidade de ambas as fases foram apresentadas.

Milgram(1983) utilizou uma grande variedade de dados experimentais em diferentes escalas, combinando-os com uma teoria integral para pluma de bolhas a fim de determinar relações funcionais entre propriedades locais da pluma e os coeficientes de entranhamento e a de amplificação da quantidade de movimento devida às flutuações turbulentas. Milgram foi o primeiro autor a propor uma expressão para o coeficiente de entranhamento que variava localmente com o número de Froude (α) das bolhas; ele também foi o primeiro autor a introduzir o conceito de fator de amplificação da quantidade de movimento (γ) como resultado da agitação das bolhas. Este fator foi observado variar localmente com o número de distribuição de fases. Como os dados experimentais analisados por Milgram cobriam a larga faixa de 0 a 50 metros de profundidade, sua teoria resultou em um refinado procedimento para a análise de plumas axissimétricas. De fato, as relações para α e γ aliadas à teoria integral clássica formam um conjunto de equações capazes de produzir soluções numéricas para as propriedades do escoamento principal de qualquer pluma de bolha axial. Por sua importância, a teoria de Milgram será revista em uma seção à parte.

Todos os trabalhos citados acima tratam em sua formulação da região da pluma chamada de zona de escoamento bem estabelecido. Para a região próxima à superfície, Fanneløp e Sjøen(1990) apresentaram uma teoria simplificada do escoamento baseada em

hipóteses simples de conservação de massa e de quantidade de movimento.

O trabalho de Zhou e Brimacombe(1994) constatou a existência de uma vazão crítica acima da qual a configuração do escoamento modificava-se com um aumento acentuado da região de desenvolvimento do escoamento. Um estudo bem mais recente de Brevik and Killie(1996), ainda utiliza os métodos integrais, mas, apresenta uma teoria alternativa onde a hipótese de entranhamento não é utilizada. Em sua substituição a equação da energia cinética turbulenta é invocada juntamente com a hipótese de que o componente dominante das tensões de Reynolds se preserva.

Para ambientes estratificados, várias teorias foram também desenvolvidas. Um trabalho importante, inclusive por seu aspecto precursor, foi o trabalho de McDougall(1978). Neste trabalho o autor demonstrou experimentalmente que quando uma pluma de bolhas ocorre em um ambiente estratificado, parte do fluido circundante pode ser transportado verticalmente por alguma distância até ele deixar a pluma e se espalhar horizontalmente no seu nível de massa específica. Os experimentos mostram a existência de uma estrutura de pluma mais complexa, o que levou o autor a propor uma estrutura de pluma dupla – o núcleo formado pelas bolhas e a parte externa pela parte que se espalha pelo ambiente. Para ambientes moderadamente estratificados, Hussain e Narang(1984) desenvolveram um modelo matemático para o cálculo das propriedades da fase líquida. A estes, outros estudos se seguiram, Goossens(1979), Baines e Leitch(1992), Zic et al.(1992), Asaeda e Imberger(1993) e Lemckert e Imberger(1993).

Nos escoamentos naturais, além da estratificação do meio, vários fatores complicadores acometem o problema. A existência de correntes cruzadas e a possível formação de hidratos pela ação das altas pressões e baixas temperaturas são fenômenos que devem ser incorporados a uma apropriada formulação das plumas de bolhas.

Para plumas sujeitas a um escoamento cruzado cizalhante, dois modelos podem ser encontrados na literatura: o modelo convectivo e o modelo local. Ambos modelos consideram que a deflexão da pluma ocorre principalmente por obra do líquido entranhado. A diferença de pressão deve, portanto, exercer um papel pequeno na deflexão. De fato, o modelo convectivo totalmente ignora este fator, considerando apenas que toda a quantidade de movimento entranhada na pluma se conserva. O modelo local, por sua vez,

considera que todo o fluido entranhado a uma determinada altura possui velocidade horizontal igual àquela do líquido ambiente à mesma altura. Uma comparação entre os modelos convectivo e local pode ser encontrada em Santos e Silva Freire(1993).

Sob certas condições de pressão e de temperatura, possíveis de serem atingidas em ambientes submarinos a grandes profundidades, alguns gases combinam-se quimicamente com água formando substâncias de massa específica próximas a da água denominadas hidratos. Para o gás natural, hidratos começam a se formar a partir de 200 metros de profundidade; para o metano, a partir de 500 metros. Utilizando a equação da cinética de formação de hidratos desenvolvida por Vysnianskas(1980), Tophan(1984) propôs uma teoria para plumas que se hidratam. A teoria mostra que, sob certas condições, a hidratação pode ser tão violenta que o gás reage integralmente com a água do mar completamente exaurindo a força motriz da pluma – seu empuxo. Nesta circunstância, o líquido que se encontrava em movimento ascendente é desacelerado, resultando em seu aprisionamento no fundo. Uma descrição da teoria de hidratação de um gás e sua aplicação a plumas de bolhas pode ser vista em Santos e Silva Freire(1994) e em Barbosa, Jr. et al.(1996).

Pode-se observar que, pelos métodos integrais, apenas as características do escoamento médio podem ser previstas, sem qualquer previsão sobre grandezas ligadas ao efeito turbulento. Nessas teorias integrais, não se utiliza qualquer hipótese mais elaborada sobre a natureza turbulenta do escoamento, e, portanto, a influência da turbulência é introduzida nos modelos através de um fator de amplificação da quantidade de movimento, o que trás para o método pouca confiabilidade na extensão dos modelos para casos não testados experimentalmente. Daí surge a importância dos métodos diferenciais que serão discutidos a seguir.

2.2 Métodos diferenciais

Os métodos diferenciais para plumas de bolhas assumem grande importância e interesse prático, uma vez que são capazes de fornecer a previsão do escoamento em detalhes tais como a distribuição radial da velocidade vertical da fase líquida e sua evolução, a distribuição da fração de gás, além de possibilitar ainda previsões em relação às grandezas

ligadas ao efeito turbulento no escoamento, superando-se assim as deficiências e limitações dos métodos integrais.

A metodologia diferencial baseia-se na solução numérica das equações diferenciais parciais que regem o problema, através da aplicação de diferenças finitas em substituição às derivadas das equações. No momento da definição das equações que regem o problema, são introduzidos dois conceitos turbulentos importantes: a viscosidade cinemática efetiva ν_{eff} (soma da viscosidade cinemática do líquido com a viscosidade cinemática turbulenta) e a difusividade efetiva das bolhas D_{eff} , os quais aparecem respectivamente nas equações de quantidade de movimento da fase líquida e da fase gasosa, após a introdução do conceito de velocidade média turbulenta, ou seja, assumindo-se que em um escoamento turbulento a velocidade pode ser dividida em uma velocidade média mais uma flutuação $u = \bar{u} + u'$. A determinação dos valores desses dois parâmetros depende de uma modelagem turbulenta.

Os modelos diferenciais existentes estão subdivididos segundo uma classificação que depende do número de equações diferenciais utilizadas para a prescrição da viscosidade turbulenta, mas nenhuma tentativa foi feita no sentido de utilizarem-se equações diferenciais para a descrição da difusividade turbulenta das bolhas para a qual utilizam-se usualmente modelagens algébricas. Os modelos diferenciais são então classificados em:

1. Modelos algébricos;
2. Modelos de uma equação;
3. Modelos de duas equações.

2.2.1 Modelos algébricos

Esses modelos, também conhecidos como modelos de zero equações, são aqueles que utilizam apenas equações algébricas para a prescrição da viscosidade turbulenta. Dentro dessa classificação podemos citar diversas modelagens existentes na literatura, como as descritas a seguir.

Sahai e Guthrie(1982) desenvolveram um modelo algébrico para a viscosidade efetiva baseando-se na hipótese de comprimento de mistura de Prandtl, argumentos dimensionais

e em dados experimentais. Eles propuseram que uma viscosidade efetiva média poderia ser calculada com a seguinte equação algébrica:

$$\nu_{eff} = C [Q_g(1 - \alpha)g/D]^{1/3}, \quad (2.2)$$

onde C é uma constante, cujo valor de 0.00049 foi estabelecido por Mazumdar(1989) mais recentemente. Observações experimentais constataram que esse modelo apresenta uma viscosidade efetiva subestimada e conseqüentemente a velocidade da fase líquida superestimada. Essa discrepância é devida à desconsideração da turbulência produzida pelas bolhas.

Taniguchi et al.(1988) assumiu que a viscosidade efetiva e a difusividade efetiva das bolhas eram iguais e constantes ao longo de toda a região do escoamento e deduziu soluções similares para \bar{u} e α . Comparando os resultados calculados com seus próprios resultados experimentais, Taniguchi et al. propôs a seguinte correlação empírica:

$$\nu_{eff} = 0.0783 g^{0.056} u_s^{-0.36} Q_g^{0.528}. \quad (2.3)$$

onde u_s é a velocidade de deslizamento e todos os parâmetros estão em unidades do sistema internacional de medidas. Essa equação é válida, para escoamentos no interior de recipientes cilíndricos, quando o diâmetro for maior que 0.6m, caso em que a influência da parede em ν_{eff} e D_{eff} é desprezível.

Algumas correlações semi-empíricas foram propostas não para o valor local de ν_{eff} , mas para seu valor médio no interior de todo o recipiente cilíndrico em que o escoamento testado se desenvolve. Podemos citar as desenvolvidas por Pun e Spalding(1967), Sahai e Guthrie(1982) e Mazumdar (1989). Esses valores médios são de pouca importância nas modelagens diferenciais, que necessitam de valores locais.

Iguchi, M. e Morita(1992) determinaram ν_{eff} e D_{eff} em um jato de bolhas vertical, a partir das equações governantes de Taniguchi et al. modificadas, baseadas nas aproximações de camada cisalhante e na hipótese de Boussinesq, que são satisfeitas na região desenvolvida da pluma. A fração de vazio e a velocidade média de subida das bolhas,

necessárias nos cálculos de ν_{eff} e D_{eff} , foram obtidas experimentalmente, e o perfil radial de ν_{eff} obtido foi parabólico enquanto que o de D_{eff} foi quase uniforme ao longo do jato. A tensão de cisalhamento de Reynolds, grandeza importante na determinação das características do escoamento médio e turbulentas, pode ser calculada a partir de ν_{eff} . Portanto, esse experimento foi importante não apenas para uma melhor previsão das características do escoamento médio como também para o desenvolvimento de um novo modelo de turbulência para jatos de bolhas. Essa foi de fato a base utilizada no presente trabalho para o desenvolvimento do modelo algébrico em questão.

2.2.2 Modelos de uma equação

Esses modelos descrevem ν_{eff} utilizando uma equação diferencial parcial. Essa metodologia baseia-se na teoria do comprimento de mistura, segundo a qual a ordem de grandeza das flutuações da velocidade transversal seria a mesma das flutuações da velocidade longitudinal, e essas seriam proporcionais à distância média percorrida por uma partícula de fluido vezes o gradiente local de velocidade.

Para a descrição da escala de comprimento, utilizam-se modelagens algébricas.

Não foi encontrada na literatura nenhuma tentativa de estender os modelos de uma equação para o problema de pluma de bolhas. As atenções voltam-se diretamente para os modelos de duas equações.

2.2.3 Modelos de duas equações

Esse tipo de modelagem utiliza duas equações diferenciais parciais para a prescrição de ν_{eff} : uma para a descrição da escala de velocidade e outra para a escala de comprimento, conforme definido anteriormente. Nesses modelos, a velocidade característica sempre é tomada como sendo $\kappa^{1/2}$, mas diferentes variáveis vêm sendo tomadas pelos diversos autores para a segunda equação de transporte. Dentre elas podemos destacar: ϵ (taxa de dissipação de energia turbulenta) e ω (frequência média das escalas turbulentas que contém as maiores energias). Com isso, definem-se os dois mais populares modelos de duas equações: o modelo κ - ϵ e o modelo κ - ω .

Na literatura, encontram-se algumas tentativas recentes de se estender os modelos κ - ϵ

tradicionais de escoamentos monofásicos para serem aplicados em problemas bifásicos.

Os modelos κ - ϵ tradicionais desenvolvidos para a geometria de jatos monofásicos compõem-se de duas equações de transporte para κ e ϵ , e da equação que relaciona a viscosidade turbulenta com esses dois parâmetros, as quais utilizam seis coeficientes empíricos. Esses coeficientes foram determinados por experimentos em uma variedade de sistemas, como revisto por Rodi em 1984, e vêm sendo investigados durante as últimas duas décadas sendo considerados apropriados para muitos problemas de escoamento monofásico em engenharia. Esse modelo convencional não pode ser aplicado diretamente no escoamento bifásico, pois as bolhas geram turbulência no líquido devido a interações entre as duas fases com transferência de energia. Portanto, uma forma de se fazer essa correção tem sido a introdução de termos de fonte adicionais na equação de κ e de ϵ . Malin e Spalding(1984) propuseram dois termos, com dois novos coeficientes empíricos, inicialmente concebidos para um jato de gás quente em um meio com gás frio, mas que representam a contribuição adicional à distribuição de cisalhamento devido à presença de uma pluma ou jato. Simonin e Viollet(1988) fizeram uma abordagem diferente, introduzindo dois termos que representam o cisalhamento gerado pela subida das bolhas e também dois coeficientes empíricos. Ambos os modelos citados foram testados apenas com seus próprios experimentos, não ficando portanto bem estabelecidos. Recentemente, Sheng e Irons(1992) compararam diversos modelos de turbulência com suas medições experimentais de campos de turbulência, distribuição de fração de vazio e velocidades do líquido e do gás na zona de pluma desenvolvida. Apenas o modelo κ - ϵ modificado com a inclusão dos dois conjuntos de termos adicionais de Malin e Spalding e de Simonin e Viollet apresentou boa concordância com os valores medidos. Porém, os valores dos coeficientes originariamente propostos pelos autores foram modificados para adequação com a situação de plumas de bolhas.

Lance e Lopez de Bertodano(1992) e Lopez de Bertodano et al.(1990,1994), mais recentemente, propuseram e testaram contra dados experimentais uma extensão do modelo κ - ϵ para escoamentos bifásicos em regime de bolhas. A suposição básica foi de que a turbulência induzida pelo cisalhamento e a induzida pelas bolhas poderiam ser linearmente superpostas. Essa suposição resultou em um modelo com duas constantes de tempo que

satisfaz os dados de escoamento turbulência bifásico homogêneo (Lance e Bataille, 1991) e dados de escoamentos no interior de tubos (Serizawa et al., 1975, 1991). Os coeficientes do modelo κ - ϵ para escoamentos monofásicos não foram modificados e apenas um coeficiente adicional é necessário: o coeficiente de volume virtual das bolhas.

2.3 Técnicas experimentais

As medições em escoamentos bifásicos apresentam diversos problemas pela sua própria característica física, além dos demais problemas normalmente já encontrados em escoamentos monofásicos. Jones, Jr. e Delhaye(1976) citam alguns desses complicadores que estão diretamente relacionados à presença de duas ou mais fases. São esses: a deformação de uma interface próxima a um sensor, que induz a um atraso entre a ocorrência e a detecção do evento; as grandes flutuações que podem ocorrer em escoamentos, mesmo estacionários, tornando importantes todos os fatores de amortecimento e não-linearidade na medição das grandezas médias no tempo; impossibilidade, em alguns casos, de uso de um sensor intrusivo ou uma válvula de bloqueio que podem causar cavitação ou destruir um equilíbrio metaestável.

A instrumentação desenvolvida para medição de escoamentos bifásicos gás-líquido, que inicialmente visava exclusivamente à obtenção de perfis médios e locais de fração de vazio, obteve grande progresso com os anos, permitindo que hoje se possam medir grandezas tais como velocidades e temperaturas médias e locais de ambas as fases, frequência de passagem de interfaces. Até mesmo grandezas estatísticas podem ser determinadas como densidades espectrais, histogramas e funções densidade de probabilidade. Várias técnicas vêm sendo desenvolvidas nos últimos anos para medição de sistemas bifásicos, dissidentes ou não dos sistemas monofásicos. Dentre essas podemos citar: sensores eletro-resistivos (Neal e Bankoff,1963; Sekoguchi et alli ,1974; Castillejos e Brimacombe,1987; Barbosa, Jr. e Bradbury,1996), anemômetros a fio-quente (Chuang e Goldschmidt,1969; Toral,1980) e filme quente (Delhaye,1969), microtermopares (Delhaye et alli,1973), sensores óticos (Abuaf et al,1978), técnicas de impedância elétrica (Hardy e Hylton,1984), métodos baseados na atenuação dos raios X e gama (Schoch,1969), técnicas de ultra-som

(Xu et alli,1985), anemometria a laser-Doppler (Marié,1983; Gross e Kuhlman,1992) e rastreamento de partículas(Hassan et alli,1992).

Em relação às plumas de bolhas, Chesters et alli(1980) utilizaram sensores eletro-resistivos e anemometria a laser-Doppler para determinar características das duas fases. Tacke et alli(1985) usaram sensores eletro-resistivos para medir propriedades da fase gasosa. Castillejos e Brimacombe(1987) desenvolveram instrumentação, baseados na mesma técnica para medições em pluma de bolhas. Outras trabalhos trouxeram importantes contribuições nessa área, dentre os quais podemos citar: Sahajwalla et alli(1990), Anagbo e Brimacombe(1990), Zhou e Brimacombe(1994), Sheng e Irons(1992).

Capítulo 3

Fundamentação teórica

A teoria diferencial a ser desenvolvida neste trabalho será apresentada neste capítulo. Antes porém, e por motivo de obrigatória complementariedade, revisaremos a teoria integral de Milgram(1983).

A ilustração esquemática de uma pluma de bolhas é mostrada na Figura 1.

Ao deixar um orifício, um fluxo contínuo de gás se parte (devido a instabilidades de Kelvin-Helmholtz) formando bolhas discretas. A região bifásica assemelha-se a um cone com base na superfície livre, vértice no orifício e altura H . O gás que sobe arrasta consigo considerável quantidade de líquido que o circunda configurando o fenômeno conhecido como “entranhamento”. Por razões de continuidade, forma-se uma grande zona de recirculação na região monofásica.

O escoamento, para fontes de gás puntiformes, é axissimétrico e tem sido classicamente dividido em três regiões distintas: a Região de Escoamento em Desenvolvimento (*Zone of Flow Establishment — ZOFÉ*), a Região de Escoamento Desenvolvido (*Zone of Established Flow — ZOEF*) e a Região de Superfície Livre (*Zone of Surface Flow — ZOSF*). Estas regiões podem ser determinadas por um balanço das forças dominantes em cada uma delas.

As teorias a serem apresentadas a seguir consideram o escoamento permanente, isotérmico e totalmente turbulento. O meio é suposto não estratificado, não existindo correntes cruzadas. Em casos reais, como nos vazamentos submarinos de gás, a massa específica da fase gasosa varia com a pressão e a temperatura locais, fazendo com que as bolhas se expandam à medida que se deslocam para cima no meio líquido.

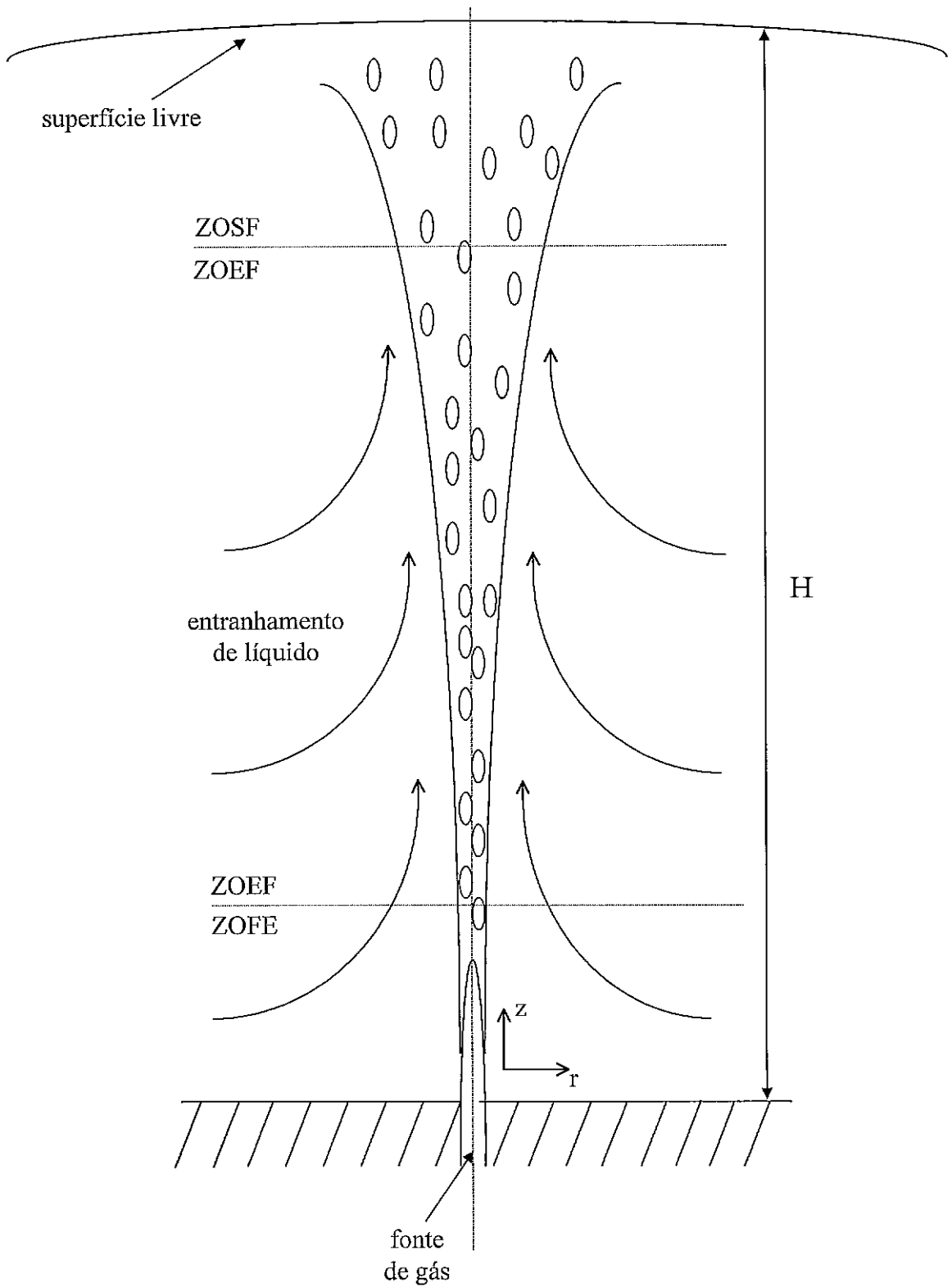


Figura 1. Ilustração de uma pluma de bolhas.

Na Região de Escoamento Desenvolvido, a força motriz do escoamento é o empuxo. Na região próxima ao orifício de escape, as forças de inércia e empuxo possuem a mesma ordem de grandeza, ou seja, na Região de Escoamento em Desenvolvimento a pluma de bolhas ainda conserva características de jato. Na região próxima à superfície onde a pluma é defletida lateralmente e ondas são formadas, forças devido a tensão superficial se fazem presentes. Pode-se mostrar que a maior parte da pluma é dominada pelas forças de empuxo que dominam as de inércia a partir de uma determinada altura da pluma, estimada como a fronteira entre as regiões em desenvolvimento e totalmente desenvolvida. Alguns autores sugerem que esta fronteira é definida a partir da posição onde as bolhas atingem sua velocidade terminal. Em sua grande maioria, os trabalhos realizados em plumas de bolhas não levam em conta a análise dos fenômenos inerentes à Região de Escoamento em Desenvolvimento.

Em analogia a jatos e plumas monofásicos, supõe-se que os perfis de velocidade da fase líquida e de fração de gás (alguns trabalhos utilizam o termo massa específica da pluma) exibem similaridade em todas as seções transversais ao longo do escoamento. As funções de similaridade (perfis de velocidade da fase líquida e fração de gás) normalmente adquirem a forma Gaussiana.

3.1 A teoria integral de Milgram

As inerentes dificuldades presentes nos fenômenos de pluma de bolhas fizeram com que os pesquisadores primeiro abordassem o problema sob o ponto de vista da conservação global de certas grandezas. Isto deu origem às teorias integrais. Estas teorias baseiam-se nos princípios de conservação de massa e de quantidade de movimento e buscam equações adicionais em hipóteses relativas ao entranhamento de líquido e às flutuações turbulentas devido à ação das bolhas.

Segundo Milgram(1983), para o problema de plumas de bolhas, os princípios de conservação na forma integral devem ser escritos a partir das seguintes quantidades:

a) o fluxo volumétrico de gás,

$$q(z) = 2\pi \int_0^{\infty} u_g(r, z) c(r, z) r dr; \quad (3.1)$$

b) o fluxo volumétrico de líquido,

$$Q(z) = 2\pi \int_0^{\infty} u_l(r, z) [1 - c(r, z)] r dr; \quad (3.2)$$

c) o fluxo de quantidade de movimento,

$$M(z) = 2\pi\gamma \int_0^{\infty} \{\rho_l [1 - c(r, z)] u_l^2(r, z) + \rho_g(z) c(r, z) u_g^2(r, z)\} r dr; \quad (3.3)$$

d) o fluxo de empuxo,

$$B(z) = 2\pi g \int_0^{\infty} [\rho_l - \rho_g(z)] c(r, z) r dr; \quad (3.4)$$

onde,

$$c(r, z) = \frac{\rho_l - \rho_p(r, z)}{\rho_l - \rho_g(z)}, \quad (3.5)$$

é a fração de gás local.

Se a expansão do gás for isotérmica e as variações de pressão em planos horizontais for considerada pequena, a massa específica do gás pode ser calculada por,

$$\rho_g = \frac{\rho_T (H_B - z)}{H_T}, \quad (3.6)$$

onde ρ_T é a massa específica do gás à pressão atmosférica, H_T é a altura manométrica correspondente à pressão atmosférica e $H_B = H_T + H$; onde H é a profundidade da lâmina de líquido.

As propriedades locais da pluma e a taxa de variação do fluxo volumétrico de líquido com a altura z relacionam-se através da hipótese do entranhamento. A hipótese do entranhamento afirma que o fluxo de líquido entranhado através da fronteira de um determinado

escoamento em regime turbulento é proporcional a uma velocidade característica. Em plumas de bolhas, por uma analogia a jatos e plumas térmicas, a velocidade característica é a velocidade local da fase líquida na linha de centro, $U_l(z)$.

Desta forma, as distribuições radiais (perfis Gaussianos) de velocidade da fase líquida e fração de gás podem ser escritas como

$$u_l(r, z) = U_l(z)e^{-r^2/b(z)^2}, \quad (3.7)$$

$$c(r, z) = C(z)e^{-r^2/(\lambda b(z))^2}, \quad (3.8)$$

sendo possível, a partir de agora, especificar os princípios de conservação.

A hipótese do entranhamento traduz-se matematicamente como,

$$\frac{dQ(z)}{dz} = 2\pi\alpha b(z)U_l(z), \quad (3.9)$$

onde α é o coeficiente de entranhamento local, suposto dependente das propriedades da pluma. O estudo do coeficiente de entranhamento e do fator de amplificação da quantidade de movimento, γ , será detalhado posteriormente.

A equação de conservação do gás pode ser escrita como,

$$\frac{q_T H_T}{H_B - z} = q(z), \quad (3.10)$$

onde q_T é o fluxo de gás a uma atmosfera.

A teoria de Milgram considera que a força proveniente do empuxo seja igual à taxa de variação do fluxo de quantidade de movimento com respeito à altura. Logo,

$$B(z) = \frac{dM(z)}{dz}. \quad (3.11)$$

Substituindo-se as equações (3.1) a (3.8) em (3.9) a (3.11), as equações do problema tornam-se (ver Milgram,1983),

$$2\alpha U_l(z)b(z) = \frac{d}{dz}U_l(z)b(z)^2 \left\{ 1 - \frac{\lambda^2 b(z)}{[1 + \lambda^2][\rho_l - \rho_g(z)]} \right\}, \quad (3.12)$$

$$\frac{q_T H_T}{H_B - z} = \pi \lambda^2 b(z)^2 C(z) \left[\frac{U_l(z)}{1 + \lambda^2} + u_b \right], \quad (3.13)$$

$$g\lambda^2[\rho_l - \rho_g(z)]C(z) = \frac{d}{dz}\gamma U_l(z)^2 \left[\left[\frac{\rho_l}{2} - \frac{\lambda^2}{1 + 2\lambda^2}[\rho_l - \rho_g(z)]C(z) \right] + \lambda^2 u_b \rho_g(z)C(z) \left[\frac{2U_l(z)}{1 + \lambda^2} + u_b \right] \right]. \quad (3.14)$$

As condições iniciais para o sistema de equações (3.12) a (3.14) foram discutidas por Milgram; elas devem ser especificadas na fronteira entre a região em desenvolvimento e a região de escoamento estabelecido para que as aproximações de perfis Gaussianos e a hipótese de entranhamento continuem válidas. Sendo z_e a altura da fronteira entre as regiões, a fração de gás na linha de centro é,

$$C(z_e) = \frac{\rho_l}{2[\rho_l - \rho_g(z)]}. \quad (3.15)$$

Chen e Rodi(1980) sugerem considerar,

$$z_e = \min \left\{ 5d_0, 10u_0 \left[\frac{D}{g} \right]^{1/2} \left[\frac{\rho_g(0)}{\rho_l} \right]^{1/2} \right\} \quad (3.16)$$

onde u_0 é a velocidade do gás na saída do orifício.

Considerando que a velocidade do gás em z_e seja $u_0/2$, o fluxo inicial de quantidade de movimento é, portanto,

$$M(z_e) = q_T \rho_g(H)u_0 + \frac{2g(z_e/2)}{u_0}[\rho_l - \rho_g(z_e/2)]gz_e. \quad (3.17)$$

As equações acima definem inteiramente o problema de plumas de bolhas em um ambiente homogêneo e estagnado, conforme formulado por Milgram. Contudo, ainda

resta definir o coeficiente de entranhamento e o fator de amplificação da quantidade de movimento.

O trabalho de Milgram foi conclusivo para a definição de relações matemáticas para α e γ . Após detalhada análise de um extenso conjunto de dados experimentais, Milgram propôs a seguinte relação funcional para α ,

$$\alpha(F_B) = K_1 \frac{F_B}{K_2 + F_B}. \quad (3.18)$$

O parâmetro adimensional F_B é o denominado número de Froude das bolhas. F_B é expresso como,

$$F_B = C(z)^{2/5} \frac{L_m}{L_D}, \quad (3.19)$$

onde,

$$L_m = \left[\frac{q^2}{gC(z)^2} \right]^{1/5}, \quad (3.20)$$

é uma medida da escala de mistura devido ao movimento turbulento das bolhas, e,

$$L_D = \left\{ \frac{[T/g(\rho_l - \rho_g(z))]^{1/2}}{C(z)^{1/3}} \right\}, \quad (3.21)$$

é uma distância característica entre as bolhas. As constantes K_1 e K_2 são iguais a 0.165 e 7.598, respectivamente.

Para o fator de amplificação da quantidade de movimento, γ , derivou-se a seguinte relação funcional,

$$\gamma(N_p) = 1.0 + \frac{c_1}{N_p^{c_2}}. \quad (3.22)$$

N_p é denominado número de distribuição de fases, e pode ser escrito na forma $N_p = L_v/L_D$, onde,

$$L_v = \frac{U_l^2(z)}{gC(z)}, \quad (3.23)$$

é a escala vertical do movimento da pluma. As constantes c_1 e c_2 são iguais a 337.7 e 1.25, respectivamente.

3.2 As equações diferenciais que descrevem o movimento

O método utilizado neste trabalho para solução do problema da pluma de bolhas baseia-se primeiramente no modelo de Taniguchi et al.(1988) que formula as equações que governam o movimento do líquido e do gás baseando-se nas seguintes hipóteses simplificadoras:

- Considera-se o escoamento de fluido Newtoniano, podendo-se então utilizar a equação de Navier-Stokes como equação de movimento para a fase líquida e gasosa.
- As equações de movimento na direção radial são desprezadas (aproximação de camada cisalhante).
- A força de empuxo exercida pelas bolhas sobre a fase líquida é considerada como uma força de corpo, desprezando-se a dependência da massa específica com a variação da pressão e considerando-se a massa específica como uma constante no termo de inércia (hipótese de Boussinesq, válida para escoamentos com baixa fração de gás).

Taniguchi et al. assumiu ainda que a viscosidade cinemática efetiva na fase líquida ν_{eff} e a difusividade efetiva das bolhas D_{eff} são constantes ao longo da direção radial do jato. Aqui, porém, essa hipótese não será feita pois em situações reais essas grandezas são variáveis tanto na direção radial quanto na axial. Considerando-se as hipóteses até então descritas, obtêm-se as seguintes equações que regem o movimento, que serão utilizadas neste trabalho:

a) Equação de conservação da massa da fase líquida:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0; \quad (3.24)$$

b) Equação da conservação da taxa de variação da quantidade de movimento para a fase líquida:

$$u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\nu_{eff} r \frac{\partial u}{\partial r} \right) + cg; \quad (3.25)$$

c) Equação da conservação da taxa de variação da quantidade de movimento para a fase gasosa:

$$(u + u_s) \frac{\partial c}{\partial z} + v \frac{\partial c}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{eff} r \frac{\partial c}{\partial r} \right). \quad (3.26)$$

Todas as quantidades descritas pelas equações acima são quantidades médias. As barras indicando a tomada da média foram omitidas por simplicidade.

As condições de contorno do problema ficam da seguinte forma:

$$\frac{\partial u}{\partial r}(z, 0) = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial r}(z, 0) = 0, \quad v(z, 0) = 0,$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} u(z, r) = U_e, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} c(z, r) = 0. \quad (3.27)$$

3.3 O modelo algébrico proposto

Para a solução das equações que regem o movimento é necessário antes de tudo que se obtenha uma modelagem capaz de determinar os valores da viscosidade cinemática efetiva na fase líquida ν_{eff} e da difusividade efetiva das bolhas D_{eff} . Partindo-se das próprias equações de movimento, para o cálculo de ν_{eff} e D_{eff} , é necessário o conhecimento das derivadas de \bar{u} e de c em relação a r e a z . A obtenção desses valores por métodos de integração e diferenciação numérica é muito complicada e impraticável para a determinação do comportamento de ν_{eff} e D_{eff} . Por isso, segundo o modelo proposto por (Iguchi e Morita, 1992), os cálculos foram simplificados considerando-se o fato de que a distribuição da velocidade média do líquido u e da fração de gás c na direção radial assumem perfis gaussianos. Dessa forma, torna-se possível a obtenção de equações algébricas para ν_{eff} e D_{eff} e os procedimentos necessários para isso estão descritos a seguir.

Os perfis de u e de c são aproximados pelas seguintes equações:

$$u = u_{cl} \exp(-c(r/b_u)^2), \quad (3.28)$$

$$c = C_{cl} \exp(-c(r/b_c)^2), \quad (3.29)$$

onde $c = \ln 2$, cl denota valores na linha de centro da pluma, e b_u e b_c são os valores do raio médio de u e de c respectivamente.

Como simplificação, considera-se que u_s (velocidade vertical de escorregamento das bolhas em relação ao líquido) permanece aproximadamente constante ao longo da direção radial e axial. Considera-se ainda, segundo observações experimentais, que o raio da distribuição radial da fração de gás equivale a aproximadamente 80% do raio da pluma. Portanto, podemos fazer a seguinte aproximação:

$$b_c = 0.8 b_u. \quad (3.30)$$

Integrando-se a equação(3.25) de $r = 0$ a $r = r$, obtém-se a seguinte equação:

$$ru \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} \int_0^r ru \, dr \right) + \frac{\partial}{\partial z} \int_0^r ru^2 \, dr = r\nu_{eff} \frac{\partial u}{\partial r} + \int_0^r cgr \, dr. \quad (3.31)$$

Substituindo os perfis gaussianos de u e de c na equação acima e efetuando alguns complicados rearranjos, obtém-se:

$$\nu_{eff} = \left(\frac{1}{2c} \right)^2 \frac{b_u^2}{ur^2} \left[gb_c^2(C_{cl} - c) - b_u^2 \frac{du_{cl}}{dz} (u_{cl} - u) - b_u \frac{db_u}{dz} (u_{cl} - u)^2 \right]. \quad (3.32)$$

Integrando-se a equação (3.26) de $r = 0$ a $r = r$ e substituindo os perfis gaussianos de u e de c , obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned}
D_{eff} = & -\left(\frac{b_c}{2c}\right)^2 \left(\frac{B^2}{u_{cl}} \frac{du_{cl}}{dz} + \frac{B^2}{C_{cl}} \frac{dC_{cl}}{dz} + 2B \frac{dB}{dz} \right) \frac{1}{r^2 c} (u_{cl} C_{cl} - uc) + \\
& \left(\frac{b_c}{2c}\right)^2 \left(\frac{b_c^2}{C_{cl}} \frac{dC_{cl}}{dz} + 2b_c \frac{db_c}{dz} \right) \frac{1}{r^2 c} (C_{cl} - c) u_s + \\
& \left(\frac{b_c}{2c}\right)^2 \left(\frac{b_u^2}{u_{cl}} \frac{du_{cl}}{dz} + 2b_u \frac{db_u}{dz} \right) \frac{1}{r^2} (u_{cl} - u) + \\
& \left(\frac{b_c}{2c}\right)^2 \left(\frac{u}{B} \frac{dB}{dz} + \frac{u_s}{b_c} \frac{db_c}{dz} - \frac{u}{b_u} \frac{db_u}{dz} \right),
\end{aligned} \tag{3.33}$$

onde

$$B = b_u b_c / (b_u^2 - b_c^2)^2, \tag{3.34}$$

$$\frac{dB}{dz} = B^3 \frac{b_c^2}{2c} \left(\frac{1}{b_u^3} \frac{db_u}{dz} + \frac{1}{b_c^3} \frac{db_c}{dz} \right). \tag{3.35}$$

Os valores de ν_{eff} e D_{eff} na linha de centro da pluma podem ser obtidos considerando-se, nas equações anteriores, o caso especial em que $r \rightarrow 0$. Assim têm-se:

$$\nu_{eff,cl} = \frac{1}{4c} \frac{b_u^2}{u_{cl}} \left(g C_{cl} - u_{cl} \frac{du_{cl}}{dz} \right), \tag{3.36}$$

$$D_{eff,cl} = -\frac{b_c^2}{4c} \frac{u_{cl} + u_s}{C_{cl}} \frac{dC_{cl}}{dz}. \tag{3.37}$$

Segundo avaliações experimentais realizadas por (Iguchi e Morita(1992)), verificou-se que na região de pluma desenvolvida, onde a força de empuxo é dominante sobre a força de inércia, ν_{eff} apresenta um perfil com distribuição parabólica para $r/b_u \leq 1.5$. Porém, na região próxima à saída, o escoamento comporta-se como um jato livre turbulento e ν_{eff} segue uma distribuição gaussiana. As mesmas avaliações experimentais demonstraram que D_{eff} se comporta de maneira aproximadamente constante na direção radial. Em relação ao valor de u_s , verificou-se que sua variação tem uma influência muito pequena no valor de D_{eff} . Portanto, no presente modelo foi utilizado um valor médio constante de $u_s = 20$ cm/s.

Seguindo-se as conclusões anteriores, podemos rescrever as equações para ν_{eff} e D_{eff} da seguinte forma:

$$\nu_{eff} = \frac{1}{4c} \frac{b_u^2}{u_{cl}} \left(g C_{cl} - u_{cl} \frac{d u_{cl}}{dz} \right) \left(1 - 0.5 \left(\frac{r}{b_u} \right)^2 \right), \quad (3.38)$$

$$D_{eff} = - \frac{(0.8 b_u)^2}{4c} \frac{u_{cl} + u_s}{C_{cl}} \frac{d C_{cl}}{dz}, \quad (3.39)$$

Observando-se as expressões acima, verifica-se que as expressões derivadas para ν_{eff} e D_{eff} são dependentes da própria solução através dos valores de b_u , u_{cl} , c_{cl} e suas derivadas em z , o que é perfeitamente compreensível visto que essas expressões foram obtidas a partir das próprias equações de movimento do problema. Isto define, portanto, um modelo de turbulência algébrico implícito que depende da resolução do problema para sua completa especificação. As equações acima, da forma como estão escritas, compõe, portanto, um modelo algébrico de turbulência implícito para a solução do problema.

A proposta deste trabalho é o desenvolvimento de expressões através de argumentos de similaridade e empíricos para as variáveis $b_u(z)$, $u_{cl}(z)$, $c_{cl}(z)$, que, ao serem introduzidas nas equações (3.38) e (3.39), definam um modelo algébrico de turbulência simplificado e explícito, capaz de fornecer soluções de maneira simples e prática ao problema de pluma de bolhas, válido na região de pluma desenvolvida, em região já distante do ponto de saída, onde a hipótese de Boussinesq encontra validade.

3.3.1 A modelagem de u_{cl}

Através de uma análise dimensional dos parâmetros envolvidos, pode-se concluir que a expressão para u_{cl} deve assumir a seguinte forma:

$$u_{cl} = C_1 (Q_g g)^{1/3} z^{-1/3}. \quad (3.40)$$

3.3.2 A modelagem de C_{cl} e de b_u

Através de avaliações de dados experimentais, pode-se verificar que c_{cl} desenvolve-se ao longo de z através de uma função que se aproxima de uma exponencial, enquanto que o

desenvolvimento de b_u é aproximadamente linear em z . Portanto, podemos escrever as seguintes expressões:

$$C_{cl} = C_2 \left(\frac{z}{H + H_0} \right)^{c_3}, \quad (3.41)$$

$$b_u = C_4 z. \quad (3.42)$$

Substituindo-se as expressões (3.40), (3.41), (3.42) e suas respectivas derivadas em z nas equações (3.38) e (3.39), obtemos finalmente o modelo algébrico de turbulência a ser utilizado neste trabalho, com as seguintes equações:

$$\nu_{eff} = \frac{C_4}{4c} \left(\frac{C_2 g^{2/3} z^{7/3+C_3}}{C_1 Q_g^{1/3} (H + H_0) C_3} + \frac{1}{3} z^{2/3} C_1 Q_g^{1/3} g^{1/3} \right), \quad (3.43)$$

$$D_{eff} = -\frac{0.8^2}{4c} C_4 C_3 (C_1 Q_g^{1/3} z^{1/3} + u_s z). \quad (3.44)$$

As constantes do modelo C_1 , C_2 , C_3 e C_4 foram obtidas a partir da análise em conjunto dos dados experimentais de Milgram(1983), Milgram e Van Houten(1982) e Fanneløp e Sjøen(1980), mostrados nas Tabelas 1, 2 e 3.

Os dados experimentais diversos foram sobrepostos em gráficos para $b_u(z)$, $u_{cl}(z)$, $c_{cl}(z)$ conforme mostrado nas Figuras 2, 3 e 4, e as constantes das curvas obtidas através de regressão linear forneceram $C_1 = 2.7$, $C_2 = 0.00151073$, $C_3 = -1.36984$, $C_4 = 0.102$.

Tabela 1. Dados experimentais de Milgram(1983).
 Vazão mássica de gás: $0,118 \text{ m}^3/\text{s}$.
 $H = 50m$.

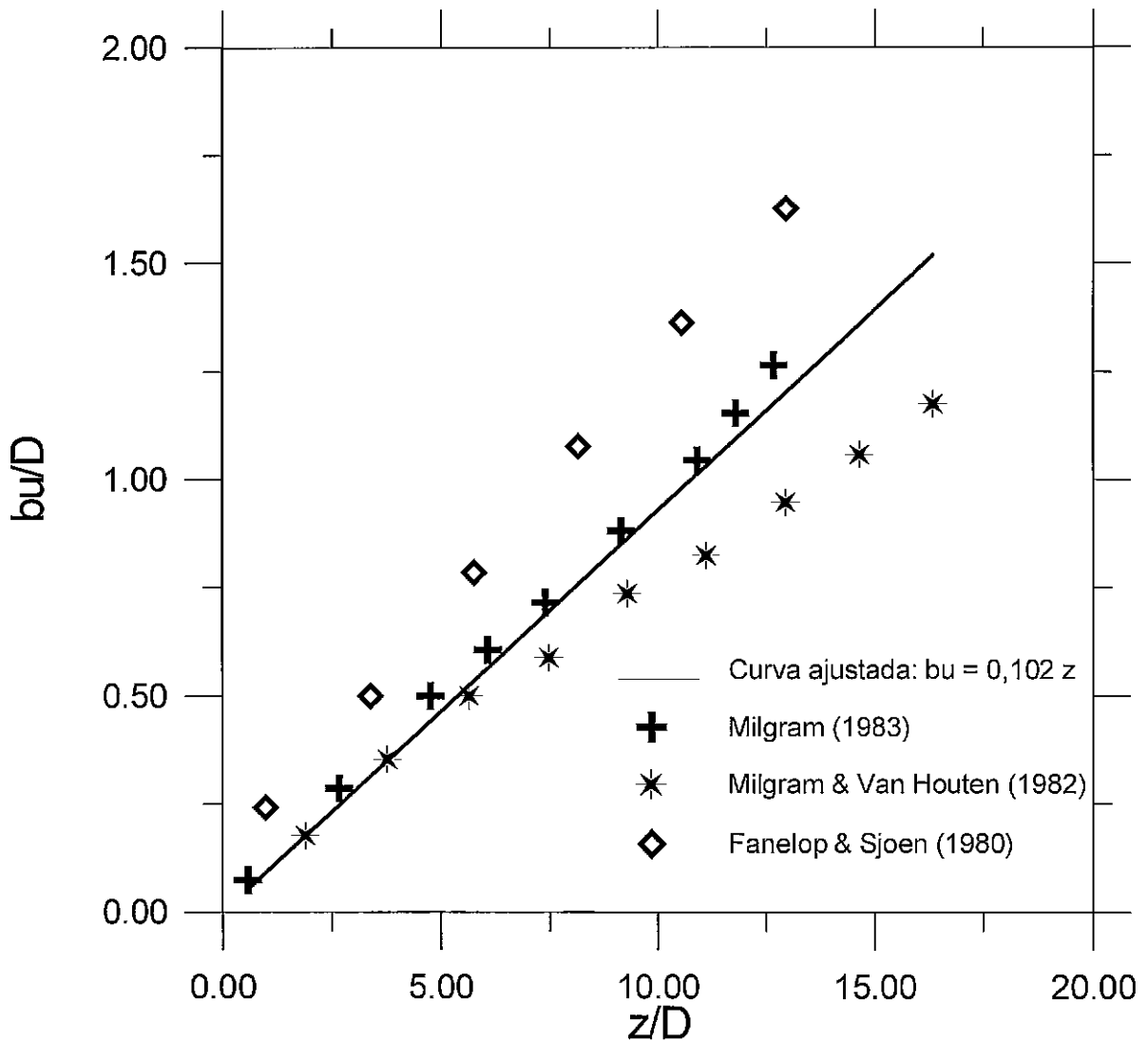
z	b	u	c
1,98	0,257	1,542	0,1183539
9,23	0,99	1,203	0,06174026
16,47	1,732	0,863	0,005126664
21,05	2,1	0,843	0,004195454
25,62	2,476	0,823	0,003274257
31,71	3,05	0,831	0,002813658
37,81	3,621	0,838	0,002343046
40,86	4	0,79	0,002353059
43,9	4,384	0,743	0,002363072

Tabela 2. Dados experimentais de Milgram e Van Houten(1982).
 Vazão mássica de gás: $0,0005 \text{ m}^3/\text{s}$.
 $H = 3,66m$.

z	b	u	c
0,32	0,03	0,772	0,2447482
0,64	0,06	0,654	0,1424051
0,96	0,085	0,537	0,04006208
1,27	0,1	0,489	0,03073996
1,58	0,125	0,441	0,02142786
1,89	0,14	0,434	0,01758286
2,2	0,161	0,426	0,01373786
2,49	0,18	0,434	0,01145489
2,78	0,2	0,442	0,009181936

Tabela 3. Dados experimentais de Fanneløp and Sjøen (1980).
 Vazão mássica de gás: $0,0221 \text{ m}^3/\text{s}$.
 $H = 10m$.

z	b	u	c
0,65	0,161	1,162	0,2094623
1,45	0,25	1,12	0,132532292
2,25	0,334	1,077	0,05560228
3,05	0,43	1,042	0,040762992
3,85	0,524	1,008	0,02591369
4,65	0,62	0,976	0,020897166
5,45	0,72	0,945	0,01587063
6,25	0,82	0,913	0,013747872
7,05	0,911	0,881	0,01163513
7,85	1	0,844	0,010733954
8,65	1,086	0,807	0,009842795

FIGURA 2. Determinação de C_4 .

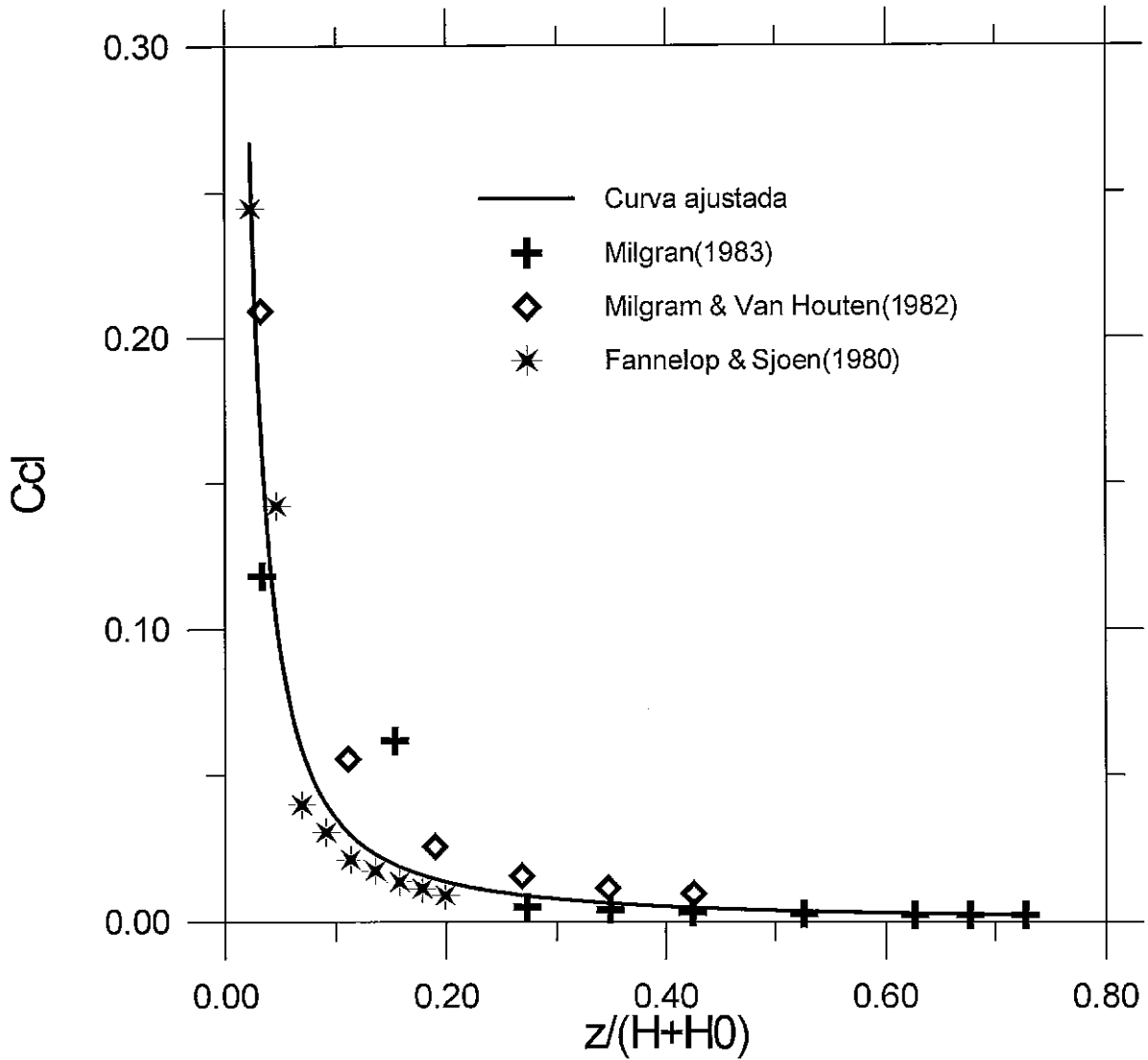


FIGURA 3. Determinação de C2 e C3

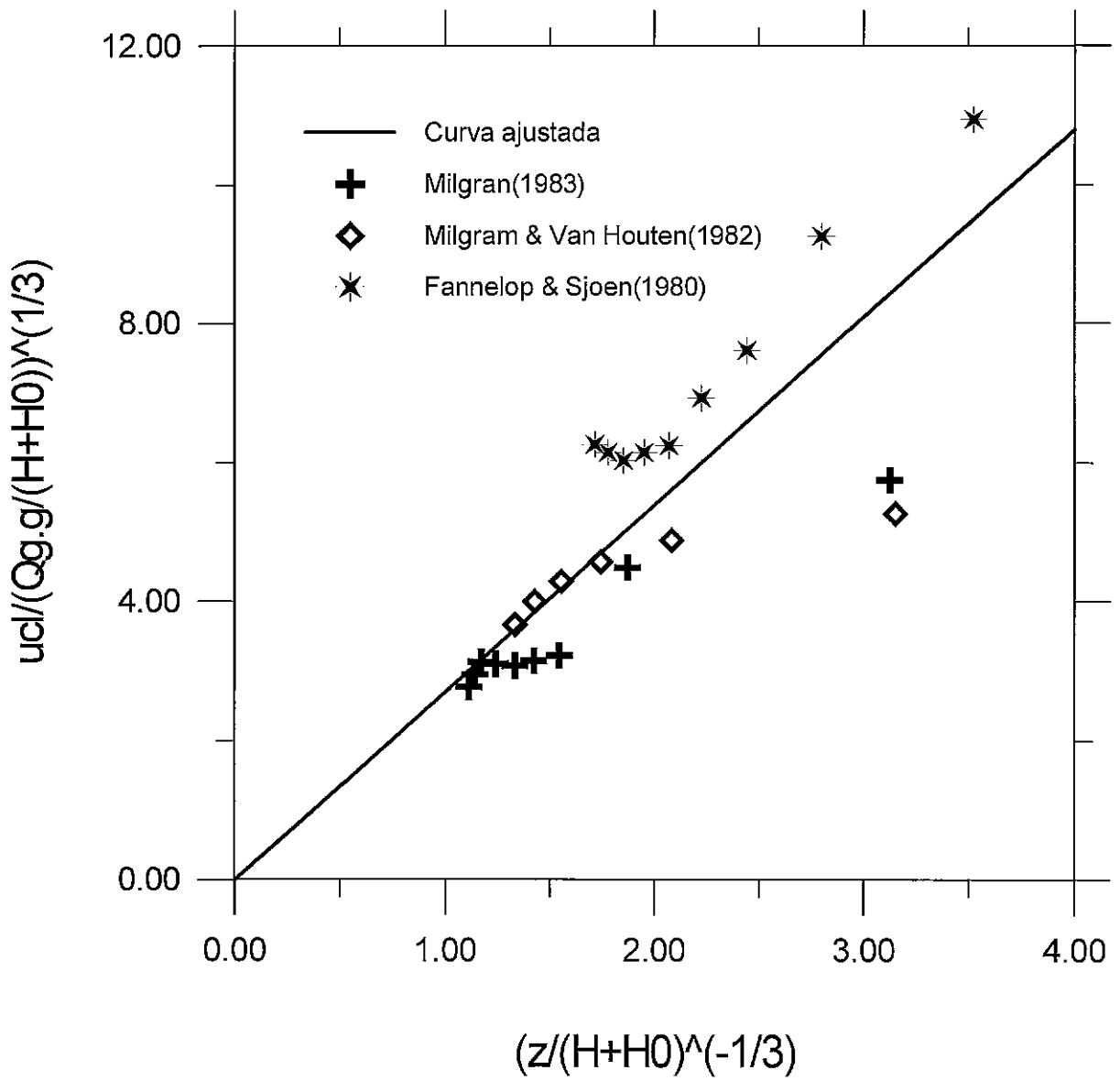


FIGURA 4. Determinação de C1.

3.4 Implementação numérica

Uma vez proposto o modelo, sua validade será testada através de implementação numérica e comparação com dados experimentais. O método de solução numérica utilizado para tanto foi um método explícito de diferenças-finitas do tipo Dufort-Frankel. Foi usada a formulação de Madni e Pletcher(1975) para jatos turbulentos em meios em repouso ou com corrente paralela, com uma pequena modificação para adaptação ao escoamento bifásico, incluindo-se o termo de empuxo na equação de movimento da fase líquida e transformando-se a equação de conservação de energia na equação de movimento para a fase gasosa.

As equações de movimento do problema (3.25) e (3.26), para a aplicação do método, podem ser vistas sob o contexto de equações de transporte da seguinte forma:

$$u \frac{\partial \Phi}{\partial z} + v \frac{\partial \Phi}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) + S; \quad (3.45)$$

No caso da equação da fase líquida, temos $\Phi = u$, $\lambda = \nu_{eff}$ e $S = cg$, enquanto na equação da fase gasosa, $\Phi = c$, $\lambda = D_{eff}$ e $S = 0$.

A aplicação de qualquer método de diferenças-finitas requer, antes de tudo, a criação de uma malha para a discretização do escoamento, na qual deverá estar contido o domínio da variável a ser calculada Φ . Com isso, teremos que a variável $\Phi(z, r)$ será representada por $\Phi(i, j)$, onde i e j definem as posições das coordenadas de cada nó da malha em z e r , respectivamente. Assim, as equações diferenciais são escritas em termos do ponto genérico (i, j) e seus vizinhos: $(i + 1, j)$, $(i - 1, j)$, $(i, j + 1)$ e $(i, j - 1)$. A diferença entre os diversos métodos numéricos de diferenças-finitas para solução de equações diferenciais está na forma como as derivadas são representadas em termos desses pontos genéricos, partindo-se da própria definição de derivada na qual:

$$\frac{\partial u(x_0, y_0)}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x_0 + \Delta x, y_0) - u(x_0, y_0)}{\Delta x} \quad (3.46)$$

A derivada pode então ser representada tomando-se por base o ponto anterior àquele onde se quer representar a derivada, o posterior, ou ainda ambos. No caso do método

Dufort-Frankel, considerando-se que a malha é uniforme na direção radial com valores constantes para r , feitas as representações que o determinam, as equação de transporte fica representada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{u_{i,j}}{\Delta z_+ + \Delta z_-} (\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i-1,j}) + \frac{\nu_{i,j}}{2\Delta r} (\Phi_{i,j+1} - \Phi_{i,j-1}) = \\ \frac{1}{r_j \Delta r} \left[\frac{(r_{j+1} + r_j)(\lambda_{i,j} - \lambda_{i,j+1})}{4} \frac{(\Phi_{i,j+1} - 0.5(\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i-1,j}))}{\Delta r} \right. \\ \left. - \frac{(r_j + r_{j-1})(\lambda_{i,j} - \lambda_{i,j-1})}{4} \frac{(0.5(\Phi_{i+1,j} - \Phi_{i-1,j}) - \Phi_{i,j-1})}{\Delta r} \right] + S_{i,j}, \end{aligned} \quad (3.47)$$

onde $\Delta z_+ = z_{j+1} - z_j$ e $\Delta z_- = z_j - z_{j-1}$.

A equação acima representa as duas equações de movimento do problema para a fase líquida e a gasosa, enquanto a equação de conservação de massa fica representada assim:

$$\frac{r_{j+1} + r_j}{4(\Delta z_+ + \Delta z_-)} (u_{i+1,j+1} + u_{i+1,j} - u_{i-1,j+1} - u_{i-1,j}) + \frac{r_{j+1}v_{i+1,j+1} - r_j v_{i+1,j}}{\Delta r} = 0. \quad (3.48)$$

Pode-se ver pelas equações anteriores que o esquema requer, para cada passo em z , informações de duas estações anteriores. Portanto, um método explícito simples, que requer informações de apenas uma estação anterior, foi utilizado para se iniciar a solução, obtendo-se a solução do primeiro passo. A equação de movimento da fase líquida representada pela equação (3.47) é resolvida para $u(i+1, j)$ para todos os valores de j , iniciando-se a partir do ponto adjacente à linha de centro da pluma e seguindo-se até o ponto mais externo da malha. Resolvida a equação de movimento da fase líquida, a equação (3.48) pode ser resolvida para $v(i+1, j+1)$, também iniciando-se no ponto adjacente à linha de centro da pluma e seguindo-se até o ponto mais externo da malha, usando-se a condição de contorno especificada para a componente normal da velocidade na linha de centro. Pode-se então resolver a equação de movimento da fase gasosa para $c(i+1, j)$, representada também pela equação (3.47) da mesma forma que foi feito para a fase líquida.

O cálculo dos valores da velocidade e da fração de gás na linha de centro foram obtidos utilizando-se uma expansão da série de Taylor para a velocidade e para a fração de gás

usando-se uma aproximação de segunda ordem para as derivadas zero na linha de centro, obtendo-se:

$$\Phi_{i+1,1} = \frac{4\Phi_{i+1,2} - \Phi_{i+1,3}}{3}. \quad (3.49)$$

Apesar da formulação de Dufort-Frankel ser incondicionalmente estável quando aplicada para a equação de condução de calor, ao ser utilizada nos problemas de jatos, apresentou uma leve restrição de estabilidade. Essa restrição permitiu que se usasse uma discretização da malha com o valor para Δz de 8 a 10% do raio da pluma, o que é muito maior do que seria possível usando-se um esquema explícito simples.

Outra restrição desse esquema é a impossibilidade de se obter uma solução, ainda por problemas de estabilidade, quando o meio líquido externo está totalmente em repouso, ou seja, a velocidade vertical ao redor do escoamento é igual a zero. Para contornar esse problema, foi usada uma velocidade externa da ordem de aproximadamente 3% da velocidade central da pluma, o que não causou efeitos significativos na solução do problema.

Capítulo 4

Resultados

4.1 A Validação do código numérico

O método numérico do tipo Dufort-Frankel foi implementado em linguagem Fortran e a validação inicial do código foi feita utilizando-se como base um problema simples de jato axial laminar, para o qual existe uma solução analítica.

O problema considerado consiste de um jato de fluido descarregado por um pequeno orifício em um meio em repouso com o mesmo tipo de fluido do jato e à mesma temperatura do mesmo. Considera-se ainda que o jato descarrega no sentido horizontal e, portanto, o escoamento não sofre influência das forças de corpo.

Utilizando-se as mesmas hipóteses feitas para a pluma, considera-se que o fluido é newtoniano e são válidas as simplificações de camada cisalhante devido ao alto número de Reynolds. Partindo-se então da equação de Navier-Stokes e da equação de conservação da massa obtém-se as seguintes equações para o problema:

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r v)}{\partial r} = 0; \quad (4.1)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial z} + v \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\nu r \frac{\partial u}{\partial r} \right). \quad (4.2)$$

As condições de contorno são:

$$\frac{\partial u}{\partial r}(z, 0) = 0, \quad v(z, 0) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} u(z, r) = U_e. \quad (4.3)$$

Outra relação importante a observar nesse escoamento, assumindo-se que não há forças externas atuando no jato (força de corpo desprezada), é a conservação do fluxo de quantidade de movimento ao longo do escoamento, descrita da seguinte forma:

$$\rho m = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} \rho u^2 dy = \text{constante ao longo de } z. \quad (4.4)$$

A distribuição da velocidade na região próxima à saída do jato depende de detalhes físicos como a construção do orifício de saída e a condição do escoamento anterior à saída. Porém, numa região já desenvolvida e não muito distante da saída, o perfil de velocidade aproxima-se de uma condição de similaridade independentemente das condições iniciais. A solução de similaridade obtida analiticamente é dada pelas seguintes equações:

$$\zeta(r) = \sqrt{\frac{3}{16\pi}} \sqrt{m} R \frac{r}{z}, \quad (4.5)$$

$$u(r) = \frac{3R}{8\pi} \frac{m}{z} \frac{1}{\left(1 + \frac{\zeta(r)^2}{4}\right)^2}, \quad (4.6)$$

$$v(r) = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{3}{\pi}} \frac{\sqrt{m}}{z} \frac{\left(\zeta(r) - \frac{\zeta(r)^3}{4}\right)}{\left(1 + \frac{\zeta(r)^2}{4}\right)^2}. \quad (4.7)$$

O código numérico desenvolvido foi testado para o problema de jato simples utilizando-se como condição inicial o perfil já desenvolvido da solução analítica anteriormente descrita que satisfaz às seguintes condições em valores adimensionais: $Re = 10.000$; $u(0) = 1$; $u(0.5) = 0.01$. Para esses valores obtém-se os seguintes dados de entrada iniciais: $x_0 = 34.722222$; $m_0 = 0.02908882$.

Na tabela abaixo e nos gráficos das figuras 5, 6 e 7, pode-se ver resumidamente o resultado obtido com o código numérico. Observa-se que a variação do fluxo da quantidade de movimento expresso por $(m - m_0)/m_0$ foi da ordem de apenas 2% na faixa analisada. Os gráficos demonstram também a adequação do código, apresentando uma pequena discrepância entre a solução numérica em linha cheia e a solução teórica em linha pontilhada, justificada por erros de aproximação numérica.

Tabela 4. Resultados obtidos.

k	NY	x	U_{max}	$U_{max}(teorico)$	$(m - m_0)/m_0$	b_u
0	301	34.72	.100000E+01	.100000E+01	.000000E+00	499991E+00
200	308	35.73	.970990E+00	.971714E+00	-.110153E-02	510355E+00
400	313	36.76	.945161E+00	.944484E+00	-.228663E-02	519790E+00
600	320	37.81	.920195E+00	.918255E+00	-.354274E-02	530295E+00
800	326	38.88	.896045E+00	.892974E+00	-.486527E-02	540229E+00
1000	332	39.98	.872674E+00	.868592E+00	-.625204E-02	551207E+00
1200	339	41.09	.850051E+00	.845068E+00	-.770113E-02	561740E+00
1400	345	42.22	.828141E+00	.822354E+00	-.921137E-02	573052E+00
1600	352	43.38	.806923E+00	.800422E+00	-.107807E-01	584229E+00
1800	359	44.56	.786360E+00	.779224E+00	-.124085E-01	595775E+00
2000	366	45.76	.766437E+00	.758740E+00	-.140926E-01	607625E+00
2200	373	46.99	.747122E+00	.738927E+00	-.158327E-01	619311E+00
2400	381	48.24	.728395E+00	.719763E+00	-.176271E-01	631850E+00
2600	388	49.52	.710236E+00	.701220E+00	-.194747E-01	644173E+00
2675	391	50.00	.703591E+00	.694444E+00	-.201783E-01	649013E+00

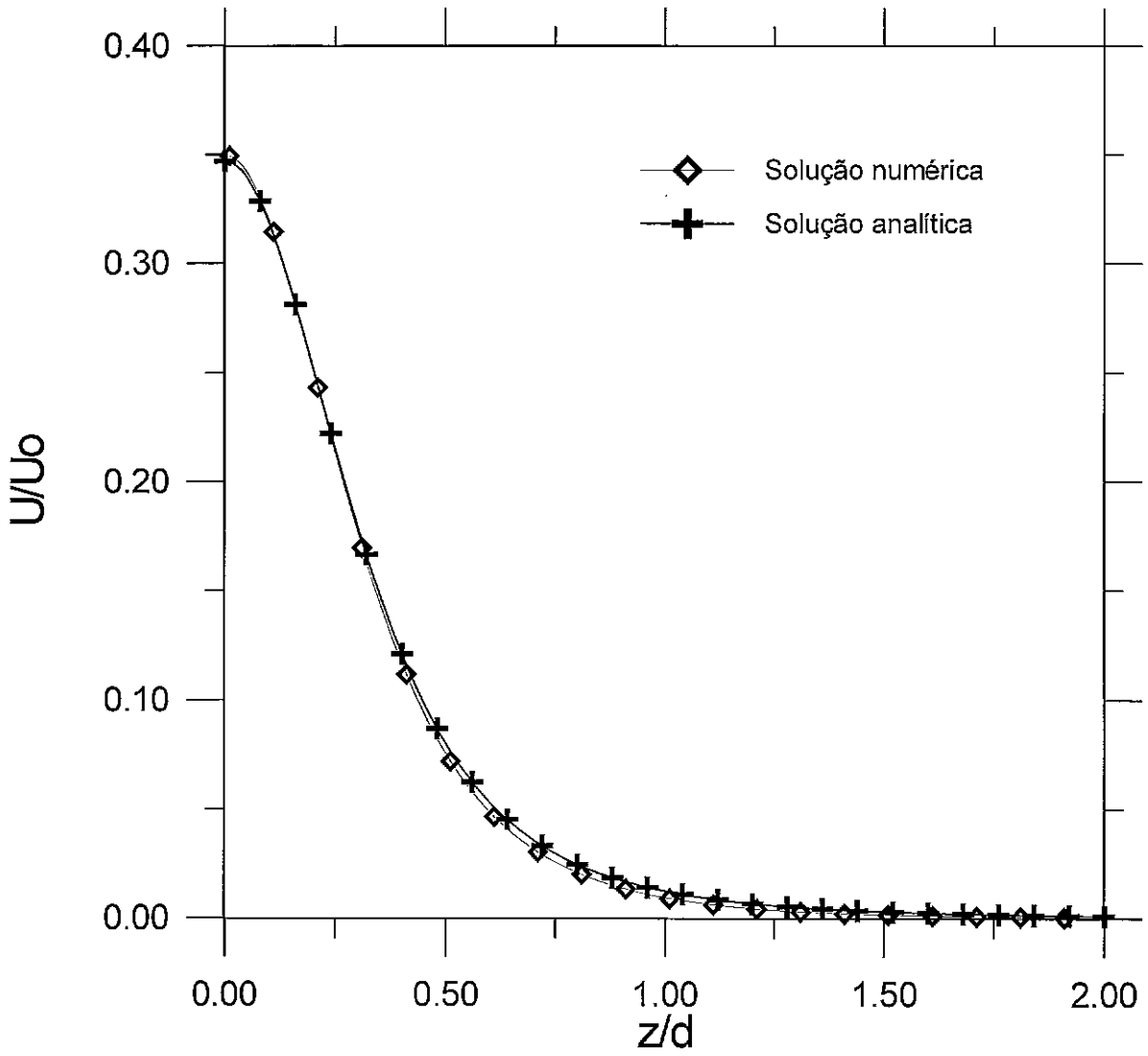


FIGURA 5 . Jato Axial Laminar.
Perfil de velocidade axial em $z = 100d$.

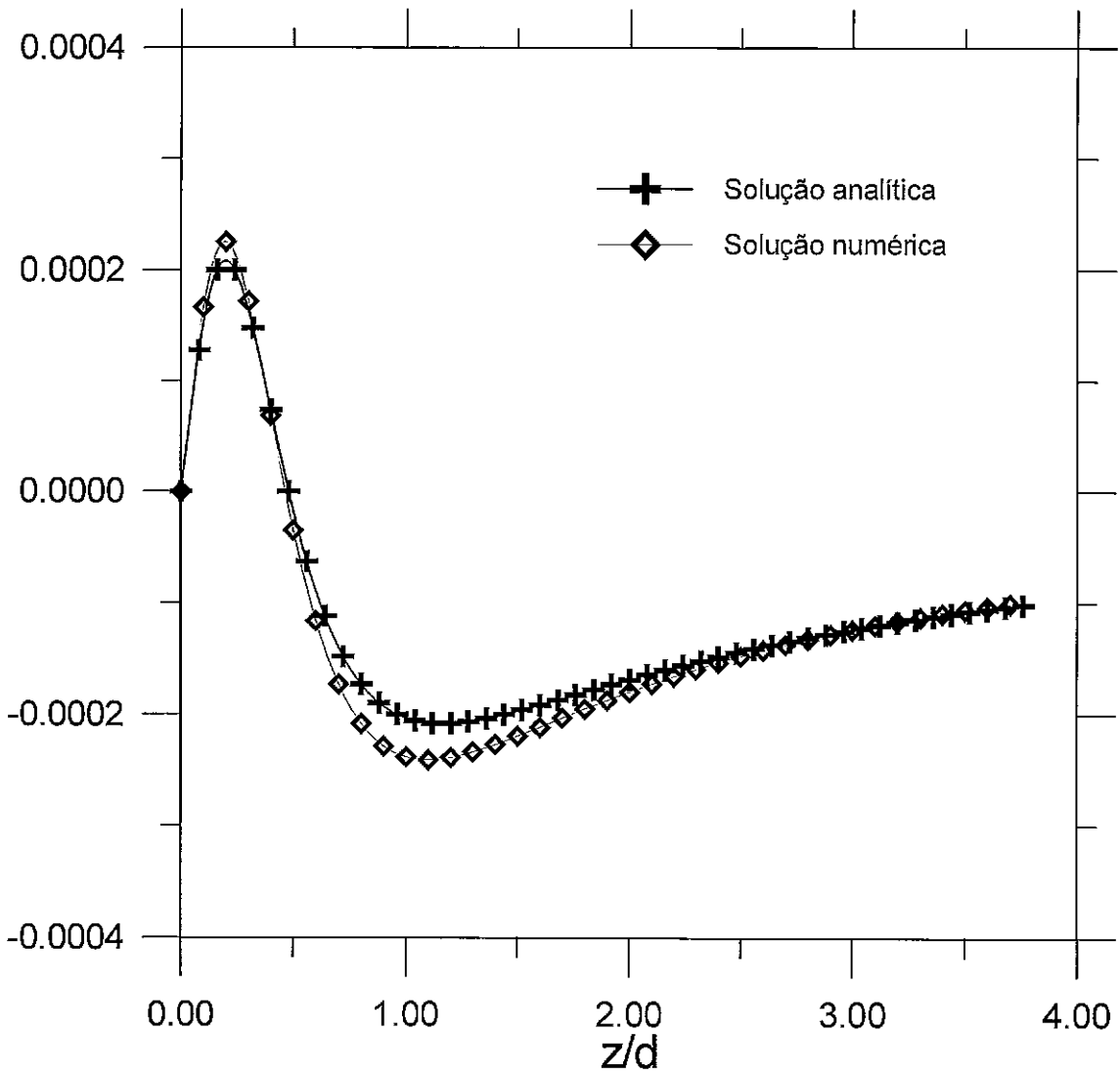


FIGURA 6. Jato Axial Laminar.
Perfil de velocidade radial em $z = 100d$.

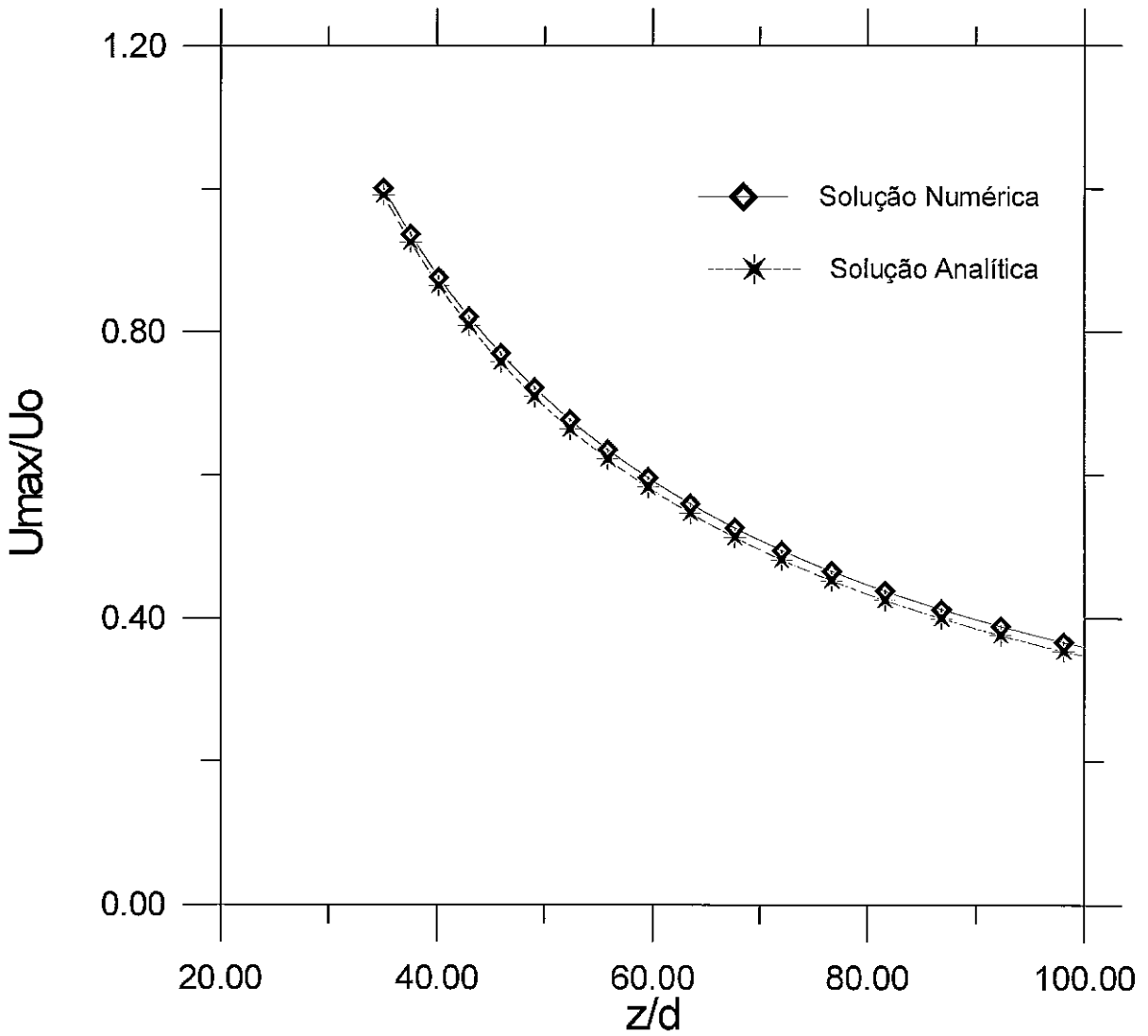


FIGURA 7. Jato Axial Laminar.
Desenvolvimento da velocidade axial máxima.

4.2 A validação do modelo de turbulência

Como dito anteriormente, o modelo de turbulência aqui proposto será testado contra os experimentos de Milgram(1983) e de Milgram e Van Houten(1982).

Uma simulação das condições de Milgram e Van Houten(1982) fornece os resultados de fração de vazão apresentados na Figura 8. Observe que a comparação com o modelo é bem favorável. Os dados foram aproximados pela curva fornecida pela expressão

$$C_{d1} = 0.00151 \left[\frac{z}{H + H_0} \right]^{-1.37} \quad (4.8)$$

A distribuição radial da fração de vazão é mostrada na Figura 9 junto com a curva definida pela equação (4.8). Observe que a distribuição predita se aproxima bem de uma distribuição gaussiana, exceto por uma pequena diferença à grandes distâncias da linha de centro. Este fato deve-se, provavelmente, à aplicação de condições de contorno que deveriam valer no infinito a posições radiais finitas.

A variação do raio da pluma com a distância axial é fornecida na Figura 10. O raio da pluma de bolhas é definido como a posição radial onde o perfil de velocidade média atinge metade do seu valor na linha de centro. Os resultados numéricos deveriam, de acordo com a equação (3.42), ser uma função linear da coordenada axial. De fato, o presente modelo prevê uma variação razoavelmente linear do raio da pluma. Esta variação, entretanto, difere apreciavelmente dos dados experimentais. Isto pode ser devido à relativamente pequena altura do caso experimental; nesta situação, efeitos de superfície devem ser importantes. Estes efeitos, infelizmente, não podem ser levados em conta pelo presente modelo.

A variação axial da velocidade na linha de centro é mostrada na Figura 11. Os resultados numéricos seguem, de fato, a tendência prevista pela equação (3.41). Pode-se, portanto, concluir das quatro figuras anteriores que o presente modelo de turbulência algébrico prevê corretamente as esperadas distribuições axiais e radiais de dois importantes parâmetros do escoamento.

Nas Figuras 12 e 13 alguns resultados relacionados aos testes de Milgram(1983) são mostrados. Apenas os primeiros metros referentes ao experimento são mostrados. Para

este caso, a concordância do raio da pluma previsto numericamente é excelente com os dados. O perfil radial para a fração de vazão é observado seguir uma distribuição gaussiana.

Encerramos esta seção reafirmando ao leitor que os valores das constantes usadas foram $C_1 = 2.70$, $C_2 = 0.0015$, $C_3 = -1.37$ e $C_4 = 0.102$.

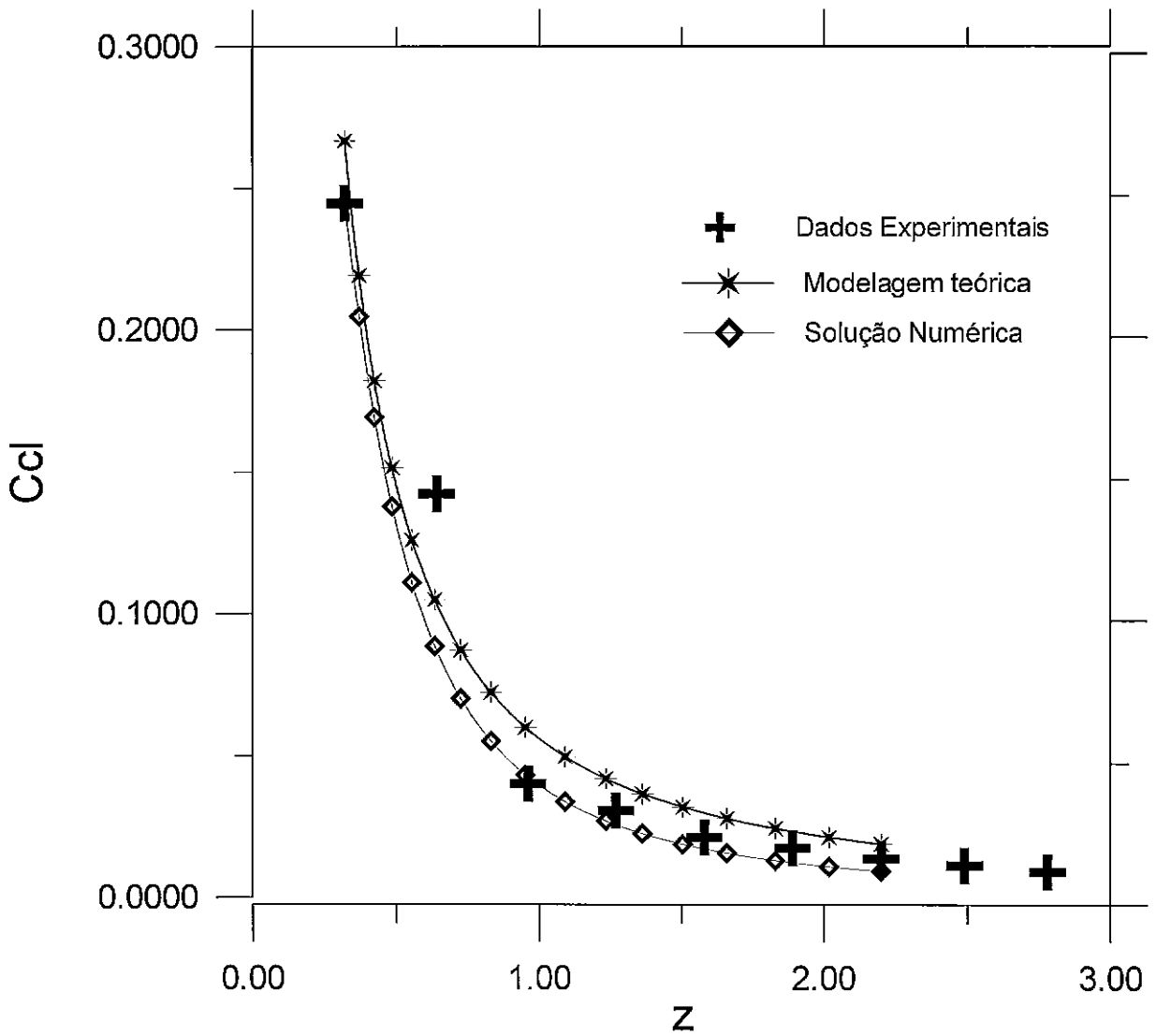


FIGURA 8. Variação axial da fração de vazio na linha de centro da pluma. Comparação com os dados de Milgram & Van Houten, 1982

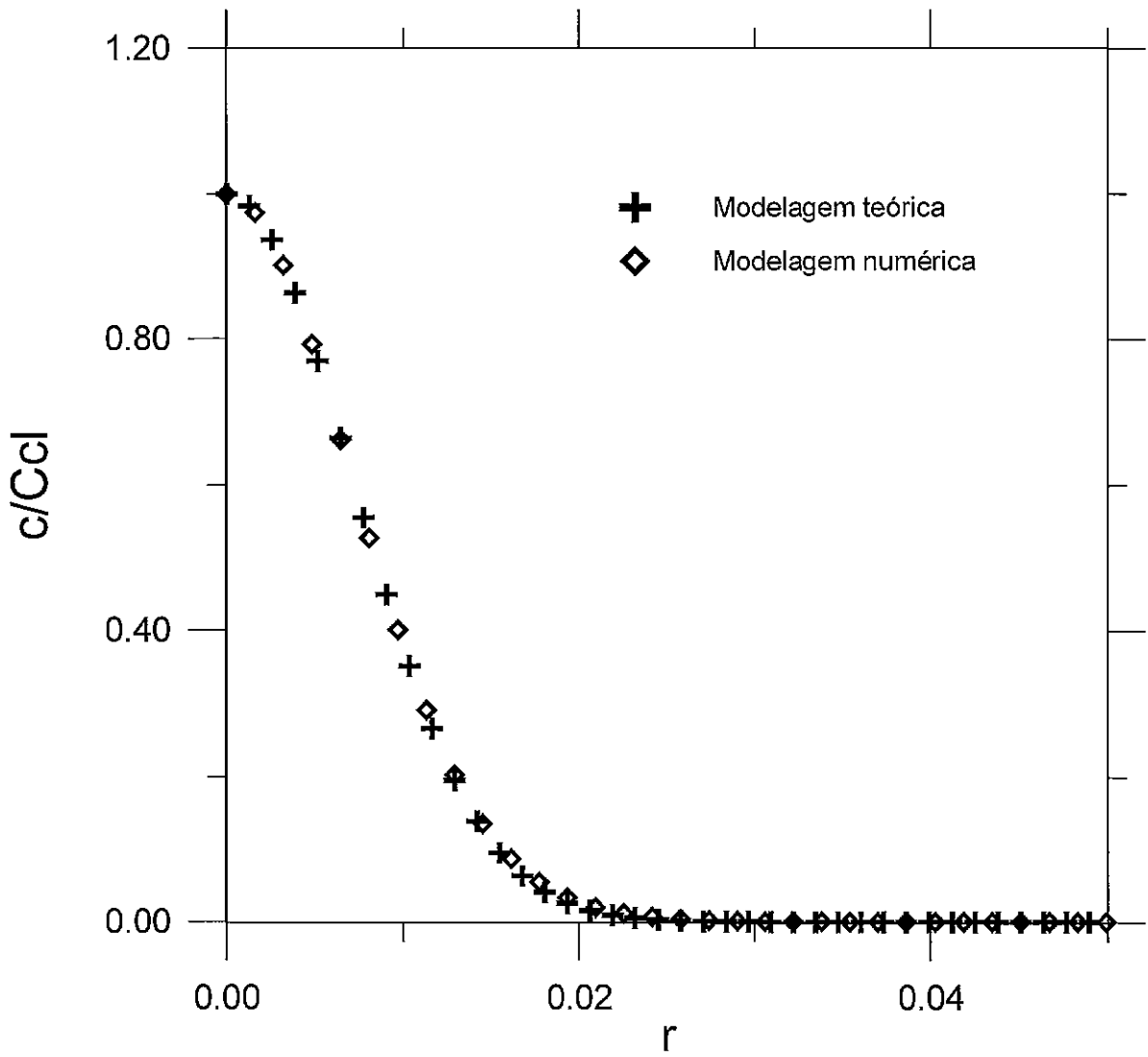


FIGURA 9. Distribuição radial da fração de vazio. Comparação com os dados de Milgram & Van Houten, 1982

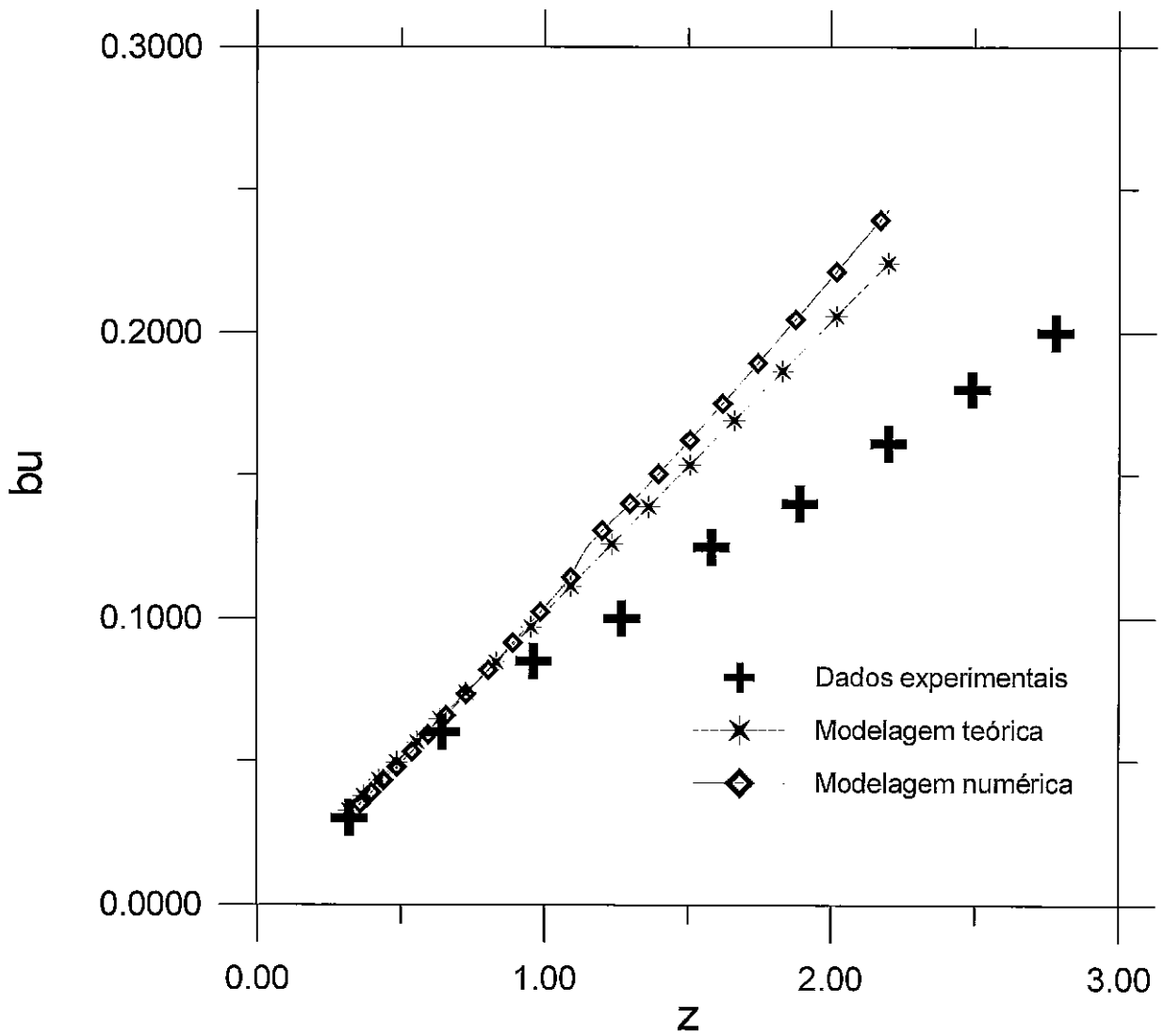


FIGURA 10. Variação axial do raio da pluma.
Comparação com os dados de Milgram & Van Houten, 1982.

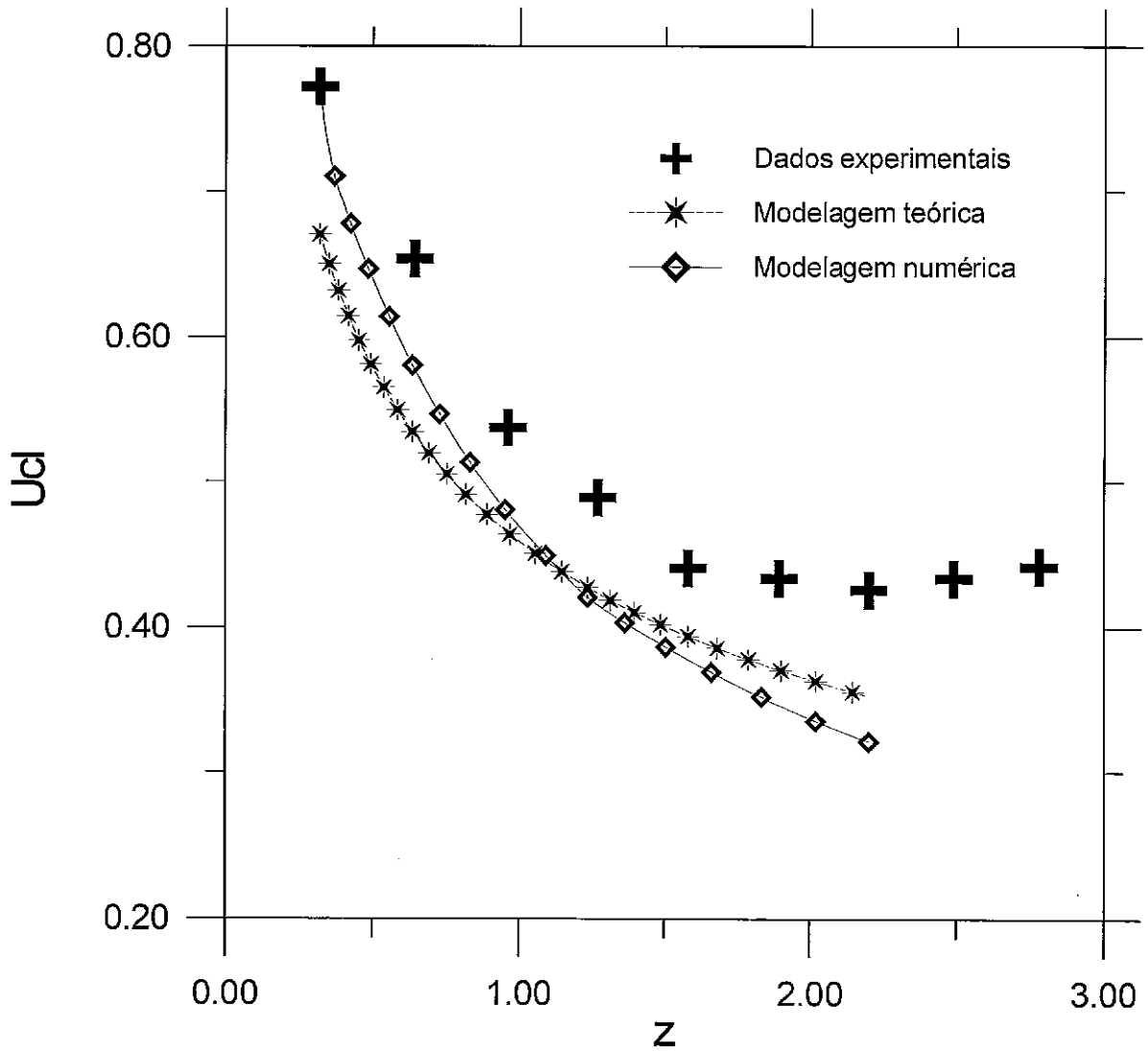


FIGURA 11. Variação axial da velocidade da linha de centro da pluma. Comparação com os dados de Milgram & Van Houten, 1982.

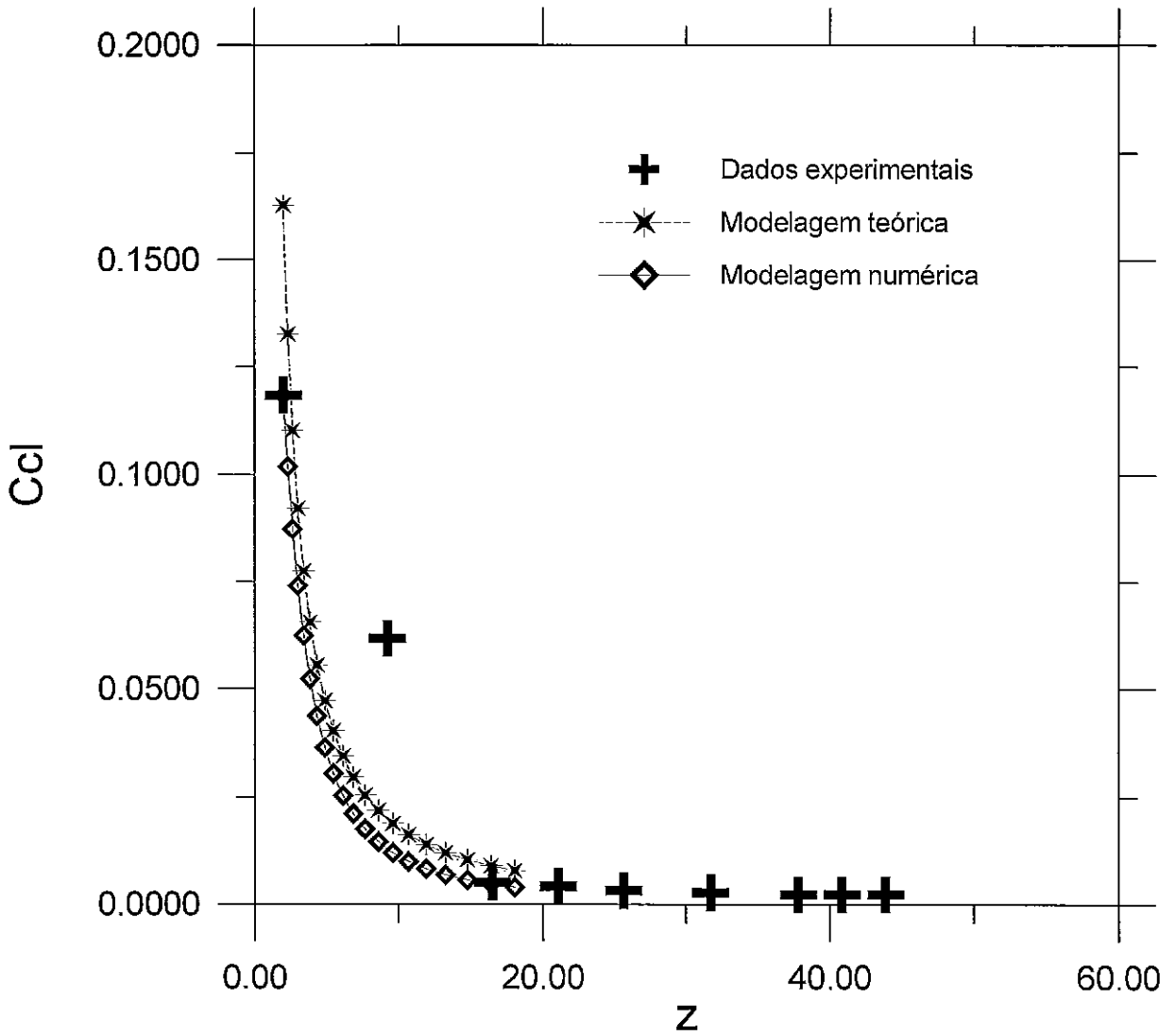


FIGURA 12. Variação axial da fração de vazio na linha de centro da pluma. Comparação com os dados de Milgram(1983).

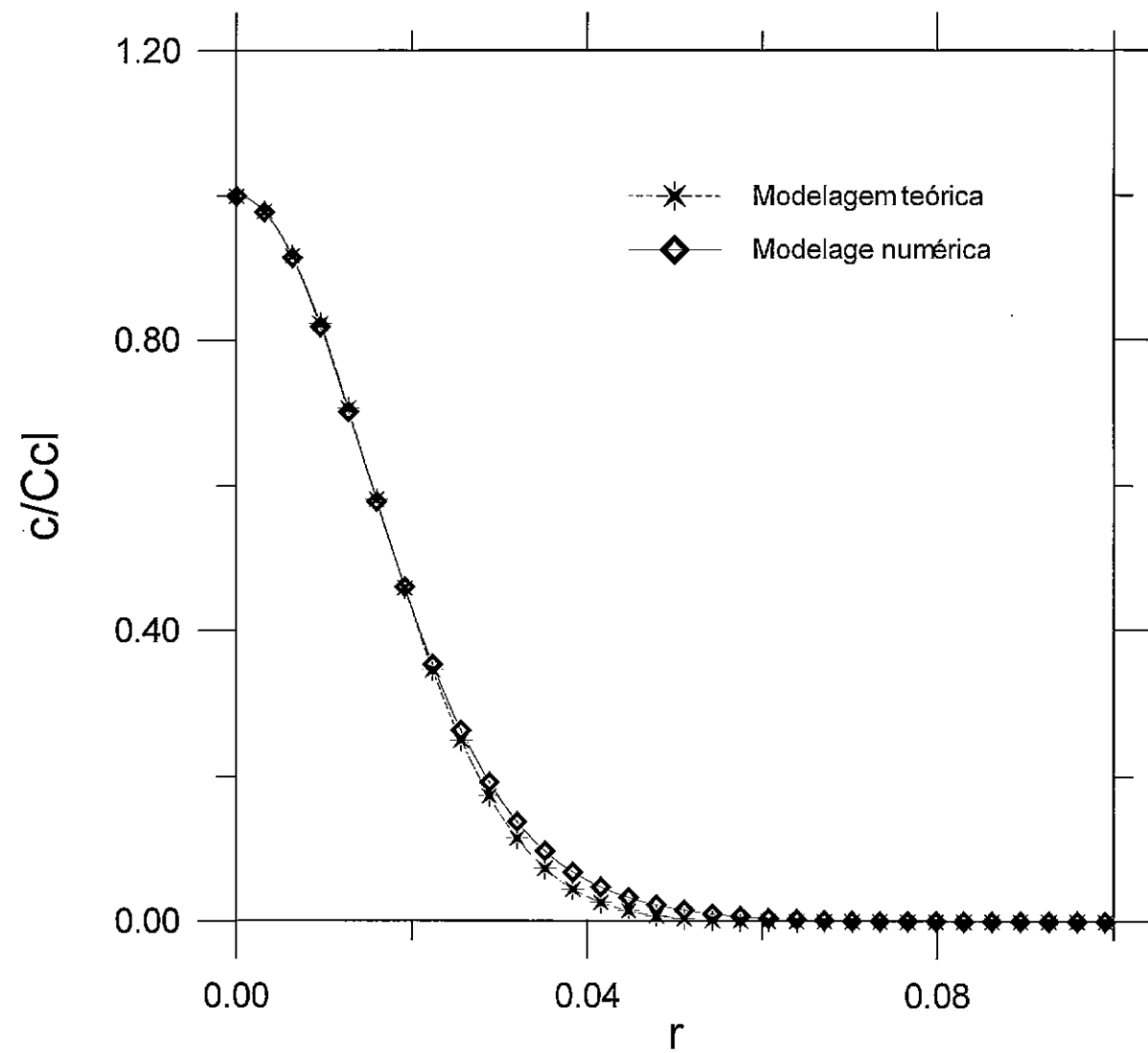


FIGURA 13. Distribuição radial da fração de vazio. Comparação com os dados de Milgram(1983).

Capítulo 5

Conclusão

No presente trabalho, um modelo de turbulência algébrico simples foi desenvolvido para a descrição do fenômeno de plumas de bolhas axissimétricas. O modelo foi mostrado ser apropriado para a descrição de que se desenvolvem em um meio em repouso. No conhecimento da autora, este é o modelo diferencial mais simples disponível na literatura, ainda assim capaz de fornecer boas previsões teóricas para o problema.

O modelo deve agora ser testado para situações mais complexas que envolvam escoamento cruzado e interferência entre múltiplas plumas. No último caso, deverá ser observado se o presente modelo é capaz de prever o efeito Coanda.

Capítulo 6

Bibliografia

Abuaf, N., Jones, Jr., O. C. e Zimmer, G. A., 1978, "Optical Probe for Local Void Fraction and Interface Velocity Measurements", *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 49, pp. 1090-1094.

Asaeda, T. e Imberger, J., 1993, "Structure of Bubble Plumes in Linearly Stratified Environments", *J. Fluid Mech.*, Vol. 249, pp. 35-57.

Baines, W. D. e Leitch, A. M., 1992, "Destruction of Stratification by a Bubble Plume", *J. Hydraul. Engng. ASCE*, Vol. 118, pp. 559-577.

Barbosa, Jr., J. R. e Bradbury, L. J. S., 1996, "Experimental Investigations in Round Bubble Plumes", *Anais do VI ENCIT/LATCYM*, Vol. 2, pp. 1073-1078, Florianópolis, Brasil.

Barbosa, Jr., J. R., Bradbury, L. J. S., e Silva Freire, A. P., 1996, "On the Numerical Calculation of Bubble Plumes, Including an Experimental Investigation of Its Mean Properties", 1996 SPE/IADC Drilling Conference, Rio de Janeiro, Brasil.

Brevik, I. e Killie, R., 1996, "Phenomenological Description of the Axisymmetric Air-Bubble Plume", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 22, No. 3, pp. 535-549.

Castillejos, A. H. e Brimacombe, J. K., 1987, "Measurement of Physical Characteristics of Bubbles in Gas-Liquid Plumes", *Metall. Trans. B*, Vol. 18B, pp. 649-671.

- Chen, C. J. e Rodi, W., 1980, "Vertical Turbulent Buoyant Jets; a Review of Experimental Data", HMT - The Science and Application of Heat and Mass Transfer - Reports, Review and Computer Programs, Pergamon Press.
- Chesters, A. K., van Doorn, M. e Goossens, L. H. J., 1980, "A General Model for Unconfined Bubble Plumes from Extended Sources", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 6, pp. 499-521.
- Chuang, S. C. e Goldschmidt, V. W., 1969, "The Response of a Hot-Wire Anemometer to a Bubble of Air in Water", Turbulence Measurements in Liquids (Edited by Patterson, G. K. e Zakin, J. L.) University of Missouri, Rolla, Continuing Education Series, pp. 88-95.
- Delhaye, J. M., 1969, "Hot-Film Anemometry in Two-Phase Flow", Symposium on Two-Phase Flow Instrumentation, National Heat Transfer Conference, Minneapolis, MN.
- Delhaye, J. M., Semeria, R. e Flamand, J. C., 1973, "Void Fraction, Vapor and Liquid Temperatures: Local Measurements in Two-Phase Flow Using a Microthermocouple", *J. Heat Transfer*, Vol. 95C, pp. 365-370.
- Ditmars, J. D. e Cederwall, K., 1974, "Analysis of Air-Bubble Plumes", *Proc. Coastal Engng Conf.*, Chap. 128, pp. 2209-2226.
- Fanneløp, T.K. & Sjøen, K., 1980, Hydrodynamics of Underwater Blowouts. *AIAA paper 80-0219*.
- Fanneløp, T.K., Hirschberg, S. e Küffer, J., 1991, "Surface Current and Recirculating Cells Generated by Bubble Curtains and Jets", *J. Fluid Mech.*, Vol. 229, 629-657.
- Goossens, L., 1979, "Reservoir Destratification with Bubble Columns", Ph.D. Thesis, Laboratorium voor Fysische Technologie, Technische Hogeschool Delft, Delft, The Netherlands.
- Gross, R. W. e Kuhlman, J. M., 1992, "Three-Component Velocity Measurements in a Turbulent Recirculating Bubble-Driven Liquid Flow", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 18, No. 3, pp. 413-421.

- Hardy, J. E. e Hylton, J. O., 1984, "Electrical Impedance String Probes for Two-Phase Void and Velocity Measurements", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 10, No. 5, pp. 541-556.
- Hassan, Y. A., Blanchat, T. K., Seeley, Jr., C. H. e Canaan, R. E., 1992, "Simultaneous Velocity Measurements of Both Components of a Two-Phase Flow Using Particle Image Velocimetry", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 18, No. 3, pp. 371-395.
- Hussain, N. A. e Siegel, R., 1976, "Liquid Jet Pumped by Rising Gas Bubbles", *J. of Fluids Eng.*, March 1976, pp. 49-57.
- Hussain, N. A. e Narang, B. S., 1984, "Simplified Analysis of Air-Bubble Plumes in Moderately Stratified Environments", *J. Heat Transfer*, Vol. 106, pp. 543-551.
- Iguchi, M and Morita, Z-I, 1990, The Effective Viscosity and Effective Diffusivity of Bubbles in an Air-Water Vertical Bubbling Jet, *ISIJ Intl*, vol.32, pp. 857-864.
- Jones, Jr., O. C., 1981, "Two-Phase Flow Measurement Techniques in Gas-Liquid Systems", U.S. Nuclear Regulatory Commission, Office of Nuclear Regulatory Research, under contract DE-AC02-76H00016, NRC FIN no. A-3045.
- Kobus, H. E., 1968, "Analysis of the Flow Induced by Air-Bubble Systems", *Proc. 11th Coastal Engng Conf. London*, Vol. 2, Chap. 65, pp. 1016-1031.
- Lance, M. & Lopez de Bertodano, M., 1992, Phase Distribution Phenomena and Water Effects in Bubbly Two-Phase Flows, *3rd Int. Workshop on Two-Phase Flow Fundamentals*, Imperial College, London.
- Lemckert, C. J. e Imberger, J., 1993, "Energetic Bubble Plumes in Arbitrary Stratification", *J. Hydraul. Engng. ASCE*, Vol. 119, No. 6, pp. 680-703.
- Lopez de Bertodano, M., Lee, S.-J., Lahey, R. T. Jr. & Drew, D. A., 1990, The Prediction of Two-Phase Turbulence and Phase Distribution Phenomena Using a Reynolds Stress Model, *ASME J. Fluids Engng.*, vol.112, pp.107-113.

- Lopez de Bertodano, M., Lahey, R. T. Jr. & Jones, O. C., 1994, Development of a $\kappa - \epsilon$ Model for Bubbly Two-Phase Flow, *ASME J. Fluids Engrg.*, vol.116, pp.128-134.
- Marié, J. L., 1983, "Investigation of Two-Phase Bubbly Flows Using Laser Doppler Anemometry", *PCH PhysicoChemical Hydrodynamics*, Vol. 4, No. 2, pp. 103-118.
- Mazumdar, D., 1989, *Metall. Trans. B*, vol.13, pp.125.
- McDougall, T. J., 1978, "Bubble Plumes in Stratified Environments", *J. Fluid Mech.*, Vol. 85, part 4, pp. 655-672.
- Milgram, J. H. & Van Houten, R. J., 1982, Plumes from Sub-Sea Well Blowouts. In *Proc. of the 3rd Intl Conf., BOSS*, vol.1, pp.659-684.
- Milgram, J. H., 1983, "Mean Flow in Round Bubble Plumes", *J. Fluid Mech.*, Vol. 133, pp. 345-376.
- Morton, B. R., Taylor, G. I., e Turner, J. S., 1956, "Turbulent Gravitational Convection from Maintained and Instantaneous Sources", *Proc R. Soc. Lond., A* 234, pp. 1-23.
- Neal, L. G. e Bankoff, S. G., 1963, "A High Resolution Resistivity Probe for Determination of Local Void Properties in Gas-Liquid Flow", *AIChE J.*, Vol. 9, pp.49-54.
- Pun, W. M. & Spalding, D. B., 1967, *Proc. XVIII Int. Astronautical Cong.*, vol. 3, Pergamon Press/OWN-Polish Sci. Publ., vol. 3.
- Sahai, Y & Guthrie, R. I. L. *Metall. Trans. B*, vol. 13, pp 125, 1982.
- Santos, L. C. C. e Silva Freire, A. P., 1993, "On Round Bubble Plumes Subject to Cross Flow", *Anais do XII COBEM*, pp. 1009-1013, Brasilia, Brasil.
- Santos, L. C. C. e Silva Freire, A. P., 1994, "The Effects of Hydrate Formation on the Mean Properties of Bubble Plumes, Including the Prediction of Surface Waves", *Anais do V ENCIT*, São Paulo, Brasil.

- Sekoguchi, K., Fukui, H., Matsuoka, T. e Nishikawa, K., 1974, "Investigation into the Statistical Characteristics of Bubbles in Two-Phase Flow", *Trans. JSME*, Vol. 40, pp. 2295-2310.
- Serizawa, A., Kataoka, I. e Michiyoshi, I., 1975, "Turbulence Structure of Air-Water Bubbly Flow - I. Measuring Techniques", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 2, pp. 221-33.
- Serizawa, A. & Kataoka, I., 1991, Turbulence Suppression in Bubbly Two-Phase Flow, *Nuclear Engineering and Design*.
- Sheng, Y. Y. e Irons, G. A., 1992, "Measurements of the Internal Structure of Gas-Liquid Plumes", *Metall. Trans. B*, Vol. 23B, pp. 779-788.
- Silva Freire, A. P., 1995, CENPES Internal Report No ET-120111/6, PETROBRAS, Rio de Janeiro, Brasil.
- Tacke, K. H., Schubert, H. G., Weber, D. J. e Schwerdtfeger, K., 1985, "Characteristics of Round Vertical Gas Bubble Jets", *Metall. Trans. B*, Vol. 16B, pp. 263-275.
- Topham, D. R., 1984, "The Modelling of Hydrocarbon Bubble Plumes to Include Gas Hydrate Formation", *Chem. Engng. Sci.*, 1613, pp. 39-51.
- Toral, H., 1981, "A Study of the Hot-Wire Anemometer for Measuring Void Fraction in Two-Phase Flow", *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. 14, pp. 822-827.
- Vysnianskas, A., 1980, "A Kinetic Study of Methane Hydrate Formation", Ph.D. Thesis, University of Calgary.
- Wilkinson, D. L., 1979, "Two-Dimensional Bubble Plumes", *J. Hydraul. Div. ASCE*, Vol. 105, No. HY2, pp. 139-154.
- Xu, L. A., Leonard, D. e Green, R. G., 1985, "A Pulsed Ultrasound Transducer System for Two Component Flow", *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. 18, pp. 609-613.
- Zhou, M. e Brimacombe, J. K., 1994, "Critical Fluid-Flow Phenomenon in a Gas-Stirred Ladle", *Metall. Trans. B*, Vol. 25B, pp. 681-692.

Zic, K., Stephan, H. G. e Ellis, C., 1992, "Laboratory Study of Bubble Plume Destratification", *J. Hydraul. Res.*, Vol. 30, pp. 7-27.