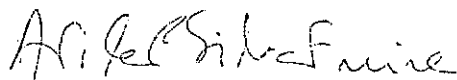


# O MÉTODO DOS SENSORES ELETRO-RESISTIVOS APLICADO A PLUMAS DE BOLHAS

**Jader Riso Barbosa Junior**

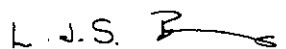
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO ÚLTIMO DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovado por:



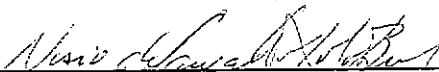
---

Prof. Atila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.,



---

Prof. Leslie John Stanley Bradbury, Ph.D.,



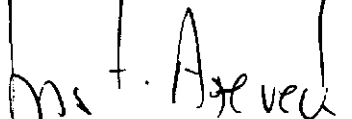
---

Prof. Nisio de Carvalho Lobo Brum, D.Sc.,



---

Prof. Roberto de Souza, D.Sc.,



---

Prof. Luis Fernando Alzuguir Azevedo, Ph.D.,

BARBOSA, Jr., JADER RISO

O Método dos Sensores Eletro-resistivos Aplicado a Plumas de Bolhas.

(Rio de Janeiro) 1997

vii, 112 p 29,7cm (COPPE/UFRJ M.Sc., Engenharia Mecânica, 1997)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Fenômenos de Transporte I. COPPE/UFRJ II. Título (Série)

*“..Há tantos caminhos, tantas portas,  
mas somente um tem coração.”*

Raul Seixas

# AGRADECIMENTOS

Ao Professor Atila Silva Freire, pela orientação, incentivo e confiança.

To Professor Leslie Bradbury, who introduced me to experimental fluid mechanics.

Ao Professor Roberto de Souza, pelas sempre valiosas sugestões à instalação experimental.

Ao corpo docente do Programa de Engenharia Mecânica, principalmente à amizade dos Professores Nisio Brum, Renato Cotta, Gustavo Bodstein e Manuel Cruz.

Aos muitos amigos do Laboratório de Mecânica da Turbulência, pela alegre convivência.

A Bia, certo de que sempre escolheremos o melhor caminho.

A minha família, Jader, Vilma e Jane, pelo pouco que sou hoje.

A CAPES, pelo apoio financeiro a este trabalho.

Resumo da tese apresentada à COPPE / UFRJ como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

## O MÉTODO DOS SENSORES ELETRO-RESISTIVOS APLICADO A PLUMAS DE BOLHAS

Jader Riso Barbosa Junior

fevereiro de 1997

Orientadores: Atila Pantaleão Silva Freire e Leslie John Stanley Bradbury

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho apresenta um programa experimental voltado à medição de propriedades de escoamentos bifásicos gás-líquido. A técnica de medição é o Método dos Sensores de Condutividade ou Eletro-resistivos.

O objetivo principal é validar a instrumentação construída através da confirmação de hipóteses relativas à física do fenômeno de pluma de bolhas e da comparação com resultados obtidos para este escoamento por meio de modelos integrais.

A instrumentação, constituída de sensores de um e de dois canais (montados a partir de pequenas agulhas), é aplicada a uma pluma de bolhas ar-água sob diversas condições de vazão de ar e de tipos de bocais de injeção.

Distribuições de fração de gás e velocidade de subida das bolhas, bem como sua morfologia aproximada, são apresentadas. Os resultados experimentais verificam as hipóteses sobre a física do problema e os resultados das teorias integrais na região do escoamento onde as forças de empuxo são as dominantes.

Abstract of the thesis presented to COPPE / UFRJ as partial fulfilment of the requirements for the degree of Master in Science (M.Sc.).

MEASUREMENT OF BUBBLE PLUME PROPERTIES USING  
AN ELECTRO-RESISTIVITY SENSOR TECHNIQUE

Jader Riso Barbosa Junior

February, 1997

Supervisors: Atila Pantaleão Silva Freire and Leslie John Stanley Bradbury

Department: Mechanical Engineering

This work shows how can an experimental program, based on the Electroresistivity Sensor Technique, be devised so as to measure two-phase gas-liquid flow properties.

The system is applied to an air-water bubble plume. The main objective of the work is to verify the quality of the instrumentation through the confirmation of the hypotheses about the physics of the problem and through comparisons with results obtained by the integral theories.

Single and double channel needle probes were built. The experimental results were obtained for several air flow rate and injection nozzle conditions.

Gas fraction, bubble rise velocity and bubble mean diameter distributions are shown. The experimental results verify the bubble plume physical hypotheses as well as the integral theory results, specially in the region of the flow where buoyancy forces dominate.

# ÍNDICE

FICHA CATALOGRÁFICA	iii
AGRADECIMENTOS	iv
RESUMO	v
ABSTRACT	vi
ÍNDICE	vii
<b>1. INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>2. O ESTADO DA ARTE</b>	<b>5</b>
2.1. Da teoria e experimentos em plumas de bolhas	5
2.2. Da técnica experimental	8
<b>3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>12</b>
3.1. O problema de plumas de bolhas	12
3.2. As teorias integrais	15
3.2.1. A teoria de Milgram	15
3.2.2. Outras teorias: um comentário crítico	20
3.3. Fundamentos teóricos de análise de sinais	21
3.3.1. Processos randômicos estacionários e ergódicos	22
3.3.2. Análise estatística do sinal	23

<b>4. EXPERIMENTOS</b>	<b>32</b>
4.1. Método experimental	32
4.2. Princípio de funcionamento	32
4.3. Descrição do equipamento	33
4.3.1. O aparato experimental	33
4.3.2. O sensor de condutividade ou eletro-resistivo	36
4.3.3. O módulo condicionador de sinais	37
4.4. O sinal	40
4.4.1. Construção	40
4.4.2. Propriedades do sinal	44
4.5. Tratamento de dados e medições	47
4.5.1. Leitura e armazenamento de dados	47
4.5.2. Interpretação de dados	49
4.5.3. Quantificação de propriedades de plumas de bolhas	50
4.6. Procedimento experimental	61
4.6.1. Preparativos	61
4.6.2. Medidas de propriedades do sinal	61
4.6.3. Medidas de fração de gás, velocidade de subida e diâmetro médio das bolhas	62
<b>5. RESULTADOS</b>	<b>64</b>
5.1. Propriedades do sinal	64
5.2. Distribuições de frequência	67



5.3. Fração de gás	71
5.4. Velocidade de subida das bolhas	75
5.5. Diâmetro médio das bolhas	79
<b>6. CONCLUSÃO</b>	<b>81</b>
6.1. Etapas vencidas	81
6.2. Propostas futuras	81
<b>APÊNDICES</b>	
Apêndice A: A Região de Escoamento Desenvolvido	83
Apêndice B: O Teorema do Limite Central	85
Apêndice C: Construção de sensores eletro-resistivos	87
Apêndice D: O código de aquisição e tratamento de dados	92
Apêndice E: O módulo condicionador de sinais	101
Apêndice F: Autocorrelação da função de intermitência	103
Apêndice G: Velocidade de deslocamento de uma bolha esférica	104
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>107</b>

# 1. INTRODUÇÃO

A complexidade dos escoamentos multifásicos aliada à sua importância em diversos ramos da engenharia fez com que um esforço considerável fosse direcionado no sentido de aprimorar o conhecimento sobre o assunto. A busca deste melhor entendimento propiciou o aperfeiçoamento de modelos físico-matemáticos e o desenvolvimento de instrumentação e técnicas experimentais especiais. Tais avanços permitiram, dentre outros exemplos, a construção de equipamentos cada vez mais seguros e eficientes, bem como o entendimento de vários fenômenos existentes na natureza.

De um modo geral, escoamentos bifásicos gás-líquido, internos ou externos, com ou sem transferência de calor e massa, possuem inúmeras aplicações nos campos das Engenharias Mecânica, Química, Nuclear, Metalúrgica e Oceânica. A vasta gama de aplicações deste tema demandou o desenvolvimento de instrumentação e técnicas experimentais especiais, visando a determinação de características locais de ambas as fases.

Um fenômeno que tem despertado grande interesse recentemente é o de pluma de bolhas.

Plumas de bolhas são frequentemente encontradas na natureza e sua aplicação industrial e tecnológica é vasta. Vazamentos submarinos de gás, como o relatado por Beall e Horler(1991), quebra-mares pneumáticos (Bulson,1968), prevenção de congelamento da superfície de lagos durante o inverno, cortinas de aeração em ambientes estratificados e processos siderúrgicos (Castillejos e Brimacombe,1987) figuram como alguns dos inúmeros exemplos.

O presente trabalho objetiva desenvolver um programa experimental, baseado no Método de Sensores Eletro-resistivos (ou de Condutividade), que se preste à medição de propriedades da fase gasosa de escoamentos gás-líquido.

Este programa será construído a partir do zero, devendo tratar tanto da concepção física dos aparelhos quanto dos códigos de aquisição e tratamento de dados a serem

utilizados. Em particular, o sistema de medição a ser projetado e construído deverá satisfazer os seguintes quesitos:

- a) provocar interferência mínima com o escoamento original,
- b) possuir boa discriminação de sinal entre as fases,
- c) ser de calibração estável, e
- d) ser barato e de uso simplificado.

A validação de todo o procedimento experimental desenvolvido será obtida contra o fenômeno de pluma de bolhas. Este fenômeno, apesar da simples geometria, é bastante rico, possuindo características diversas que podem ser utilizadas para uma confirmação da técnica experimental a partir de medidas pertinentes e independentes.

Quando aplicada ao fenômeno de pluma de bolhas, a técnica será capaz de fornecer as distribuições de fração de gás, de velocidade de subida e a morfologia das bolhas para diferentes condições de escoamento. Para este fim, adianta-se que sensores com um e dois canais serão empregados.

A medição precisa de propriedades médias e instantâneas tem como meta a confirmação das hipóteses acerca da natureza do fenômeno adotadas pelas teorias integrais de plumas de bolhas (Ditmars e Cederwall,1974; Milgram,1983). Fundamentalmente, as teorias integrais supõem que i) os perfis de fração de gás e velocidade da fase líquida possuem forma Gaussiana; ii) o escoamento pode ser dividido em três regiões distintas, a Região de Escoamento em Desenvolvimento, a Região de Escoamento Desenvolvido e a Região de Superfície Livre; iii) o escoamento na região já desenvolvida é independente das condições na região em desenvolvimento e; iv) a velocidade de escorregamento da fase gasosa é aproximadamente constante.

Tendo estes fatos já sido experimentalmente verificados e validados por outros autores (Kobus,1968; Milgram,1983; Fanneløp *et alli*,1990), torna-se então possível utilizar as distribuições de fração de gás obtidas, bem como os valores de velocidade de subida

das bolhas e de suas características, para mostrar a excelência do sistema ora proposto.

Faz-se agora uma breve descrição da organização do presente trabalho.

No segundo capítulo, é apresentado o estado da arte do problema de plumas de bolhas, bem como um panorama da técnica experimental. Os fundamentos teóricos de plumas de bolhas são mostrados no terceiro capítulo. Basicamente, apresenta-se a teoria proposta por Milgram(1983) juntamente com as analogias e hipóteses simplificadoras adotadas. Ainda neste capítulo, os principais tópicos da teoria estatística de processos randômicos são introduzidos, de maneira a situar em um contexto teórico as técnicas de análise e interpretação do sinal a serem utilizadas, posteriormente, no capítulo 4. Optou-se por esta marcada secção temática no capítulo 3, entitulado Fundamentos Teóricos, por acreditar-se que deveria constar desta parte do trabalho toda a teoria (seja ela sobre o fenômeno de plumas de bolhas ou processamento de sinais) de que este autor fez uso para realizar seu trabalho.

O quarto capítulo abrange os aspectos relacionados aos experimentos. Inicialmente, a técnica experimental é apresentada sob um ponto de vista crítico, apontando vantagens e desvantagens acerca de sua aplicação em escoamentos multifásicos. Em seguida, são descritos o aparato experimental e a estrutura do sinal de saída. Esta última, vem acompanhada por uma breve dedução analítica de algumas de suas propriedades. Ainda neste capítulo, são mostrados os procedimentos de aquisição de dados e de medição das propriedades do escoamento a partir da interpretação do sinal.

Sistemas possuindo apenas um canal são capazes de medir a fração de gás somente. Para que medições de velocidade de subida e de diâmetro médio das bolhas sejam efetuadas, é preciso que o sistema de medição possua dois ou mais canais. Em linhas gerais, os sensores eletro-resistivos utilizados neste trabalho medem a velocidade com que uma perturbação (fronteira líquido-gás) é convectada pelo escoamento a partir do atraso no tempo entre sua detecção por eletrodos espacialmente separados. O quarto capítulo mostra o procedimento experimental (escolha das vazões de gás, seleção dos

tipos de injetores de ar etc.) e as condições em que os experimentos foram realizados.

Os resultados são apresentados no quinto capítulo. Distribuições de fração de gás, velocidade de subida e diâmetro médio das bolhas são comparadas aos resultados fornecidos pelas teorias integrais. As principais hipóteses feitas pelas teorias também são verificadas.

O capítulo 6 compreende a conclusão final e propostas para futuros trabalhos. Observou-se que a técnica experimental apresenta resultados satisfatórios quando empregada na medição de propriedades da fase gasosa (principalmente na região de escoamento desenvolvido). Contudo, melhorias no equipamento experimental são necessárias para a medição precisa do tamanho e formato das bolhas.

## 2. O ESTADO DA ARTE

Este capítulo foi dividido em duas seções independentes. A seção 2.1 trata do estado da arte dos estudos teóricos e experimentais em plumas de bolhas, incluindo aspectos como ambientes estratificados e particularidades associadas às plumas de bolhas encontradas na indústria petrolífera. A seção 2.2 situa a técnica dos sensores eletro-resistivos no âmbito dos métodos experimentais aplicados a escoamentos multifásicos e apresenta um histórico do desenvolvimento e aplicações da técnica ao longo dos últimos anos.

### 2.1. Da teoria e experimentos em plumas de bolhas

O desenvolvimento teórico de plumas de bolhas é calcado na teoria de plumas térmicas, cujos fundamentos, propostos por G.I. Taylor em fins dos anos 40, transformaram-se em sólida referência às formulações propostas nas décadas seguintes. Apesar das inúmeras divergências existentes entre o fenômeno aqui estudado e os problemas de plumas térmicas e de jatos turbulentos, é interessante observar que, quando possível, os estudos teóricos em plumas de bolhas buscam, na analogia a esses escoamentos, embasamento para a adoção de hipóteses acerca da física do problema.

Kobus(1968) apresentou um modelo simplificado onde, fazendo uso da analogia descrita acima, supôs que o perfil de velocidades da fase líquida possuía forma Gaussiana. No tocante a experimentos, Kobus obteve a velocidade da fase líquida através do uso de medidores de vazão (micro-turbinas). O estudo teórico desenvolvido por Ditmars e Cederwall(1974) consistia de uma teoria integral para plumas de bolhas análoga à teoria integral para plumas térmicas proposta por Morton, Taylor e Turner(1956). Ambas as teorias baseavam-se na hipótese de entranhamento de Taylor, possuindo coeficientes de entranhamento constantes. Um avanço significativo, proposto à teoria de plumas de bolhas por Ditmars e Cederwall, foi a introdução da velocidade de escorregamento para a fase gasosa. Nesse trabalho, contudo, o fluxo de quantidade de movimento

relativo às flutuações turbulentas não foi considerado. Ditmars e Cederwall também utilizaram a hipótese de Boussinesq na descrição do campo de velocidades. Isto é equivalente a se dizer que quase toda a quantidade de movimento do fluido deve-se apenas à fase líquida. Hussain e Siegel(1976) propuseram um modelo matemático integral para plumas de bolhas cuja peculiaridade era a adoção de um perfil *top hat* para a distribuição de velocidades, ao invés do tradicionalmente adotado perfil Gaussiano. Este modelo foi concebido para plumas que possuíssem uma geometria característica, especificando uma certa relação de volume entre as bolhas e suas esteiras turbulentas resultantes. Wilkinson(1979) desenvolveu uma teoria para plumas de bolhas bidimensionais em que propôs ser o comportamento da pluma fortemente influenciado pelo número de Weber ( $We$ ). Desta forma, forças de empuxo são de igual importância ou dominam as de tensão superficial quando  $We$  apresenta-se próximo da unidade ou de ordem  $10^2$ , respectivamente. De acordo com Wilkinson, este balanço de forças é fator determinante na estrutura da pluma. Uma teoria integral para plumas de bolhas axissimétricas, acompanhada de experimentos em laboratório, foi proposta por Chesters *et alli*(1980). Neste trabalho, medições de velocidade de ambas as fases foram apresentadas. Milgram(1983) aliou a uma teoria integral para plumas de bolhas uma grande quantidade de dados experimentais com o intuito de determinar relações funcionais entre propriedades locais da pluma e os coeficientes de entranhamento e de amplificação da quantidade de movimento devido às flutuações turbulentas. Tais relações, em conjunto com uma refinada teoria integral, compunham um conjunto de equações solucionáveis numericamente. Os experimentos de Milgram foram realizados em escala real (profundidades da ordem de  $50m$ ), onde, como no trabalho de Kobus, a velocidade da fase líquida foi obtida através do emprego de pequenas turbinas. O trabalho de Fanneløp *et alli*(1990) apresentou modelos matemáticos e observações experimentais sobre o escoamento em pluma de bolhas na região próxima à superfície livre. Através da teoria de Fanneløp *et alli*, o efeito das ondas de superfície pôde ser quantificado. Zhou e Brimacombe(1994) constataram a existência de uma vazão de gás crítica, acima da qual a configuração do escoamento modificava-se

acentuadamente (aumento da Região de Escoamento em Desenvolvimento — ver seção 3.1). Mais recentemente, Brevik e Killie(1996) apresentaram uma teoria alternativa, onde a hipótese de entranhamento de Taylor não foi adotada. Em seu lugar, a equação da energia cinética turbulenta foi usada em conjunto com a hipótese de que o componente dominante das tensões de Reynolds se preservava. Os resultados da teoria foram comparados com os experimentos de Kobus e de Milgram.

O estudo de plumas de bolhas em ambientes estratificados desenvolveu-se de forma quase independente do estudo em ambientes homogêneos. McDougall(1978) foi o precursor do estudo e apresentou resultados experimentais para validar um modelo teórico. Hussain e Narang(1984) desenvolveram um modelo matemático visando o cálculo de propriedades da fase líquida em ambientes moderadamente estratificados. Os resultados teóricos foram comparados com os experimentos em desestratificação de reservatórios realizados por Goossens(1979), bem como com os de Kobus e de Milgram. Nos dias de hoje, pesquisadores ainda estudam processos de desestratificação utilizando plumas de bolhas (Baines e Leitch,1992; Zic *et alli*,1992), além da estrutura da pluma em ambientes linearmente (Asaeda e Imberger,1993) e arbitrariamente estratificados (Lemckert e Imberger,1993).

Plumas de bolhas encontradas na indústria petrolífera são, em geral, mais complexas. Além da estratificação do meio (o oceano), a existência de correntes cruzadas e a possível formação de hidratos, fenômenos de difícil modelagem, enriquecem o problema. A reprodução das condições do escoamento em laboratório é mais restrita e dispendiosa devido ao alto número de fatores influentes na estrutura da pluma.

Na tentativa de prever o comportamento de uma pluma de bolhas sujeita a escoamento cruzado, Santos e Silva Freire(1993) compararam o desempenho de dois modelos existentes: o Modelo Convectivo (*Momentum Convective Model*) e o Modelo Local (*Local Model*). Ambos os modelos supõem que a flexão da pluma se deve principalmente ao entranhamento de líquido, sendo o arrasto devido à diferença de pressão um fator



menos importante. Na realidade, este fator é totalmente desprezado pelo Modelo Convectivo, cuja hipótese principal é a de que a quantidade de movimento entranhada pela pluma é conservada pelo escoamento. O Modelo Local, por sua vez, busca resgatar a informação perdida ao desprezar o arrasto devido à diferença de pressão. Desta forma, o segundo modelo apresentado supõe que o líquido entranhado a uma determinada altura possui a velocidade horizontal de igual valor à do ambiente líquido àquela altura. Como resultado, espera-se que a linha de centro da pluma encontre-se entre o previsto pelos Modelos Convectivo e Local.

Sob certas condições de temperatura e pressão, freqüentemente encontradas em ambientes submarinos, alguns gases combinam-se quimicamente com a água formando substâncias, de massa específica próxima a da água, denominadas hidratos. Para gases orgânicos (metano, gás natural), hidratos começam a se formar em condições ambientais correspondentes a 200 metros de profundidade. O trabalho experimental de Topham(1984) forneceu o valor das constantes envolvidas na equação da cinética da formação de hidratos proposta por Vysnianskas(1980). Esta relação, aplicada ao fenômeno de plumas de bolhas por Santos e Silva Freire(1994), mostra a influência da formação de hidratos em vazamentos submarinos de gás. Sob certas condições, a hidratação é tão acentuada que o gás pode reagir integralmente com a água do mar, sem que nenhuma porção da massa de gás injetado atinja a superfície. Os mesmos resultados são apresentados por Barbosa, Jr. *et alli* (1996).

## 2.2. Da técnica experimental

Inicialmente, a instrumentação em escoamentos gás-líquido foi desenvolvida visando a determinação de perfis médios e locais de fração de vazio. Com o passar do tempo, o progresso dos métodos experimentais permitiu que velocidades médias e locais de ambas as fases, assim como frequências de passagem de interfaces e temperaturas das fases pudessem ser quantificadas. Hoje, características estatísticas das grandezas medidas, tais como densidades espectrais, histogramas e funções densidade de probabilidade,

podem ser inteiramente descritas.

De acordo com Jones, Jr. e Delhaye(1976), alguns problemas associados a medições em escoamentos monofásicos são também experimentados em escoamentos multifásicos; outros problemas, entretanto, são unicamente relacionados a estes últimos. Muitos desses complicadores adicionais se devem à presença de mais de uma fase, embora em alguns casos, a geometria do escoamento contribua para incrementar as dificuldades. Jones, Jr. e Delhaye citam alguns problemas relacionados à presença de duas ou mais fases: 1) A deformação de uma interface quando próxima a um sensor induz um atraso entre a ocorrência e a detecção do evento devido a um tempo de resposta hidrodinâmico; 2) Mesmo escoamentos estacionários podem conter flutuações significantes, de maneira que as grandezas médias (no tempo) devem ser medidas levando em consideração todos os fatores de amortecimento e não-linearidade; 3) Um sensor intrusivo ou uma válvula de bloqueio podem destruir um equilíbrio metaestável ou causar cavitação.

Várias técnicas experimentais têm se desenvolvido ao longo dos últimos anos. Algumas dissidentes de métodos utilizados em sistemas monofásicos, outras concebidas especialmente para sistemas multifásicos. Em particular, para escoamentos gás-líquido em regime a bolhas, métodos de medição das propriedades de ambas as fases podem ser comparados com o objetivo de avaliar seus desempenhos em situações e geometrias diversas. Dentre alguns exemplos pode-se citar: sensores de condutividade ou eletro-resistivos (Neal e Bankoff,1963; Sekoguchi *et alli*,1974; Castillejos e Brimacombe,1987; Barbosa, Jr. e Bradbury,1996), anemômetros a fio-quente (Chuang e Goldschmidt,1969; Toral,1980) e filme quente (Delhaye,1969), microtermopares (Delhaye *et alli*,1973), sensores ópticos (Abuaf et al,1978), técnicas de impedância elétrica (Hardy *et alli*,1984), métodos baseados na atenuação de raios X e raios gama (Schroch,1969), técnicas de ultrassom (Xu *et alli*,1985), anemometria a laser-Doppler (Marié,1983; Gross e Kuhlman,1992) e rastreamento de partículas, *particle image velocimetry*, (Hassan *et alli*,1992).

Segundo a classificação de técnicas de medição em escoamentos bifásicos sugerida por Jones, Jr.(1981), o método de sensores de condutividade ou eletro-resistivos enquadra-se na categoria de métodos intrusivos com sinal de saída elétrico. Nesta categoria, ainda encontram-se as técnicas de anemometria a fio e filme quente, impedância elétrica, microtermopares e sensores ópticos. Outras categorias são: métodos intrusivos com sinal de saída mecânico e métodos não intrusivos.

Sensores eletro-resistivos, construídos a partir de pequenas agulhas, foram introduzidos por Neal e Bankoff(1963) com o objetivo de determinar a distribuição de fração de vazio local em escoamentos internos de nitrogênio-mercúrio. Entretanto, foi o trabalho de Serizawa *et alli*(1975) para escoamentos a bolhas internos, o mais importante para o estabelecimento da técnica de medição.

Em escoamentos internos, sensores eletro-resistivos, de um ou dois canais, foram amplamente empregados. A determinação de velocidade e tamanho de bolhas e pistões (*slugs*) (Neal e Bankoff,1963; Uga,1972; Sekoguchi *et alli*,1974; Lewis e Davidson,1983), e a caracterização da estrutura do filme líquido em escoamentos anulares (Telles e Dukler,1970; Chu e Dukler,1974) são apenas alguns exemplos.

Em escoamentos gás-líquido não-confinados, Chesters *et alli*(1980) utilizaram sensores eletro-resistivos e anemometria a laser-Doppler para determinar algumas características das fases gasosa e líquida em uma pluma de bolhas. Com o interesse na aplicação de plumas de bolhas na indústria metalúrgica, Tacke *et alli*(1985) realizaram experimentos com sensores eletro-resistivos, medindo propriedades da fase gasosa para sistemas ar-água, hélio-água e nitrogênio-mercúrio. Castillejos e Brimacombe(1987), também visando a indústria do aço, desenvolveram instrumentação baseada na mesma técnica para análise de plumas de bolhas.

A utilização deste sistema de medição, muitas vezes aliado a outras técnicas experimentais, originou diversos trabalhos que contribuíram para a compreensão do fenômeno. Dentre outros, pode-se citar: Sahajwalla *et alli*(1990), Anagbo e Brimacombe(1990) e

Zhou e Brimacombe(1994). Outras importantes contribuições à área se devem a Sheng e Irons(1992) e Sheng e Irons(1995).

## 3. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Toda a teoria que o presente trabalho utiliza será tratada neste capítulo, sendo sua estrutura dividida em duas partes distintas: a seção 3.2 descreve as teorias integrais desenvolvidas para a previsão do fenômeno de plumas de bolhas, e a seção 3.3 introduz conceitos teóricos básicos de análise de dados e processamento de sinais.

Na seção 3.1, plumas de bolhas são mostradas sob uma ótica qualitativa. Geometria e hipóteses sobre a natureza do escoamento são apresentadas para que melhor se compreenda os avanços obtidos na modelagem da física do problema.

### 3.1. O problema de plumas de bolhas

A ilustração esquemática de uma pluma de bolhas é mostrada na figura 3.1.

Ao deixar um orifício, um fluxo contínuo de gás se parte (devido a instabilidades de Kelvin-Helmholtz) formando bolhas discretas. A região bifásica assemelha-se a um cone com base na superfície livre, vértice no orifício e altura  $H$ . O gás ascendente arrasta consigo considerável quantidade de líquido (entranhamento). Por continuidade, forma-se uma grande zona de recirculação na região monofásica.

O escoamento, para fontes de gás puntiformes, é axissimétrico e pode ser dividido em três regiões distintas: a Região de Escoamento em Desenvolvimento (*Zone of Flow Establishment — ZOFÉ*), a Região de Escoamento Desenvolvido (*Zone of Established Flow — ZOEF*) e a Região de Superfície Livre (*Zone of Surface Flow — ZOSF*). Estas regiões podem ser determinadas pelo próprio aspecto da pluma, decorrente da natureza das forças dominantes em cada uma delas.

As teorias de que o presente trabalho faz uso para avaliar a qualidade de seus resultados experimentais supõem que o escoamento é permanente, isotérmico e totalmente turbulento. O meio é suposto não estratificado e não existem correntes cruzadas. Em casos reais, como nos vazamentos submarinos de gás, a massa específica da fase gasosa

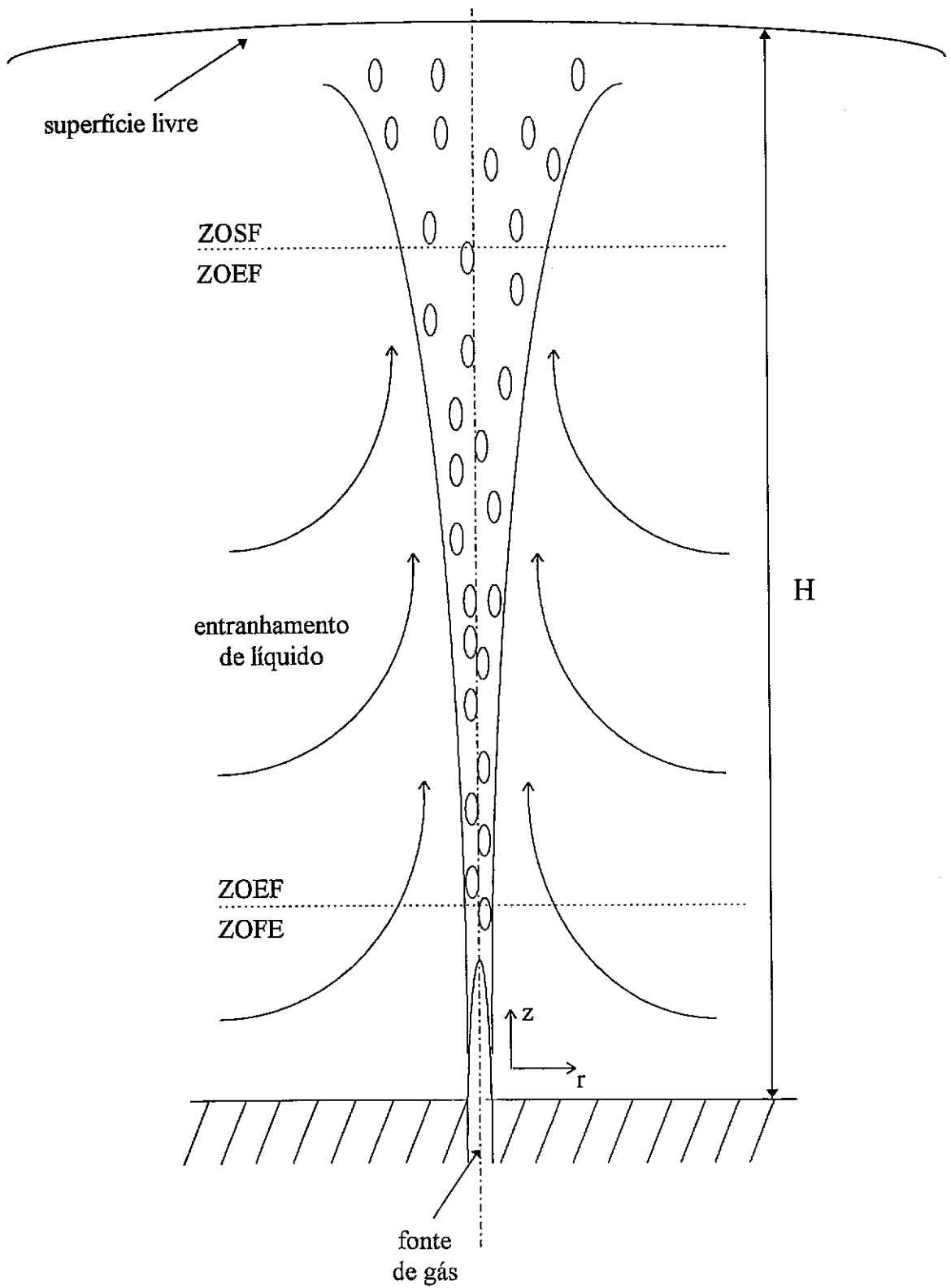


Figura 3.1. Ilustração de uma pluma de bolhas.

varia com a pressão e a temperatura locais — tradicionalmente, calcula-se esta variação através da lei dos gases perfeitos —, fazendo com que as bolhas se expandam à medida que se deslocam para cima no meio líquido.

Neste trabalho, as condições experimentais permitem que a massa específica do gás também seja considerada constante, uma vez que o escoamento é isotérmico e a profundidade do tanque de água utilizado nos experimentos não é suficiente para alterar significativamente a pressão hidrostática ao longo da pluma.

É suposto que as bolhas subam a uma velocidade terminal constante relativa à fase líquida, ou seja, a velocidade local do gás é igual à velocidade local do líquido mais a velocidade terminal ou de escorregamento,

$$u_g(r, z) = u_l(r, z) + u_b. \quad (3.1)$$

A equação 3.1 é amplamente encontrada em estudos de escoamentos bifásicos, sejam eles internos (Serizawa *et alli*,1975) ou externos (Ditmars e Cederwall,1974; Milgram,1983). A denominada velocidade de escorregamento,  $u_b$ , para escoamentos em regime a bolhas, é a velocidade terminal de uma bolha deslocando-se verticalmente num meio líquido estagnado.

Na Região de Escoamento Desenvolvido, a força motriz do escoamento é o empuxo. Na região próxima ao orifício, as forças de inércia e empuxo possuem a mesma ordem de grandeza, ou seja, na Região de Escoamento em Desenvolvimento a pluma de bolhas ainda conserva características de jato. Na região próxima à superfície, forças devido a tensão superficial se fazem presentes e devem ser levadas em conta numa análise do escoamento nesta região. No Apêndice A é mostrado que as forças de empuxo dominam as de inércia a partir de uma determinada altura da pluma estimada como a fronteira entre as regiões em desenvolvimento e totalmente desenvolvida. Alguns autores sugerem que esta fronteira é definida a partir da posição onde as bolhas atingem sua velocidade terminal. Em sua grande maioria, os trabalhos realizados em plumas de

bolhas não levam em conta a análise dos fenômenos inerentes à Região de Escoamento em Desenvolvimento.

Analogamente a jatos e plumas monofásicos, supõe-se que os perfis de velocidade da fase líquida e de fração de gás (alguns trabalhos utilizam o termo massa específica da pluma) exibem similaridade em todas as seções transversais ao longo do escoamento. As funções de similaridade (perfis de velocidade da fase líquida e fração de gás) possuem forma Gaussiana.

## 3.2. As teorias integrais

A natureza das aplicações de plumas de bolhas em engenharia, em conjunto com a complexidade inerente ao fenômeno físico, direcionaram os pesquisadores a uma descrição do escoamento através de modelos integrais. Estas teorias baseiam-se nos princípios de conservação de massa e de quantidade de movimento e buscam equações adicionais em hipóteses relativas ao entranhamento de líquido e às flutuações turbulentas devido à ação das bolhas.

### 3.2.1. A teoria de Milgram

Segundo Milgram(1983), para o problema de plumas de bolhas, os princípios de conservação na forma integral devem ser escritos a partir das quantidades:

a) o fluxo volumétrico de gás,

$$q(z) = 2\pi \int_0^{\infty} u_g(r, z)c(r, z)r dr; \quad (3.2)$$

b) o fluxo volumétrico de líquido,

$$Q(z) = 2\pi \int_0^{\infty} u_l(r, z)[1 - c(r, z)]r dr; \quad (3.3)$$



c) o fluxo de quantidade de movimento,

$$M(z) = 2\pi\gamma \int_0^{\infty} \{\rho_l[1 - c(r, z)]u_l^2(r, z) + \rho_g(z)c(r, z)u_g^2(r, z)\}rdr; \quad (3.4)$$

d) o fluxo de empuxo,

$$B(z) = 2\pi g \int_0^{\infty} [\rho_l - \rho_g(z)]c(r, z)rdr; \quad (3.5)$$

onde,

$$c(r, z) = \frac{\rho_l - \rho_p(r, z)}{\rho_l - \rho_g(z)},$$

é a fração de gás local.

Se a expansão do gás for isotérmica e as variações de pressão em planos horizontais for considerada pequena, a massa específica do gás pode ser calculada por,

$$\rho_g = \frac{\rho_T(H_B - z)}{H_T}, \quad (3.6)$$

onde  $\rho_T$  é a massa específica do gás à pressão atmosférica,  $H_T$  é a altura manométrica correspondente à pressão atmosférica e  $H_B = H_T + H$ ; onde  $H$  é a profundidade da lâmina líquida.

As propriedades locais da pluma e a taxa de variação do fluxo volumétrico de líquido com a altura  $z$  relacionam-se através da hipótese do entranhamento. De uma forma geral, a hipótese do entranhamento sugere que o fluxo de líquido entranhado através da fronteira de um determinado escoamento em regime turbulento é proporcional a uma velocidade característica. Em plumas de bolhas, em analogia a jatos e plumas térmicas, a velocidade característica é a velocidade local da fase líquida na linha de centro,  $U_l(z)$ .

Ainda pela analogia acima, a forma geral das distribuições radiais (perfis Gausianos) de velocidade da fase líquida e fração de gás é,

$$u_l(r, z) = U_l(z)e^{-r^2/b(z)^2}, \quad (3.7)$$

$$c(r, z) = C(z)e^{-r^2/(\lambda b(z))^2}, \quad (3.8)$$

sendo possível, a partir de agora, especificar os princípios de conservação.

A hipótese do entranhamento fornece a seguinte equação,

$$\frac{dQ(z)}{dz} = 2\pi\alpha b(z)U_l(z), \quad (3.9)$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente de entranhamento, suposto dependente das propriedades locais da pluma. O estudo do coeficiente de entranhamento e do fator de amplificação da quantidade de movimento,  $\gamma$ , será detalhado posteriormente.

A equação de conservação do gás possui a forma,

$$\frac{q_T H_T}{H_B - z} = q(z), \quad (3.10)$$

onde  $q_T$  é o fluxo de gás a uma atmosfera.

A teoria de Milgram supõe que a força de empuxo seja igual à taxa de variação do fluxo de quantidade de movimento com respeito à altura. Desta forma,

$$B(z) = \frac{dM(z)}{dz}. \quad (3.11)$$

Substituindo-se as equações 3.2 a 3.8 em 3.9 a 3.11, as equações do problema reduzem-se a (ver Milgram,1983),

$$2\alpha U_l(z)b(z) = \frac{d}{dz}U_l(z)b(z)^2 \left\{ 1 - \frac{\lambda^2 b(z)}{[1 + \lambda^2][\rho_l - \rho_g(z)]} \right\}, \quad (3.12)$$

$$\frac{q_T H_T}{H_B - z} = \pi \lambda^2 b(z)^2 C(z) \left[ \frac{U_l(z)}{1 + \lambda^2} + u_b \right], \quad (3.13)$$

$$g \lambda^2 [\rho_l - \rho_g(z)] C(z) = \frac{d}{dz} \gamma U_l(z)^2 \left\{ \begin{array}{l} \left[ \frac{\rho_l}{2} - \frac{\lambda^2}{1 + 2\lambda^2} [\rho_l - \rho_g(z)] C(z) \right] \\ + \lambda^2 u_b \rho_g(z) C(z) \left[ \frac{2U_l(z)}{1 + \lambda^2} + u_b \right] \end{array} \right\}. \quad (3.14)$$

A definição de condições iniciais para o sistema de equações 3.12 a 3.14 é um problema amplamente discutido por Milgram. As condições iniciais devem ser especificadas na fronteira entre as regiões em desenvolvimento e desenvolvida para que as aproximações de perfis Gaussianos e a hipótese de entranhamento continuem válidas. Sendo  $z_e$  a altura da fronteira entre as regiões, a fração de gás na linha de centro é,

$$C(z_e) = \frac{\rho_l}{2[\rho_l - \rho_g(z)]}. \quad (3.15)$$

Chen e Rodi(1980) sugerem que,

$$z_e = \min \left\{ \begin{array}{l} 5d_0, \\ 10u_0 \left[ \frac{D}{g} \right]^{1/2} \left[ \frac{\rho_g(0)}{\rho_l} \right]^{1/2} \end{array} \right\}, \quad (3.16)$$

onde  $u_0$  é a velocidade do gás na saída do orifício.

Considerando que a velocidade do gás em  $z_e$  seja  $u_0/2$ , o fluxo inicial de quantidade de movimento é,

$$M(z_e) = q_T \rho_g(H) u_0 + \frac{2g(z_e/2)}{u_0} [\rho_l - \rho_g(z_e/2)] g z_e. \quad (3.17)$$

As equações 3.12 a 3.17 definem inteiramente o problema de plumas de bolhas em um ambiente homogêneo e estagnado, conforme formulado por Milgram. Contudo, ainda resta definir formalmente o coeficiente de entranhamento e o fator de amplificação da quantidade de movimento.

O trabalho de Milgram muito contribuiu para a definição de relações matemáticas para  $\alpha$  e  $\gamma$ . Após minuciosa análise de um extenso conjunto de dados experimentais, Milgram propôs a seguinte relação funcional para  $\alpha$ ,

$$\alpha(F_B) = K_1 \frac{F_B}{K_2 + F_B}. \quad (3.18)$$

O parâmetro adimensional  $F_B$  é o denominado número de Froude das bolhas.  $F_B$  é expresso como,

$$F_B = C(z)^{2/5} \frac{L_m}{L_D}, \quad (3.19)$$

onde,

$$L_m = \left[ \frac{q^2}{gC(z)^2} \right]^{1/5},$$

é uma medida da escala de mistura devido ao movimento turbulento das bolhas, e,

$$L_D = \left\{ \frac{[T/g(\rho_l - \rho_g(z))]^{1/2}}{C(z)^{1/3}} \right\},$$

é uma distância característica entre as bolhas. As constantes  $K_1$  e  $K_2$  são iguais a 0.165 e 7.598, respectivamente.

Para o fator de amplificação da quantidade de movimento,  $\gamma$ , derivou-se a seguinte relação funcional,

$$\gamma(N_p) = 1.0 + \frac{c_1}{N_p^{c_2}}. \quad (3.20)$$

$N_p$  é denominado número de distribuição de fases, e pode ser escrito na forma  $N_p = L_v/L_D$ , onde,

$$L_v = \frac{U_l^2(z)}{gC(z)},$$

é a escala vertical do movimento da pluma. As constantes  $c_1$  e  $c_2$  são iguais a 337.7 e 1.25, respectivamente.

O conjunto de equações 3.12 a 3.20 compreende a teoria cujos resultados serão comparados aos obtidos experimentalmente no presente trabalho.

### 3.2.2. Outras teorias: um comentário crítico

Das teorias de plumas de bolhas presentes na literatura, a mais simples é a proposta por Kobus(1968). Esta teoria fornece soluções analíticas fechadas para o perfil de velocidades da fase líquida, supondo que variações de massa específica podem ser desprezadas. Ainda na teoria de Kobus, a taxa de abertura do perfil de velocidades (raio da pluma) e a velocidade média de subida das bolhas são considerados conhecidos de antemão e a força de empuxo é estimada experimentalmente como função da vazão de ar e do tamanho das bolhas.

Ditmars e Cederwall(1974) usam um sistema de equações semelhante ao sugerido por Milgram. Entretanto, uma formulação simplificada é obtida através da suposição

de que diferenças de massa específica podem ser desprezadas, salvo quando existentes nos termos de empuxo (hipótese de Boussinesq). Na teoria de Hussain e Siegel(1976), supõe-se que o volume de água arrastado pelo trem de bolhas é conhecido e proporcional ao volume das bolhas. Segundo os autores, tais configurações existem somente para uma determinada faixa de vazões de gás, porém restritas extrapolações podem ser feitas a outros regimes de vazão.

### 3.3. Fundamentos teóricos de análise de sinais

Nesta seção, alguns aspectos da teoria de análise de sinais serão brevemente apresentados e discutidos. O objetivo desta apresentação é fornecer embasamento teórico para o processamento e análise dos sinais empregados neste trabalho. Para a confecção desta seção, o autor teve como base os trabalhos de Bendat e Piersol(1966), Faghih(1980), Barlow(1989), Castro(1989) e Bruun(1995).

De uma maneira geral, sinais provenientes de fenômenos físicos são classificados como determinísticos ou randômicos. Fenômenos determinísticos são aqueles que podem ser descritos por meio de uma relação matemática explícita. Fenômenos randômicos não podem ser descritos explicitamente, pois não há meios para prever um valor exato para a grandeza relacionada ao fenômeno em um determinado instante futuro. Cada observação do fenômeno será única, representando apenas uma dentre inúmeras possibilidades.

A cada uma das muitas observações possíveis da variação de uma determinada grandeza ao longo do tempo dá-se o nome de amostra (*sample*). O conjunto de todas as amostras produzidas pelo fenômeno randômico é denominado processo randômico ou processo estocástico.

Processos randômicos podem ser estacionários ou não-estacionários. Processos estacionários, por sua vez, são classificados como ergódicos ou não-ergódicos (ou ergóticos e não-ergóticos). Processos randômicos não-estacionários possuem classificação a parte baseada em características de sua não-estacionaridade.

### 3.3.1. Processos randômicos estacionários e ergódicos

Seja o conjunto de amostras (*ensemble*) que forma o processo randômico de um determinado fenômeno físico. O valor médio (ou primeiro momento) deste processo em um dado instante  $t_1$  pode ser computado através da soma dos valores instantâneos de cada amostra no instante  $t_1$  dividida pelo número de amostras. Da mesma forma, a correlação entre valores do processo randômico em dois instantes de tempo diferentes (função autocorrelação) pode ser calculada através da média do produto dos valores da função nos instantes de tempo  $t_1$  e  $t_1 + \tau$ . Assim, para o processo randômico  $\{X(t)\}$ , onde o símbolo  $\{.\}$  denota um conjunto de amostras, o valor médio  $\mu_x(t_1)$  e a função autocorrelação  $R_x(t_1, t_1 + \tau)$  são

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k(t_1), \quad (3.21a)$$

$$R_x(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k(t_1)X_k(t_1 + \tau). \quad (3.21b)$$

Para o caso geral onde  $\mu_x(t_1)$  e  $R_x(t_1, t_1 + \tau)$  variam com  $t_1$ , o processo randômico  $\{X(t)\}$  é dito não-estacionário. Para o caso particular onde todos os momentos e correlações possíveis são invariantes com respeito ao tempo, o processo randômico  $\{X(t)\}$  é dito estacionário. Desta forma,  $\mu_x(t_1) = \mu_x$  e  $R_x(t_1, t_1 + \tau) = R_x(\tau)$ .

Na maioria dos casos, entretanto, é possível descrever propriedades de um processo randômico estacionário através do cálculo de médias temporais de amostras específicas no conjunto. Por exemplo, seja a  $k$ -ésima amostra de um determinado processo. O valor médio,  $\mu_x(k)$  e a função autocorrelação  $R_x(t, k)$  desta amostra são

$$\mu_x(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_k(t) dt, \quad (3.22a)$$

$$R_x(\tau, k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X_k(t) X_k(t + \tau) dt. \quad (3.22b)$$

Se o processo randômico  $\{X(t)\}$  é estacionário, e  $\mu_x(k)$  e  $R_x(t, k)$  não diferem quando computados através de diferentes amostras, o fenômeno é dito ergódico. Para processos randômicos ergódicos, o valor médio e a função autocorrelação (bem como todos os outros momentos e correlações) calculados por média temporal não diferem dos calculados através das diferentes amostras do conjunto. Desta forma,  $\mu_x(k) = \mu_x$  e  $R_x(t, k) = R_x(\tau)$ .

É importante ressaltar que somente processos estacionários podem ser ergódicos. Felizmente, na sua grande maioria, fenômenos físicos (incluindo os estudados em Mecânica dos Fluidos) produzem sinais ergódicos. Por esta razão, propriedades destes fenômenos podem ser medidas adequadamente, na maioria dos casos, a partir de um única amostra tomada ao longo de um intervalo de tempo. Daqui em diante, neste trabalho, todos os sinais serão considerados ergódicos.

### 3.3.2. Análise estatística do sinal

A hipótese de decomposição do sinal em uma parte média e outra flutuante é adotada. Assim, para um sinal  $X(t)$ ,

$$X(t) = \bar{X}(t) + x'(t).$$

As características da informação fornecida pela análise do comportamento do sinal agrupam-no em três categorias distintas sob o ponto de vista estatístico. São elas:

#### I) Análise estatística no domínio da amplitude

Os parâmetros calculados nesta categoria estão relacionados à distribuição de amplitudes do sinal, não fornecendo qualquer informação sobre as características do sinal



no domínio do tempo. Para a determinação dos parâmetros associados à amplitude, uma frequência ótima de aquisição pode ser definida, baseada na escala de tempo integral (parâmetro a ser abordado posteriormente) relacionada ao fenômeno estudado. Dentre as propriedades estatísticas a serem determinadas, destacam-se,

a) para uma amostra simples  $X(t)$ : valor médio,  $\bar{X}$ , média quadrática,  $\overline{x^2}$ , momentos de ordem superior,  $\overline{x^m}$ , e a função densidade de probabilidade,  $p(X)$ ;

b) para duas amostras simultâneas  $X(t)$  e  $Y(t)$ : correlações pontuais e espaciais, momentos de ordem superior,  $\overline{x^m y^n}$ , e funções densidade de probabilidade conjunta,  $p(X, Y)$ .

## II) Análise estatística no domínio do tempo

A função autocorrelação para uma amostra  $X(t)$ ,  $R_x$ , informa sobre o intervalo de tempo em que há correlação entre os sinais  $X(t)$  e  $X(t + \tau)$ , e a taxa de decaimento da correlação.

A função correlação cruzada para duas amostras  $X(t)$  e  $Y(t)$ ,  $R_{xy}$ , mede, para sensores espacialmente separados, correlações entre os sinais  $X(t)$  e  $Y(t + \tau)$ .

## III) Análise estatística no domínio da frequência

Um modo alternativo, porém complementar para se descrever a natureza do sinal (no âmbito da análise no domínio do tempo) é através de seu espectro de energia. Fisicamente, esta é simplesmente a medida da quantidade de energia contida em uma determinada banda de frequência do sinal.

## I) Análise estatística no domínio da amplitude

### a) Parâmetros básicos

#### i) A função densidade de probabilidade

Seja o sinal estacionário  $X(t)$ . Para cada instante de tempo, a probabilidade de que a amplitude do sinal encontre-se na faixa compreendida entre  $X$  e  $X + \Delta X$  é  $T_x/T$ . Onde  $T_x$  é o montante de tempo, somado ao longo do tempo total de observação do sinal  $T$ , em que a amplitude do sinal encontra-se naquela faixa. Para intervalos  $\Delta X$  infinitesimais, a função densidade de probabilidade,  $p(X)$ , é,

$$p(X) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{T_x}{\Delta X T} \right]. \quad (3.23)$$

Para um determinado período de observação  $T$ ,  $p(X)$  descreve exatamente a estatística do sinal no domínio da amplitude.

Na análise digital do sinal, o sinal contínuo  $X(t)$ ,  $0 < t < T$  é substituído pelo sinal discreto  $X(n)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N$ ; onde  $T$  é o tempo total de aquisição e  $N$  é o número de elementos da amostra digitalizada.  $N$  e  $T$  relacionam-se através da taxa de aquisição (*sampling rate*),  $SR$ , na forma,

$$N = SR T,$$

e o intervalo de tempo,  $\Delta t$ , entre os elementos é,

$$\Delta t = \frac{1}{SR} = \frac{T}{N}.$$

Desta forma, o equivalente digital de (3.23) é,

$$\hat{p}(X) = \frac{N_x}{\Delta X N}, \quad (3.24)$$

onde  $N_x$  é o número de elementos (de um total  $N$ ) cuja amplitude encontra-se na faixa delimitada por  $X - \Delta X/2$  e  $X + \Delta X/2$ . O acento circunflexo designa grandeza medida ou estimativa.

ii) O valor médio e a variância

O valor médio e a média quadrática são definidos, em termos da função densidade de probabilidade, por,

$$\bar{X} = \int_{-\infty}^{+\infty} X p(X) dX, \quad (3.25)$$

$$\overline{x^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} X^2 p(X) dX, \quad (3.26)$$

ou seja,  $\bar{X}$  e  $\overline{x^2}$  são o primeiro e segundo momentos da distribuição  $p(X)$ . Uma vez que  $\overline{x^2}$  é a média quadrática do sinal, este é frequentemente encarado como a energia total contida no mesmo. Em alguns casos, onde deseja-se considerar apenas a energia contida na parte flutuante do sinal, costuma-se definir,

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - \bar{X}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - \bar{X})^2 p(X) dX, \quad (3.27)$$

como a variância do sinal.  $\sigma$  é o desvio-padrão, ou seja, um parâmetro que caracteriza a largura da função densidade de probabilidade.

Se for comprovada a ergodicidade do sinal, é possível obter os valores da média e da variância do mesmo a partir do cálculo do primeiro e segundo momentos no domínio

do tempo. Assim, para uma amostra infinitamente longa,  $X(t)$ , o valor médio,  $\bar{X}$ , e a variância,  $\sigma^2$ , são,

$$\bar{X} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt, \quad (3.28)$$

$$\sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T [X(t) - \bar{X}]^2 dt. \quad (3.29)$$

Na forma digital, uma estimativa para o valor médio de uma amostra é expressa como,

$$\hat{\bar{X}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N X(n), \quad (3.30)$$

onde  $\hat{\bar{X}}$  é uma estimativa não tendenciosa do valor médio verdadeiro  $\bar{X}$ .

Uma estimativa não tendenciosa para a variância,  $\sigma^2$ , na forma digital, é,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N [X(n) - \hat{\bar{X}}]^2. \quad (3.31)$$

iii) A função densidade de probabilidade conjunta

Analogamente ao descrito na seção 3.2.2, se  $T_{xy}$  for o montante de tempo em que dois sinais  $X(t)$  e  $Y(t)$  simultaneamente encontram-se nas faixas  $(X, X + \Delta X)$  e  $(Y, Y + \Delta Y)$  respectivamente, então, para um tempo total de observação,  $T$ ,

$$p(X, Y) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[ \frac{T_{xy}}{\Delta X \Delta Y T} \right], \quad (3.32)$$

representa a função densidade de probabilidade conjunta para os sinais  $X(t)$  e  $Y(t)$ .

O equivalente digital da equação 3.32 é representado pela estimativa,

$$\hat{p}(X, Y) = \frac{N_{xy}}{\Delta X \Delta Y N}. \quad (3.33)$$

*b) Análise de incertezas*

A descrição estatística completa de  $\hat{X}$  só poderá ser realizada se a função densidade de probabilidade for conhecida ou, num caso limite,  $N \rightarrow \infty$ . No presente contexto, mesmo que, frequentemente,  $p(X)$  não seja conhecida; invariavelmente  $N \gg 1$ . Desta forma, o Teorema do Limite Central (ver Apêndice B) enuncia que se  $\hat{X}$  é o valor médio (estimativa) de uma amostra de um processo randômico de tamanho  $N$ , valor médio (verdadeiro)  $\bar{X}$  e variância  $\sigma^2$ , então,

$$\zeta = \frac{(\hat{X} - \bar{X})}{(\sigma/\sqrt{N})}, \quad (3.34)$$

é uma variável randômica cuja distribuição aproxima-se da distribuição normal quando  $N \rightarrow \infty$ . Deve ser enfatizado que o Teorema do Limite Central vale independentemente da forma da distribuição  $X_i$  associada à variável  $X(t)$ , o que o torna muito importante na teoria estatística. Mesmo para casos onde a distribuição  $X_i$  afasta-se da normal, pequenos valores de  $N$  ainda fornecem uma população  $\zeta$  relativamente próxima da normal. Este fato é a base para que, neste trabalho, sejam feitas hipóteses simplificadoras acerca da especificação da confiabilidade das medidas.

Para ilustrar a especificação de incertezas, seja  $w(k)$  uma estimativa para o valor médio  $\mu_w$ . A especificação da incerteza para  $w(k)$  é,

$$-\zeta_{\alpha/2} < \frac{w(k) - \mu_w}{\sigma} < \zeta_{\alpha/2}, \quad (3.35)$$

onde  $\zeta_{\alpha/2}$  é o valor de  $\zeta$  para o qual  $P(\zeta) = 1 - \alpha/2$ .

Sendo,

$$P(\zeta) = \int_{-\infty}^{\zeta} p(\xi) d\xi, \quad (3.36)$$

a função probabilidade associada à função densidade de probabilidade Gaussiana (ou normal),

$$p(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\zeta^2/2}. \quad (3.37)$$

Em outras palavras,  $\zeta_{\alpha/2}$  é um parâmetro de medida do intervalo,

$$\mu_w - \zeta_{\alpha/2}\sigma < w(k) < \mu_w + \zeta_{\alpha/2}\sigma, \quad (3.38)$$

em que  $w(k)$  estará contido com  $(1 - \alpha)\%$  de probabilidade.

Com base no procedimento descrito acima, a incerteza relativa à estimativa do valor médio, com  $(1 - \alpha)\%$  de probabilidade, é,

$$1 - \zeta_{\alpha/2}\epsilon[\hat{X}] < \frac{\hat{X}}{\bar{X}} < 1 + \zeta_{\alpha/2}\epsilon[\hat{X}], \quad (3.39)$$

onde  $\epsilon[\hat{X}]$  é o desvio-padrão normalizado,

$$\epsilon[\hat{X}] = \frac{1}{\sqrt{N}} \frac{\sigma}{\bar{X}}. \quad (3.40)$$

A incerteza da estimativa da variância é deduzida analogamente, então,

$$1 - \zeta_{\alpha/2} \epsilon[\hat{x}^2] < \frac{\hat{x}^2}{\sigma^2} < 1 + \zeta_{\alpha/2} \epsilon[\hat{x}^2], \quad (3.41)$$

onde,

$$\epsilon[\hat{x}^2] \approx \frac{1}{\sqrt{N}}. \quad (3.42)$$

## II) Análise do sinal no domínio do tempo

### i) A função autocorrelação

A função autocorrelação, equação 3.43, descreve a dependência (correlação) entre valores de uma determinada grandeza  $X(t)$  com respeito ao tempo,

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t)X(t + \tau) dt. \quad (3.43)$$

O valor máximo de  $R_x(\tau)$  ocorre em  $t = 0$ , ou seja,  $\sigma^2 = R_x(0)$ .

O coeficiente de correlação,  $\rho_x(t)$ , é definido por,

$$\rho_x(\tau) = \frac{R_x(\tau)}{\sigma^2}. \quad (3.44)$$

A escala de tempo integral,

$$T_I = \int_0^{\infty} \rho_x(\tau) d\tau, \quad (3.45)$$

é a medida global da escala de tempo dominante no sinal. A título ilustrativo, para uma camada limite sobre uma placa plana de espessura  $\delta$  e velocidade de corrente livre

$U_\infty$ , a escala de tempo integral, estimada a partir do tempo de convecção dos maiores turbilhões (*eddies*), é  $T_I = \delta/U_\infty$ .

Assim, os sinais  $X(t)$  e  $X(t + \tau)$  são considerados estatisticamente independentes (ou não-correlacionados) quando  $\tau \geq 2T_I$ . Na análise digital de sinais,  $\tau = 2T_I$  representa o intervalo de tempo ótimo para a escolha da taxa de aquisição de dados relativa às grandezas estatísticas no domínio da amplitude.

Uma estimativa não tendenciosa da função autocorrelação para o atraso de tempo  $\tau = s\Delta t$  pode ser obtida através de,

$$\hat{R}_x(s\Delta t) = \frac{1}{N-s} \sum_{s=0}^{N-s} X(n\Delta t)X(n\Delta t + s\Delta t), \quad (3.46)$$

onde  $s = 0, 1, 2, \dots, m$ .

## ii) A função correlação cruzada

A função correlação cruzada (3.47) descreve a dependência entre valores de duas amostras distintas. Em mecânica dos fluidos, a principal utilidade desta função reside na determinação, para sensores espacialmente separados, da velocidade média com que perturbações são convectadas pelo escoamento.

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t)Y(t+\tau)dt. \quad (3.47)$$

Na representação digital, uma estimativa não tendenciosa da função correlação cruzada para o atraso de tempo  $\tau = s\Delta t$  pode ser obtida através de,

$$\hat{R}_{xy}(s\Delta t) = \frac{1}{N-s} \sum_{s=0}^{N-s} X(n\Delta t)Y(n\Delta t + s\Delta t), \quad (3.48)$$

onde  $s = 0, 1, 2, \dots, m$ .



## 4. EXPERIMENTOS

### 4.1. Método experimental

O método experimental empregado na medição das propriedades de plumas de bolhas é a técnica de sensores de condutividade ou eletro-resistivos.

Em um estudo comparativo entre várias técnicas de reconhecimento de fase, Herringe *et alli*(1974) mostraram que o método de sensores eletro-resistivos constituía o método mais adequado ao reconhecimento de fase local em sistemas líquido-gás onde o líquido é a fase eletricamente condutiva.

As principais adversidades apresentadas pelo método experimental são suas características intrusivas e destrutivas; ou seja, a presença do sensor afeta a estrutura do escoamento. Além disso, a técnica de sensores eletro-resistivos é restrita somente a medições de propriedades da fase dispersa.

Neste trabalho, são mostrados os sistemas constituídos por um canal; onde é possível medir apenas a fração de gás da pluma e o tempo de contato da fase gasosa com o sensor; e por dois canais, onde também é possível medir a velocidade de subida e o diâmetro médio das bolhas.

### 4.2. Princípio de funcionamento

O funcionamento da técnica de sensores eletro-resistivos é baseado na diferença entre as condutividades elétricas das fases. A utilização de sensores de condutividade é recomendada a sistemas onde a fase contínua é eletricamente condutiva. Entretanto, sua aplicação não é vedada a sistemas onde a fase condutiva seja a dispersa. Como principal obstáculo a essa variante, apresentam-se a concepção e construção dos sensores (Apêndice C). Uma vez que a condutividade elétrica da água é muito superior à do ar, supõe-se que, para fins práticos, somente a água (fase contínua) é capaz de conduzir corrente elétrica.

Um sistema de medição baseado neste princípio de funcionamento deve ser capaz de discernir a fase em que o sensor se encontra a partir da condutividade elétrica do meio. Tendo então o sensor como um eletrodo, um circuito eletrônico é idealizado de modo a apresentar-se totalmente ligado ou desligado quando o sensor encontrar-se em contato com a água ou o ar, respectivamente.

A principal virtude de um sensor eletroresistivo é possuir dimensões e formato que permitam-no captar as bolhas com a menor interferência possível na estrutura do escoamento. A seção 4.3.2 fornece as características e dimensões dos sensores eletroresistivos utilizados.

## **4.3. Descrição do equipamento**

### **4.3.1. O aparato experimental**

O aparato experimental empregado no estudo de plumas de bolhas é ilustrado na figura 4.1. Este compreende um tanque de água, um sistema de bombeamento e injeção de ar, um posicionador cartesiano com dois graus de liberdade e um sistema de detecção, medição e análise de dados.

O tanque de água é feito de vidro e possui dimensões  $300 \times 300 \times 400mm$ . A água utilizada nos experimentos é filtrada e constantemente renovada. O sistema de bombeamento e injeção de ar é composto por dois compressores de aquário domésticos, um medidor de vazão capilar (onde a perda de carga é medida com um manômetro digital modelo P200 UL da marca Digitron) e por diversos tipos de injetores (figura 4.2). A injeção de ar é feita do fundo do tanque. A tubulação plástica que conduz o ar do compressor ao injetor possui comprimento de  $2.4m$  e diâmetro interno de  $6.35mm$  ( $1/4''$ ).

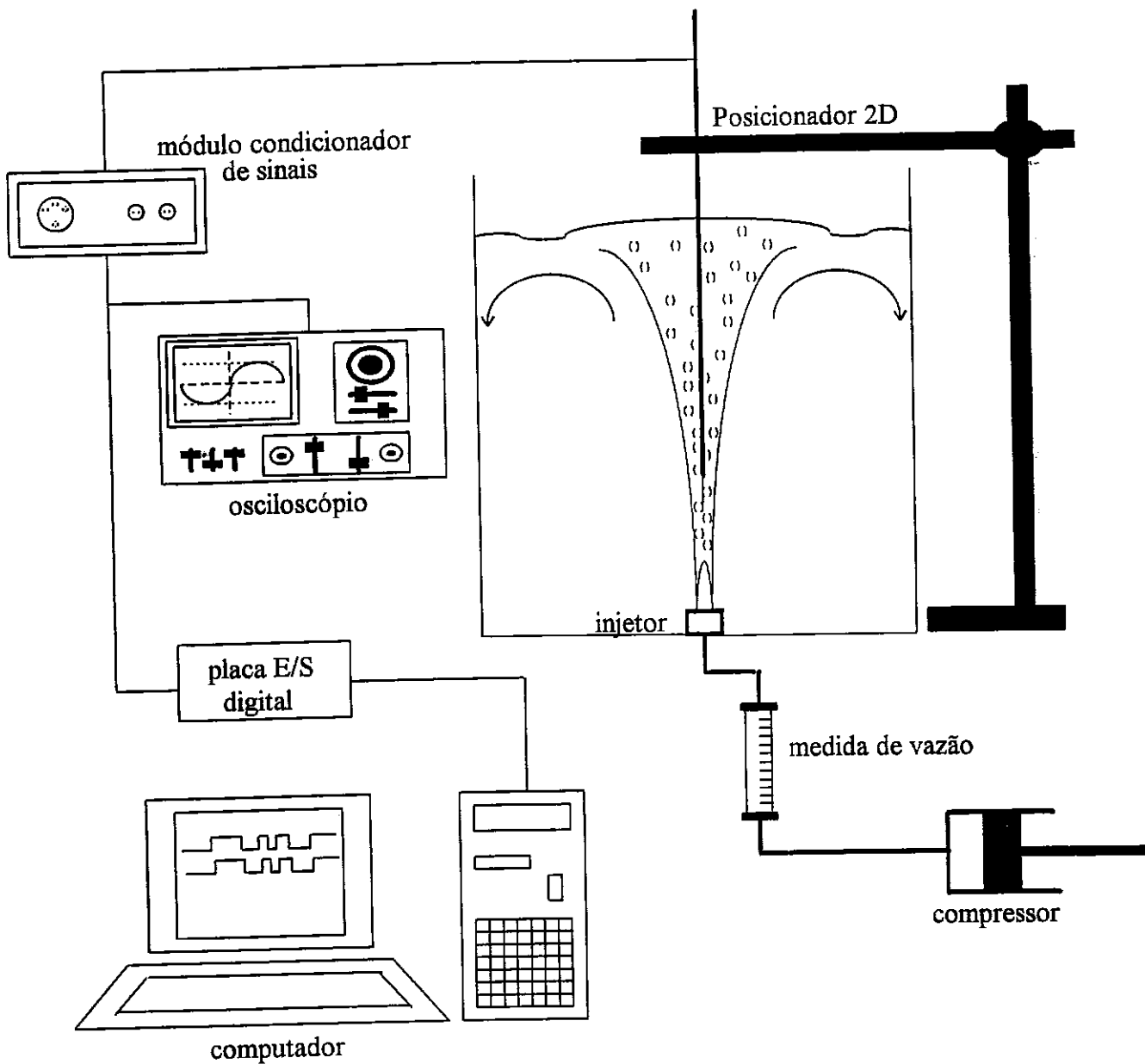


Figura 4.1. O aparato experimental.

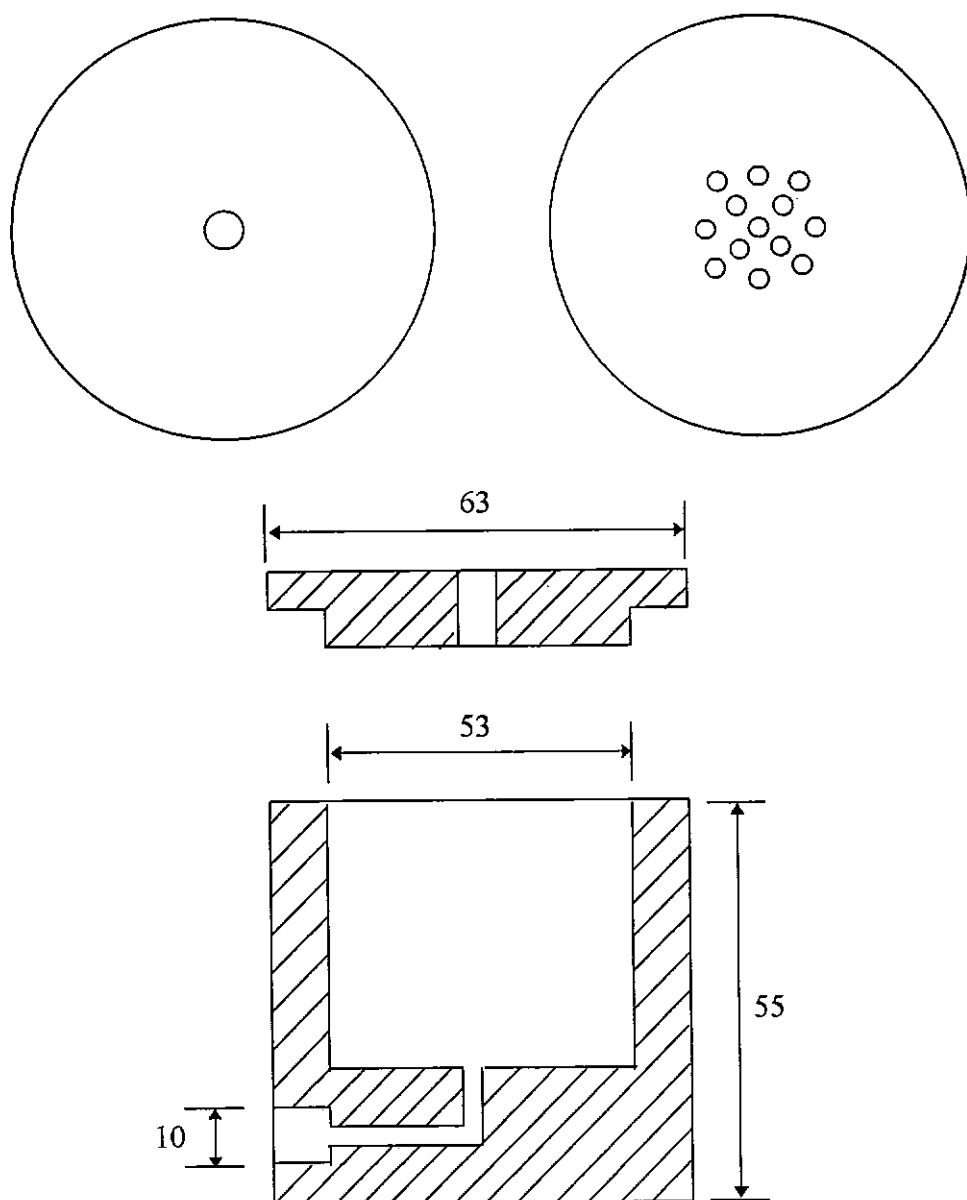


Figura 4.2. Câmara e diferentes injetores (dimensões em mm).

O posicionamento dos sensores no escoamento é feito com o auxílio de um posicionador cartesiano manual com dois graus de liberdade. Este sistema permite a movimentação do sensor ao longo e através das pluma com incerteza de  $1mm$  em cada coordenada da posição.

O sistema de detecção, medição e análise de dados compreende um sensor de condutividade, um módulo condicionador de sinais, um osciloscópio, uma placa de interface digital e um microcomputador. O microcomputador utilizado para aquisição de dados possui um processador 486 DXII ( $66\text{ MHz}$ ) e  $8\text{ Mb}$  de memória *RAM*. O programa de computador para aquisição de dados foi escrito em linguagem de programação *Qbasic* e sua listagem encontra-se no Apêndice D. A placa de interface digital é baseada no padrão 8255 PPI (*Programmable Peripheral Interface*) IC, possui 24 linhas de Entrada/Saída e resolução de  $8\text{ bits}$ . O osciloscópio de  $20\text{ MHz}$ , modelo MO 1221S, é produto do fabricante Minipa.

Por fazer parte deste trabalho a construção do sensor e do módulo condicionador de sinais, acredita-se que estes devam ser descritos detalhadamente.

### **4.3.2. O sensor de condutividade ou eletroresistivo**

#### **I) O sensor de um canal**

O sensor de um canal é ilustrado na figura 4.3.a. Conforme dito anteriormente, a existência de somente um canal permite apenas a medição da fração de gás local. A agulha de aço inoxidável é totalmente isolada eletricamente, com exceção de uma pequena região da sua ponta. A agulha possui diâmetro de aproximadamente  $0.2mm$  e é unida a um fio de instrumentação que se conecta ao módulo condicionador de sinais. O conjunto é revestido com silicone e teflon para evitar a entrada de água. O eletrodo de referência é a própria carcaça do suporte do sensor.

## II) O sensor de dois canais

O sensor de dois canais, ilustrado na figura 4.3.b, é construído de maneira análoga ao sensor de um canal. As agulhas de aço inoxidável são isoladas eletricamente, unidas a fios de instrumentação e fixadas paralelamente entre si. O espaçamento vertical entre as pontas condutivas das agulhas é de  $2.0 \pm 0.3mm$ . Neste caso, o eletrodo de referência também é a própria carcaça do suporte do sensor.

### 4.3.3. O módulo condicionador de sinais

O circuito eletrônico de um dos canais do módulo condicionador de sinais é esquematicamente ilustrado na figura 4.4. O componente mais importante do módulo é o circuito integrado LM 1830, fabricado pela National Semiconductor Corporation. Sua aplicação mais frequente na escala industrial é a detecção de nível em tanques de armazenamento ou colunas de líquido. Uma descrição detalhada do módulo condicionador de sinais é apresentada no Apêndice E.

A principal característica do equipamento eletrônico desenvolvido neste trabalho é a rápida resposta no tempo para a detecção da presença (ou ausência) de um fluido condutivo. Tal qualidade é mandatória a um circuito projetado para funcionar como módulo condicionador de sinais para medições em escoamentos turbulentos.

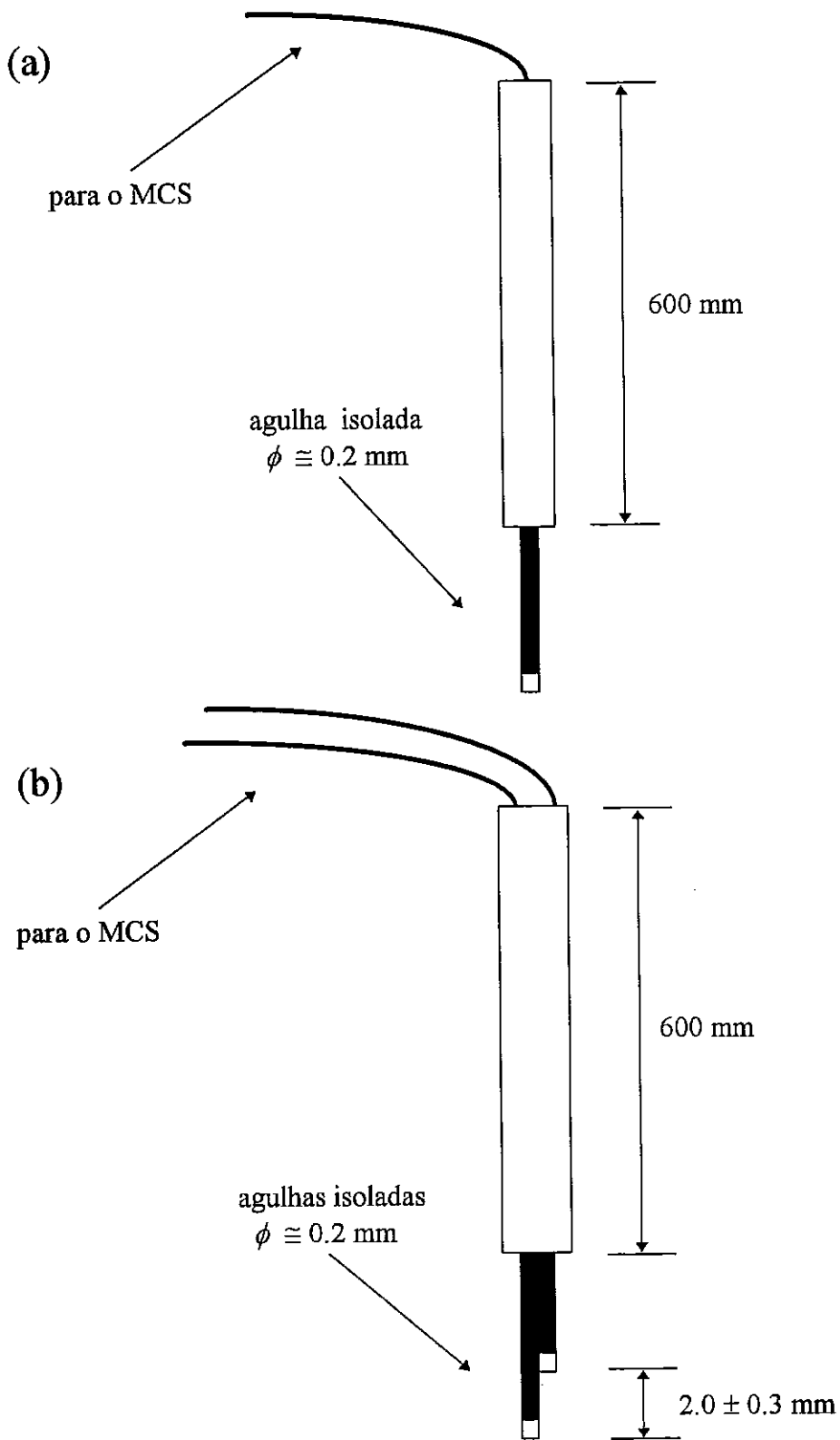


Figura 4.3. Os sensores eletroresistivos.

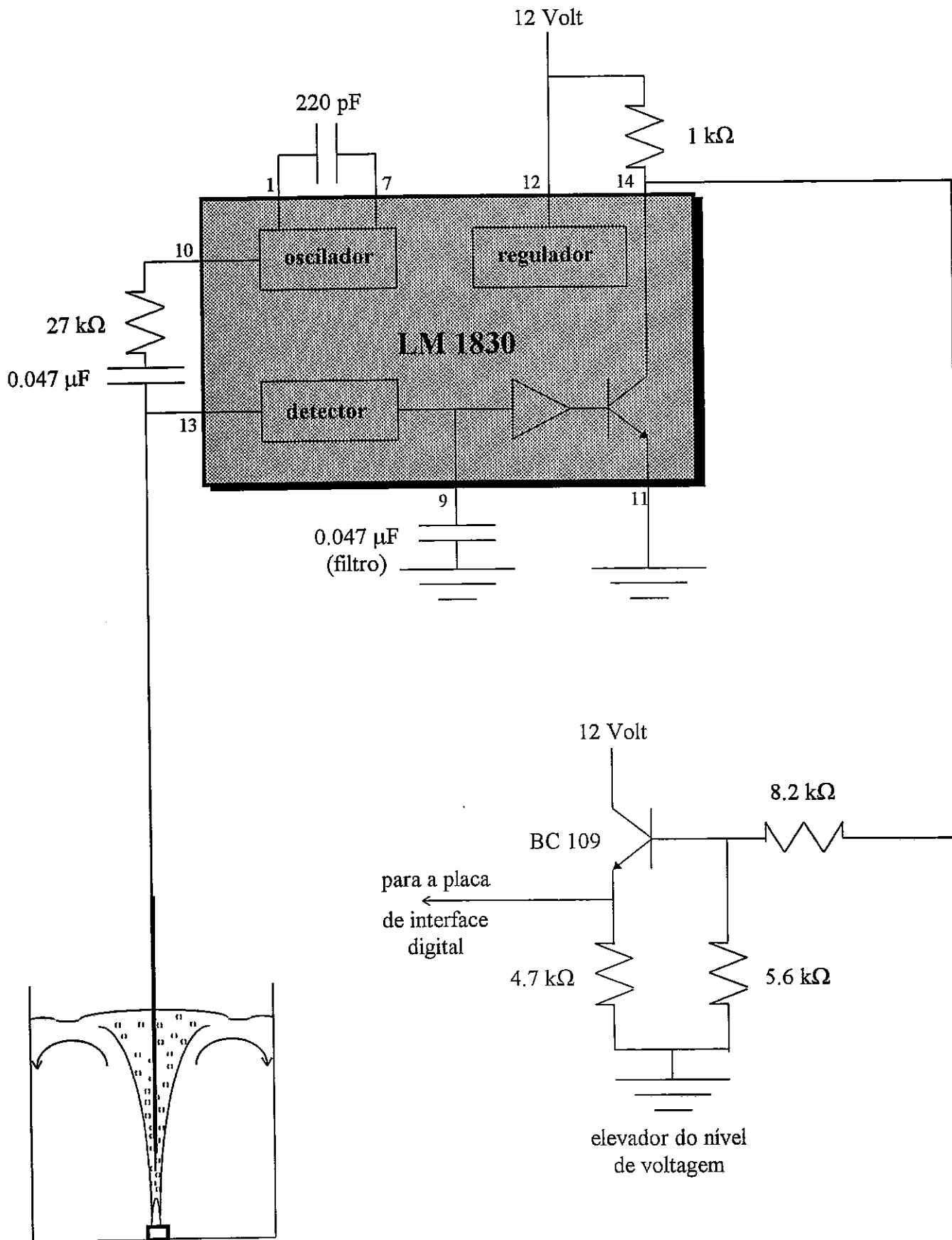


Figura 4.4. O módulo condicionador de sinais.



## 4.4. O sinal

### 4.4.1. Construção

Nesta seção, o sinal proveniente do módulo condicionador será estudado sob o ponto de vista da sua construção lógica e preparação para posterior análise. A estrutura lógica é construída visando a utilização do sistema de dois canais. O sistema de um canal não apresenta informações adicionais, já que funciona como um caso particular do primeiro.

Na seção 4.2 foi visto que o módulo condicionador de sinais obedece à lógica digital, isto é, o circuito apresenta-se totalmente ligado ou desligado em função da fase em que se encontra o sensor. Esta informação é transmitida à placa de interface onde atribuem-se os valores 0 (circuito desligado) e 1 (circuito ligado) à água e ao ar, respectivamente.

Cada canal do sistema utiliza uma linha de entrada/saída da placa de interface digital. Portanto, os sinais correspondentes às fases em contato com cada agulha do sensor, cuja interpretação é baseada em aritmética binária, são de leitura e aquisição independentes.

Com o intuito de simplificar a compreensão, convencionou-se denominar as agulhas a montante e a jusante de agulhas *A* e *B*, respectivamente.

As combinações possíveis entre as fases que envolvem as agulhas do sensor em um determinado instante são apresentadas na Tabela 4.1.

Agulha <i>A</i>	Agulha <i>B</i>	Binário Correspondente
0 (água)	0 (água)	0 0
1 (ar)	0 (água)	1 0
0 (água)	1 (ar)	0 1
1 (ar)	1 (ar)	1 1

Tabela 4.1. Possíveis combinações entre as fases.

Num certo de tempo, o algarismo binário correspondente a uma das possibilidades acima, relativo às fases que envolvem cada agulha do sensor, é armazenado ocupando dois dos oito *bits* de que a placa de interface dispõe. Os seis *bits* restantes não são utilizados e por isso não serão mostrados na aritmética digital a seguir.

A aritmética é programada da seguinte forma: uma variável decimal inteira denominada *DI* recebe o resultado da operação lógica *e* entre o algarismo binário correspondente à combinação entre as fases e o algarismo binário 1 1. Os possíveis resultados atribuídos a *DI* são mostrados na Tabela 4.2.

Binário Correspondente	<i>e</i> lógico	Valor de <i>DI</i>
0 0	1 1	0
1 0	1 1	1
0 1	1 1	2
1 1	1 1	3

Tabela 4.2. Valor de *DI* para cada combinação entre as fases.

Desta forma, a partir do valor de uma única variável (*DI*), pode-se conhecer a fase que se encontra em contato com cada agulha do sensor em um determinado instante. Tal tarefa, implementada através do uso da operação lógica *ou* e da estrutura *se; então; senão* (*if; then; else*), é descrita na Tabela 4.3.

<i>se</i>	<i>então</i>	<i>senão</i>
$DI = 0$	agulhas <i>A</i> e <i>B</i> na água	—
$DI = 1$ ou $DI = 3$	agulha <i>A</i> no ar	agulha <i>A</i> na água
$DI = 2$ ou $DI = 3$	agulha <i>B</i> no ar	agulha <i>B</i> na água

Tabela 4.3. Fases em contato com as agulhas como função de *DI*.

Para que a análise dos dados possa ser processada, ou seja, para que a passagem das bolhas através do sensor possa ser identificada, deve-se observar o comportamento

do sinal relativo às fases que entram em contato com as agulhas ao longo do tempo. Assim, a cada uma das agulhas do sensor são associadas variáveis vetoriais,  $A(i)$  e  $B(i)$ , em cujos elementos são gravadas informações relativas às fases que envolvem as agulhas em instantes de tempo consecutivos.

Mesmo para alguém com pouca ou nenhuma experiência em processamento de sinais, não é difícil imaginar como seria o comportamento do sinal de saída do sistema aqui apresentado quando estivesse o sensor imerso em uma pluma de bolhas. O sinal relativo a cada canal apresentar-se-ia como uma sucessão de pulsos de amplitude unitária e tamanhos variados, correspondentes à passagem das bolhas (possivelmente de volumes diferentes). Com um pouco mais de imaginação, pode-se visualizar os sinais de ambos os canais superpostos: pulsos rigorosamente idênticos, a menos do atraso no tempo correspondente à chegada das bolhas nas agulhas verticalmente espaçadas entre si.

Para fixar idéias, e tendo já em mente a posterior análise do sinal, a Tabela 4.4 mostra valores gravados em  $A(i)$  e  $B(i)$  a cada instante de tempo, em função de  $DI$ .

Valor de $DI$	$A(i)$	$B(i)$
0	1 (ar)	1 (ar)
1	0 (água)	1 (ar)
2	1 (ar)	0 (água)
3	0 (água)	0 (água)

Tabela 4.4. Valores dos componentes de  $A$  e  $B$  em função de  $DI$ .

O sinal de saída, conforme idealizado no parágrafo anterior, é mostrado na figura 4.5. A passagem de uma bolha é representada por um pulso positivo nos sinais das agulhas  $A$  e  $B$ . Os atrasos no tempo;  $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots$ ; entre a chegada das bolhas nas agulhas, podem também ser observados.

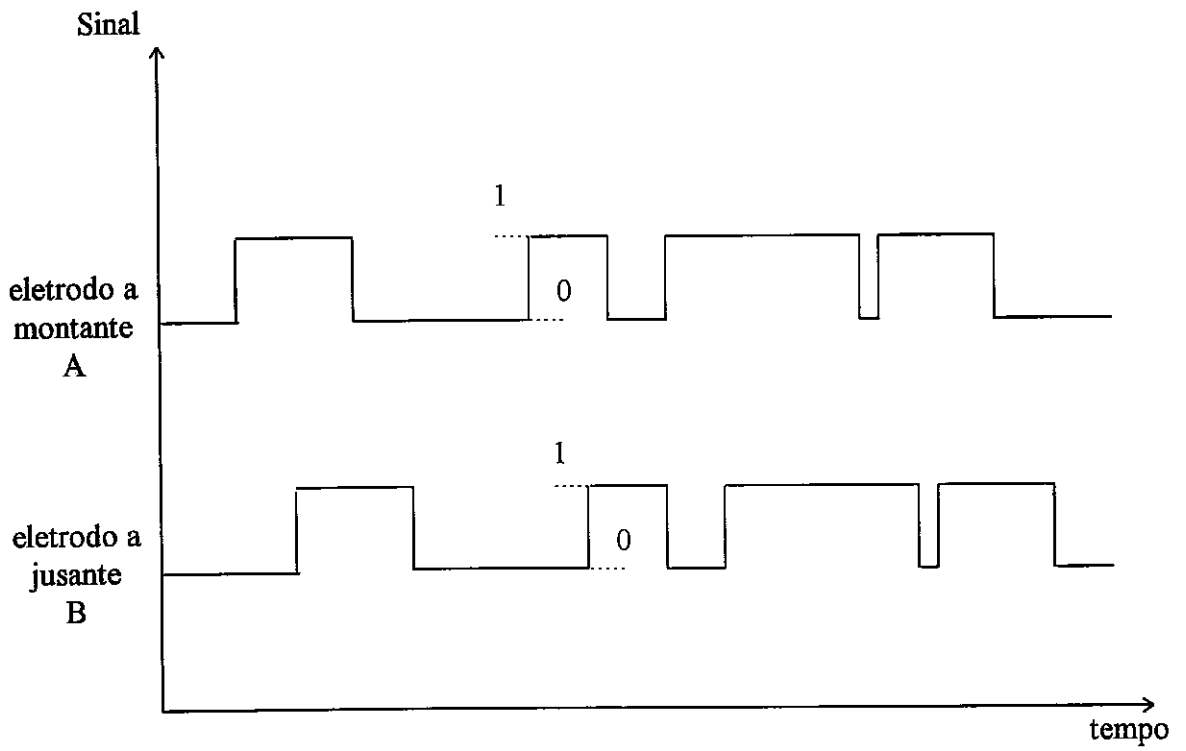


Figura 4.5. O sinal de saída idealizado.

O comportamento do sinal de saída dos canais do sensor pode ser representado matematicamente pelas funções de intermitência  $I_A$  e  $I_B$ . Assim,

$$I_{A,B}(r, z, t) = \begin{cases} 0, & \text{se água,} \\ 1, & \text{se ar.} \end{cases} \quad (4.1)$$

São diversos os fatores que contribuem para que o sinal de saída observado na prática se diferencie do ilustrado na figura 4.5. Problemas relacionados à tensão superficial, tais como deformação e deflexão das bolhas quando próximas ao sensor, fazem com que o sinal correspondente às agulhas sejam diferentes entre si, ou seja, não superponíveis. A interpretação destes sinais deve ser extremamente cuidadosa.

Coube ao autor minimizar os efeitos destas incongruências, evitando que o resultado final fosse contaminado por informações duvidosas. Na seção 4.5.4. maior atenção será investida no sentido de esclarecer as causas de erros na aquisição e tratamento de dados.

#### 4.4.2. Propriedades do sinal

Nesta seção, algumas características e parâmetros estatísticos relacionados à função de intermitência produzida por cada um dos canais do sistema serão descritas. Devido à simplicidade do sinal, tais parâmetros podem ser calculados analiticamente (Bendat e Piersol,1966; Castro,1989).

O sinal em estudo possui a forma apresentada na figura 4.6, onde  $\bar{X}$  representa o valor médio da amostra.

A função densidade de probabilidade para o sinal intermitente é,

$$p(X) = \begin{cases} \frac{1}{2}\delta(a), & X - \bar{X} = |a|; \\ 0, & X - \bar{X} \neq a. \end{cases} \quad (4.2)$$

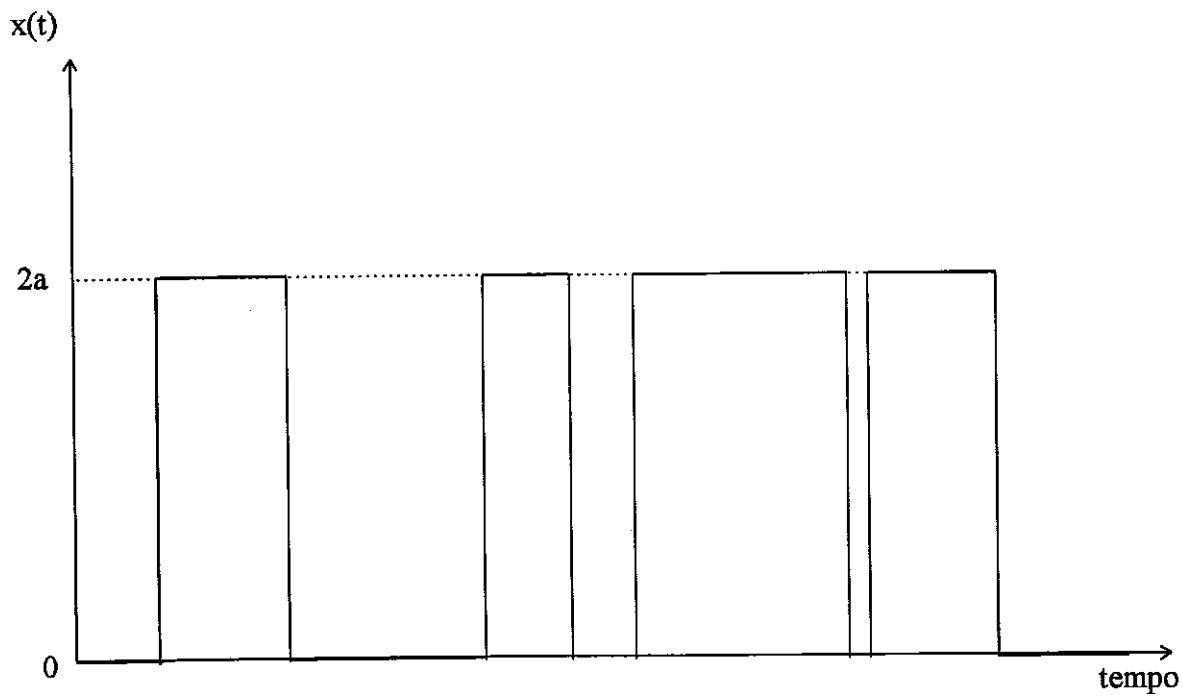


Figura 4.6. O sinal intermitente.

A variância e o desvio-padrão são  $\sigma^2 = a^2$  e  $\sigma = \pm a$ , respectivamente. Para o sinal descrito neste trabalho,  $a = 1/2$ .

A passagem das bolhas, representada pela variação de nível (de 0 para 1 ou de 1 para 0), obedece à distribuição de Poisson. Assim, a probabilidade de  $n$  mudanças de estado (por estado entende-se 0 ou 1) em um intervalo de tempo  $t$  é definida por,

$$Pr(n) = \frac{(\varphi\tau)^n e^{-\varphi\tau}}{n!}, \quad (4.3)$$

onde  $\varphi$  define o número esperado de mudanças ( $E(n) = \varphi\tau$ ).

De uma maneira sucinta, Bendat e Piersol(1966) mostram que a função autocorrelação para o sinal intermitente é (Apêndice F),

$$R_x(\tau) = a^2 e^{-2\varphi\tau}. \quad (4.4)$$

A escala de tempo integral (equação 3.44) é, então,

$$T_I = \frac{1}{2\varphi}. \quad (4.5)$$

Desta forma, para o sinal intermitente, a frequência ótima de aquisição para a análise estatística no domínio da amplitude é,

$$SR = \varphi. \quad (4.6)$$

## 4.5. Tratamento de dados e medições

### 4.5.1. Leitura e armazenamento de dados

O armazenamento de dados é feito da seguinte maneira: informações sobre as fases em que as agulhas do sensor se encontram são lidos a uma determinada frequência,  $f$ , ou seja, a cada novo instante de tempo  $\Delta t = 1/f$ , os componentes  $A(i)$  e  $B(i)$  recebem os valores 1 ou 0, de acordo com as fases em que se encontram. Cada um dos vetores  $A$  e  $B$  possui dez mil elementos e o conjunto de dez mil leituras é denominado bloco de medidas. Assim sendo, ao fim da leitura de um bloco de medidas tem-se dois vetores, um para cada canal, contendo informações sobre as bolhas que cruzaram o sensor instantes atrás, prontos para serem interpretados.

A figura 4.7 mostra a saída gráfica de um bloco de medidas disponível no código de aquisição de dados. As linhas azuis representam o canal a montante,  $A$ , e as vermelhas, o canal a jusante,  $B$ . Os vetores têm início no canto superior esquerdo e fim no canto inferior direito. A cada pulso positivo na linha representativa de cada vetor, podemos associar a passagem de uma bolha. É possível observar o atraso no tempo entre a chegada de uma bolha nas agulhas, bem como a incongruência entre os sinais dos canais a elas associados, causada pela deformação e deflexão das bolhas.

O número de blocos de medidas necessários à satisfação dos limites de confiabilidade estatística estipulados varia sensivelmente de acordo com a vazão de gás e a posição do sensor na pluma.



THIS IS SAMPLE BLOCK 1  
PRESS ANY KEY TO CONTINUE

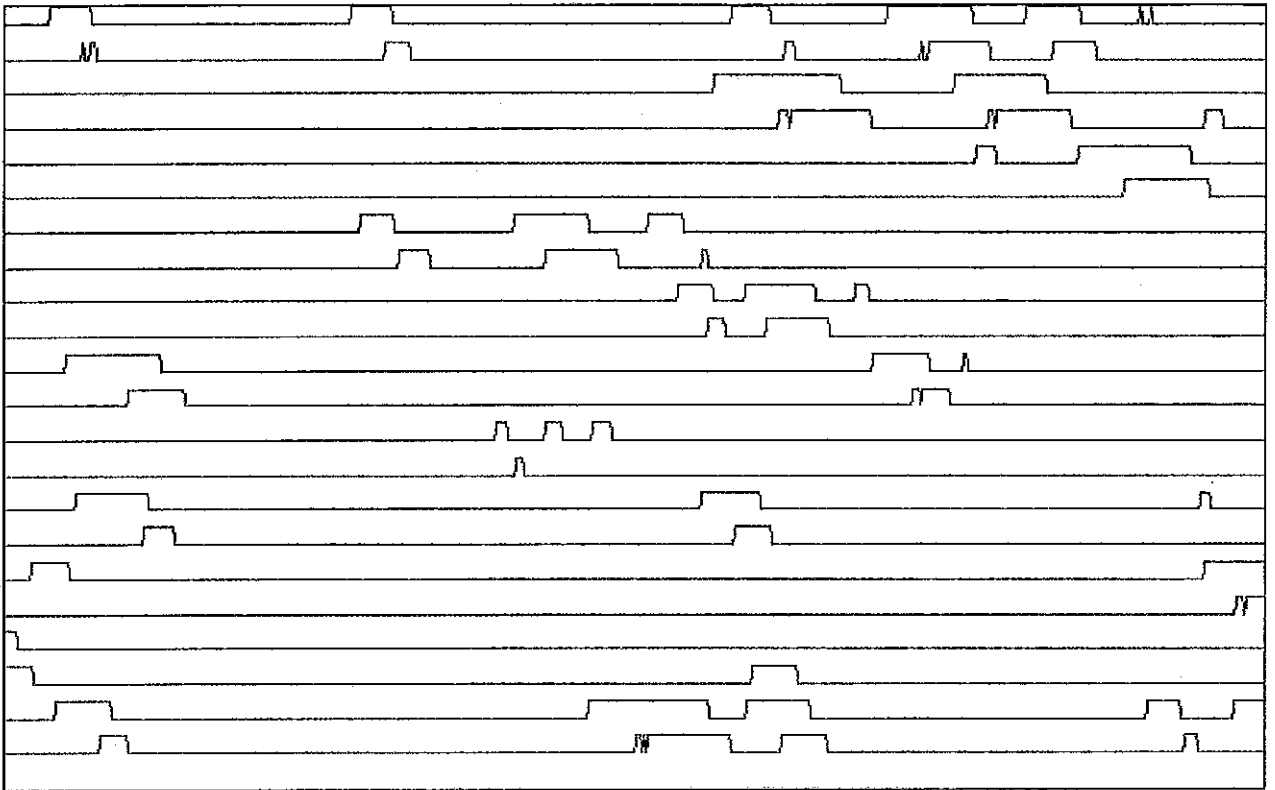


Figura 4.7. Um bloco de medidas.

## 4.5.2. Interpretação de dados

Por ser de natureza subjetiva, a construção das rotinas do código computacional voltadas à interpretação dos vetores é a tarefa de implementação mais trabalhosa. É praticamente impossível diferenciar uma pequena bolha, cujo centro é atravessado pelo sensor, de uma bolha maior, cuja superfície externa é apenas tocada pelo mesmo. Além disso, deve-se levar em conta o caráter destrutivo do processo de medição, isto é, quando uma bolha atinge a segunda agulha seu formato original já foi modificado pela primeira agulha, a montante do escoamento.

Outros fatores que impedem o conhecimento exato do intervalo de tempo que o sensor leva para atravessar uma bolha também devem ser considerados, são eles: a deformação sofrida pelas bolhas no impacto com as agulhas devido a efeitos de tensão superficial, a diminuição da velocidade das bolhas por efeito também da tensão superficial, e a deflexão de algumas bolhas ao se aproximarem de um ângulo oblíquo (a ponta do sensor).

Os fenômenos citados acima podem ser minimizados com a utilização de sensores cada vez menores e menos interferentes na estrutura da pluma. Porém, um tratamento estatístico dos dados se faz necessário, uma vez que o controle e o próprio conhecimento dos fenômenos envolvidos é, até o momento, inviável. Assim sendo, com base em trabalhos anteriores (Lewis e Davidson, 1983), um cuidadoso critério de seleção das bolhas foi elaborado e implementado no código de aquisição de dados. A partir dele, é possível obter uma população (de bolhas) cujo tratamento estatístico leve a valores confiáveis das grandezas medidas.

### 4.5.3. Quantificação das propriedades de plumas de bolhas

#### I) Fração de gás

A fração de gás é a propriedade da pluma de mais fácil quantificação; pois, além de necessitar apenas de um canal para que sua medição seja efetuada, ela não requer qualquer posterior processamento dos sinais obtidos.

Por fração de gás entende-se a média temporal da fração de gás local, isto é, para um sensor pontual imerso no escoamento, o tempo de residência cumulativo da fase gasosa com o sensor sobre um tempo total de observação (Torai,1981; Collier,1981).

A definição acima caracteriza a fração de gás como o valor médio do sinal de um dos canais. Portanto,

$$c(r, z, t) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} I_A(r, z, t) dt. \quad (4.7)$$

O equivalente digital da equação 4.7 para  $N$  elementos é,

$$c(r, z, t) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_A(r, z, n\Delta t). \quad (4.8)$$

Uma vez que a fração de gás local (valor médio) é obtida através da análise no domínio da amplitude, a taxa de aquisição para a medição de  $c$  está atrelada à determinação da escala de tempo integral,  $T_I$ .

Para o sinal intermitente, a expressão 4.6 estabelece a frequência ótima de aquisição,  $SR$ , garantindo a independência estatística entre os elementos. Entretanto, um valor fixo não pode ser estipulado para  $\varphi$  devido à dispersão das bolhas ascendentes e à variação de  $\varphi$  com a vazão de gás (fato a ser constatado na Seção 5.1). De qualquer forma, baseado em medidas realizadas na Zona de Escoamento Desenvolvido, para a faixa de vazão considerada, acredita-se que  $SR = 100Hz$  seja um valor razoável.

O número de elementos,  $N$ , necessários para a medição exata da fração de gás é determinado pelas equações 3.39 e 3.40. Sabendo que (da própria definição do sinal)  $\sigma_c/c = 1$ , para obter  $\hat{c}$  com acurácia de 1% e 98% de confiabilidade (função probabilidade:  $\zeta_{\alpha/2} = 2.33$ ), o número de elementos e o tempo total de observação,  $T$ , serão 55000 e 4.6 minutos, respectivamente.

Em situações onde sensores de dois canais são utilizados, somente o valor da fração de gás lido pelo canal a montante,  $A$ , é considerado, uma vez que a leitura do canal  $B$  sofre interferências devido a ação destrutiva da agulha a montante.

## II) Velocidade de subida e diâmetro médio das bolhas

A velocidade de subida das bolhas pode ser calculada por meio de dois métodos distintos, o Método da Correlação Cruzada (*Cross-Correlation Method*) e o Método da Contagem de Tempo (*Two-State Signal Method*).

A correlação cruzada dos sinais de saída dos canais gera uma função que exibe um máximo correspondente ao mais provável atraso no tempo entre a passagem das bolhas nas agulhas.

O Método da Contagem de Tempo consiste da medição do intervalo de tempo (atraso) entre a chegada das bolhas às agulhas. Este método gera um espectro de atrasos de tempo.

O Método da Correlação Cruzada é aplicação direta da análise estatística no domínio do tempo. Entretanto, o Método da Contagem de Tempo não pode ser considerado baseado na análise estatística do domínio da amplitude. Mesmo que exista uma preocupação na seleção do tempo total de observação (de modo a levar em consideração eventos de baixa frequência), uma escolha da taxa de aquisição igual a  $2T_I$  para um ou ambos os canais aniquilaria quaisquer tentativas de se medir precisamente o atraso no tempo entre pares de sinais consecutivos. No presente trabalho, a frequência de aquisição para os cálculos de correlação cruzada, bem como para a contagem de tempo,

foi estipulada em 4 *kHz*.

Segundo Castillejos e Brimacombe(1987), o Método da Correlação Cruzada possui severas limitações, uma vez que ignora eventos particulares que podem ocorrer na ponta do sensor. Esta técnica permite a medição apenas da velocidade mais provável, sem nenhuma informação direta da distribuição probabilística das velocidades. Desta forma, quando informações acerca do diâmetro médio das bolhas querem ser conhecidas, deve-se supor que as bolhas sobem a uma velocidade constante e igual à mais provável.

Como dito acima, as adversidades do Método da Contagem de Tempo são aquelas relacionadas à tensão superficial, molhabilidade do sensor, e oscilações na trajetória das bolhas. Este método requer a utilização de critérios de seleção de bolhas com o intuito de subtrair do sinal elementos que levem a interpretações errôneas quanto às grandezas de interesse.

#### i) O Método da Correlação Cruzada

A função representada pela equação 4.9 apresenta um valor máximo para o intervalo de tempo  $\tau = s\Delta t$  em que há correlação entre os sinais  $I_A$  e  $I_B$  das agulhas a montante e jusante, respectivamente.

$$\hat{R}_{AB}(s\Delta t) = \frac{1}{N-s} \sum_{n=0}^{N-s} I_A(r, z, n\Delta t) I_B(r, z, n\Delta t + s\Delta t), \quad (4.9)$$

onde  $s = 0, 1, 2, \dots, m$ .

Sendo  $ES$  o espaçamento entre as agulhas do sensor, o valor da velocidade média de subida das bolhas, em um determinado ponto da pluma, é,

$$\bar{V} = \frac{ES}{\tau}.$$

Não foram feitas estimativas sobre o número de elementos necessários à obtenção de um determinado grau de acurácia na medida. Entretanto, como o cálculo da correlação cruzada foi implementado de modo cumulativo ao longo dos blocos de medidas, percebeu-se que o valor do intervalo de tempo correspondente à correlação máxima tendia assintoticamente ao valor mais provável.

Detalhes sobre a implementação da função correlação cruzada no código de aquisição de dados são mostrados na seção 4.6.2.

## ii) O Método da Contagem de Tempo

### - Identificação das bolhas no sinal

Foi desenvolvido um procedimento que identifica a passagem das bolhas pelas agulhas do sensor e as seleciona para tratamento estatístico segundo um critério estabelecido.

Basicamente, o que se deseja com a aplicação de critérios de seleção de bolhas é garantir que somente sejam analisadas bolhas dotadas de componente vertical de velocidade. Em outras palavras, tais critérios funcionam como um filtro, retirando da análise bolhas defletidas ou dotadas de componente radial de velocidade não-nula.

A primeira tarefa é a identificação da *frente* da bolha pela agulha a montante, isto é, a constatação de que a primeira agulha deixou a fase líquida e entrou na fase gasosa. Para isto, no código de aquisição de dados para cada bloco de medidas, o vetor  $A(i)$  é lido até que se encontre o valor 1. O instante  $i$  em que se detecta a passagem da interface é armazenado sob a variável *frenteA*.

Em seguida, identifica-se o *final* da bolha, isto é, o momento em que a primeira agulha deixou a fase gasosa e retornou à fase líquida. No programa, este procedimento é traduzido por um novo laço computacional onde o vetor  $A(i)$  é lido a partir do tempo *frenteA* até que seja encontrado o valor 0. Este instante é armazenado como *finalA*.

O procedimento descrito acima de identificação da *frente* e do *final* de uma bolha é inteiramente repetido para a agulha a jusante, representada pelo vetor  $B(i)$ . Os instantes de tempo identificados são armazenados sob as variáveis *frenteB* e *finalB*.

A figura 4.8 procura mostrar alguns dos casos que se deseja eliminar através de critérios de seleção. As ilustrações são acompanhadas dos sinais de saída correspondentes. A situação **a** ilustra a deformação da bolha ao aproximar-se da ponta do sensor. A situação **b** mostra o rompimento da bolha ao entrar em contato com a agulha a jusante. O item **c** ilustra a situação inversa ao caso anterior, isto é, coalescência. A situação **d** mostra o caso onde duas bolhas diferentes atingem as agulhas do sensor (a variável *frenteB* poderá ser menor que a variável *frenteA*). A situação **e** mostra o caso onde há deflexão ou o rompimento de uma bolha ao aproximar-se da agulha a montante, sem sequer ser captada pela agulha a jusante. O item **f** ilustra o caso onde duas bolhas viajam muito próximas. Esta situação é frequentemente encontrada em regiões onde a fração de gás é alta. O sistema deve ser preparado de forma que não faça os cálculos baseado em pulsos relativos a diferentes bolhas.

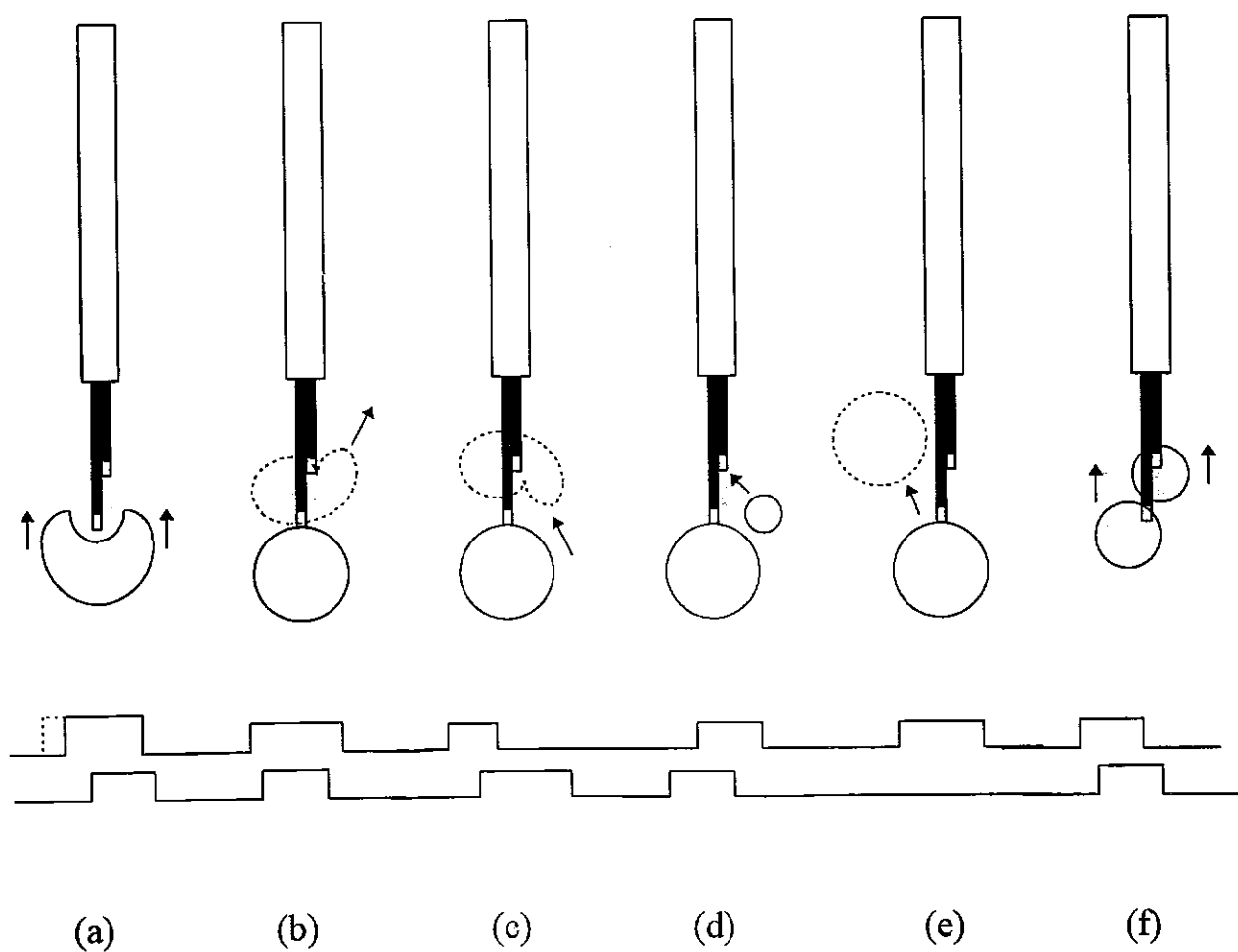


Figura 4.8. Casos a eliminar (critérios de seleção).



- O Critério de seleção de Lewis e Davidson

Pequenas deflexões das bolhas e oscilações da pluma fazem com que as bolhas atravessem o sensor dotadas de velocidade radial. O Apêndice G esclarece a interação entre a ponta condutiva do sensor e a superfície externa de uma bolha em movimento. Os erros provenientes de medições que não levem em conta a eliminação de bolhas dotadas de componente radial de velocidade podem apresentar elevada ordem de grandeza e ocasionar um sensível desvio ao tratamento estatístico dos dados.

Para minimizar os efeitos de deflexões e oscilações das trajetórias das bolhas na medição das propriedades da pluma, foi utilizado o critério de seleção proposto por Lewis e Davidson(1983). O critério baseia-se no cumprimento de dois requisitos: 1) Se uma bolha atinge o sensor obliquamente, as diferenças ( $finalA - frenteA$ ) e ( $finalB - frenteB$ ) não serão iguais, sendo a bolha rejeitada; 2) Se a velocidade de uma bolha varia enquanto atravessa o sensor, as diferenças ( $frenteB - frenteA$ ) e ( $finalB - finalA$ ) não serão iguais, sendo a bolha também rejeitada. Tolerância de  $\pm 15\%$  é aplicada aos tópicos 1) e 2).

- Velocidade e diâmetro médio de uma bolha

De acordo com o critério de seleção de bolhas de Lewis e Davidson, a velocidade de subida de uma bolha não rejeitada será a média aritmética entre,

$$\frac{ES}{(frenteB - frenteA)} \quad e \quad \frac{ES}{(finalB - finalA)}, \quad (4.10)$$

e o diâmetro médio de uma bolha não rejeitada será a média aritmética entre,

$$\frac{ES(finalA - frenteA)}{(frenteB - frenteA)}, \quad \frac{ES(finalA - frenteA)}{(finalB - finalA)},$$

$$\frac{ES(finalB - frenteB)}{(frenteB - frenteA)} \quad e \quad \frac{ES(finalB - frenteB)}{(finalB - finalA)}. \quad (4.11)$$

As bolhas que obedecem ao critério de Lewis e Davidson são armazenadas sob a forma,

$$bo(i) = bo[Vel(i), Dia(i)]; \quad para \quad i = 1 \cdots N_b,$$

(onde  $N_b$  é o número de bolhas aceita pelo critério de seleção) para posterior análise dos dados com respeito às distribuições de velocidade de subida e diâmetro médio.

Ao contrário da análise direta do sinal, empregada em todas as medições apresentadas anteriormente, a análise estatística utilizada no Método da Contagem de Tempo tem como base uma população de elementos  $bo(i)$ , fruto de um tratamento prévio do sinal (critérios de seleção). Assim, o tempo total de observação não depende apenas da taxa de aquisição, mas também do número de elementos (ou bolhas) necessário à obtenção de um determinado grau de exatidão. O grau de exatidão requerido pelo Método da Contagem de Tempo é definido como a obtenção de 5% de incerteza na estimativa da variância,  $\frac{\hat{x}^2}{\sigma_x^2} = \pm 5\%$ . Para a condição adicional de 98% de confiabilidade (função probabilidade:  $\zeta_{\alpha/2} = 2.33$ ), o número de elementos (ou bolhas), calculado através das equações 3.41 e 3.42 (onde  $x$  pode representar velocidade de subida ou diâmetro médio), é 2000, aproximadamente.

Apesar do Método da Correlação Cruzada apresentar maior rapidez na determinação da velocidade de subida das bolhas, somente o Método da Contagem de Tempo fornece uma distribuição espectral das grandezas. Valores calculados através dos dois métodos exibem concordância da ordem de 90%.

#### - Definição de diâmetro médio de uma bolha

Ao longo dos últimos anos, diversos trabalhos propuseram métodos de cálculo e medição para a forma e as dimensões de uma bolha. No presente trabalho, simplesmente supõe-se que o diâmetro médio de uma bolha em um determinado ponto da pluma é o

valor mais provável da função densidade de probabilidade associada ao histograma de comprimento da corda perfurada (pelo sensor) naquele ponto da pluma.

Por trás desta abordagem simplificada encontram-se duas restrições. A primeira restrição requer que o sensor perfure a bolha em seu maior comprimento vertical, e a segunda, que as bolhas sejam esféricas.

A probabilidade do sensor atingir as bolhas é a mesma para todos os pontos de sua área frontal projetada e o comprimento da corda perfurada pode variar de zero à maior dimensão vertical da bolha. Além disso, a hipótese quanto à esfericidade das bolhas é muito restrita, sendo praticamente inválida nas vizinhanças do injetor.

Para estimar o erro cometido ao supor que o diâmetro de uma bolha é igual ao valor mais provável da distribuição de comprimentos da corda perfurada, utilizou-se o mapa de formatos para bolhas e gotas movendo-se em líquidos, fornecido por Clift *et alli*(1978). Mais especificamente, este mapa apresenta uma correlação gráfica geral entre os números de Eötvös,  $E_o$ , Morton,  $M$ , e Reynolds,  $Re$ , e o formato de bolhas ou gotas em movimento livre, ascendente ou descendente, em ambientes de dimensões infinitas.

O mapa de formatos é ilustrado na figura 4.9. Os grupos adimensionais em questão são,

$$E_o = \frac{g\Delta\rho d_e^2}{T}, \quad (4.12)$$

$$M = \frac{g\mu_l^4\Delta\rho}{\rho_l^2 T^3}, \quad (4.13)$$

$$Re = \frac{\rho_l d_e u_b}{\mu_l}, \quad (4.14)$$

onde  $\Delta\rho$  é a diferença entre as massas específicas das fases contínua e dispersa,  $d_e$  é

o diâmetro equivalente de uma bolha esférica de mesmo volume,  $T$  é o coeficiente de tensão superficial (ar/água) e  $u_b$  é a velocidade terminal da bolha.

Apesar das condições do escoamento não reproduzirem fielmente o ambiente requerido à aplicação da correlação, ou seja, o meio não ser idealmente infinito e as trajetórias das bolhas influenciarem-se mutuamente; algumas conclusões qualitativas superficiais podem ser feitas no sentido de avaliar a hipótese descrita anteriormente.

Com base nos resultados que serão mostrados no Capítulo 5, os valores atribuídos a  $u_b$  e  $d_e$  são  $0.35m/s$  e  $8mm$ , respectivamente. Os valores das demais grandezas foram estimados para a faixa de temperatura de  $20$  a  $25^\circ C$ ,  $\rho_l = 997kg/m^3$ ,  $\rho_g = 1.17kg/m^3$ ,  $\Delta\rho = 995.8kg/m^3$ ,  $\mu_l = 0.00098kg/m.s$  e  $T = 0.07kg/s^2$ .

Desta forma, os dados de entrada da figura 4.9,  $EO \approx 8.92$ ,  $M \approx 2.64E - 11$  e  $Re \approx 2850$  indicam que o formato das bolhas é incerto (*wobbling*).

A constatação deste fato sugere que o erro cometido na adoção da hipótese acerca do formato das bolhas é significativo. Contudo, muito pouco pôde ser feito para suprir a falta de informação por parte do sistema de medição no que concerne à geometria da interface líquido-gás. Uma vez que a técnica experimental continue sendo a de sensores eletro-resistivos, avanços na direção de quantificar acuradamente as dimensões das bolhas somente serão concretizados se sensores de múltiplos canais forem utilizados.

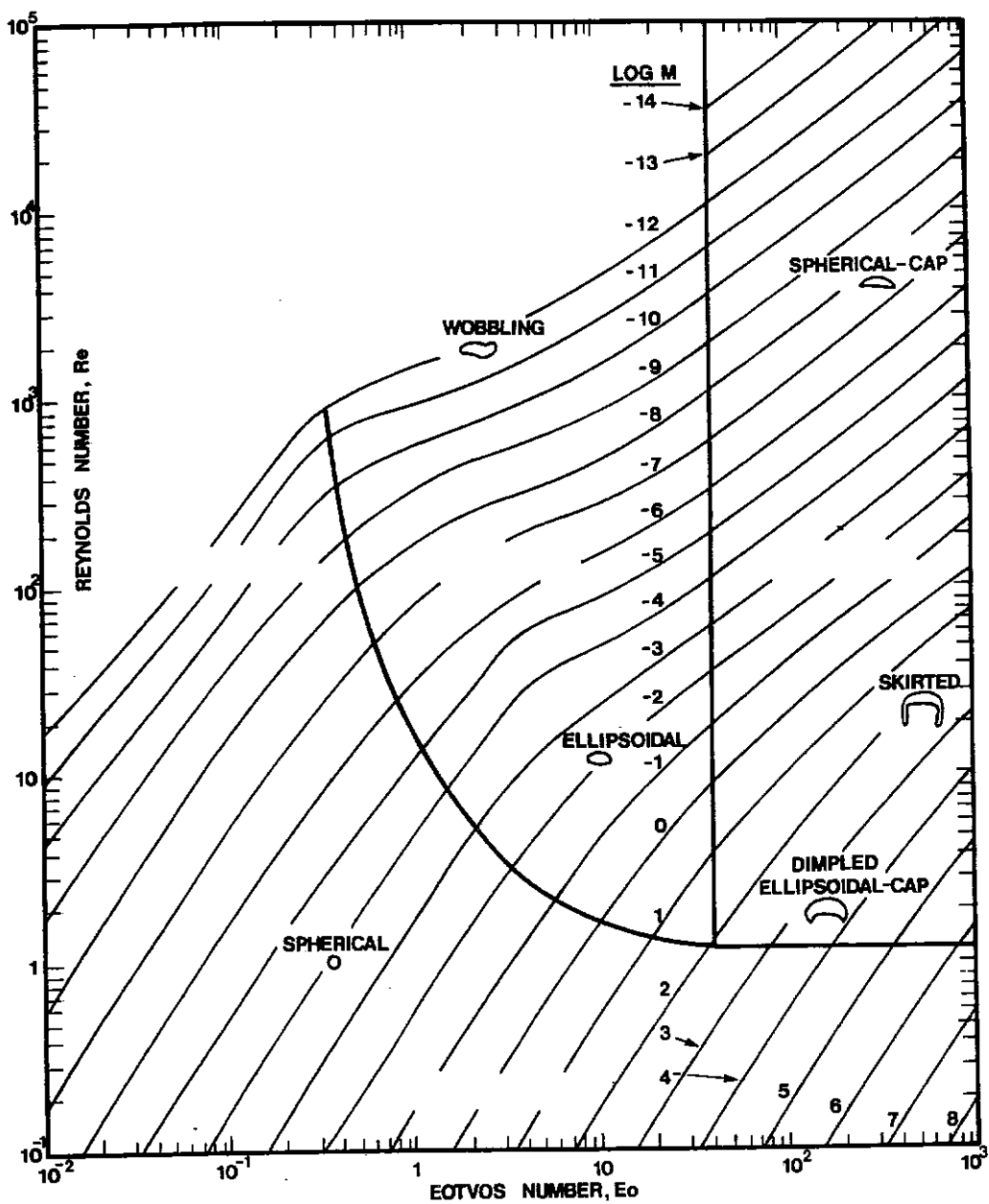


Figura 4.9. Mapa de Formatos para bolhas ou gotas em meio líquido.

## 4.6. Procedimento experimental

Esta seção descreve de que modo os experimentos são conduzidos. De maneira geral, para corroborar a teoria ou verificar hipóteses, as medições das propriedades são feitas na direção radial e ao longo da linha de centro da pluma.

As medidas visando a determinação de características do sinal (taxa de decaimento da função autocorrelação, escala de tempo integral etc.) foram realizadas antes da medição das grandezas do escoamento, visto que a aquisição destas depende de parâmetros definidos através da análise das primeiras.

### 4.6.1. Preparativos

Antes de iniciar as medições, o aparato experimental é cuidadosamente montado. Primeiramente, mede-se a altura da lâmina líquida,  $H$ , e fixa-se o sensor ao posicionador cartesiano de maneira que as agulhas fiquem na posição vertical (perpendiculares ao fundo do tanque). O sistema de injeção de ar é ligado e aguarda-se cerca de quinze minutos para que a condição de regime permanente seja plenamente estabelecida. Então, após a medição da vazão de gás, pode-se dar início aos experimentos.

Utiliza-se dois tipos de injetor de ar e duas diferentes vazões (1.8 e 3.0 *litros/s*). O emprego de diferentes injetores, mostrados na figura 4.2, servirá para verificar a hipótese sobre a independência do escoamento na Região de Escoamento Desenvolvido com respeito à sua natureza na Região de Escoamento em Desenvolvimento.

### 4.6.2. Medidas de propriedades do sinal

#### I) Função autocorrelação e escala de tempo integral

A medição da função autocorrelação do sinal e o cálculo da escala de tempo integral do fenômeno estão ligados à determinação da frequência ótima de aquisição da fração de gás (ver equações 4.4 a 4.6).

Em virtude da simplicidade do sinal, a frequência ótima pode ser estimada a partir da determinação de uma taxa média de decaimento da função autocorrelação,  $\varphi_{med}$ . Assim, valores de  $\varphi$  são medidos em diversas estações  $z$  da pluma ao longo da linha de centro. Os resultados experimentais são mostrados no Capítulo 5.

A implementação da função autocorrelação no código computacional (através da equação 3.46) é simples. Segundo Castro(1989), somente são necessários alguns valores de  $R_x(\tau)$  suficientes para definir a curva do ponto  $\tau = 0$  até o ponto onde  $R_x$  se anula.

## II) Função correlação cruzada

Conforme dito anteriormente, tanto a correlação cruzada dos sinais de  $A$  e de  $B$ , como as outras grandezas relativas ao domínio do tempo, são medidas a uma frequência de aquisição de 4  $kHz$ .

Assim como a função autocorrelação, a implementação da correlação cruzada no código computacional (equação 3.48) também é simples. Basta definir um intervalo de busca de atrasos de tempo onde acredita-se estar presente o ponto de máximo da função correlação cruzada.

### 4.6.3. Medidas de fração de gás, velocidade de subida e diâmetro médio das bolhas

Medidas de fração de gás são realizadas nas direções radiais e axiais. A taxa de aquisição é determinada pela medição da taxa de decaimento da correlação do sinal intermitente de um canal.

Perfis radiais de fração de gás são medidos em diversas estações  $z$  para confirmar a hipótese de que possuem forma Gaussiana. Distribuições axiais são obtidas para diferentes tipos de injetor de modo a verificar a independência do escoamento na região desenvolvida quanto às suas condições na região em desenvolvimento.

Medidas de velocidade de subida das bolhas (através dos dois métodos) são realizadas da mesma forma e com o mesmo intuito das de fração de gás. Entretanto, a determinação da taxa de aquisição é escolhida com base em outros parâmetros.

Com o objetivo de confirmar uma terceira hipótese, a velocidade de escorregamento é medida. Através da diminuição da vazão de gás — redução brusca do entranhamento de líquido — atinge-se a situação onde somente uma bolha é solta de cada vez. A velocidade de subida das bolhas pode então ser obtida em estações  $z$  suficientemente distantes do orifício de saída do gás.

O diâmetro médio das bolhas é medido somente na linha de centro da pluma. Não há hipóteses nem comparação de resultados a serem verificados por meio de suas distribuições. Deseja-se apenas ilustrar qualitativamente o comportamento das bolhas em uma pluma quanto a distribuição de diâmetros médios ou cordas perfuradas.



# 5. RESULTADOS

## 5.1. Propriedades do sinal

Funções de autocorrelação são apresentadas na figura 5.1. As medidas foram feitas em dois pontos sobre a linha de centro da pluma sob duas condições de vazão de gás. Pode-se verificar o decaimento exponencial previsto pela teoria e observar uma suave variação da taxa de decaimento de acordo com as diferentes condições do escoamento.

A correlação cruzada do sinal de saída dos canais  $A$  e  $B$  é mostrada na figura 5.2. Para dois sinais intermitentes idênticos, porém atrasados entre si, a correlação cruzada gera uma função triangular. À medida que surgem incongruências entre blocos correspondentes a uma mesma bolha, o pico da função é suavizado e seu formato alargado. No entanto, a região onde se encontra o ponto de máximo da correlação é quase sempre bem definida, não havendo dificuldades em determinar o intervalo de tempo mais provável.

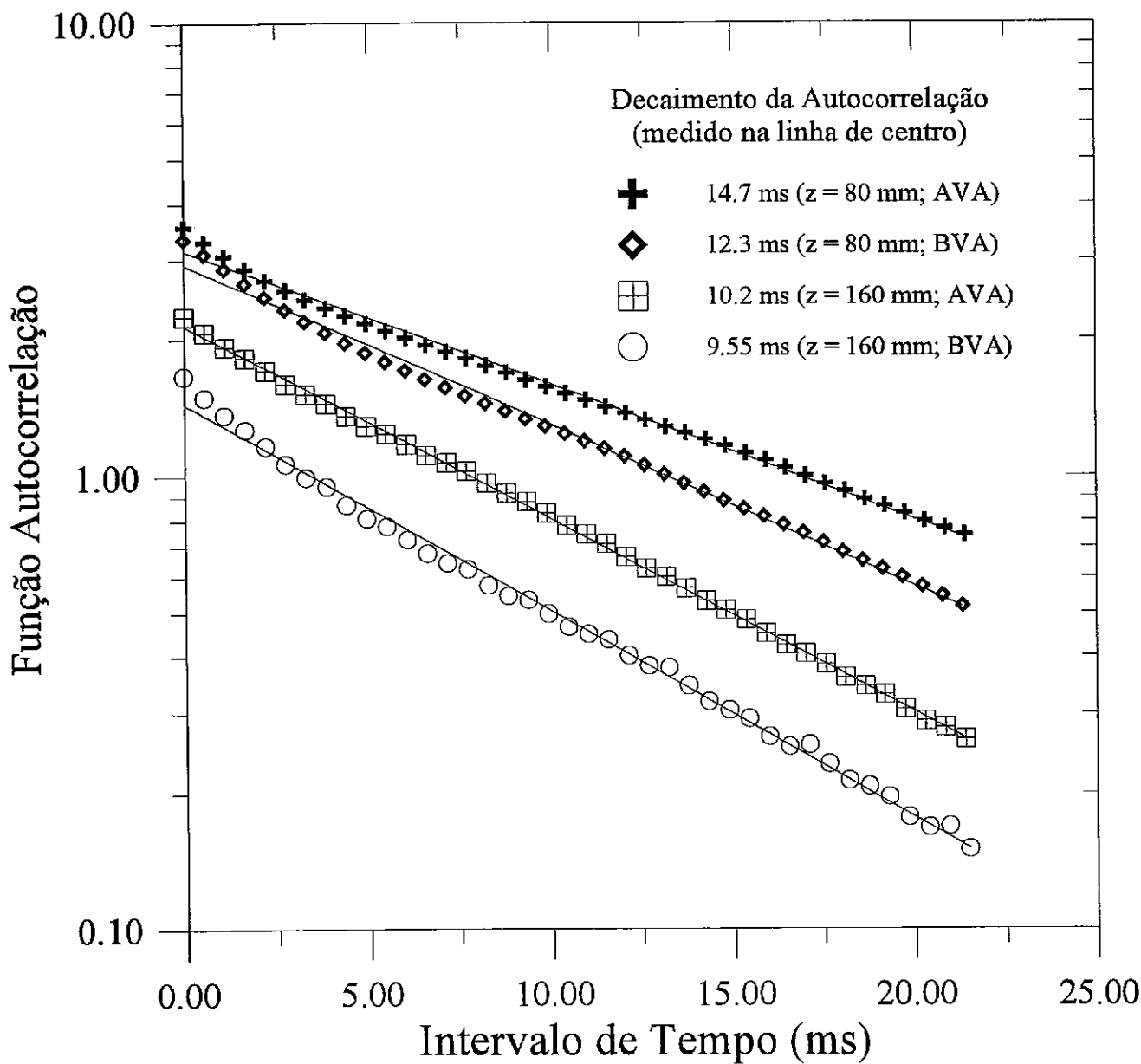


Figura 5.1. Função autocorrelação do sinal intermitente  
(BVA - Baixa vazão de ar - 1.8 litros/s)  
(AVA - Alta vazão de ar - 3.0 litros/s)

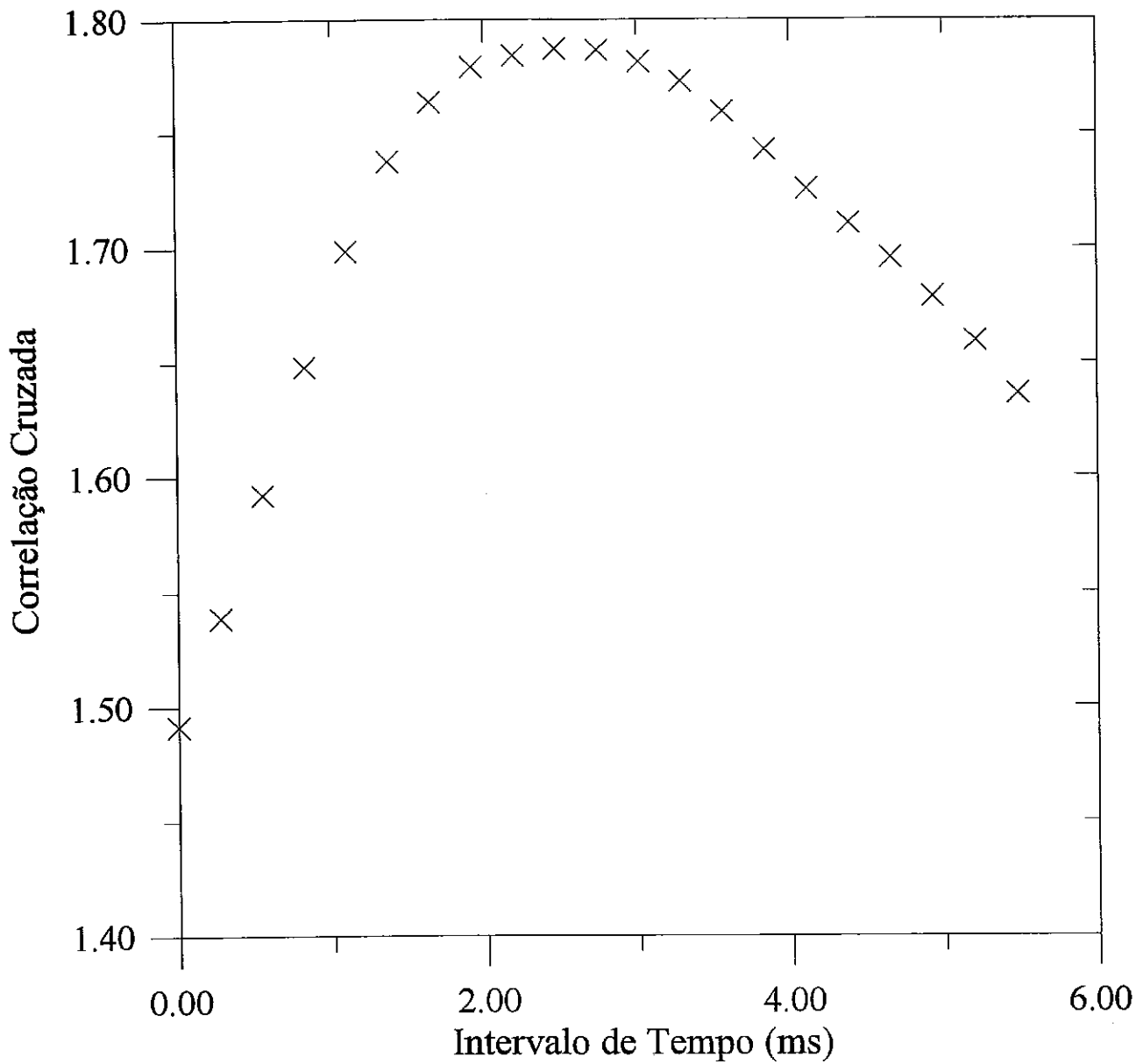


Figura 5.2. Correlação cruzada do sinal dos canais.

## 5.2. Distribuições de frequência

As figuras 5.3 e 5.4 mostram, para um determinado ponto da pluma, as distribuições de frequência relativa com relação à velocidade de subida e ao diâmetro médio das bolhas. Por frequência relativa entende-se a frequência de ocorrência de um dado evento (calculada através da ordenação dos valores de  $u_g$  ou  $d_b$  nos respectivos intervalos de classe) dividida pelo número total de elementos analisados e pela amplitude do intervalo de classe.

Algumas considerações qualitativas podem ser feitas acerca das distribuições. Claramente, ambas estão distantes da obediência a um padrão Gaussiano. Apesar de nenhum parâmetro referente à assimetria das distribuições ter sido computado, nota-se acentuada assimetria positiva (ou à direita) nos dois espectros. Para a distribuição de velocidades, tal assimetria encontra justificativa na existência de uma velocidade mínima de subida das bolhas (velocidade terminal ou de escorregamento). Para a distribuição de diâmetros médios, a assimetria se deve à influência intrusiva da técnica de medida, refletida na incapacidade do sensor em reconhecer bolhas de tamanho reduzido.

A figura 5.5 mostra a distribuição de frequências conjunta para velocidade média de subida e diâmetro médio das bolhas. Apesar do gráfico não permitir conclusões quantitativas, observa-se que o padrão assimétrico das distribuições bidimensionais se perpetua.

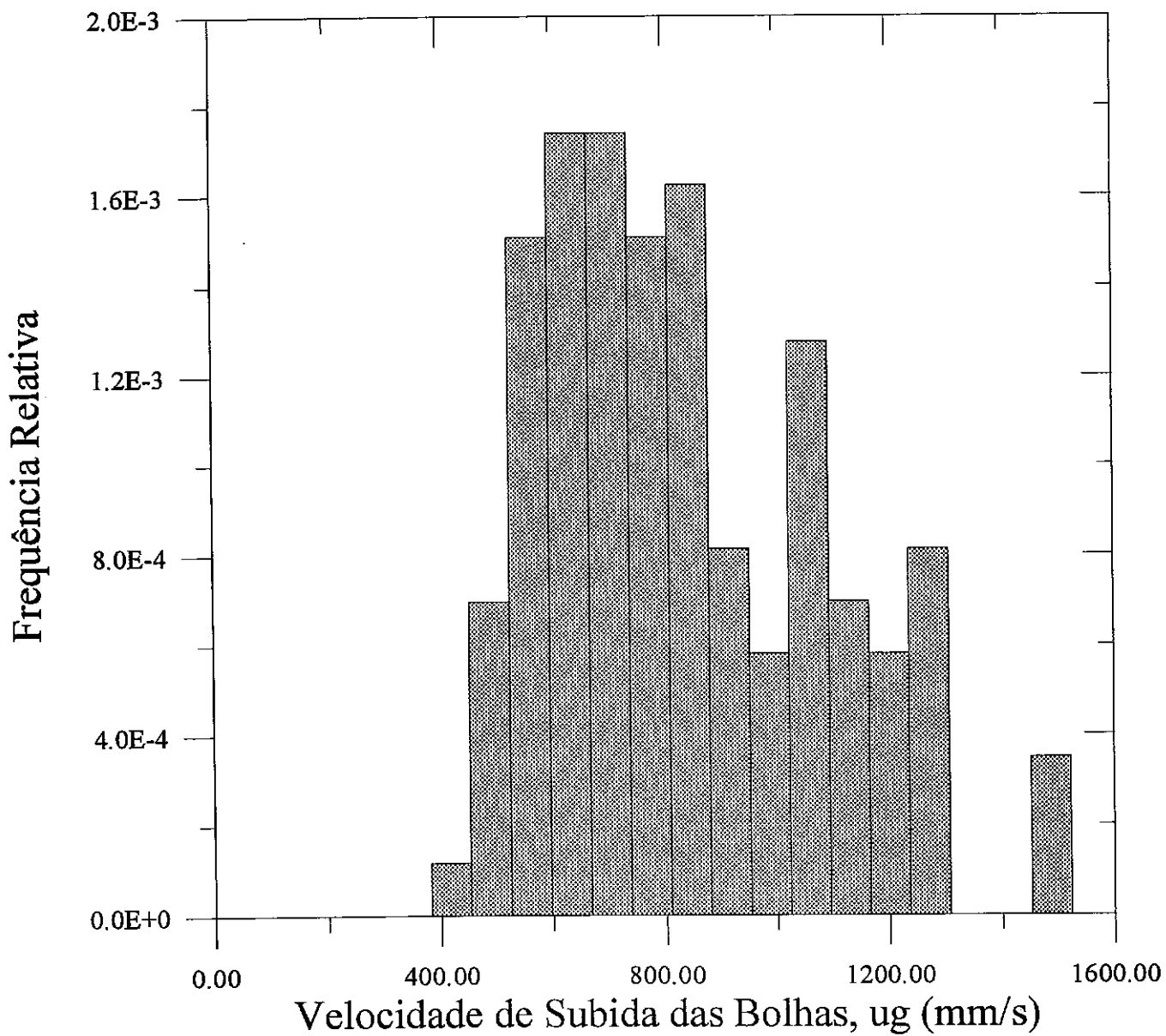


Figura 5.3. Distribuições de frequência de velocidade de subida das bolhas.

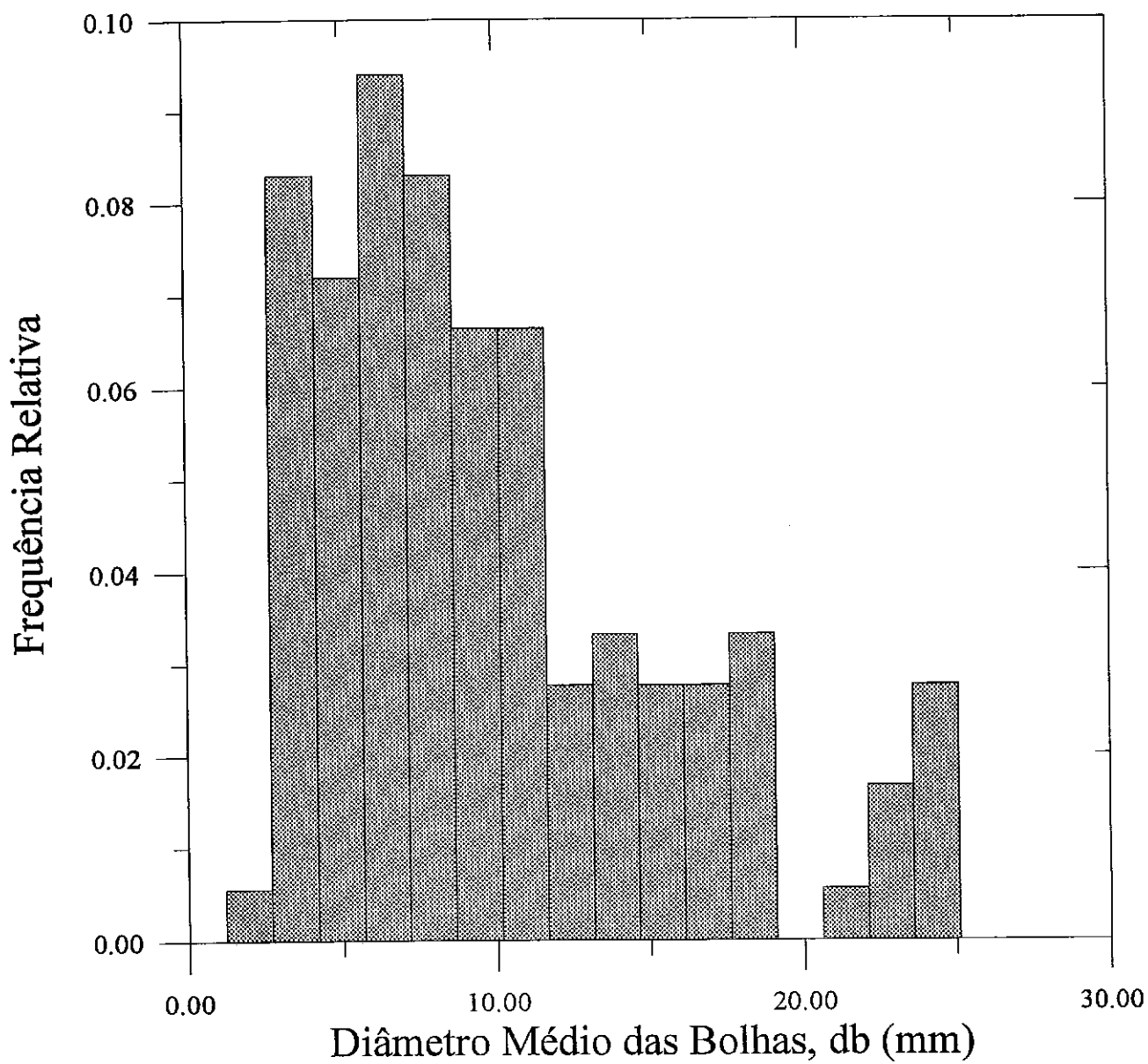


Figura 5.4. Distribuição de frequência relativa de diâmetro médio das bolhas.

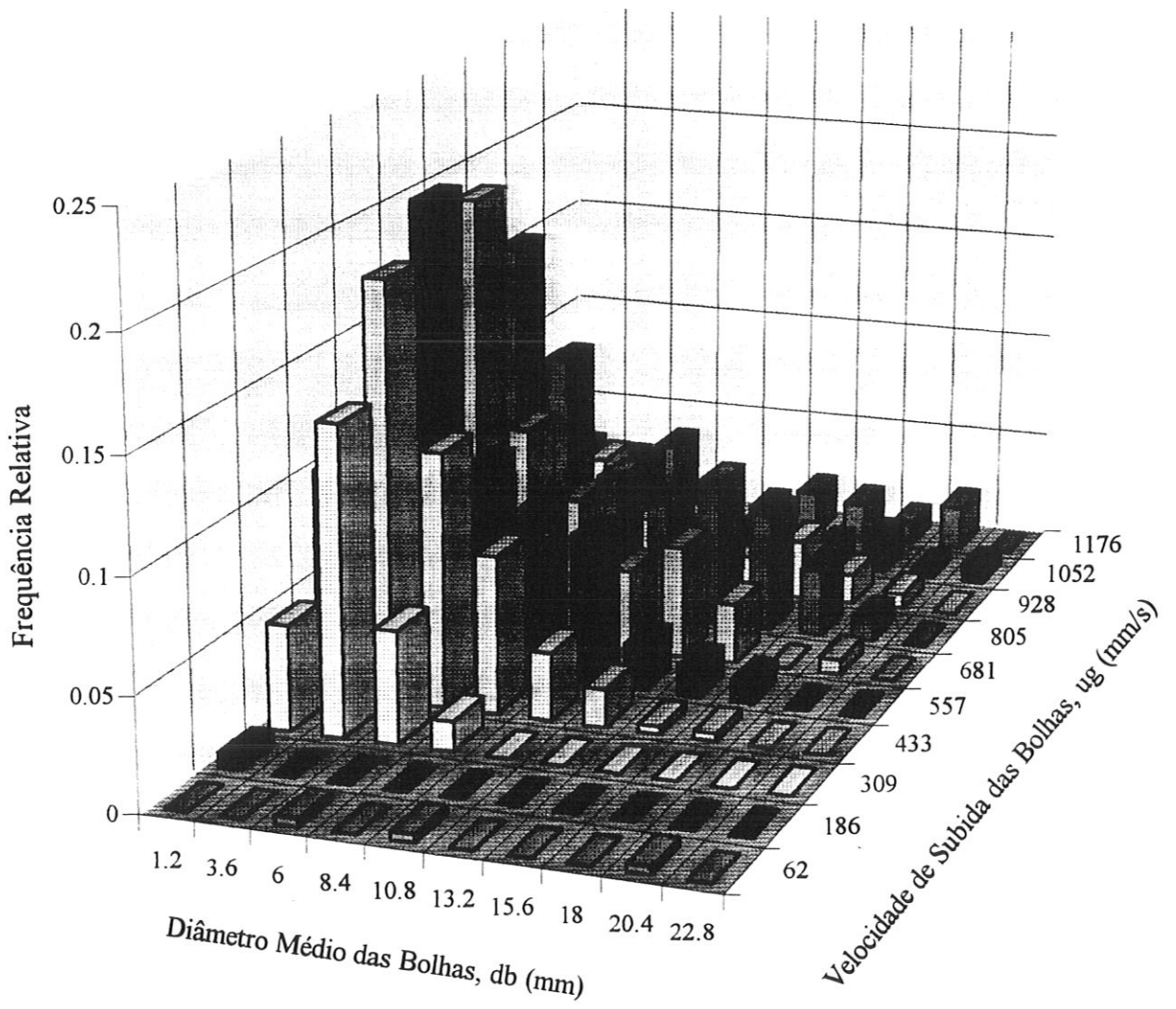


Figura 5.5. Distribuição conjunta de velocidade de subida e diâmetro médio.

### 5.3. Fração de gás

Distribuições radiais de fração de gás são apresentadas na figura 5.6. Quando agrupadas segundo variáveis análogas às definidas nos problemas de jatos e plumas térmicas, os perfis Gaussianos colapsam mostrando que o fenômeno de plumas de bolhas também exhibe similaridade. Os pontos foram medidos na Região de Escoamento Desenvolvido.

A figura 5.7 mostra a distribuição de fração de gás ao longo da linha de centro da pluma. Dois tipos de injetores de gás são utilizados. Observa-se que, de um determinado ponto da linha de centro em diante, os valores de fração de gás para as diferentes condições iniciais são praticamente superponíveis. Em outras palavras, os dois primeiros pontos de cada distribuição encontram-se na Região de Escoamento em Desenvolvimento e são influenciados pelo modo como o gás é injetado. Obviamente, valores mais elevados de fração de gás nesta região são verificados para o injetor simples, em virtude da razão vazão de gás/área perfurada ser maior para este do que para o tipo *chuveiro*.

Um perfil típico de largura da pluma é exibido na figura 5.8. Por largura da pluma entende-se o raio da pluma (coordenada radial) onde o valor da fração de gás vale a metade do valor obtido na linha de centro.



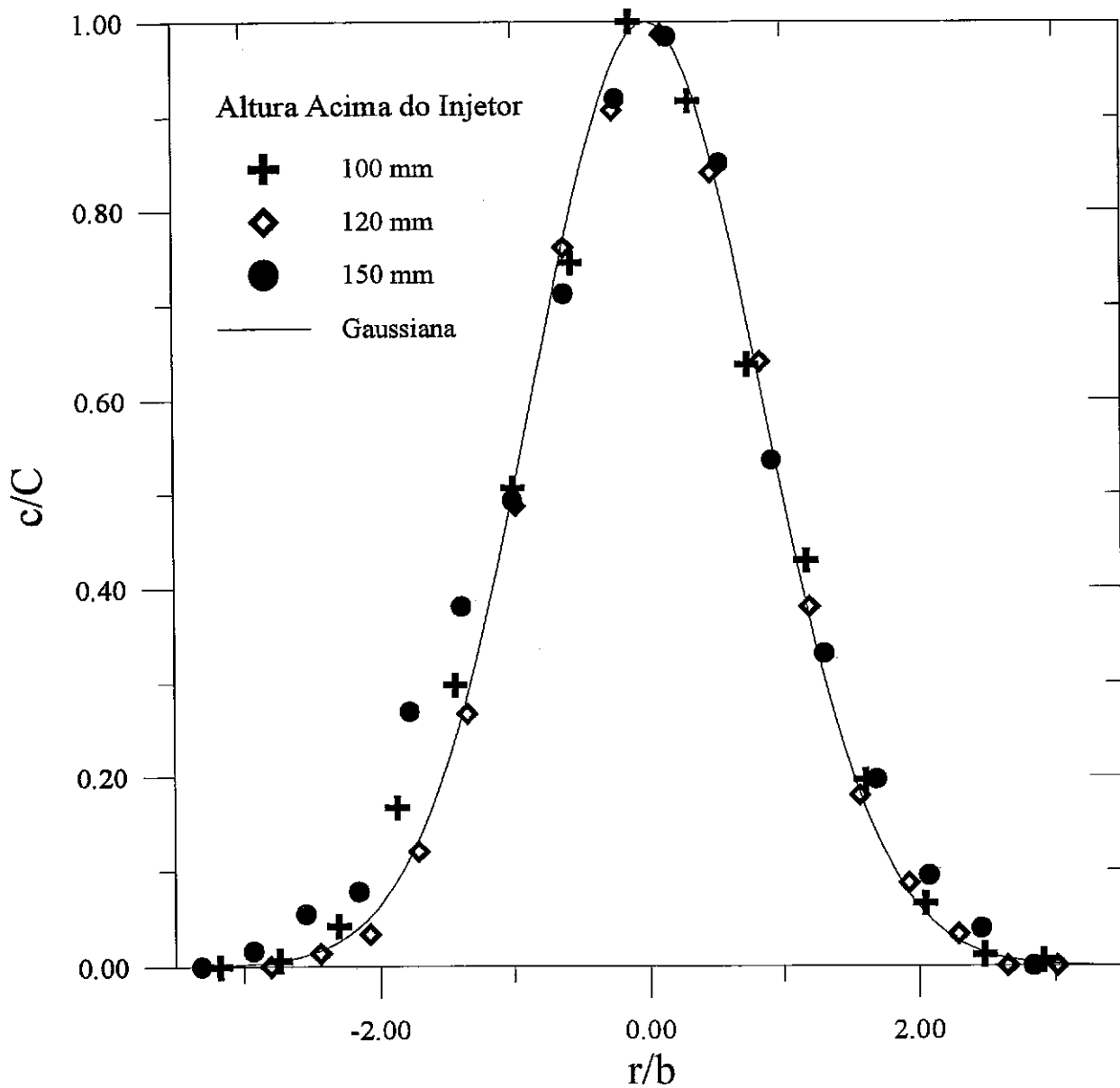


Figura 5.6. Perfis radiais de fração de gás.

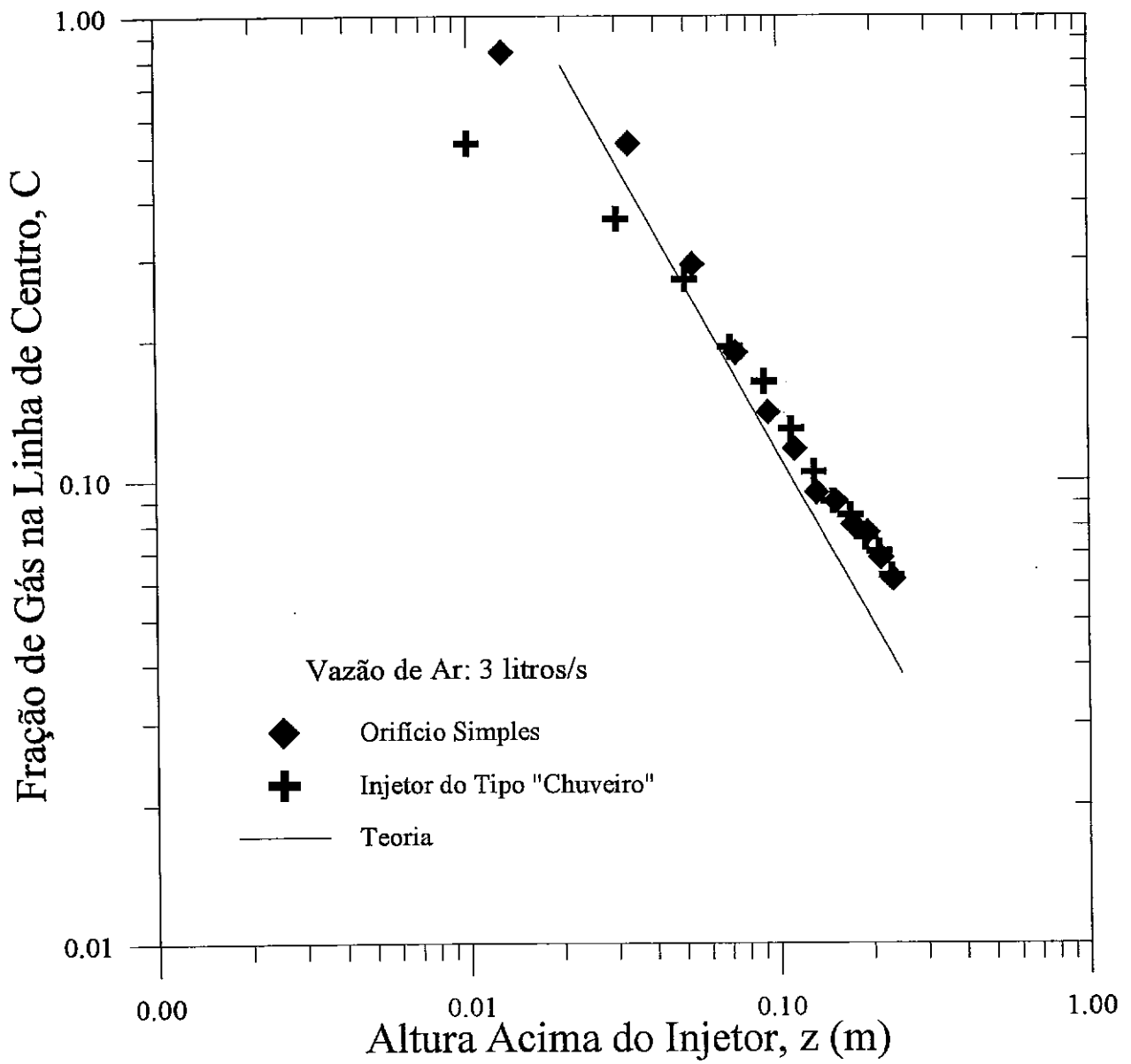


Figura 5.7. Distribuições axiais de fração de gás.

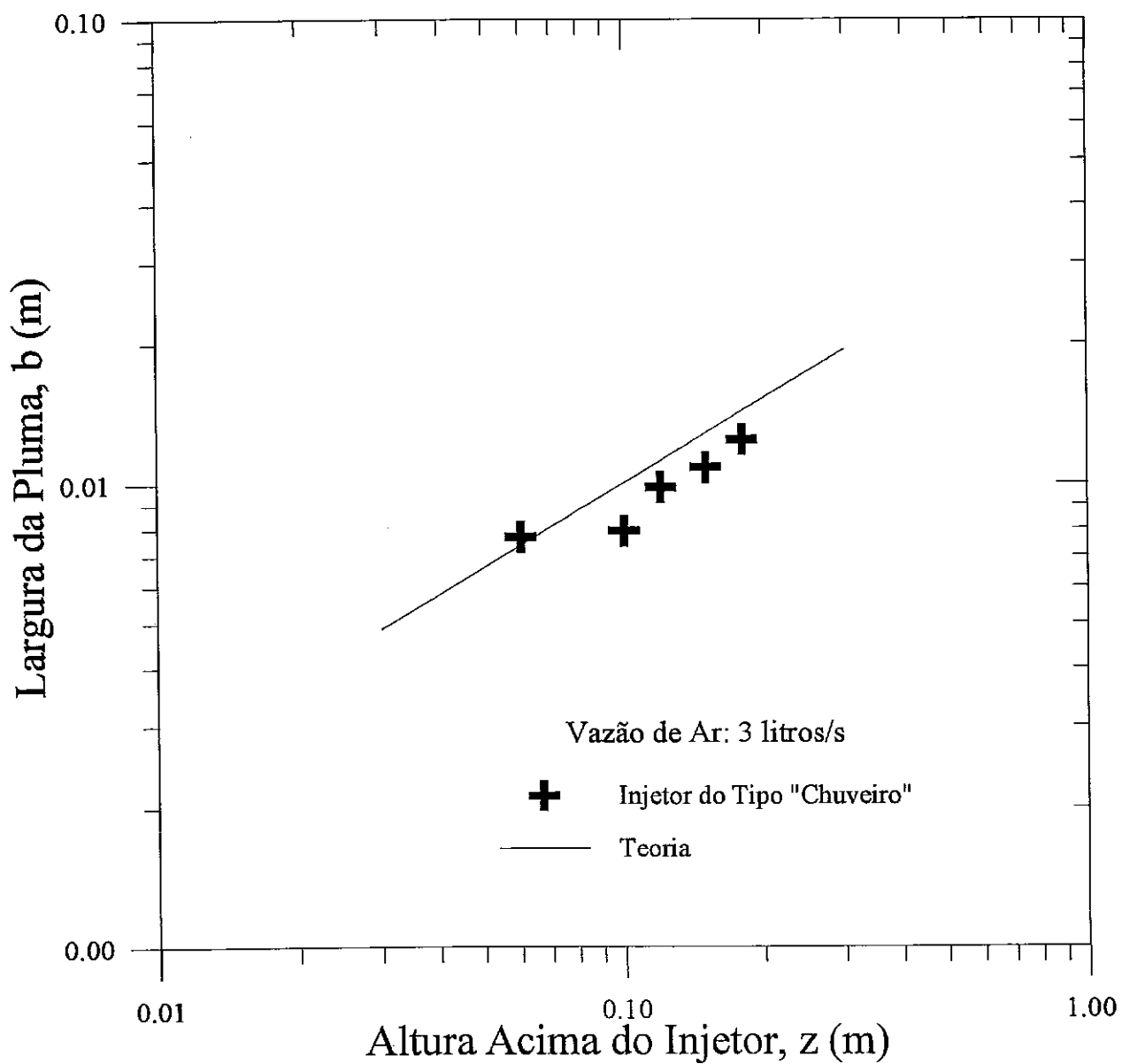


Figura 5.8. Perfil típico de largura da pluma.

## 5.4. Velocidade de subida das bolhas

Na figura 5.9 são mostrados os perfis radiais de velocidade de subida das bolhas. Apesar da dispersão, quando agrupados em variáveis de similaridade, os dados coalescem em perfis Gaussianos. Em analogia à figura 5.7, a figura 5.10 apresenta distribuições axiais de velocidade de subida das bolhas. Conclusões semelhantes às proferidas sobre a influência das condições de injeção na fração de gás na Região de Escoamento Desenvolvido são válidas para o caso de velocidades de subida.

A figura 5.11 mostra os resultados obtidos para a velocidade de escorregamento. As condições em que os experimentos foram realizados foram as apresentadas no Capítulo 4. Observa-se que os valores obtidos ao longo da linha de centro são aproximadamente constantes. O valor médio da velocidade terminal obtido neste trabalho é  $0.365\text{m/s}$ . Comparado com o valor proposto pela maioria das teorias integrais ( $0.35\text{m/s}$ ), o presente resultado é considerado satisfatório (erro de 4%).

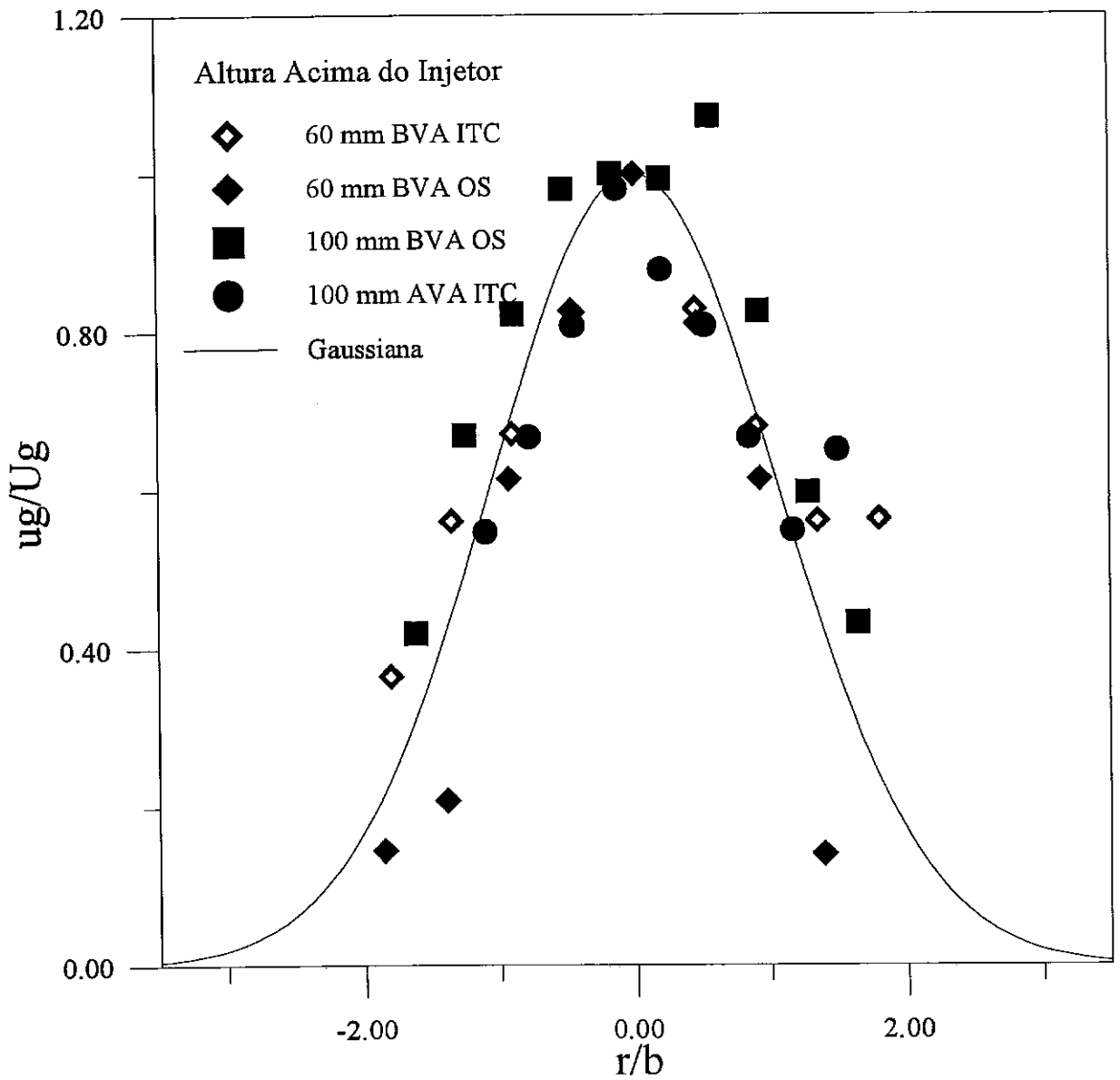


Figura 5.9. Perfis radiais de velocidade de subida das bolhas (ITC - Injetor do tipo "chuveiro") (OS - Orifício simples).

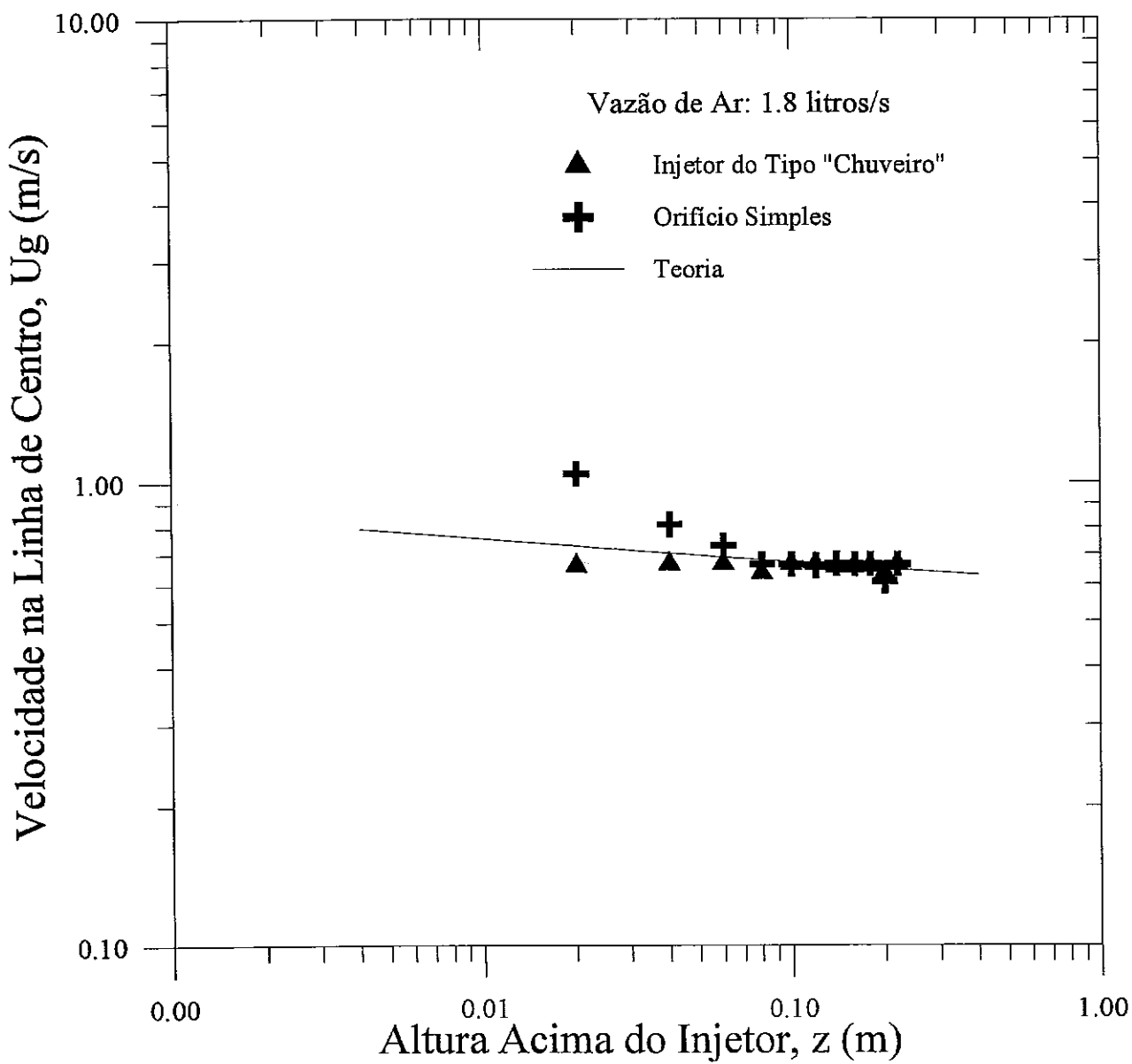


Figura 5.10. Distribuições axiais de velocidade de subida das bolhas.

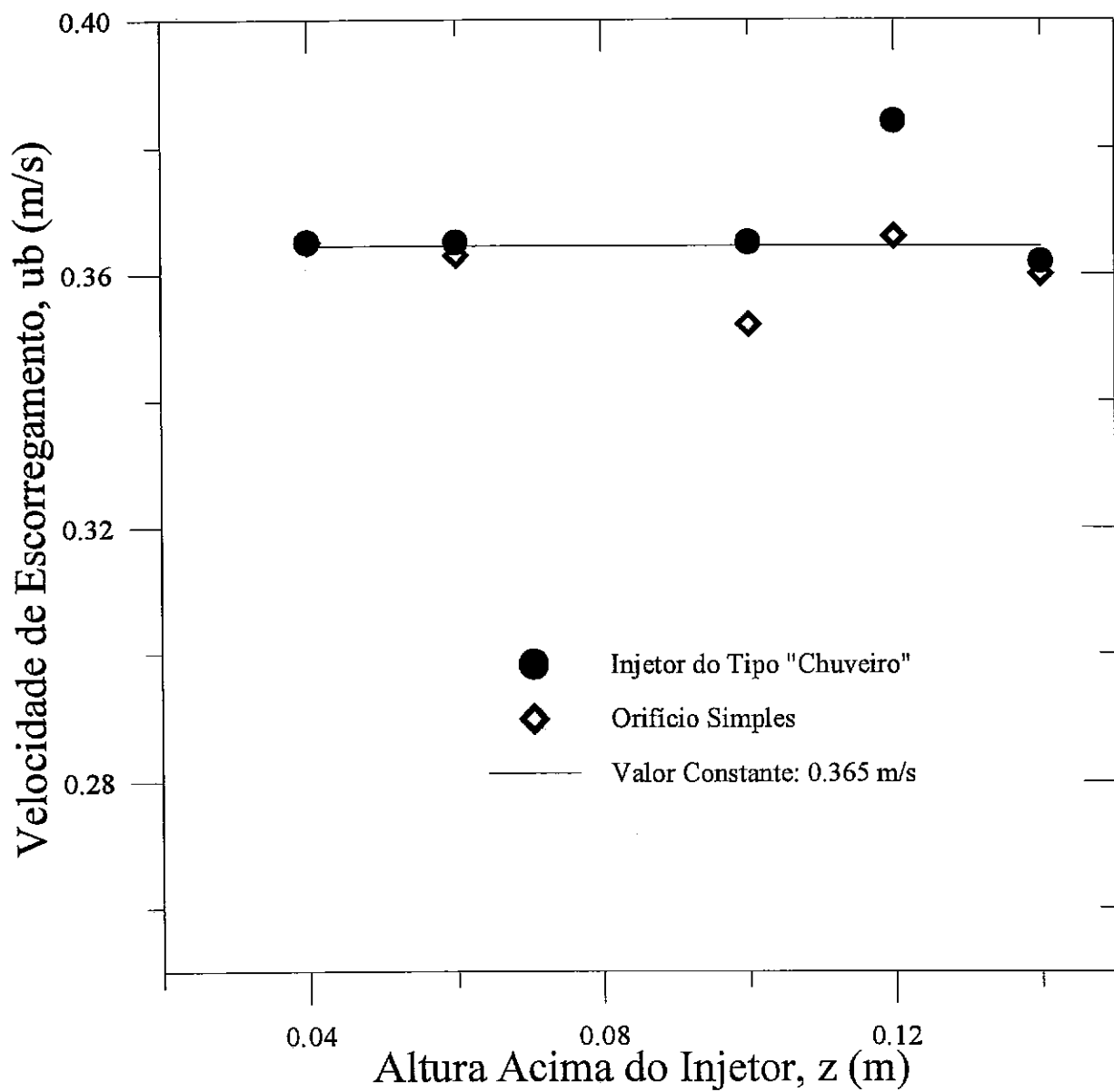


Figura 5.11. Velocidade de escorregamento.

## 5.5. Diâmetro médio das bolhas

Distribuições axiais de diâmetro médio das bolhas (corda perfurada) para diferentes condições de injeção e vazão volumétrica de gás são apresentadas na figura 5.12. Embora haja forte dispersão, nota-se que, de uma dada altura em diante, os valores apresentam-se dentro de uma estreita faixa. Tal fato leva a crer que a quebra das bolhas ocorre até a altura mencionada. A partir desta estação  $z$ , estas mantêm tamanho aproximadamente constante, apenas espalhando-se radialmente à medida que movimentam-se para cima.



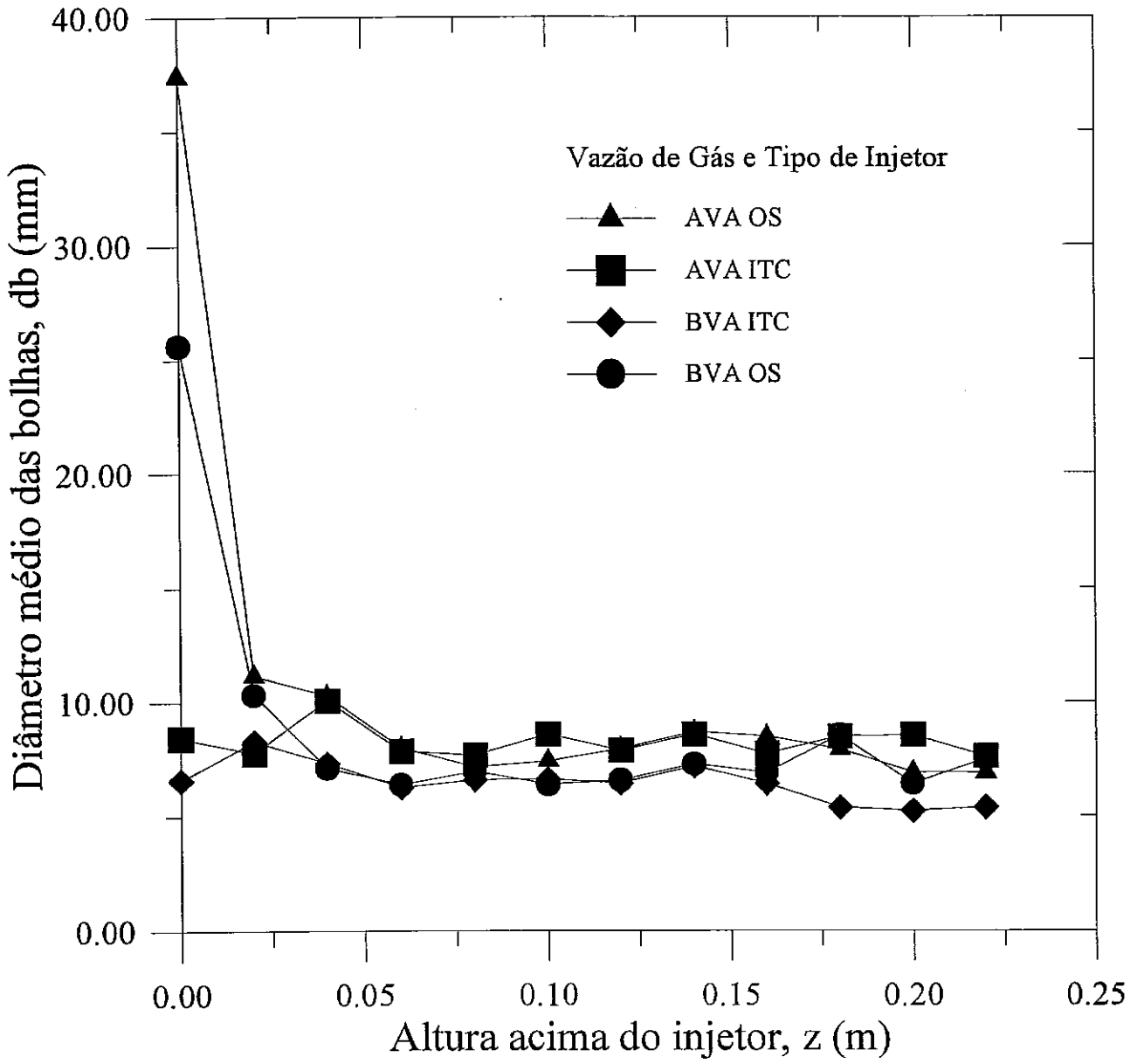


Figura 5.12. Distribuições axiais de diâmetro médio das bolhas.

# 6. CONCLUSÃO

## 6.1. Etapas vencidas

Um programa experimental baseado no Método de Sensores Eletro-resistivos foi apresentado. Instrumentação de um e de dois canais foi desenvolvida e aplicada ao problema de plumas de bolhas, demonstrando resultados satisfatórios quando empregada na medição de propriedades da fase gasosa.

Foram descritas a estrutura do sinal de saída, bem como as técnicas empregadas para dele extrair grandezas de interesse, como fração de gás, velocidade de subida e diâmetro médio das bolhas. A fração de gás foi determinada a partir do valor médio do sinal de saída de um canal. Dois métodos diferentes foram aplicados ao cálculo da velocidade de subida das bolhas, o Método da Correlação Cruzada e o Método da Contagem de Tempo. A discrepância entre os resultados fornecidos pelas técnicas é da ordem de 10%. Critérios de seleção (Lewis e Davidson,1983) precisaram ser aplicados com o intuito de caracterizar a natureza estocástica do fenômeno e minimizar a influência intrusiva da técnica experimental.

Resultados de teorias integrais (Milgram,1983) foram utilizados para corroborar os obtidos experimentalmente neste trabalho. De acordo com os gráficos mostrados no quinto capítulo, as hipóteses acerca da física do fenômeno adotadas pelas teorias integrais demonstraram ser plausíveis na Região de Escoamento Desenvolvido.

## 6.2. Propostas futuras

Esta seção lista as propostas futuras de trabalho. Acredita-se serem estas extremamente relevantes para a continuidade da pesquisa iniciada. Os tópicos apresentam-se em ordem de importância segundo o ponto de vista do autor.

- 1) Substituir o tanque de água por um de maiores dimensões;

- 2) estender o conjunto de medidas a uma faixa maior de valores de vazão de ar;
- 3) promover melhorias no sensor de dois canais quanto à redução do tamanho e otimização do formato (Apêndice C);
- 4) introduzir um ou mais canais no sistema com o objetivo de medir com precisão o formato das bolhas;
- 5) criar dispositivos para caracterizar a oscilação da linha de centro da pluma;
- 6) utilizar outras técnicas experimentais para a medir propriedades da fase líquida (termistores, por exemplo).

# APÊNDICE A

## A Região de Escoamento em Desenvolvimento

A força da ação provocada pela injeção de gás através do injetor localizado no fundo do tanque é,

$$F_a = \rho_g \bar{V}^2 A_o, \quad (A.1)$$

onde  $\bar{V}$  é a velocidade média de injeção do gás através do orifício e  $A_o$  é a área do orifício. Assim,

$$F_a = \frac{4\rho_g q^2}{\pi d_o^2}. \quad (A.2)$$

A força de empuxo em uma determinada altura  $z$  da pluma é,

$$F_e = \frac{(\rho_l - \rho_g)gqz}{\bar{u}_g}, \quad (A.3)$$

onde  $\bar{u}_g$  é uma estimativa da velocidade média de subida das bolhas.

As teorias integrais supõem que,

$$F_e \gg F_a. \quad (A.4)$$

Acredita-se que os efeitos inerciais não sejam mais relevantes por volta da altura  $z = 20mm$  acima do orifício de saída do injetor. Considerando um experimento de laboratório típico onde  $\rho_l = 997kg/m^3$ ,  $\rho_g = 1.17kg/m^3$ ,  $\bar{u}_g = 0.6m/s$ ,  $q = 0.00005m^3/s$  e  $d_o = 0.003m$ ; encontra-se,  $F_e \approx 0.016N$  e  $F_a \approx 0.00041N$  ( $F_e/F_a \approx 40$ ).

Sendo a área de interesse muito mais extensa que os 20mm iniciais da pluma, os efeitos de inércia no escoamento podem ser desprezados. Portanto, a hipótese A.4 é válida para a situação física descrita neste trabalho.

# APÊNDICE B

## O Teorema do Limite Central

O Teorema do Limite Central (TLC) fornece um resultado extremamente poderoso sobre o comportamento de uma variável cujo valor é a soma de um grupo de outras variáveis. Uma enunciação formal do TLC é apresentada a seguir.

Seja a soma  $S$  de  $N$  variáveis independentes,  $x_i$ , onde  $i = 1, 2, 3, \dots, N$ , cada uma extraída de uma distribuição de valor médio  $\mu_i$  e variância  $V_i$  ou  $\sigma_i^2$ . A distribuição para  $S$

a) possui valor esperado (estimativa),

$$\hat{S} = \sum_{i=1}^N \mu_i; \quad (B.1)$$

b) variância,

$$V(S) = \sum_{i=1}^N V_i = \sum_{i=1}^N \sigma_i^2; \quad (B.2)$$

c) e torna-se Gaussiana quando  $N \rightarrow \infty$ .

A prova da equação B.1 é simples, visto ela afirmar que o valor esperado da soma é a soma dos valores esperados (aqui o símbolo  $\langle \cdot \rangle$  tem a conotação do acento circunflexo).

Assim,

$$S = \sum_{i=1}^N x_i$$
$$\langle S \rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N x_i \right\rangle = \sum_{i=1}^N \langle x_i \rangle = \sum_{i=1}^N \mu_i.$$

Para demonstrar B.2, escreve-se a definição da variância, nela inserindo B.1,

$$\begin{aligned}
V(S) &= \langle (S - \langle S \rangle)^2 \rangle \\
&= \left\langle \left( \sum_{i=1}^N x_i - \sum_{i=1}^N \mu_i \right)^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \left[ \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_i) \right]^2 \right\rangle \\
&= \left\langle \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_i)^2 \right\rangle + \left\langle \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) \right\rangle \\
&= \sum_{i=1}^N \langle (x_i - \mu_i)^2 \rangle + \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N \langle (x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j) \rangle.
\end{aligned}$$

Os elementos da segunda soma são as covariâncias entre pares de medidas diferentes, porém como  $x_i$  são independentes (ver enunciado do teorema), estes são nulos. Restando então, somente o primeiro termo.

Uma demonstração formal da parte fundamental do teorema (item c) é complicada, fugindo do escopo do presente trabalho. Uma prova consistente pode ser encontrada no trabalho de Barlow(1989).

# APÊNDICE C

## Construção de sensores eletro-resistivos

Neste apêndice são descritos o processo de fabricação dos sensores de dois canais utilizados neste trabalho. Também são mostradas melhorias no formato do atual sensor que possivelmente levarão a uma menor interferência na dinâmica do escoamento. Finalmente, como ilustração, um sensor concebido para trabalhar em escoamentos onde a fase contínua seja a dispersa será apresentado.

### C.1. Sensores em arranjo paralelo

O processo de fabricação de sensores de dois canais será apresentado sob a forma de roteiro. A construção de um sensor em arranjo paralelo requer os seguintes componentes:

- um suporte (que pode ser um tubo de aço inoxidável de  $5mm$  de diâmetro) para dar rigidez ao sistema e proteger contra a entrada de água. O comprimento do suporte dependerá da profundidade do tanque;
- dois fios de instrumentação (de comprimento maior que o suporte);
- fio fino de aço inoxidável (cortado em dois pedaços de  $30mm$  de comprimento);
- esmalte dielétrico (deve ser resistente a água);
- cola a base de silicone;
- fita de teflon.

O roteiro para a confecção de um sensor de condutividade de dois canais em arranjo paralelo é o seguinte:

- 1) unir os pedaços do fio inoxidável a cada um dos fios de instrumentação (o modo como a união é feita não é importante, deve-se apenas garantir o perfeito contato entre as partes);



- 2) em cada conjunto, isolar os contatos com esmalte dielétrico, deixando livre apenas uma pequena parte da ponta de cada agulha;
- 3) colar os conjuntos em arranjo paralelo (cuidar para que a união fique firme e que o espaçamento entre as agulhas seja o adequado);
- 4) introduzir cuidadosamente os fios unidos no suporte;
- 5) fixar os fios ao suporte para que não haja deslizamento e isolar a ponta do sensor contra a entrada de água (fita de teflon e cola de silicone).

Para melhor compreensão, um esquema da construção é ilustrado na figura C.1.

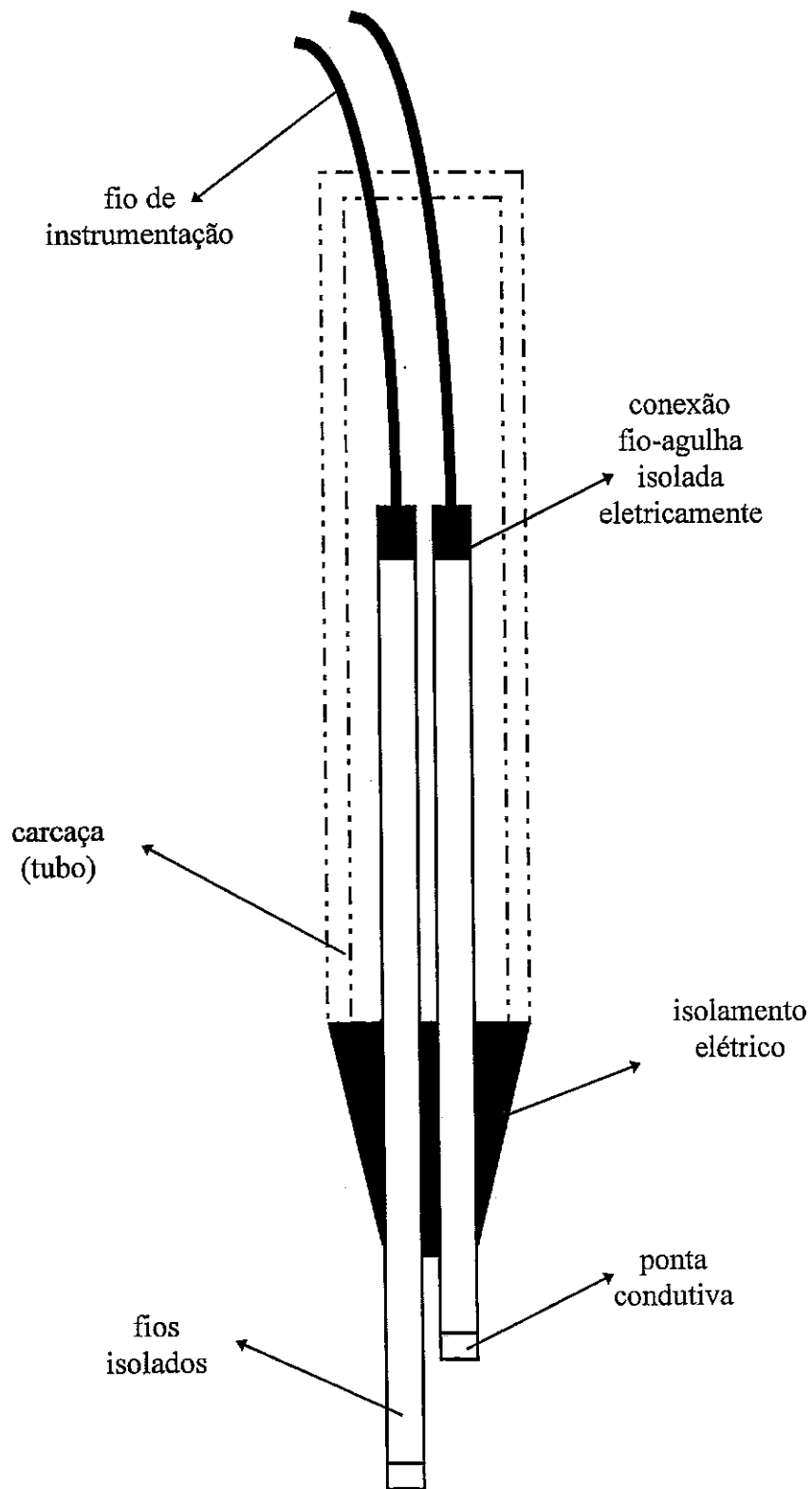


Figura C.1. Construção de sensores.

## C.2. Sensores em arranjo coaxial

Um passo a frente em relação ao arranjo em paralelo é a construção de sensores cujos eletrodos encontram-se alinhados coaxialmente. Neste caso, uma das agulhas é substituída por um pequeno tubo. A dificuldade construtiva reside no isolamento dos eletrodos, uma vez que a possibilidade de curto-circuito é maior em virtude do aumento da área de contato entre os canais.

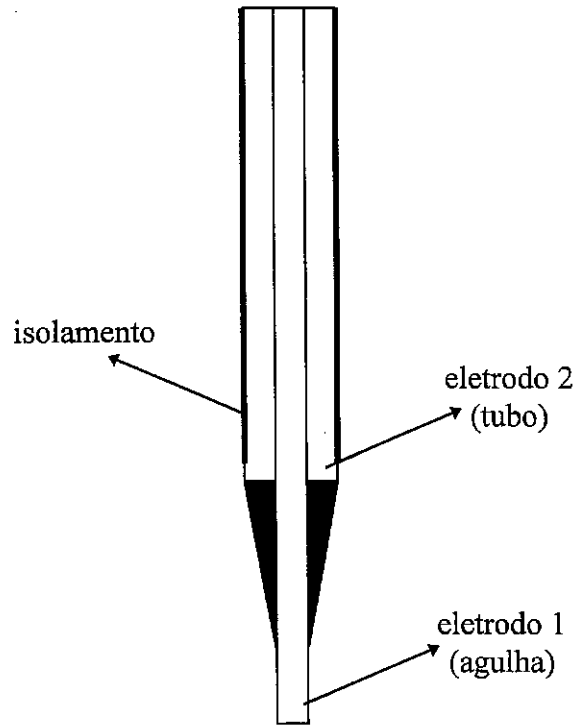
Acredita-se que a simetria deste arranjo (figura C.2.a) melhore o sistema de medição no sentido de diminuir a influência destrutiva da técnica. Estas melhorias traduzem-se na diminuição do tempo de medição necessário à aquisição de um determinado número de bolhas (relacionado ao grau de incerteza requerido).

## C.3. Sensores especiais

A figura C.2.b mostra um sensor em arranjo axial concebido para medições em escoamentos onde a fase contínua seja a dispersa. O sensor possui dois canais.

Um eletrodo de referência é colocado entre os ligados aos dois canais. Desta forma, o sistema reconhece a passagem de uma interface condutiva somente quando a fase dispersa e condutiva envolve a região de contato entre um canal e o eletrodo de referência. A construção deste tipo de sensor é difícil e sua implementação, quanto ao número de aplicações, restrita.

(a)



(b)

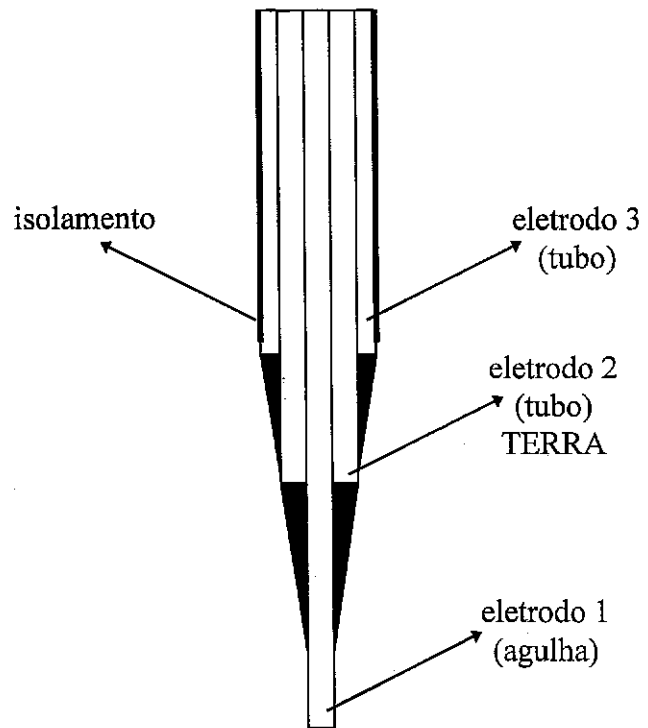


Figura C.2. Os sensores coaxiais.

# APÊNDICE D

## O código de aquisição e tratamento de dados

```
DECLARE SUB automatic ()
DECLARE SUB bubbledetails (T1%, T2%, t3%)
DECLARE SUB addtofile (velocity!, length!)
DECLARE SUB timing ()
DECLARE SUB plot ()
DECLARE SUB header (title$)
DECLARE SUB setup ()
DECLARE SUB sample (N%, M%)
DECLARE SUB frame ()
DECLARE SUB voidfraction ()
DECLARE SUB correlation ()
DECLARE SUB dataanalysis ()
DECLARE SUB minmaxaverages (f%, velocity!(), length!(), velmin!, velmax!, lenmin!, lenmax!, avvel!, avlength!)
DECLARE SUB histogram (f%, minval!, maxval!, divisions%, variate!(), ticks!(), freq!())
DECLARE SUB jointhistogram (f%, minvalvel!, maxvalvel!, minvallen!, maxvallen!, divisions%, variatevel!(), variatelen!(), ticksvel!(), tickslen!(), cellfreq%())
DECLARE SUB chauvenet (f%, sdev!, average!, variate1!(), variate2!())
DECLARE SUB presentation (f%, rejec%, avvel!, avlength!, stdvel!, stdlength!, lenmax!, lenmin!, velmax!, velmin!)
DECLARE FUNCTION standarddeviation! (f%, average!, variate!())
```

```
COMMON SHARED BASEADD%, M%, a%(), B%(), C&(), interval!, T, N%, P%
COMMON SHARED velocity!(), length!(), timestep!, AvVoidA, AvVoidB
COMMON SHARED f%, jointfreq%(), voidcounter%, Probe, velcorrel!
```

```
SCREEN 12
CLS
CLEAR
frame
header ("BUBBLE PLUME PROGRAMME.")
LOCATE 6, 11: PRINT "THIS PROGRAMME CALCULATES THE GAS FRACTION, GAS VELOCITY AND"
LOCATE 7, 12: PRINT "BUBBLE DIAMETER DISTRIBUTIONS FOR A SINGLE BUBBLE PLUME."
LOCATE 9, 9: PRINT "STATISTICAL OUTPUTS FOR VELOCITY AND BUBBLE DIAMETER ARE GIVEN."
LOCATE 12, 22: PRINT "AUTHORS: JADER JR. & L.J.S. BRADBURY"
LOCATE 18, 27: PRINT "PRESS ANY KEY TO CONTINUE."
a$ = INPUT$(1)
CLS
```

```
DIM a%(10000), B%(10000), C&(30)
DIM velocity!(8000), length!(8000), variate!(8000)
DIM variatevel!(8000), variatelen!(8000)
DIM ticks!(40), freq!(40), ticksvel!(40), tickslen!(40), cellfreq%(1600)
```

```
BASEADD% = &H300
setup
```

```
frame
header ("BUBBLE PLUME PROGRAMME.")
LOCATE 4, 20: INPUT "SAMPLING INTERVAL (msecs)      =", T
redo: LOCATE 12, 30: PRINT "WAIT ABOUT 5 SECONDS!"
```

```

timing
sample (5000), M%
LOCATE 6, 20: PRINT SPACE$(50)
LOCATE 6, 20: PRINT USING "ACTUAL SAMPLING INTERVAL (msecs) = #.###"; interval! / 5
LOCATE 12, 30: PRINT SPACE$(30)
LOCATE 8, 30: PRINT "IS THIS O.K? (Y/N)"
reenter: a$ = UCASE$(INPUT$(1))
IF a$ = "N" GOTO redo
IF a$ <> "Y" GOTO reenter
LOCATE 8, 21: INPUT "ELECTRODE SPACING (mm)      = ", Probe
LOCATE 10, 20: INPUT "TOTAL NUMBER OF RECORDS TO BE STORED = ", TOTAL%
LOCATE 18, 26: PRINT "PRESS ANY KEY TO CONTINUE."
a$ = INPUT$(1)
timestep! = interval! / 5
CLS
P% = 3
N% = 10000
FOR D% = 0 TO 20: C&(D%) = 0: NEXT

```

```

REM sampling the bubble data
FOR counter% = 1 TO TOTAL%

```

```

    sample N%, M%
    voidcounter% = counter%
    LOCATE 4, 29: PRINT USING "THIS IS SAMPLE BLOCK ##"; voidcounter%
    plot
    voidfraction
    correlation

```

```

    CLS

```

```

    REM calling the sub that calculates the bubble properties automatically
    automatic

```

```

NEXT

```

```

REM calling the sub that analyses the data statistically
dataanalysis
REM end of program

```

```

SUB addtofile (velocity!, length!)

```

```

    f% = f% + 1
    velocity!(f%) = velocity!
    length!(f%) = length!

```

```

END SUB

```

```

SUB automatic

```

```

    DIM front%(1000), back%(1000), delay%(1000)

```

```

    linend% = 638
    MM% = 1
    I% = 1

```

```

    entry2: REM
    WHILE I% < (CINT(.9 * N%))

```

```

    REM searching bubble front edge
    entry1: REM
    WHILE a%(I%) <> 1
        I% = I% + 1
        IF I% > linend% THEN

```

```

FOR K% = linend% TO N%
  a%(K% - linend% + 1) = a%(K%)
  B%(K% - linend% + 1) = B%(K%)
NEXT
N% = N% - linend% + 1
IF N% < 100 THEN GOTO exit1
I% = 1
REM returns to new beginning
GOTO entry1
END IF
WEND
frontedge% = I%

REM searching bubble back edge
J% = I%
entry3: REM
WHILE a%(J%) <> 0
  J% = J% + 1
WEND
REM recognizing the back edge (or wedged bubble)
IF a%(J% + 1) = 0 AND a%(J% + 2) = 0 AND a%(J% + 3) = 0 AND a%(J% + 4) = 0 THEN
  backedge% = J%
ELSEIF a%(J% + 1) = 1 OR a%(J% + 2) = 1 OR a%(J% + 3) = 1 OR a%(J% + 4) = 1 THEN
  a%(J%) = 1: a%(J% + 1) = 1: a%(J% + 2) = 1: a%(J% + 3) = 1: a%(J% + 4) = 1
  J% = frontedge%
GOTO entry3
END IF

REM searching delayed front edge
L% = I%
WHILE B%(L%) <> 1
  L% = L% + 1
  dlayedge% = L%
  IF dlayedge% >= (backedge% + 5) THEN
    FOR K% = backedge% TO N%
      a%(K% - backedge% + 1) = a%(K%)
      B%(K% - backedge% + 1) = B%(K%)
    NEXT
    N% = N% - backedge% + 1
    IF N% <= 100 THEN GOTO exit1
    I% = 1
    REM returns to new beginning
    GOTO entry1
  END IF
WEND

REM searching delayed back edge
JJ% = L%
entry4: REM
WHILE B%(JJ%) <> 0
  JJ% = JJ% + 1
WEND
REM recognizing the back edge (or wedged bubble)
IF B%(JJ% + 1) = 0 AND B%(JJ% + 2) = 0 AND B%(JJ% + 3) = 0 AND B%(JJ% + 4) = 0 THEN
  delayback% = JJ%
ELSEIF B%(JJ% + 1) = 1 OR B%(JJ% + 2) = 1 OR B%(JJ% + 3) = 1 OR B%(JJ% + 4) = 1 THEN
  B%(JJ%) = 1: B%(JJ% + 1) = 1: B%(JJ% + 2) = 1: B%(JJ% + 3) = 1: B%(JJ% + 4) = 1
  JJ% = dlayedge%
GOTO entry4
END IF

T1% = dlayedge% - frontedge%
T2% = backedge% - frontedge%
T3% = dlayback% - frontedge%

```

REM Lewis criteria for selecting bubbles

IF T2% >= .85 \* (t3% - T1%) AND T2% <= 1.15 \* (t3% - T1%) AND T1% >= .85 \* (t3% - T2%) AND T1% <= 1.15 \* (t3% - T2%) THEN

    bubbledetails T1%, T2%, t3%  
    MM% = MM% + 1

END IF  
I% = backedge%  
GOTO entry2

WEND

exit1: REM  
N% = 10000

END SUB

SUB bubbledetails (T1%, T2%, t3%)  
velocity! = 1000 \* Probe / timestep / 2 \* (1 / T1% + 1 / (t3% - T2%))  
length! = Probe / 4 \* (T2% / T1% + T2% / (t3% - T2%) + (t3% - T1%) / T1% + (t3% - T1%) / (t3% - T2%))

addtofile velocity!, length!

END SUB

SUB chauvenet (f%, sdev!, average!, variate1!(), variate2!())

REM ratio of maximum acceptable deviation to standard deviation  
ratiomax! = .358401 \* LOG(f%) + 1.09644

I% = 1  
WHILE I% <= f%  
    D! = ABS(variate1!(I%) - average!)

    IF (D! / sdev!) > ratiomax! THEN  
        f% = f% - 1  
        FOR K% = I% TO f%  
            variate1!(K%) = variate1!(K% + 1)  
            variate2!(K%) = variate2!(K% + 1)  
        NEXT  
    END IF

    I% = I% + 1  
WEND

END SUB

SUB correlation  
FOR D% = 0 TO 20  
FOR I% = 20 TO N%  
Z% = a%(I% - D%) AND B%(I%)  
C&(D%) = C&(D%) + Z%  
NEXT  
NEXT  
Cmax& = 0: Cmin& = C&(0): Maxtime% = 0  
FOR D% = 0 TO 20  
IF C&(D%) > Cmax& THEN  
    Cmax& = C&(D%)  
    Maxtime% = D%  
END IF  
IF C&(D%) < Cmin& THEN Cmin& = C&(D%)  
NEXT

IF Cmax& = 0 THEN GOTO continue



```

velcorrell = 1000 * Probe / (Maxtime% * timestep)

continue: END SUB

SUB dataanalysis

DIM velticks!(40), lenticks!(40), velfreq!(40), lenfreq!(40)

DIM joinvelticks!(40), joinlenticks!(40), cellfreq%(1600)

REM f% is the total number of data points

nobubbles% = 0
IF f% = 0 THEN
  nobubbles% = 1
  GOTO finish
END IF

OPEN "C:\QBPROGS\DATA\STATP.DAT" FOR OUTPUT AS #3
OPEN "C:\QBPROGS\DATA\HISTP.DAT" FOR OUTPUT AS #4
OPEN "C:\QBPROGS\DATA\JOINHISP.DAT" FOR OUTPUT AS #5

REM subroutine that calculates min, max & average values
minmaxaverages f%, velocity!(), length!(), velmin!, velmax!, lenmin!, lenmax!, avvel!, avlength!

REM calculating the standard deviations of velocity and length
stdvel! = standarddeviation!(f%, avvel!, velocity!())
stdlength! = standarddeviation!(f%, avlength!, length!())

oldf% = f%

REM Chauvenet's criterion for rejecting spurious readings
chauenet f%, stdvel!, avvel!, velocity!(), length!()
chauenet f%, stdlength!, avlength!, length!(), velocity!()

rejec% = oldf% - f%

REM recalculating statistics after spurious data deleted
minmaxaverages f%, velocity!(), length!(), velmin!, velmax!, lenmin!, lenmax!, avvel!, avlength!
stdvel! = standarddeviation!(f%, avvel!, velocity!())
stdlength! = standarddeviation!(f%, avlength!, length!())

REM calculating the histogram frequency for each distribution
REM number of divisions of each histogram
divisions% = 15
histogram f%, velmin!, velmax!, divisions%, velocity!(), velticks!(), velfreq!()
histogram f%, lenmin!, lenmax!, divisions%, length!(), lenticks!(), lenfreq!()

REM calculating the joint histogram frequency for each distribution
jointhistogram f%, velmin!, velmax!, lenmin!, lenmax!, divisions%, velocity!(), length!(), joinvelticks!(), joinlenticks!(), cellfreq%()

REM filing and presenting the data analysis results

FOR I% = 1 TO f%
  PRINT #3, I%, "", velocity!(I%), "", length!(I%)
NEXT

FOR J% = 1 TO (divisions% + 1)
  PRINT #4, velticks!(J%), ", ", velfreq!(J%), ", ", lenticks!(J%), ", ", lenfreq!(J%)
NEXT

FOR K% = 1 TO (divisions% + 1)
  FOR J% = 1 TO (divisions% + 1)
    cellcounter% = (divisions% + 1) * (K% - 1) + J%

```

```

PRINT #5, joinveiticks!(J%), "", joinlenticks!(K%), "", cellfreq%(cellcounter%)
NEXT
NEXT

presentation f%, rejec%, avvel!, avlength!, stdvel!, stdlength!, lenmax!, lenmin!, velmax!, velmin!

a$ = INPUT$(1)

finish: REM
CLS 0
IF nobubbles% = 1 THEN
LOCATE 10, 16: PRINT "NO BUBBLES WERE DETECTED, PRESS ANY KEY TO END."
a$ = INPUT$(1)
END IF

END*****
*****
*****
*****
*****

widthsize! = (maxval! - minval!) / divisions%

FOR J% = 1 TO (divisions% + 1)
limits!(J%) = (J% - 1) * widthsize! + minval!
ticks!(J%) = limits!(J%) + widthsize! / 2
NEXT

FOR I% = 1 TO f%
J% = 1
IF variate!(I%) < maxval! THEN
WHILE variate!(I%) > limits!(J%)
J% = J% + 1
WEND
ELSE
J% = divisions% + 1
END IF

freq%(J%) = freq%(J%) + 1

NEXT

REM normalizing the histogram by NA (number of measur. x width of interval)

FOR J% = 1 TO (divisions% + 1)
relativefreq!(J%) = freq%(J%) / (f% * widthsize!)
NEXT

END SUB

SUB joinhistogram (f%, minvalvel!, maxvalvel!, minvallen!, maxvallen!, divisions%, variatevel!(), variatelen!(), ticksvel!(), tickslen!(), cellfreq!())

DIM limitsvel!(40), limitslen!(40)

widthvel! = (maxvalvel! - minvalvel!) / divisions%
widthlen! = (maxvallen! - minvallen!) / divisions%

FOR K% = 1 TO (divisions% + 1)
FOR J% = 1 TO (divisions% + 1)
limitslen!(K%) = (K% - 1) * widthlen! + minvallen!
tickslen!(K%) = limitslen!(K%) + widthlen! / 2
limitsvel!(J%) = (J% - 1) * widthvel! + minvalvel!
ticksvel!(J%) = limitsvel!(J%) + widthvel! / 2
NEXT
NEXT

```

NEXT

FOR I% = 1 TO F%

J% = 1

IF variatevel!(I%) < maxvalvel! THEN

WHILE variatevel!(I%) > limitsvel!(J%)

J% = J% + 1

WEND

ELSE

J% = divisions% + 1

END IF

K% = 1

IF variatelen!(K%) < maxvallen! THEN

WHILE variatelen!(I%) > limitslen!(K%)

K% = K% + 1

WEND

ELSE

K% = divisions% + 1

END IF

cellcounter% = (divisions% + 1) \* (K% - 1) + J%

cellfreq%(cellcounter%) = cellfreq%(cellcounter%) + 1

NEXT

END SUB

SUB minmaxaverages (f%, velocity!(), length!(), velmin!, velmax!, lenmin!, lenmax!, avvel!, avlength!)

FOR I% = 1 TO f%

sumvel! = sumvel! + velocity!(I%)

sumlength! = sumlength! + length!(I%)

REM calculating the max & min values of each distribution

IF I% = 1 THEN

velmin! = velocity!(I%)

velmax! = velmin!

lenmin! = length!(I%)

lenmax! = lenmin!

END IF

IF velocity!(I%) <= velmin! AND velocity!(I%) > 0 THEN velmin! = velocity!(I%)

IF velocity!(I%) >= velmax! THEN velmax! = velocity!(I%)

IF length!(I%) <= lenmin! AND length!(I%) > 0 THEN lenmin! = length!(I%)

IF length!(I%) >= lenmax! THEN lenmax! = length!(I%)

NEXT

avvel! = sumvel! / f%

avlength! = sumlength! / f%

END SUB

SUB plot

VIEW (1, 80)-(638, 478), , 7

CLS

WINDOW (0, 0)-(637, 45)

L% = 0

FOR K% = 44 TO 1 STEP -4

FOR I% = L% + 1 TO L% + 639

LINE (I% - L% - 1, K% + a%(I% - 1))-(I% - L%, K% + a%(I%)), 3

LINE (I% - L% - 1, K% - 2 + B%(I% - 1))-(I% - L%, K% - 2 + B%(I%)), 4

```
NEXT
L%=L% + 637
NEXT
```

```
END SUB
```

```
SUB presentation (f%, rejec%, avvell!, avlength!, stdvel!, stdlength!, lenmax!, lenmin!, velmax!, velmin!)
```

```
CLS 0
```

```
frame
```

```
header ("ANALYSIS OF BUBBLE RECORDS.")
```

```
LOCATE 5, 10: PRINT "DATE: "; SPC(1); DATE$; SPC(5); "TIME: "; SPC(1); TIME$
LOCATE 7, 10: PRINT USING "INITIAL NUMBER OF BUBBLES: ####"; f% + rejec%
LOCATE 8, 10: PRINT USING "## BUBBLES WERE DISCARDED BY CHAUVENET'S CRITERION."; rejec%
LOCATE 9, 10: PRINT USING "NUMBER OF ANALYSED BUBBLES: ####"; f%
LOCATE 11, 10: PRINT USING "MEAN BUBBLE VELOCITY (mm/sec):###.##"; avvell!
LOCATE 12, 10: PRINT USING "VELOCITY STANDARD DEVIATION: ##.##"; stdvel!
LOCATE 14, 10: PRINT USING "CROSS-CORRELATION BUBBLE VELOCITY (mm/sec):###.##"; velcorrel!
LOCATE 16, 10: PRINT USING "MEAN BUBBLE DIAMETER (mm): ###.##"; avlength!
LOCATE 17, 10: PRINT USING "DIAMETER STANDARD DEVIATION: #.##"; stdlength!
LOCATE 19, 10: PRINT USING "MAXIMUM AND MINIMUM VELOCITY VALUES (mm/sec): ####.## , ###.## "; velmax!,
velmin!
LOCATE 20, 10: PRINT USING "MAXIMUM AND MINIMUM DIAMETER VALUES (mm): ##.## , #.##"; lenmax!, lenmin!
LOCATE 22, 10: PRINT USING "AVERAGE GAS FRACTION: #.###"; AvVoid
```

```
END SUB
```

```
SUB sample (N%, M%)
```

```
start! = TIMER
```

```
FOR I% = 1 TO N%
```

```
FOR J% = 1 TO M%: NEXT
```

```
X% = INP(BASEADD% + 1) AND 3
```

```
IF X% = 1 OR X% = 3 THEN a%(I%) = 0 ELSE a%(I%) = 1
```

```
IF X% = 2 OR X% = 3 THEN B%(I%) = 0 ELSE B%(I%) = 1
```

```
NEXT
```

```
interval! = TIMER - start!
```

```
END SUB
```

```
SUB setup
```

```
OUT BASEADD% + 3, 155: REM Loads control register with 10011011. All inputs.
```

```
END SUB
```

```
FUNCTION standarddeviation! (f%, average!, variate!())
```

```
sumdev! = 0
```

```
FOR I% = 1 TO f%
```

```
dev! = (variate!(I%) - average!) ^ 2
```

```
sumdev! = sumdev! + dev!
```

```
NEXT
```

```
standarddeviation! = SQR(sumdev! / f%)
```

```
END FUNCTION
```

```
SUB timing
```

```
sample (1000), (200)
```

```
T1! = interval!
```

```
sample (1000), (400)
```

```
T2! = interval!
```

```
Tinner! = (T2! - T1!) / 200000!
```

```

Tmain! = T2! / 1000! - 400! * Tinner!
M% = (.001 * T - Tmain!) / Tinner!
LOCATE 5, 20: PRINT "TIMING LOOP NUMBER      =", M%

END SUB

SUB voidfraction

PP% = voidcounter%
Asum% = 0: Bsum% = 0
FOR I% = 1 TO N%
Asum% = Asum% + a%(I%)
Bsum% = Bsum% + B%(I%)
NEXT
VoidA = Asum% / N%
VoidB = Bsum% / N%
AvVoidA = (PP% - 1) * AvVoidA / PP% + VoidA / PP%
AvVoidB = (PP% - 1) * AvVoidB / PP% + VoidB / P%
LOCATE 2, 28: PRINT USING "VOID FRACTION (A) = #.####"; AvVoidA
REM LOCATE 3, 20: PRINT USING "VOID FRACTION (B) = #.####"; AvVoidB
REM LOCATE 4, 20: PRINT "NUMBER OF SAMPLE BLOCKS = "; PP%

END SUB

```

# APÊNDICE E

## O módulo condicionador de sinais

### E.1. Descrição

A descrição do instrumental eletrônico que compõe o módulo condicionador de sinais é assunto deste apêndice. O módulo compreende dois circuitos eletrônicos idênticos (um para cada canal), ligados ao mesmo eletrodo de referência (terra).

O circuito integrado monolítico bipolar LM 1830 é o principal componente do módulo condicionador de sinais. Sendo basicamente composto por um oscilador, um regulador e um detector (ver figura 4.3.4), o circuito integrado é indicado à aplicação em sistemas onde deseja-se detectar a presença ou não de líquidos. O princípio de funcionamento do circuito integrado é simples, faz-se passar um sinal alternado (AC) entre dois eletrodos imersos em um fluido. O detector acusa a presença ou ausência de fluido entre os eletrodos através da comparação entre a resistência elétrica do fluido e uma resistência de referência.

Para completar o circuito oscilador (pinos 1 e 7), deve-se instalar um capacitor externo. A frequência de oscilação é inversamente proporcional ao valor da capacitância externa. Usando uma capacitância de  $220 \text{ pF}$ , a frequência de oscilação é aproximadamente  $25 \text{ kHz}$ . O sinal de saída do oscilador encontra-se no pino 5.

Um resistor ( $27 \text{ k}\Omega$ ) é conectado à saída do oscilador para que sirva de referência à resistência do sensor imerso no fluido. Assim, o circuito detector (pino 10) estará ligado quando a resistência do sensor igualar-se a do resistor de referência. Ao coletor do transistor (pino 9) conecta-se um capacitor para que permita que o sinal de saída apresente-se na forma liga/desliga, em função da resistência do canal do sensor.

O sinal (já na forma intermitente) é enviado pelo regulador (pinos 12 e 14) ao elevador do nível de voltagem, e daí à placa de interface digital.

## E.2. O Nível de corte

Um dos assuntos mais discutidos pelos pesquisadores voltados à instrumentação de sensores de resistividade em escoamentos bifásicos é a determinação do nível de corte (*threshold level*). Em artigo de revisão, Cartellier e Achard(1991) forneceram um sumário dos valores utilizados para o nível de corte em inúmeros trabalhos ao longo dos últimos trinta anos. Contudo, um consenso ainda não foi atingido no tocante à determinação de um valor ótimo para esse parâmetro.

O nível de corte é definido como a razão entre a voltagem acima da qual arbitra-se a ocorrência do contato do sensor com a fase gasosa (voltagem de corte) e a máxima amplitude do sinal. Este procedimento visa a transformação de um sinal analógico composto por pulsos não-uniformes (apresentando amplitudes ligeiramente diferentes e degraus amortecidos nas extremidades) em um sinal digital.

A geometria da ponta do sensor é fator preponderante na determinação do nível de corte, visto que quanto menos amortecidas estiverem as extremidades dos pulsos, menor será o erro na transformação do sinal analógico em um digital correspondente (reduzindo o erro no cálculo das propriedades do escoamento). Neste caso, pode-se estipular um valor baixo para o nível de corte, o que é ideal.

Neste trabalho, o nível de corte é fixado pelo circuito integrado LM 1830. Sendo a voltagem de corte do detector, fornecida pelo fabricante, igual a  $680\text{ mV}$  e a amplitude máxima do sinal igual a  $12\text{ V}$ , o nível de corte é aproximadamente igual a 6%. Para verificar a aplicabilidade deste valor, deve-se comparar os valores obtidos para a fração de gás com outras técnicas de medição.

# APÊNDICE F

## Autocorrelação da função de intermitência

Considere uma situação física onde uma função amostra  $X_k(t)$  de um processo randômico  $\{X_k(t)\}$  é restrita a somente assumir os valores  $c$  ou  $-c$ , onde o número de mudanças de sinal em um intervalo  $(t, t + \tau)$  ocorre de maneira randômica e independente com uma densidade média de  $\varphi$ . Suponha também que o que acontece dentro de um intervalo  $(t, t + \tau)$  seja independente do que acontece fora dele. Definindo,

$$A_n = \text{Evento [exatamente } n \text{ mudanças de sinal ocorrem em } (t, t + \tau)\text{]}.$$

Como dito na Seção 4.4.2, esta situação física é descrita pela distribuição de Poisson, onde a probabilidade do evento  $A_n$  é,

$$Pr(A_n) = \frac{(\varphi|\tau|)^n}{n!} e^{-\varphi|\tau|}. \quad (F.1)$$

A função autocorrelação é calculada da seguinte forma. Um termo produto individual  $X_k(t)X_k(t + \tau)$  iguala-se a  $c^2$  se  $X_k(t)$  e  $X_k(t + \tau)$  possuírem o mesmo sinal, e iguala-se a  $-c^2$  se possuírem sinal oposto. A probabilidade total para  $c^2$  é dada pela soma  $Pr(A_0) + Pr(A_2) + Pr(A_4) + \dots$ , e a probabilidade total para  $-c^2$  é dada pela soma  $Pr(A_1) + Pr(A_3) + Pr(A_5) + \dots$ . Desta forma,

$$\begin{aligned} R_x(\tau) &= E[X_k(t)X_k(t + \tau)] \\ &= c^2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n Pr(A_n) \\ &= c^2 e^{-\varphi|\tau|} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\varphi|\tau|)^n}{n!} \\ &= c^2 e^{-2\varphi|\tau|}. \end{aligned} \quad (F.2)$$



# APÊNDICE G

## Velocidade de deslocamento de uma bolha esférica.

Como apontado por Castillejos e Brimacombe(1987), a medição de velocidades de bolhas através de sensores de dois canais pode ser afetada por problemas de interpretação. Muitas vezes, não consegue-se determinar a direção do movimento da bolha em relação ao sensor. Este apêndice procura esclarecer o problema da interação entre a superfície externa de uma bolha e a ponta do sensor.

Seja uma bolha esférica cujo centro possui velocidade  $U_c$  e seja  $\dot{R}$  a velocidade de expansão de sua superfície. Desta forma, a velocidade,  $U_n$ , perpendicular a um elemento da superfície  $dS$  (figura G.1) é,

$$U_n = U_c \cos \phi + \dot{R}. \quad (G.1)$$

Da figura G.1, retira-se uma relação aproximada entre  $dr$  (deslocamento radial de um dado ponto da superfície da bolha) e  $dz$  (deslocamento vertical associado, da interface ao longo do sensor),

$$dz = \frac{dr}{\cos \theta}, \quad (G.2)$$

onde  $\theta$  é o ângulo entre o vetor velocidade  $U_n$  e o eixo do sensor.

O deslocamento radial pode ser expresso como,

$$dr = U_n dt. \quad (G.3)$$

Assim, a velocidade de transporte,  $U_t$ , detectada por um sensor alinhado verticalmente, será,

$$U_t = \frac{U_c \cos \phi + \dot{R}}{\cos \theta}. \quad (G.4)$$

A equação G.4 indica que se  $\dot{R} = 0$  e a bolha sobe verticalmente, isto é,  $\phi = \theta$ , então,

$$U_t = U_c, \quad (G.5)$$

situação em que a velocidade medida pelo sensor será igual à velocidade do gás.  $U_t$  somente poderá ser interpretada como a velocidade de deslocamento de uma bolha em expansão e em movimento ascendente vertical se  $\theta = 0$ .

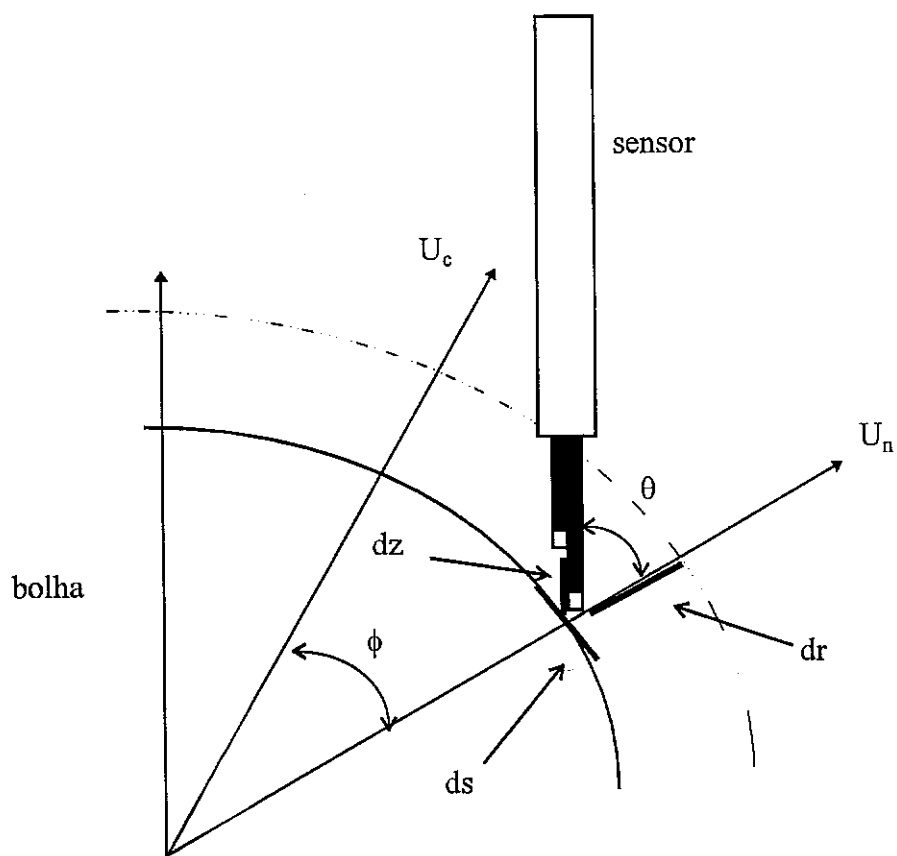


Figura G.1. Esquema da interação bolha-sensor.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abuaf, N., Jones, Jr., O. C. e Zimmer, G. A., 1978, "Optical Probe for Local Void Fraction and Interface Velocity Measurements", *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. **49**, pp. 1090-1094.

Asaeda, T. e Imberger, J., 1993, "Structure of Bubble Plumes in Linearly Stratified Environments", *J. Fluid Mech.*, Vol. **249**, pp. 35-57.

Baines, W. D. e Leitch, A. M., 1992, "Destruction of Stratification by a Bubble Plume", *J. Hydraul. Engng. ASCE*, Vol. **118**, pp. 559-577.

Barbosa, Jr., J. R. e Bradbury, L. J. S., 1996, "Experimental Investigations in Round Bubble Plumes", *Anais do VI ENCIT/LATCYM*, Vol. **2**, pp. 1073-1078, Florianópolis, Brasil.

Barbosa, Jr., J. R., Bradbury, L. J. S., e Silva Freire, A. P., 1996, "On the Numerical Calculation of Bubble Plumes, Including an Experimental Investigation of Its Mean Properties", 1996 SPE/IADC Drilling Conference, Rio de Janeiro, Brasil.

Barlow, R. J., 1989, "Statistics - A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences", John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England.

Beall, J. E. e Horler Sr., C. L., 1991, "Case History: A Shallow Gas Blowout Offshore Korea - Another Data Point in Industrys Learning Curve", 1991 SPE/IADC Drilling Conference, Amsterdam, The Netherlands.

Bendat, J. S. e Piersol, A. G., 1966, "Measurements and Analysis of Random Data", John Wiley & Sons Inc., New York.

Brevik, I. e Killie, R., 1996, "Phenomenological Description of the Axisymmetric Air-Bubble Plume", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. **22**, No. **3**, pp. 535-549.

- Bruun, H. H., 1995, "Hot-Wire Anemometry - Principles and Signal Analysis", Oxford University Press, Oxford, England.
- Bulson, P. S., 1968, "Theory and Design of Bubble Breakwaters", *Proc. 11th Coastal Engng Conf. London*, Vol. 2, Chap. 64, pp. 995-1015.
- Cartellier, A. e Achard, J. L., 1991, "Local Phase Detection Probes in Fluid/Fluid Two-Phase Flows", *Rev. Sci. Instrum.*, Vol. 62, No. 2, pp. 279-303.
- Castillejos, A. H. e Brimacombe, J. K., 1987, "Measurement of Physical Characteristics of Bubbles in Gas-Liquid Plumes", *Metall. Trans. B*, Vol. 18B, pp. 649-671.
- Castro, I. P., 1989, "An Introduction to the Digital Analysis of Stationary Signals", Adam Hilger, Bristol, England.
- Chen, C. J. e Rodi, W., 1980, "Vertical Turbulent Buoyant Jets; a Review of Experimental Data", HMT - The Science and Application of Heat and Mass Transfer - Reports, Review and Computer Programs, Pergamon Press.
- Chesters, A. K., van Doorn, M. e Goossens, L. H. J., 1980, "A General Model for Unconfined Bubble Plumes from Extended Sources", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 6, pp. 499-521.
- Chu, K. J. e Dukler, A. E., 1974, "Statistical Characteristics of Thin, Wavy Films", *AIChE J.*, Vol. 20, pp. 695-706.
- Chuang, S. C. e Goldschmidt, V. W., 1969, "The Response of a Hot-Wire Anemometer to a Bubble of Air in Water", *Turbulence Measurements in Liquids* (Edited by Patterson, G. K. e Zakin, J. L.) University of Missouri, Rolla, Continuing Education Series, pp. 88-95.
- Clift, R., Grace, J. R. e Weber, M. E., 1978, "Bubbles, Drops and Particles", Academic Press, New York.

- Collier, J. G., 1981, "Convective Boiling and Condensation", Second Edition, McGraw-Hill, New York.
- Delhaye, J. M., 1969, "Hot-Film Anemometry in Two-Phase Flow", Symposium on Two-Phase Flow Instrumentation, National Heat Transfer Conference, Minneapolis, MN.
- Delhaye, J. M., Semeria, R. e Flamand, J. C., 1973, "Void Fraction, Vapor and Liquid Temperatures: Local Measurements in Two-Phase Flow Using a Microthermocouple", *J. Heat Transfer*, Vol. **95C**, pp. 365-370.
- Ditmars, J. D. e Cederwall, K., 1974, "Analysis of Air-Bubble Plumes", *Proc. Coastal Engng Conf.*, Chap. **128**, pp. 2209-2226.
- Faghih, N., 1980, "Some Studies of Random Signal Analysis Using Simulated Data", Ph.D. Thesis, University of Surrey, UK.
- Fanneløp, T.K., Hirschberg. S. e Küffer, J., 1991, "Surface Current and Recirculating Cells Generated by Bubble Curtains and Jets", *J. Fluid Mech.*, Vol. **229**, 629-657.
- Goossens, L., 1979, "Reservoir Destratification with Bubble Columns", Ph.D. Thesis, Laboratorium voor Fysische Technologie, Technische Hogeschoof Delft, Delft, The Netherlands.
- Gross, R. W. e Kuhlman, J. M., 1992, "Three-Component Velocity Measurements in a Turbulent Recirculating Bubble-Driven Liquid Flow", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. **18**, No. **3**, pp. 413-421.
- Hardy, J. E. e Hylton, J. O., 1984, "Electrical Impedance String Probes for Two-Phase Void and Velocity Measurements", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. **10**, No. **5**, pp. 541-556.

- Hassan, Y. A., Blanchat, T. K., Seeley, Jr., C. H. e Canaan, R. E., 1992, "Simultaneous Velocity Measurements of Both Components of a Two-Phase Flow Using Particle Image Velocimetry", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. **18**, No. **3**, pp. 371-395.
- Herringe, R. A. e Davis, M. R., 1974, "Detection of Instantaneous Phase Changes in Gas-Liquid Mixtures", *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. **7**, pp. 807-812.
- Hussain, N. A. e Siegel, R., 1976, "Liquid Jet Pumped by Rising Gas Bubbles", *J. of Fluids Eng.*, March 1976, pp. 49-57.
- Hussain, N. A. e Narang, B. S., 1984, "Simplified Analysis of Air-Bubble Plumes in Moderately Stratified Environments", *J. Heat Transfer*, Vol. **106**, pp. 543-551.
- Jones, Jr., O. C., 1981, "Two-Phase Flow Measurement Techniques in Gas-Liquid Systems", U.S. Nuclear Regulatory Commission, Office of Nuclear Regulatory Research, under contract DE-AC02-76H00016, NRC FIN no. A-3045.
- Kobus, H. E., 1968, "Analysis of the Flow Induced by Air-Bubble Systems", *Proc. 11th Coastal Engng Conf. London*, Vol. **2**, Chap. **65**, pp. 1016-1031.
- Lemckert, C. J. e Imberger, J., 1993, "Energetic Bubble Plumes in Arbitrary Stratification", *J. Hydraul. Engng. ASCE*, Vol. **119**, No. **6**, pp. 680-703.
- Lewis, D. A. e Davidson, J. F., 1983, "Bubble Sizes Produced by Shear and Turbulence in a Bubble Column", *Chem. Engng. Sci.*, Vol. **38**, pp 161, 167.
- Marié, J. L., 1983, "Investigation of Two-Phase Bubbly Flows Using Laser Doppler Anemometry", *PCH PhysicoChemical Hydrodynamics*, Vol. **4**, No. **2**, pp. 103-118.
- McDougall, T. J., 1978, "Bubble Plumes in Stratified Environments", *J. Fluid Mech.*, Vol. **85**, part **4**, pp. 655-672.
- Milgram, J. H., 1983, "Mean Flow in Round Bubble Plumes", *J. Fluid Mech.*, Vol. **133**, pp. 345-376.

- Morton, B. R., Taylor, G. I., e Turner, J. S., 1956, "Turbulent Gravitational Convection from Maintained and Instantaneous Sources", *Proc R. Soc. Lond.*, A **234**, pp. 1-23.
- Neal, L. G. e Bankoff, S. G., 1963, "A High Resolution Resistivity Probe for Determination of Local Void Properties in Gas-Liquid Flow", *AIChE J.*, Vol. **9**, pp.49-54.
- Schroch, V. E., 1969, "Radiation Techniques in Two-Phase Flow Measurement", Symposium on Two-Phase Flow Instrumentation, National Heat Transfer Conference, Minneapolis, MN.
- Sekoguchi, K., Fukui, H., Matsuoka, T. e Nishikawa, K., 1974, "Investigation into the Statistical Characteristics of Bubbles in Two-Phase Flow", *Trans. JSME*, Vol. **40**, pp. 2295-2310.
- Serizawa, A., Kataoka, I. e Michiyoshi, I., 1975, "Turbulence Structure of Air-Water Bubbly Flow - I. Measuring Techniques", *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. **2**, pp. 221-33.
- Sheng, Y. Y. e Irons, G. A., 1992, "Measurements of the Internal Structure of Gas-Liquid Plumes", *Metall. Trans. B*, Vol. **23B**, pp. 779-788.
- Silva Freire, A. P., 1995, CENPES Internal Report No ET-120111/6, PETROBRAS, Rio de Janeiro, Brasil.
- Santos, L. C. C. e Silva Freire, A. P., 1993, "On Round Bubble Plumes Subject to Cross Flow", *Anais do XII COBEM*, pp. 1009-1013, Brasilia, Brasil.
- Santos, L. C. C. e Silva Freire, A. P., 1994, "The Effects of Hydrate Formation on the Mean Properties of Bubble Plumes, Including the Prediction of Surface Waves", *Anais do V ENCIT*, São Paulo, Brasil.
- Tacke, K. H., Schubert, H. G., Weber, D. J. e Schwerdtfeger, K., 1985, "Characteristics of Round Vertical Gas Bubble Jets", *Metall. Trans. B*, Vol. **16B**, pp. 263-275.
- Telles, A. S. e Dukler, A. E., 1970, "Statistical Characteristics of Thin, Vertical Wavy Liquid Films", *I & EC Fundam.*, Vol. **9**, pp. 412-421.



- Topham, D. R., 1984, "The Modelling of Hydrocarbon Bubble Plumes to Include Gas Hydrate Formation", *Chem. Engng. Sci.*, **1613**, pp. 39-51.
- Toral, H., 1981, "A Study of the Hot-Wire Anemometer for Measuring Void Fraction in Two-Phase Flow", *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. **14**, pp. 822-827.
- Uga, T., 1972, "Determination of Bubble Size Distribution in a BWR", *Nucl. Eng. Des.*, Vol. **22**, pp. 252-261.
- Vysnianskas, A., 1980, "A Kinetic Study of Methane Hydrate Formation", Ph.D. Thesis, University of Calgary.
- Wilkinson, D. L., 1979, "Two-Dimensional Bubble Plumes", *J. Hydraul. Div. ASCE*, Vol. **105**, No. **HY2**, pp. 139-154.
- Xu, L. A., Leonard, D. e Green, R. G., 1985, "A Pulsed Ultrasound Transducer System for Two Component Flow", *J. Phys. E: Sci. Instrum.*, Vol. **18**, pp. 609-613.
- Zhou, M. e Brimacombe, J. K., 1994, "Critical Fluid-Flow Phenomenon in a Gas-Stirred Ladle", *Metall. Trans. B*, Vol. **25B**, pp. 681-692.
- Zic, K., Stephan, H. G. e Ellis, C., 1992, "Laboratory Study of Bubble Plume Destratification", *J. Hydraul. Res.*, Vol. **30**, pp. 7-27.