

**CAMADAS LIMITE TURBULENTAS SUJEITAS A UMA  
VARIAÇÃO SINGULAR DE PROPRIEDADES NA SUPERFÍCIE**

**Wagner Machado Brasil**

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovada por:

---

Prof. Atila Pantaleão Silva Freire, Ph.D.

---

Prof. Su Jian, D.Sc.

---

Prof. Helcio R. B. Orlande, Ph.D.

---

Prof. Luca Mariconi, D. Sc.

---

Prof. Francesco Scofano Neto, D.Sc.

**RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
SETEMBRO DE 2004**

BRASIL, WAGNER MACHADO

Camadas Limite Turbulentas Sujeitas a  
uma Variação Singular de Propriedades na  
Superfície [Rio de Janeiro] 2004

XXVII, 226p. 29,7cm (COPPE/UFRJ, D.Sc.,  
Engenharia Mecânica, 2004)

Tese - Universidade Federal do Rio de  
Janeiro, COPPE

1. Turbulência 2. Camada limite

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

”Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena acreditar no sonho que se tem, ou que seus planos nunca vão dar certo, ou que você nunca vai ser alguém. Se você quiser alguém em quem confiar, confie em si mesmo. Quem acredita sempre alcança.”  
(Renato Russo e Flávio Venturinni)

À Deus pela sua eterna bondade e a minha família, que tanto amo, Rosângela, Felipe e Raquel, pela paciência e compreensão das horas a que me dediquei a este trabalho em detrimento do nosso convívio em comum.

# Agradecimentos

Ao o meu orientador, professor Atila P. Silva Freire, expresso minha admiração e respeito. Seu profundo conhecimento em Mecânica dos Fluidos, especialmente em turbulência e camada limite, muito contribuíram para a elaboração deste trabalho. Seus ensinamentos e orientações foram fonte de estímulo e motivação, sempre contribuindo de forma criativa para ultrapassar os obstáculos que foram surgindo ao longo desta empreitada. Ressalto também sua intensa dedicação ao trabalho acadêmico e científico, sendo um exemplo para todos os seus alunos.

Ao meu co-orientador, professor Su Jian, amigo desde os tempos de mestrado, quando foi meu orientador, agradeço a total disponibilidade para comigo. Meu maior incentivador, principalmente nas horas difíceis. Seu vasto conhecimento e sua capacidade de trabalho impressionam a todos que com ele convivem.

Ao professor Francesco Scofano Neto, meu orientador acadêmico no Instituto Militar de Engenharia, agradeço o empréstimo de sondas e do equipamento de soldagem de sensores, os quais foram imprescindíveis na realização do trabalho experimental.

Não posso deixar de registrar a minha gratidão aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da COPPE/UFRJ que me transmitiram conhecimento, apoio e experiência durante o transcurso desta tese.

Agradeço também à todos os integrantes do Laboratório de Mecânica da Turbulência, que de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para a elaboração deste trabalho.

À minha esposa Rosângela e aos meus filhos Felipe e Raquel, agradeço o apoio e o incentivo, proporcionando-me tranqüilidade para realizar meu trabalho.

Finalmente, agradeço à Deus por poder estar vivendo com saúde este momento.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

CAMADAS LIMITE TURBULENTAS SUJEITAS A UMA VARIAÇÃO  
SINGULAR DE PROPRIEDADES NA SUPERFÍCIE

Wagner Machado Brasil

Setembro/2004

Orientadores: Atila P. Silva Freire

Su Jian

Programa: Engenharia Mecânica

Este trabalho investiga o escoamento de camada limite turbulenta que se desenvolve com variação brusca de rugosidade, passando de uma superfície rugosa para lisa. Ferramentas analíticas e numéricas foram desenvolvidas para determinação de parâmetros locais da camada limite. Uma investigação experimental foi conduzida em túnel de vento de baixa velocidade para verificar o comportamento do campo de velocidade longitudinal e a estrutura turbulenta da camada limite, bem como validar os resultados numéricos obtidos. O deslocamento na origem foi estimado por uma adaptação numérica do método gráfico de Perry, Schofield e Joubert (1969). Valores de velocidade de atrito, função rugosidade, intensidade da esteira, entre outros parâmetros, foram obtidos utilizando metodologia de problema inverso. Em escoamento sobre superfície lisa, o método inverso possibilitou a simulação de perfis de velocidade a montante de um perfil medido experimentalmente. Os resultados experimentais mostraram que o escoamento ao passar da região rugosa para lisa guarda "memória" da região rugosa até uma distância de 5 vezes a espessura da camada limite, devendo alcançar o estado de autopreservação numa distância de 12 vezes a espessura da camada limite ao final da região rugosa.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

TURBULENT BOUNDARY LAYER SUBJECTED TO SINGULAR CHANGE  
IN SURFACE PROPERTIES

Wagner Machado Brasil

September/2004

Advisors: Atila P. Silva Freire

Su Jian

Department: Mechanical Engineering

The present work investigates turbulent boundary layer flows over surfaces with a sudden change in roughness, from rough to smooth wall. Analytical and numerical techniques are developed in order to estimate boundary layer local parameters. The experiments, for the purpose of theory validation, are carried out in a low-speed wind tunnel in order to assess the longitudinal velocity flow development and the turbulent structure of the boundary layer. The error in origin is estimated by an adaptation of the Perry, Schofiel and Joubert (1969) method. Values of skin-friction, roughness function, wake strength, as well as some other parameters, are calculated by an inverse problem method. A inverse problem method was implemented for smooth wall conditions so as to simulate an upstream velocity profile, for a given downstream experimental velocity profile. In the transition rough-smooth flow, the experimental results show that the flow over the changing smooth surface suffers the influence of the rough surface for distances of up to 5 times the boundary layer thickness, reaching a self-preserving state the self-preserving state at about 12 times the boundary layer thickness at the end of rough surface.

# Conteúdo

Resumo	v
Abstract	vi
Índice	vii
Índice de Figuras	x
Índice de Tabelas	xviii
Lista de Símbolos	xix
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2 Fundamentação Teórica</b>	<b>6</b>
2.1 Determinação do Erro na Origem . . . . .	21
<b>3 Trabalho Experimental</b>	<b>24</b>
3.1 Revisão Bibliográfica . . . . .	24
3.2 Aparato Experimental . . . . .	39
3.3 Posicionamento da Sonda em Relação ao Campo de Velocidade . . . .	47
3.4 Calibração dos Anemômetros . . . . .	51
3.5 Aquisição dos Dados Experimentais de Anemometria . . . . .	62
3.6 Determinação dos Dados Estatísticos no Domínio do Tempo e da Frequência . . . . .	64
3.7 Determinação dos Dados Estatísticos Médios e das Escalas da Tur- bulência . . . . .	68

3.8	Determinação das Espessuras da Camada Limite . . . . .	76
<b>4</b>	<b>Trabalho Numérico</b>	<b>79</b>
4.1	Revisão Bibliográfica . . . . .	79
4.2	Método Gráfico de Clauser . . . . .	86
4.3	Estimativa de Parâmetros da Camada Limite Conhecido o Perfil de Velocidade Média . . . . .	87
4.4	Estimativa de Parâmetros da Camada Limite Conhecido Um ou Mais Perfis de Velocidade Média a Jusante . . . . .	91
4.4.1	Formulação do Problema Direto . . . . .	92
4.4.2	Solução do Problema Inverso . . . . .	94
<b>5</b>	<b>Resultados Experimentais</b>	<b>101</b>
5.1	Escoamento Sobre Superfície Lisa . . . . .	101
5.1.1	Velocidade Média . . . . .	104
5.1.2	Velocidade de Atrito e Lei da Parede . . . . .	107
5.1.3	Momento de Segunda Ordem e Intensidade Turbulenta . . . . .	112
5.1.4	Momentos de Terceira e Quarta Ordem . . . . .	127
5.1.5	Dissipação Turbulenta e Microescalas de Kolmogorov . . . . .	138
5.1.6	Função de Autocorrelação e Espectro de Freqüência . . . . .	143
5.2	Escoamento Sobre Superfície Rugosa . . . . .	144
5.2.1	Velocidade Média . . . . .	154
5.2.2	Velocidade de Atrito e Lei da Parede . . . . .	156
5.2.3	Momento de Segunda Ordem e Intensidade Turbulenta . . . . .	162
5.2.4	Momentos de Terceira e Quarta Ordem . . . . .	165
5.2.5	Dissipação Turbulenta . . . . .	172
5.2.6	Função de Autocorrelação e Espectro de Freqüência . . . . .	174
5.3	Escoamento em Transição Rugoso-Liso . . . . .	176
5.3.1	Velocidade Média . . . . .	181
5.3.2	Intensidade Turbulenta . . . . .	182
5.3.3	Momento de Terceira Ordem . . . . .	188
5.3.4	Dissipação Turbulenta . . . . .	191



<b>6 Resultados Numéricos</b>	<b>193</b>
6.1 Escoamento Sobre Superfície Lisa . . . . .	193
6.2 Escoamento Sobre Superfície Rugosa . . . . .	206
<b>7 Conclusão</b>	<b>207</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>211</b>

# Lista de Figuras

2.1	Distribuição da velocidade longitudinal com erro na origem. . . . .	8
2.2	Comparação da distribuição da velocidade longitudinal para superfície lisa e rugosa. . . . .	9
2.3	Método gráfico de Perry e Joubert para determinação do erro na origem.	11
2.4	Rugosidade tipo "k". . . . .	12
2.5	Rugosidade tipo "d". . . . .	13
2.6	Volume de controle para determinação de $\tau_w$ . . . . .	14
2.7	Método gráfico de Perry, Schofield e Joubert para determinação do erro na origem. . . . .	15
2.8	Visualização das equações 2.7 e 2.11. . . . .	17
2.9	Perfis de velocidade para diferentes valores de $\epsilon$ . . . . .	18
2.10	Método gráfico de Perry, Lim e Henbest para determinação de $\epsilon$ e $u_\tau$ .	19
3.1	Determinação da extremidade da região interna. . . . .	27
3.2	Nivelamento entre superfície rugosa e lisa. . . . .	29
3.3	Componente longitudinal da energia cinética turbulenta. . . . .	30
3.4	Camada limite térmica no interior da camada limite hidrodinâmica. .	32
3.5	Comparação dos perfis de velocidade média entre superfícies rugosa e lisa. . . . .	34
3.6	Túnel de vento. . . . .	41
3.7	Identificação das subseções do túnel de vento. . . . .	41
3.8	Resistência da subseção 2. . . . .	42
3.9	Disposição do conjunto de resistências das subseções 3, 4, 5 e 6. . . .	43
3.10	Isolamento térmico das subseções 3, 4, 5 e 6. . . . .	44

3.11	Dimensões das sondas utilizadas para medir os perfis de velocidade e temperatura. . . . .	45
3.12	Esquema das ligações dos equipamentos utilizados na anemometria. .	47
3.13	Geometria das rugosidades. . . . .	48
3.14	Posicionamento do sensor no escoamento cisalhante. . . . .	50
3.15	Posicionamento do tubo de Pitot, sonda e termopar para calibração dos anemômetros de temperatura constante. . . . .	52
3.16	Posicionador automático. . . . .	53
3.17	As colunas do manômetro multitubo ligadas ao tubo de Pitot. . . .	60
3.18	Bloco padrão sob a sonda. . . . .	63
3.19	Posicionamento dos termopares durante a aquisição de dados. . . .	63
3.20	Divisão dos dados de voltagem para determinação do espectro de frequência. . . . .	66
3.21	A função coeficiente de autocorrelação nas proximidades da origem. .	74
4.1	Volume de controle para o método do elemento discreto. . . . .	84
4.2	Método gráfico de Clauser para determinação de $u_\tau$ . . . . .	87
4.3	O problema direto de camada limite. . . . .	92
4.4	O problema inverso de camada limite. . . . .	95
5.1	Sistema de coordenadas. . . . .	102
5.2	Posicionamento dos pontos experimentais no experimento sobre superfície lisa. . . . .	103
5.3	Intervalo de confiança para a velocidade média em $x = -6,2$ cm. . . .	104
5.4	Intervalo de confiança para a velocidade média em $x = 0,5$ cm. . . .	105
5.5	Intervalo de confiança para a velocidade média em $x = 2,5$ cm. . . .	105
5.6	Intervalo de confiança para a velocidade média em $x = 5,5$ cm. . . .	106
5.7	Intervalo de confiança para a velocidade média em $x = 9,5$ cm. . . .	106
5.8	Intervalo de confiança para a velocidade média em $x = 24,5$ cm. . . .	107
5.9	Incerteza dos perfis de velocidade média. . . . .	108
5.10	Lei da parede em $x = -6,2$ cm. Método gráfico de Clauser. . . . .	109
5.11	Lei da parede em $x = 0,5$ cm. Método gráfico de Clauser. . . . .	109

5.12	Lei da parede em $x = 2,5$ cm. Método gráfico de Clauser. . . . .	110
5.13	Lei da parede em $x = 5,5$ cm. Método gráfico de Clauser. . . . .	110
5.14	Lei da parede em $x = 9,5$ cm. Método gráfico de Clauser. . . . .	111
5.15	Lei da parede em $x = 24,5$ cm. Método gráfico de Clauser. . . . .	111
5.16	Lei da parede em coordenadas externas em $x = -6,2$ cm. . . . .	113
5.17	Lei da parede em coordenadas externas em $x = 0,5$ cm. . . . .	114
5.18	Lei da parede em coordenadas externas em $x = 2,5$ cm. . . . .	114
5.19	Lei da parede em coordenadas externas em $x = 5,5$ cm. . . . .	115
5.20	Lei da parede em coordenadas externas em $x = 9,5$ cm. . . . .	115
5.21	Lei da parede coordenadas externas em $x = 24,5$ cm. . . . .	116
5.22	Perfil de velocidade autopreservado. . . . .	116
5.23	Lei da parede em coordenadas externas autopreservada. . . . .	117
5.24	Momento de segunda ordem ou variância em $x = -6,2$ cm. . . . .	117
5.25	Momento de segunda ordem ou variância em $x = 0,5$ cm. . . . .	118
5.26	Momento de segunda ordem ou variância em $x = 2,5$ cm. . . . .	118
5.27	Momento de segunda ordem ou variância em $x = 5,5$ cm. . . . .	119
5.28	Momento de segunda ordem ou variância em $x = 9,5$ cm. . . . .	119
5.29	Momento de segunda ordem ou variância em $x = 24,5$ cm. . . . .	120
5.30	Incerteza dos perfis de momento de segunda ordem ou variância. . . . .	121
5.31	Histograma de $u$ no ponto ( $x = -6,2$ cm, $y = 4$ mm). . . . .	122
5.32	Histograma de $u$ no ponto ( $x = -6,2$ cm, $y = 111$ mm). . . . .	123
5.33	Intensidade turbulenta em $x = -6,2$ cm. . . . .	124
5.34	Intensidade turbulenta $x = 0,5$ cm. . . . .	124
5.35	Intensidade turbulenta em $x = 2,5$ cm. . . . .	125
5.36	Intensidade turbulenta em $x = 5,5$ cm. . . . .	125
5.37	Intensidade turbulenta em $x = 9,5$ cm. . . . .	126
5.38	Intensidade turbulenta em $x = 24,5$ cm. . . . .	126
5.39	Assimetria e momento de terceira ordem em $x = -6,2$ cm. . . . .	127
5.40	Assimetria e momento de terceira ordem em $x = 0,5$ cm. . . . .	128
5.41	Assimetria e momento de terceira ordem em $x = 2,5$ cm. . . . .	128
5.42	Assimetria e momento de terceira ordem em $x = 5,5$ cm. . . . .	129

5.43	Assimetria e momento de terceira ordem em $x = 9,5\text{cm}$ . . . . .	129
5.44	Assimetria e momento de terceira ordem em $x = 24,5\text{cm}$ . . . . .	130
5.45	Incerteza dos perfis de momento de terceira ordem. . . . .	131
5.46	Histograma de $u$ no ponto ( $x = 5,5\text{ cm}$ , $y = 8\text{ mm}$ ). . . . .	132
5.47	Histograma de $u$ no ponto ( $x = 5,5\text{ cm}$ , $y = 99\text{ mm}$ ). . . . .	133
5.48	Achatamento e momento de quarta ordem em $x = -6,2\text{cm}$ . . . . .	134
5.49	Achatamento e momento de quarta ordem em $x = 0,5\text{cm}$ . . . . .	134
5.50	Achatamento e momento de quarta ordem em $x = 2,5\text{cm}$ . . . . .	135
5.51	Achatamento e momento de quarta ordem em $x = 5,5\text{cm}$ . . . . .	135
5.52	Achatamento e momento de quarta ordem em $x = 9,5\text{cm}$ . . . . .	136
5.53	Achatamento e momento de quarta ordem em $x = 24,5\text{cm}$ . . . . .	136
5.54	Incerteza dos perfis de momento de quarta ordem. . . . .	137
5.55	Histograma de $u$ no ponto ( $x = 2,5\text{ cm}$ , $y = 15\text{ mm}$ ). . . . .	139
5.56	Histograma de $u$ no ponto ( $x = 5,5\text{ cm}$ , $y = 106\text{ mm}$ ). . . . .	140
5.57	Relação entre $\overline{(u')^2}$ e $\bar{u}^2$ . . . . .	141
5.58	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta. . . . .	141
5.59	Microescala de Kolmogorov de comprimento. . . . .	142
5.60	Microescala de Kolmogorov de tempo. . . . .	142
5.61	Microescala de Kolmogorov de velocidade. . . . .	143
5.62	Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em $x =$ $-6,2\text{cm}$ . . . . .	144
5.63	Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em $x =$ $0,5\text{cm}$ . . . . .	145
5.64	Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em $x =$ $2,5\text{cm}$ . . . . .	145
5.65	Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em $x =$ $5,5\text{cm}$ . . . . .	146
5.66	Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em $x =$ $9,5\text{cm}$ . . . . .	146
5.67	Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em $x =$ $24,5\text{cm}$ . . . . .	147

5.68	Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em $x = -6,2\text{cm}$ . . . . .	148
5.69	Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em $x = 0,5\text{cm}$ .	148
5.70	Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em $x = 2,5\text{cm}$ .	149
5.71	Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em $x = 5,5\text{cm}$ .	149
5.72	Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em $x = 9,5\text{cm}$ .	150
5.73	Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em $x = 24,5\text{cm}$ . . . . .	150
5.74	Posicionamento dos pontos experimentais no experimento sobre superfície rugosa. . . . .	151
5.75	Método gráfico de Perry, Lim e Henbest para determinação do erro na origem em $x = -6,9\text{cm}$ . . . . .	151
5.76	Método gráfico de Perry, Lim e Henbest para determinação do erro na origem em $x = -5,7\text{cm}$ . . . . .	152
5.77	Método gráfico de Perry, Lim e Henbest para determinação do erro na origem em $x = -2,4\text{cm}$ . . . . .	152
5.78	Intervalo de confiança para a velocidade média em $x = -6,9\text{ cm}$ . . .	154
5.79	Intervalo de confiança para a velocidade média em $x = -5,7\text{ cm}$ . . .	155
5.80	Intervalo de confiança para a velocidade média em $x = -2,4\text{ cm}$ . . .	155
5.81	Incerteza dos perfis de velocidade média para superfície rugosa. . .	156
5.82	Perfil de velocidade média em coordenadas internas em $x = -6,9\text{ cm}$ . . .	157
5.83	Perfil de velocidade média em coordenadas internas em $x = -5,7\text{ cm}$ . . .	158
5.84	Perfil de velocidade média em coordenadas internas em $x = -2,4\text{ cm}$ . . .	158
5.85	Lei da parede em coordenadas externas em $x = -6,9\text{ cm}$ . . . . .	159
5.86	Lei da parede em coordenadas externas em $x = -5,7\text{ cm}$ . . . . .	159
5.87	Lei da parede em coordenadas externas em $x = -2,4\text{ cm}$ . . . . .	160
5.88	Perfis de velocidade em coordenadas físicas no escoamento sobre superfície rugosa. . . . .	161
5.89	Perfis em coordenadas externas no escoamento sobre superfície rugosa.	162
5.90	Momento de segunda ordem ou variância em $x = -6,9\text{cm}$ . . . . .	163
5.91	Momento de segunda ordem ou variância em $x = -5,7\text{cm}$ . . . . .	163

5.92	Momento de segunda ordem ou variância em $x = -2,4\text{cm}$ . . . . .	164
5.93	Incerteza dos perfis de momento de segunda ordem ou variância para superfície rugosa. . . . .	165
5.94	Intensidade turbulenta em $x = -6,9\text{ cm}$ . . . . .	166
5.95	Intensidade turbulenta $x = -5,7\text{ cm}$ . . . . .	166
5.96	Intensidade turbulenta em $x = -2,4\text{ cm}$ . . . . .	167
5.97	Assimetria e momento de terceira ordem em $x = -6,9\text{cm}$ . . . . .	168
5.98	Assimetria e momento de terceira ordem em $x = -5,7\text{cm}$ . . . . .	168
5.99	Assimetria e momento de terceira ordem em $x = -2,4\text{cm}$ . . . . .	169
5.100	Incerteza dos perfis de momento de terceira ordem para superfície rugosa. . . . .	170
5.101	Achatamento e momento de quarta ordem em $x = -6,9\text{cm}$ . . . . .	170
5.102	Achatamento e momento de quarta ordem em $x = -5,7\text{cm}$ . . . . .	171
5.103	Achatamento e momento de quarta ordem em $x = -2,4\text{cm}$ . . . . .	171
5.104	Incerteza dos perfis de momento de quarta ordem para superfície rugosa.	173
5.105	Relação entre $\overline{(u')^2}$ e $\bar{u}^2$ para superfície rugosa. . . . .	173
5.106	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta para superfície rugosa.	174
5.107	Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em $x = -5,7\text{cm}$ . . . . .	175
5.108	Espectro de frequência de pontos do perfil medido sobre superfície rugosa em $x = -5,7\text{cm}$ . . . . .	176
5.109	Posicionamento dos pontos experimentais no experimento sobre região de transição rugoso-liso. . . . .	177
5.110	Erro na origem para o escoamento em transição rugoso-liso. . . . .	179
5.111	Função rugosidade para o escoamento em transição rugoso-liso. . . . .	179
5.112	Fator de forma para o escoamento em transição rugoso-liso. . . . .	181
5.113	Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 0,5\text{ cm}$ . . . . .	182
5.114	Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 2,5\text{ cm}$ . . . . .	183

5.115	Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 5,5$ cm. . . . .	183
5.116	Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 9,5$ cm. . . . .	184
5.117	Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 24,5$ cm. . . . .	184
5.118	Perfis de velocidade em coordenadas físicas no escoamento sobre superfície em transição rugosa-lisa. . . . .	185
5.119	Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 0,5$ cm. . . . .	186
5.120	Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 2,5$ cm. . . . .	186
5.121	Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 5,5$ cm. . . . .	187
5.122	Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 9,5$ cm. . . . .	187
5.123	Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 24,5$ cm. . . . .	188
5.124	Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 0,5$ cm. . .	189
5.125	Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 2,5$ cm. . .	189
5.126	Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 5,5$ cm. . .	190
5.127	Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 9,5$ cm. . .	190
5.128	Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em $x = 24,5$ cm. .	191
5.129	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta para escoamento em transição rugoso-liso. . . . .	192
6.1	Perfil de velocidade adimensional em $x = 0,5$ cm. Simulação direta. .	194
6.2	Perfil de velocidade adimensional em $x = 2,5$ cm. Simulação direta. .	195
6.3	Perfil de velocidade adimensional em $x = 5,5$ cm. Simulação direta. .	195
6.4	Perfil de velocidade adimensional em $x = 9,5$ cm. Simulação direta. .	196
6.5	Perfil de velocidade adimensional em $x = 24,5$ cm. Simulação direta. .	196



6.6	Coeficientes de sensibilidade para estimativa do perfil de velocidade em $x = 9,5$ cm. . . . .	197
6.7	Coeficientes de sensibilidade para estimativa do perfil de velocidade em $x = 5,5$ cm. . . . .	199
6.8	Perfil de velocidade média em $x = 9,5$ cm. Método inverso. . . . .	200
6.9	Perfil de velocidade média em $x = 5,5$ cm. Método inverso. . . . .	200
6.10	Perfil de velocidade média em $x = 2,5$ cm. Método inverso. . . . .	201
6.11	Perfil de velocidade média em $x = 0,5$ cm. Método inverso. . . . .	201
6.12	Perfil de velocidade média em $x = -6,2$ cm. Método inverso. . . . .	202
6.13	Perfil em coordenadas internas em $x = 9,5$ cm. Método inverso. . . . .	202
6.14	Perfil em coordenadas internas em $x = 5,5$ cm. Método inverso. . . . .	203
6.15	Perfil em coordenadas internas em $x = 2,5$ cm. Método inverso. . . . .	203
6.16	Perfil em coordenadas internas em $x = 0,5$ cm. Método inverso. . . . .	204
6.17	Perfil em coordenadas internas em $x = -6,2$ cm. Método inverso. . . . .	204
6.18	Coeficientes de sensibilidade analíticos. . . . .	206
7.1	Extrapolação do fator de forma para o escoamento em transição rugoso-liso. . . . .	209

# Lista de Tabelas

3.1	Características das subseções do túnel de vento. . . . .	40
3.2	Características dos sensores de fio quente. . . . .	46
3.3	Configuração das seções de testes em experimentos semelhantes. . . . .	48
3.4	Dimensões das rugosidades em experimentos semelhantes. . . . .	49
3.5	Tempo de leitura para dois canais da placa A/D com frequência de aquisição de 10 Hz. . . . .	58
5.1	Dados experimentais locais da série de experimentos liso-frio. . . . .	103
5.2	Espessuras de camada limite e parâmetro de Coles da série de experimentos liso-frio. . . . .	112
5.3	$\epsilon$ , $u_\tau$ , $\kappa$ , $A$ e $\Delta\bar{u}$ da série de experimentos sobre superfície rugosa. . . . .	153
5.4	Dados experimentais locais da série de experimentos sobre superfície rugosa. . . . .	153
5.5	Espessuras de camada limite e parâmetro de Coles da série de experimentos sobre superfície rugosa. . . . .	160
5.6	$\epsilon$ , $u_\tau$ , $\kappa$ , $A$ e $\Delta\bar{u}$ da série de experimentos sobre superfície em transição rugosa-lisa. . . . .	178
5.7	Dados experimentais locais da série de experimentos sobre superfície em transição rugosa-lisa. . . . .	180
6.1	Intervalos de confiança dos parâmetros estimados para o perfil em $x = 2,5$ cm. . . . .	205

# Lista de Símbolos

$A$	termo independente da lei da parede em coordenadas internas, $\left(\frac{u_\tau}{\nu} y, \frac{\bar{u}}{u_\tau}\right)$
$A_T$	termo independente da lei da parede térmica
$A_1$	termo independente da lei da parede em coordenadas externas, $\left(\frac{y}{\delta}, \frac{\bar{u}_e - \bar{u}}{u_\tau}\right)$
$A^+$	constante da função de amortecimento de van Driest
$B$	função rugosidade proposta por Nikuradse, $B = f(ku_\tau/\nu)$
$B_\infty$	fator de deslocamento vertical, veja equação 2.17
$c$	comprimento da cavidade da rugosidade na direção do escoamento
$c_f$	coeficiente de atrito, $c_f = \tau_w/(\rho\bar{u}_e^2/2) = 2(u_\tau/\bar{u}_e)^2$
$c_r$	critério de convergência
$C$	constante de calibração do anemômetro
$C_D$	coeficiente de arrasto
$C_p$	calor específico a pressão constante
$C_A, C_B$	constantes da equação 2.18
$d$	diâmetro do sensor
$dH$	diferença de altura entre as colunas do manômetro multitubo

$D$	constante de calibração do anemômetro
$D_{nn}$	matriz diagonal do método de Levenberg-Marquardt
$E$	voltagem de saída do anemômetro
$E_{anem}$	voltagem digital de saída da placa A/D correspondente à voltagem analógica de saída do anemômetro
$e$	exponencial neperiano, $e = 2,718281828 \dots$
$E_G$	valor de voltagem correspondente ao valor digital de saída da placa conversora A/D
$E_{in}$	voltagem de entrada na placa conversora A/D
$E_m$	voltagem média
$E_{off}$	voltagem de compensação da unidade de condicionamento de sinal
$f$	freqüência
$f_a$	fator de amortecimento do método de Levenberg-Marquardt
$F$	freqüência de aquisição da placa conversora A/D
$F_c$	freqüência de corte ou de Nyquist
$F_{Kleb}$	função de Klebanoff
$F_u$	freqüência para determinação dos dados estatísticos médios de velocidade
$g$	aceleração da gravidade
$G$	ganho da unidade de condicionamento de sinal
$G_c$	parâmetro do perfil de Coles
$H$	fator de forma, $H = \delta_1/\delta_2$
$I$	valor digital de saída da placa conversora A/D

$Inc$	incerteza
$I_{nn}$	matriz identidade
$J_{mn}$	matriz de sensibilidade ou matriz jacobiana
$k$	altura média da rugosidade
$k^+$	altura média da rugosidade adimensional, $k^+ = ku_\tau/\nu$
$k_s$	rugosidade equivalente de grão de areia
$k_s^+$ ou $Re_k$	rugosidade adimensional de grão de areia ou número de Reynolds rugoso, $k_s^+ = k_s u_\tau/\nu$
$K$	condutividade térmica
$l_{mix}$	comprimento de mistura
$l_s$	comprimento do sensor
$Li$	escala de comprimento longitudinal integral
$m$	número de retardo máximo
$M$	valor esperado ou quantidade de pontos utilizados na determinação da norma no método inverso
$n$	expoente de calibração do anemômetro
$n_d$	quantidade de grupos de freqüências, veja equações 3.33 e 3.34
$N$	tamanho da amostra para os dados estatísticos no domínio do tempo e da freqüência ou quantidade de parâmetros a serem estimados no método inverso
$N_g$	tamanho da amostra de cada grupo de freqüência, veja equação 3.33
$ni$	ponto inicial da região logarítmica da camada limite, veja equação 2.19

$nf$	ponto final da região logarítmica da camada limite, veja equação 2.19
$Nn$	tamanho da amostra para os dados estatísticos médios
$Nu$	número de Nusselt
$P$	pressão estática ou termodinâmica
$P_o$	pressão de estagnação
$P_d$	pressão dinâmica, $P_d = \rho \bar{u}^2 / 2$
$Pr$	número de Prandtl
$q_t$	fluxo de calor turbulento na direção transversal à parede, $q_t = -C_p \rho \overline{v' T'}$
$r$	número de retardo
$R$	norma dos mínimos quadrados ou soma dos quadrados dos resíduos
$R_{ar}$	constante do gás perfeito para o ar
$R_a$	resistência do sensor na temperatura ambiente
$R_c$	resistência do cabo do sensor + resistência da conexão da sonda ao seu suporte
$R_L$	resistência das agulhas do sensor
$R_o$	resistência do sensor para uma temperatura ambiente de referência
$R_{resistor}$	resistência conhecida de um resistor
$R_t$	resistência do cabo do sensor + resistência das agulhas + resistência do sensor
$R_s$	resistência do sensor aquecido
$R_T$	função de autocorrelação para $T$
$R_u$	função de autocorrelação para $u$

$R_{uT}$	função de correlação cruzada para $u$ e $T$
$R_1$	resistência da ponte de Wheatstone que está ligada em série com o sensor
$Re_f$	número de Reynolds para a velocidade no centro do sensor, $Re_f = \bar{u}_c d / \nu_f$
$Re_k$ ou $k_s^+$	rugosidade adimensional de grão de areia ou número de Reynolds rugoso, $k_s^+ = k_s u_\tau / \nu$
$Re_x$	número de Reynolds baseado na posição longitudinal $x$ , $Re_x = \bar{u}_e x / \nu$
$Re_\delta$	número de Reynolds baseado na espessura de velocidade da camada limite, $Re_\delta = \bar{u}_e \delta / \nu$
$Re_{\delta_1}$	número de Reynolds baseado na espessura de deslocamento da camada limite, $Re_{\delta_1} = \bar{u}_e \delta_1 / \nu$
$Re_{\delta_2}$	número de Reynolds baseado na espessura de quantidade de movimento da camada limite, $Re_{\delta_2} = \bar{u}_e \delta_2 / \nu$
$s$	comprimento do topo da rugosidade na direção do escoamento
$S_a$	taxa de sobreaquecimento do sensor
$S_T$	espectro de frequência ou função de densidade auto-espectral para $T$
$S_u$	espectro de frequência ou função de densidade auto-espectral para $u$
$S_{uT}$	espectro de frequência para $u$ e $T$ ou função de densidade de espectro cruzada
$St$	número de Stanton,
	$St = \frac{q_w}{\rho \bar{u}_e C_p \Delta T}$
$t$	tempo de aquisição
$t_g$	tempo de aquisição de cada grupo de frequência, veja equação 3.34

$T$	temperatura instantânea
$T_a$	temperatura ambiente no interior da seção de testes do túnel de vento
$T_f$	temperatura de filme do sensor
$T_o$	temperatura ambiente de referência para determinação da resistência do sensor aquecido
$T_s$	temperatura do sensor aquecido
$T_{sensor}$	temperatura máxima que o sensor pode atingir
$T_\tau$	temperatura de atrito, $T_\tau = \rho u_\tau C_p / q_w$
$Ti$	escala de tempo integral
$Tu$	intensidade turbulenta, $Tu = (\overline{u' u'})^{1/2} / \bar{u}$
$u$	velocidade instantânea na direção longitudinal ao escoamento principal
$\bar{u}_c$	velocidade média no centro do sensor, veja equação 3.9
$\bar{u}_{Pitot}$	velocidade longitudinal média medida com o tubo de Pitot
$u_\tau$	velocidade de atrito, $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho} = \bar{u}_e \sqrt{c_f / 2}$
$u^+$	velocidade adimensional na direção longitudinal ao escoamento principal, $u^+ = \bar{u} / u_\tau$
$\overline{(u')^2}$ ou $\sigma_u^2$	variância ou momento de segunda ordem de uma série temporal de medidas de velocidade longitudinal tomadas num ponto do escoamento
$\overline{(u')^3}$ ou $\sigma_u^3$	assimetria (skewness) ou momento de terceira ordem de uma série temporal de medidas de velocidade longitudinal tomadas num ponto do escoamento



$\overline{(u')^4}$ ou $\sigma_u^4$	achatamento (flatness) ou momento de quarta ordem de uma série temporal de medidas de velocidade longitudinal tomadas num ponto do escoamento
$U$	velocidade instantânea na direção longitudinal ao escoamento principal medida experimentalmente
$v$	velocidade instantânea na direção normal à parede
$v^+$	velocidade adimensional na direção normal à parede, $v^+ = \bar{v}/u_\tau$
$w$	velocidade instantânea na direção transversal ao escoamento principal
$W$	lei da esteira, $W = f(y/\delta)$
$x$	coordenada cartesiana na direção longitudinal ao escoamento principal
$y$	coordenada cartesiana na direção normal à parede
$y_T$	coordenada cartesiana na direção transversal à parede cuja origem está no topo dos elementos rugosos
$y^+$	coordenada cartesiana adimensional na direção transversal à parede, $y^+ = u_\tau y/\nu$
$z$	coordenada cartesiana na direção transversal ao escoamento principal
$\alpha_o$	coeficiente de resistividade do sensor
$\alpha_1, \alpha_2$	coeficientes de resistividade do sensor de ordem superior, veja equação 3.12
$\beta$	fator de forma, veja equação 2.17
$\beta_m$	ângulo de inclinação do manômetro multitubo com a horizontal
$\delta$	espessura de velocidade da camada limite

$\delta_1$  espessura de deslocamento da camada limite,

$$\delta_1 = \int_0^{y \rightarrow \infty} \left[ 1 - \frac{\bar{u}(y)}{\bar{u}_e} \right] dy$$

$\delta_{1T}$  espessura de deslocamento da camada limite em coordenada  $y_T$

$\delta_{1\epsilon}$  espessura de deslocamento na região  $0 \leq y \leq \epsilon$

$\delta_2$  espessura de quantidade de movimento da camada limite,

$$\delta_2 = \int_0^{y \rightarrow \infty} \frac{\bar{u}(y)}{\bar{u}_e} \left[ 1 - \frac{\bar{u}(y)}{\bar{u}_e} \right] dy$$

$\Delta$  espessura de Coles,

$$\Delta = \int_0^{y \rightarrow \infty} \left[ \frac{\bar{u}_e - \bar{u}(y)}{u_\tau} \right] dy$$

$\Delta_E$  escala de comprimento relacionada com a região externa da camada limite,

$$\Delta_E = \frac{\delta_1}{3.3715} \left( \frac{2}{c_f} \right)^{1/2}$$

$\Delta t$  período de aquisição da placa conversora A/D,  $\Delta t = 1/F$

$\Delta \bar{u}$  incremento de velocidade média ao longo do sensor, veja equação 3.9

$\Delta \bar{T}/u_\tau$  função rugosidade para a lei da parede térmica

$\Delta \bar{u}/u_\tau$  função rugosidade,  $\Delta \bar{u}/u_\tau = f(k^+)$

$\epsilon$  erro ou deslocamento na origem

$\epsilon_T$  erro ou deslocamento na origem para a camada limite térmica

$\varepsilon$  taxa de dissipação de energia cinética turbulenta

$\zeta$  tempo de retardo para as funções de correlação temporal

$\eta$  microescala de comprimento de Kolmogorov

$\theta$  tempo

$\iota$  imaginário unitário,  $\iota = \sqrt{-1}$

$\kappa$	constante de Von Kármán
$\kappa_T$	constante de Von Kármán para transferência de calor
$\Lambda$	microescala temporal de Taylor
$\mu$	viscosidade dinâmica
$\mu_T$	viscosidade dinâmica turbulenta
$\nu$	viscosidade cinemática, $\nu = \mu/\rho$
$\nu_f$	viscosidade cinemática do fluido na temperatura de filme do sensor
$\nu_r$	coeficiente de viscosidade modificado
$\nu_t$	viscosidade cinemática turbulenta
$\xi$	comprimento adimensional, $\xi = y/\Delta_E$
$\Pi$	intensidade da esteira
$\varphi$	microescala de tempo de Kolmogorov
$\rho$	massa específica do ar
$\rho_L$	massa específica do fluido do manômetro multitubo
$\rho_T$	função coeficiente de autocorrelação para $T$
$\rho_u$	função coeficiente de autocorrelação para $u$
$\rho_{uT}$	função coeficiente de correlação cruzada para $u$ e $T$
$\sigma$	desvio padrão
$\tau$	tensão viscosa
$\tau_t$	tensão viscosa turbulenta ou tensão de Reynolds, $\tau_t = -\rho\overline{u'v'}$
$v$	microescala de velocidade de Kolmogorov
$\chi$	microescala espacial de Taylor
$\omega_i$	componentes do vetor vorticidade

## Subscrito

$e$	valor correspondente ao escoamento livre
$T$	grandeza relacionada com o campo de temperatura
$u$	grandeza relacionada com o campo de velocidade
$w$	valor correspondente na parede

## Sobrescrito

$T$	matriz transposta
$-1$	matriz inversa
$-$	barra acima de um símbolo designa valor médio no tempo
$'$	componente flutuante da variável

# Capítulo 1

## Introdução

A rugosidade da superfície sobre a qual um fluido escoar exerce profundos efeitos sobre a estrutura e o comportamento da camada limite que se forma acima dela. Estes efeitos dependem do tamanho, da distribuição e da forma dos elementos rugosos.

O efeito da rugosidade no desenvolvimento de camadas limite turbulentas, além de ser um tema de fundamental importância em Mecânica dos Fluidos, tem importante contribuição prática em muitas aplicações de interesse da Engenharia tais como: arquitetura naval (cascos de navios e submarinos), arquitetura aeronáutica (aeronaves de alta performance), rede de dutos, trocadores de calor, escoamentos em alta velocidade (no interior de tubos de mísseis e foguetes, sobre lâminas de turbinas e ao redor de aviões supersônicos e veículos espaciais quando em deslocamento na atmosfera terrestre).

O desenvolvimento de modelos matemáticos confiáveis para simulação de escoamento de camada limite sobre superfície rugosa tem sua demanda em projetos relacionados às aplicações tecnológicas já citadas, cujas superfícies estão sujeitas a rugosidades relacionadas tanto com o processo de fabricação quanto com a degradação devido ao uso, influenciando de modo significativo as características fluido-dinâmicas e térmicas no interior da camada limite.

Outra área de aplicação importante, com conexões tecnológicas, mas inserida no mundo natural, está no estudo da camada limite atmosférica, onde a mudança tanto de rugosidade quanto da temperatura na superfície terrestre tem importância

na previsão de fenômenos meteorológicos. O conhecimento da dinâmica do escoamento nesta situação é relevante, por exemplo, na determinação da intensidade da turbulência acima de um aeródromo, no impacto de novas construções nas vizinhanças de uma área rural, na influência de uma floresta ao lado de uma zona urbana ou na dispersão de poluentes na atmosfera terrestre e no estudo dos ventos nas regiões litorâneas, onde a superfície é parte rugosa (terra) e parte lisa (mar).

Na área ambiental aparecem importantes aplicações, pois a rugosidade do leito de canais naturais (rios) e artificiais afeta o transporte de sedimentos, sendo um item a ser levado em consideração no estudo da dispersão de poluentes pelas águas fluviáteis. A cobertura de gelo que se forma nos rios e canais, comum no inverno de certas regiões do planeta transforma um canal aberto em um canal fechado com rugosidade nas superfícies inferior e superior, caracterizando a aplicação da rugosidade da superfície e da temperatura ambiente no transporte de sedimentos.

Infelizmente, apesar do significativo avanço da física-matemática nos dias atuais, não há ainda um completo entendimento dos mecanismos físicos de troca de energia mecânica e térmica que ocorrem no interior de uma camada limite turbulenta quando há uma mudança brusca nas condições da superfície, o que torna essa linha de pesquisa um desafio, principalmente diante das dificuldades experimentais e teóricas atuais.

O presente trabalho possui por objetivo principal superar parte das dificuldades mencionadas no parágrafo anterior. Especificamente, será explorado o estudo do desenvolvimento de uma camada limite turbulenta incompressível sobre uma superfície plana cuja rugosidade muda bruscamente de uma superfície rugosa para uma superfície completamente lisa. Como foi visto anteriormente, este problema possui imensa importância na natureza e na tecnologia, sendo um excelente protótipo para a obtenção de avanços importantes na teoria clássica de camada limite turbulenta.

Quando um escoamento passa por um ponto de singularidade local que provoca mudanças bruscas em seu estado dito "de equilíbrio", as relações universais que regem o comportamento da camada limite devem necessariamente ajustar-se de modo a se acomodarem entre os dois padrões de "equilíbrio" que vigoravam antes da intervenção brusca e que passarão a vigorar bem a jusante desta mesma intervenção.

Freqüentemente, os maiores índices de mudança nas propriedades locais da camada limite se dão em suas regiões internas. Portanto, esta será uma das metas primordiais deste trabalho: verificar o que acontece com a lei da parede de velocidade quando um escoamento passa de uma superfície rugosa para uma superfície lisa.

O entendimento do comportamento da camada limite em regime de transição de superfície rugosa para superfície lisa passa, necessariamente, pelo entendimento de seu comportamento no regime hidraulicamente liso e no regime completamente rugoso. Portanto, antes que seja abordado o assunto finalístico desta tese, será preciso abordar os casos isolados de escoamentos sobre superfícies lisas e sobre superfícies rugosas. Será visto mais à frente que, mesmo no âmbito mais restrito desses assuntos, algumas contribuições deverão ser oferecidas ao problema.

O trabalho em seu escopo pretenderá abordar o problema sob o ponto de vista de sua formulação, de sua validação experimental e de sua implementação numérica. A formulação repousará basicamente no conceito de erro na origem, que apesar de observado em evidências experimentais desde o final da década de 40 do século passado, começou a ser difundido nos anos sessenta a partir dos trabalhos de Perry, Joubert e Schofield [90] [92]. Este conceito representou um avanço importante sobre os conceitos fundamentais de escoamentos turbulentos sobre superfícies rugosas introduzidos na primeira metade do século XX por Prandtl, Nikuradse e Schlichting.

Na validação experimental, foram executados experimentos em um túnel de vento de baixa velocidade. Estes experimentos utilizaram a anemometria de fio quente como técnica básica de medição.

Na implementação numérica foram utilizadas soluções com formulações diretas e inversas do problema.

De modo resumido, pode-se citar como contribuições importantes ao problema de um fluido escoando sobre uma superfície lisa ou rugosa os seguintes resultados:

1. A extensão do conceito do erro na origem para uma camada limite em regime de transição, passando de uma superfície rugosa para uma superfície lisa.
2. O estabelecimento de uma nova metodologia, baseada na técnica de problema inverso, para a previsão dos parâmetros que compõem a lei da parede de

velocidade para um fluido que escoar sobre uma superfície lisa.

3. A extensão da metodologia anterior, baseada na técnica de problema inverso, para escoamentos sobre superfícies rugosas.
4. Novamente, estabelecer uma extensão da metodologia anterior baseada na técnica de problema inverso, para escoamentos em regime de transição, passando de uma superfície rugosa para uma superfície lisa.
5. A execução de experimentos originais especialmente planejados para a validação das hipóteses e dos procedimentos citados nos itens anteriores.

A estrutura do presente trabalho deverá, de algum modo, espelhar a extensão das idéias descritas acima, sendo o texto organizado da seguinte forma.

No próximo capítulo serão abordados os conceitos fundamentais de camada limite turbulenta sobre uma superfície rugosa, incluindo uma breve revisão bibliográfica dos avanços neste assunto. Ainda neste capítulo será mostrado ao leitor alguns dos principais métodos para determinação do erro na origem para escoamentos em regime completamente rugoso disponíveis na literatura e o método utilizado neste trabalho. Sob o ponto de vista de formulação física do problema em estudo este capítulo será o mais importante.

A seguir, em um capítulo apropriado, será descrito os detalhes dos experimentos realizados em um túnel de vento para a validação da teoria e dos procedimentos numéricos a serem propostos no capítulo subsequente. Neste capítulo, brevemente, será revisto os trabalhos experimentais de outros autores e listadas as características de outros túneis de vento onde experimentos semelhantes foram realizados, além das características das superfícies e da instrumentação utilizada. Este capítulo descreverá ainda as técnicas experimentais a serem utilizadas juntamente com a sua análise de erros.

O capítulo a seguir mostrará como implementações numéricas da formulação apresentada poderão ser feitas via métodos diretos e inversos. Este capítulo, portanto, reservará para o seu conteúdo uma revisão bibliográfica específica referente aos métodos numéricos, bem como esclarecerá ao leitor todos os detalhes da implementação numérica efetuada.



Os dois capítulos seguintes consolidam todo o trabalho, o primeiro apresentando uma comparação crítica entre os experimentos realizados, e o segundo compilando resultados obtidos pelo procedimento numérico implementado.

Sugestões para trabalhos futuros, além de uma análise crítica, são apresentadas no último capítulo.

# Capítulo 2

## Fundamentação Teórica

Neste capítulo uma breve revisão bibliográfica aborda os conceitos teóricos de camada limite sobre superfície rugosa desenvolvidos ao longo do século passado até o início deste século. Especial atenção é dada aos métodos desenvolvidos para determinação do erro na origem. Finalizando o capítulo, uma nova proposta para determinação do erro na origem é apresentada. É importante ressaltar que as revisões bibliográficas acerca dos aspectos experimentais e numéricos serão apresentadas nos próximos capítulos.

O precursor dos fundamentos relativos ao escoamento turbulento de um fluido sobre superfície rugosa foi Nikuradse [87], que no início da década de 30 investigou experimentalmente o escoamento de água em tubulações com rugosidade. Nikuradse observou que os efeitos da rugosidade sobre a forma do perfil de velocidade, do mesmo modo que os efeitos da viscosidade, estavam restritos a uma fina região próxima à superfície, de modo que o escoamento tornava-se dependente da escala da rugosidade e não mais da viscosidade, sendo a subcamada viscosa destruída, permanecendo a região logarítmica e da esteira com as mesmas características morfológicas de um escoamento sobre superfície lisa. A teoria desenvolvida por Nikuradse, da mesma forma que para superfície lisa, continuou baseada na lei de similaridade de Von Kármán, onde os efeitos da rugosidade eram levados em conta pela introdução de um coeficiente de viscosidade modificado  $\nu_r$ , de modo que a lei logarítmica da parede passava a ser:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{yu_\tau}{\nu_r} \right) + A, \quad (2.1)$$

onde  $u^+ = \bar{u}/u_\tau$  e as constantes  $\kappa$  e  $A$  teriam os mesmos valores que os usados em superfície lisa.

Os experimentos de Nikuradse mostraram que  $\nu_r$  dependia de  $u_\tau$ ,  $\nu$  e de um comprimento de escala associado com o tamanho da rugosidade. Como pode existir um infinito número de rugosidades possíveis, Schlichting [96] criou um comprimento de escala padrão,  $k_s$ , chamado de *rugosidade equivalente de grão de areia*, definindo-o como o tamanho de grão de areia nos experimentos de Nikuradse cujo coeficiente de atrito fosse o mesmo que o observado na superfície rugosa a ser investigada. Assim a equação 2.1 poderia ser escrita da seguinte forma:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y}{k_s} \right) + B(k^+) \quad (2.2)$$

onde  $B$  é função de  $k^+ = (k_s u_\tau)/\nu$ . Pela definição de  $k_s$ , nota-se que é necessário conhecer o coeficiente de atrito da superfície em estudo para determinar-se a rugosidade equivalente de grão de areia, sendo esse o grande obstáculo na utilização dessa formulação.

No final dos anos 40, Albert Einstein e El-Samni [42] investigaram as forças dinâmicas, arrasto e sustentação, que um escoamento turbulento exercia em rugosidades depositadas sobre o leito de um canal. Chegava-se na força de sustentação através da diferença entre as pressões turbulentas tomadas na base e no topo das rugosidades. Fazendo-se uma análise estatística das flutuações turbulentas de pressão, tentaram prever, sem muito sucesso, com que frequência esses corpos seriam removidos pelo escoamento turbulento. Já a força de arrasto foi determinada a partir da integração, ao longo do leito do canal, da tensão cisalhante na parede,  $\tau_w$ , obtida pelo coeficiente angular,  $u_\tau/\kappa$ , da reta descrita pela equação 2.2, quando plotada num gráfico  $\log(y) \times \bar{u}$ , pois, por definição,  $u_\tau = (\tau_w/\rho)^{1/2}$ . Foi verificado que, independente da localização, os perfis de velocidade só se apresentavam como linhas retas no gráfico  $\log(y) \times \bar{u}$  quando era assumido existir uma parede fictícia, deslocada de uma distância constante abaixo do topo das rugosidades, conforme mostra a figura 2.1. É a primeira indicação da existência do erro na origem.

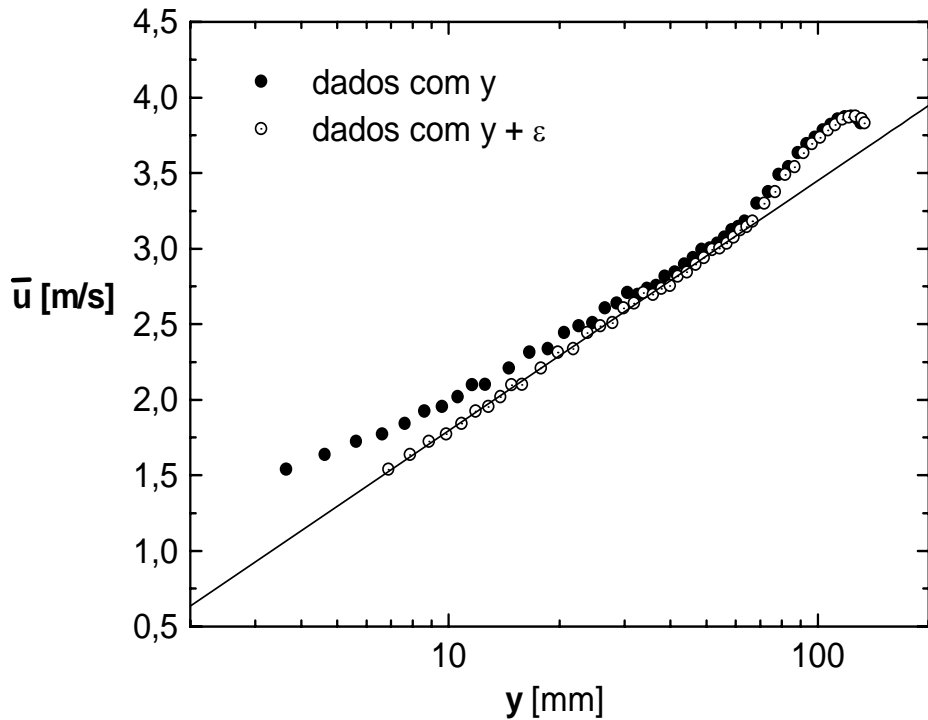


Figura 2.1: Distribuição da velocidade longitudinal com erro na origem.

No início dos anos 50, Moore [80] descobriu que a lei de similaridade na região da esteira ("similarity defect law"),  $(\bar{u}_e - \bar{u})/u_\tau = f(y/\delta)$ , era aplicável à superfície rugosa de forma idêntica à superfície lisa, desde que a origem para as medidas de  $y$  e  $\delta$  fossem localizadas a alguma distância do topo dos elementos rugosos. Esse deslocamento fictício da superfície recebeu o nome de "erro na origem",  $\epsilon$ , e passou a ser um parâmetro fundamental no estudo de escoamento turbulento sobre superfície rugosa.

Em meados da década de 50, Clauser [37] escreveu a equação 2.2 de modo alternativo,

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + A - \frac{\Delta \bar{u}}{u_\tau}(k^+), \quad (2.3)$$

onde  $y^+ = (yu_\tau)/\nu$ ,  $\Delta u/u_\tau$  é função de  $k^+$  e  $y = y_T + \epsilon$ , sendo  $y_T$  a distância transversal à parede a partir do topo dos elementos rugosos e  $\epsilon$  o deslocamento na origem.

Comparando a equação anterior com a lei da parede clássica para superfície

lisa,

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + A, \quad (2.4)$$

observa-se que essa nova representação tinha a virtude de apresentar a lei da parede para superfície rugosa como uma paralela à lei da parede para superfície lisa deslocada para baixo de um valor correspondente a  $\Delta u/u_\tau$ , conhecido como função rugosidade. A figura 2.2 mostra o deslocamento para baixo do perfil de velocidade para superfície rugosa quando comparado com o perfil para superfície lisa medido na mesma posição.

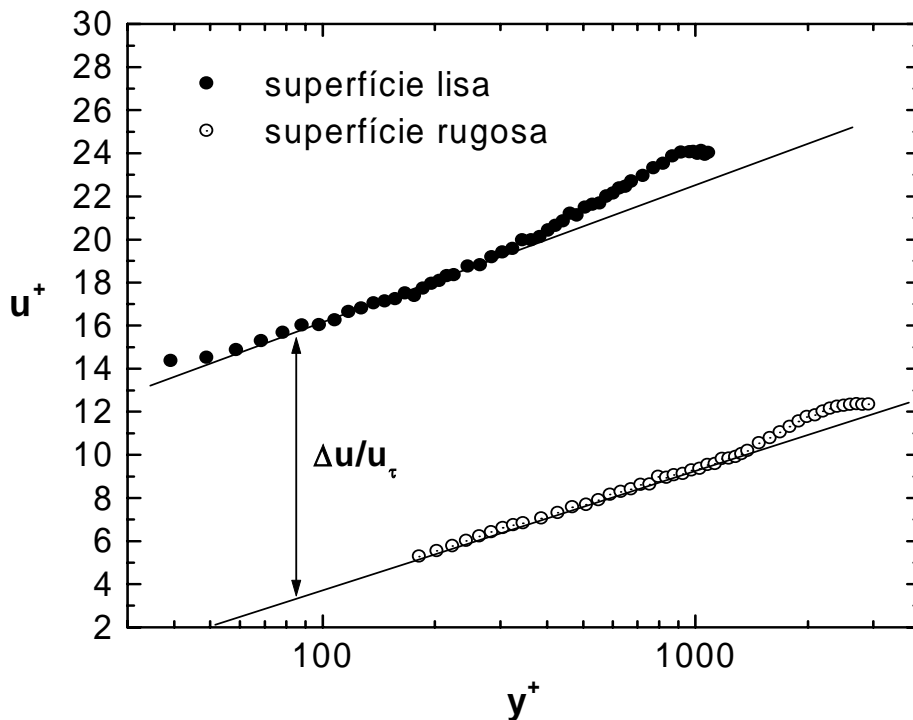


Figura 2.2: Comparação da distribuição da velocidade longitudinal para superfície lisa e rugosa.

No início da década de 60, o trabalho de Perry e Joubert [90] merece destaque por ser o primeiro estudo experimental em camada limite sobre superfície rugosa com gradiente de pressão adverso e por ter desenvolvido um método gráfico para determinação de parâmetros locais da camada limite sobre superfície rugosa, como a função rugosidade, a velocidade de atrito e a espessura da camada limite, desde que

o deslocamento na origem fosse conhecido. Esse método assume que a hipótese da lei da esteira de Coles [40], utilizada para descrever um perfil de velocidade completo (região logarítmica e região da esteira) em coordenadas adimensionais  $(y^+, u^+)$  para uma camada limite turbulenta sobre superfície lisa, também poderia ser utilizada em superfície rugosa, ficando esse perfil assim representado:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + A - \frac{\Delta \bar{u}}{u_\tau} (k^+) + \frac{\Pi}{\kappa} W\left(\frac{y}{\delta}\right), \quad (2.5)$$

onde  $W$  é uma função de  $y/\delta$  conhecida como lei da esteira,  $\Pi$  é uma constante denominada intensidade da esteira e  $y = y_T + \epsilon$ . Os valores numéricos  $\kappa = 0,41$  e  $A = 4,9$  foram considerados constantes universais.

Como dito no parágrafo anterior, para a determinação do coeficiente de atrito,  $c_f$ , e dos outros parâmetros era necessário uma estimação precisa do erro na origem. Para tanto, Perry e Joubert desenvolveram um método gráfico para determinação do erro na origem. Nesse método, adicionando um erro na origem bem maior que o valor esperado, os pontos experimentais ao serem plotados num gráfico  $\log(y) \times \bar{u}/\bar{u}_e$  aparecem mais próximos um do outro. Diminuindo o valor do erro na origem, uma família de linhas aparentemente retas aparece e a região do verdadeiro valor de  $\epsilon$  pode ser visualizada. Uma construção típica desse método gráfico é mostrada na figura 2.3.

O grande óbice no método gráfico de Perry e Joubert é o fato de não haver um valor preciso para o erro na origem, mas sim uma faixa de valores onde provavelmente ele se encontra. Além disso, os autores alertaram que os pontos próximos à superfície e aqueles na região da esteira deveriam ser ignorados, mas não detalharam como escolher esses pontos.

Além do método para a determinação do erro na origem, os experimentos de Perry e Joubert mostraram que a função rugosidade,  $\Delta u/u_\tau$ , era independente do gradiente de pressão imposto ao escoamento.

Dando continuidade ao trabalho de 1963, Perry et al. [92] fizeram experimentos com escoamentos sobre superfícies rugosas planas em túnel de vento com gradientes de pressão nulo e adverso. Classificaram as rugosidades em dois tipos, as do tipo "k" e as do tipo "d". Através de visualizações com suspensão de dióxido de titânio

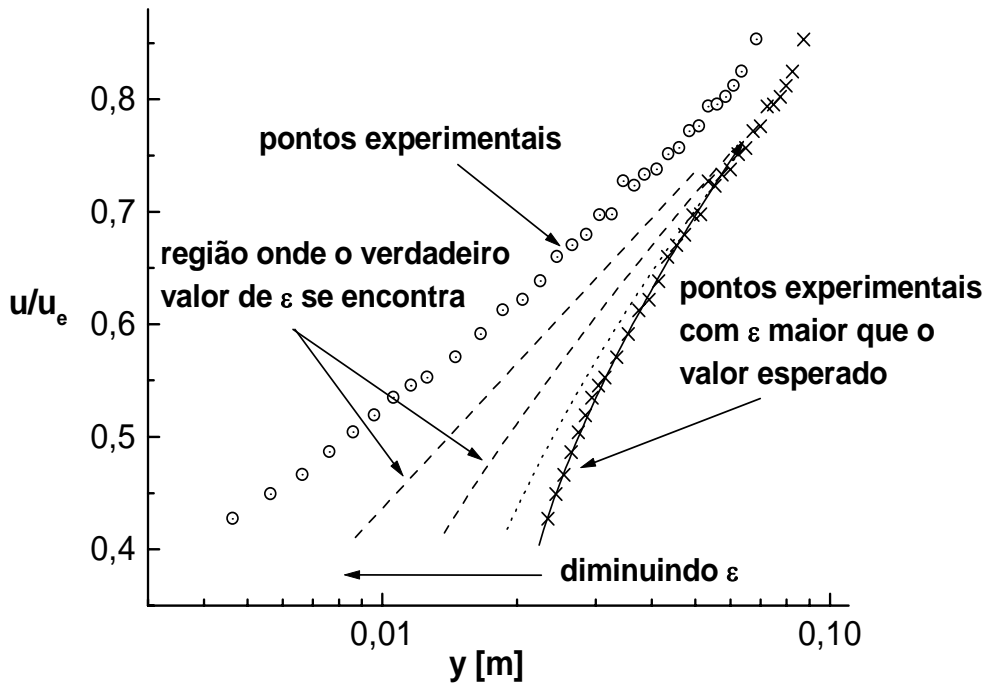


Figura 2.3: Método gráfico de Perry e Joubert para determinação do erro na origem.

em querosene, eles verificaram que, no caso das rugosidades tipo "k", veja figura 2.4, vórtices eram produzidos com comprimento de escala proporcional à altura da rugosidade, formando uma cobertura de turbilhões logo acima dos elementos rugosos, essa região foi denominada "região interna". Numa região um pouco mais afastada do topo das rugosidades, denominada "região externa", os turbilhões misturavam-se suavemente com o escoamento principal e os perfis de velocidade longitudinal seguiam os esquemas propostos por Nikuradse e Clauser através da equação 2.3, onde a coordenada  $y$  era composta da distância transversal à parede em relação ao topo das rugosidades,  $y_T$ , mais o erro da origem,  $\epsilon$ , conforme a equação 2.6.

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left[ \frac{(y_T + \epsilon) u_\tau}{\nu} \right] + A - \frac{\Delta \bar{u}}{u_\tau} (k^+) \quad (2.6)$$

Nas superfícies rugosas tipo "d", como os elementos rugosos estavam menos espaçados, estáveis vórtices surgiam no interior das depressões, fazendo com que a cobertura de turbilhões fosse praticamente extinta e o escoamento fluísse relativamente não perturbado sobre as cristas das rugosidades. Neste tipo de rugosidade os

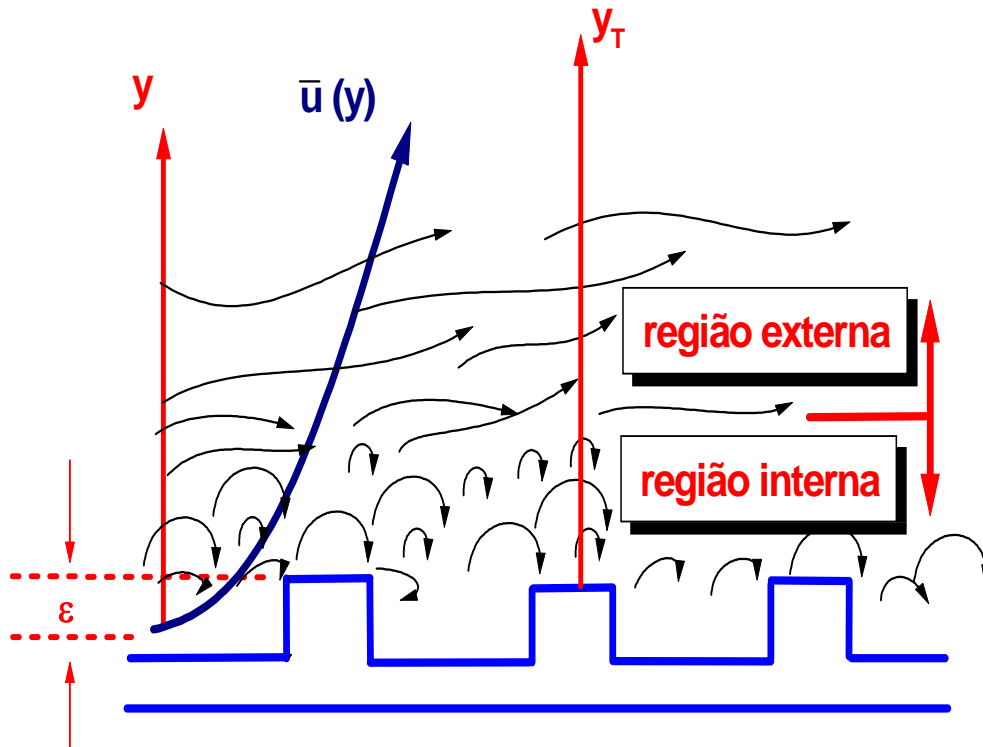


Figura 2.4: Rugosidade tipo "k".

perfis de velocidade longitudinal não seguem as proposições de Nikuradse e Clauser. A figura 2.5 mostra, qualitativamente, um escoamento sobre superfície rugosa tipo "d".

Perry, Schofield e Joubert também propuseram um método para determinação da tensão cisalhante na parede baseado na conservação da quantidade de movimento linear ao longo da direção  $x$  num volume de controle ao redor de um único elemento rugoso, veja figura 2.6. Este método assumia que:

1. a contribuição da quantidade de movimento das forças viscosas sobre as superfícies AB, CD e EF eram desprezíveis;
2. a quantidade de movimento que saía do volume de controle através da superfície FG era igual à quantidade de movimento que entrava através da superfície HA; e
3. a integral da distribuição de pressão sobre as superfícies FG e HA eram iguais.

A mais questionável consideração acerca deste método era a assertiva de que



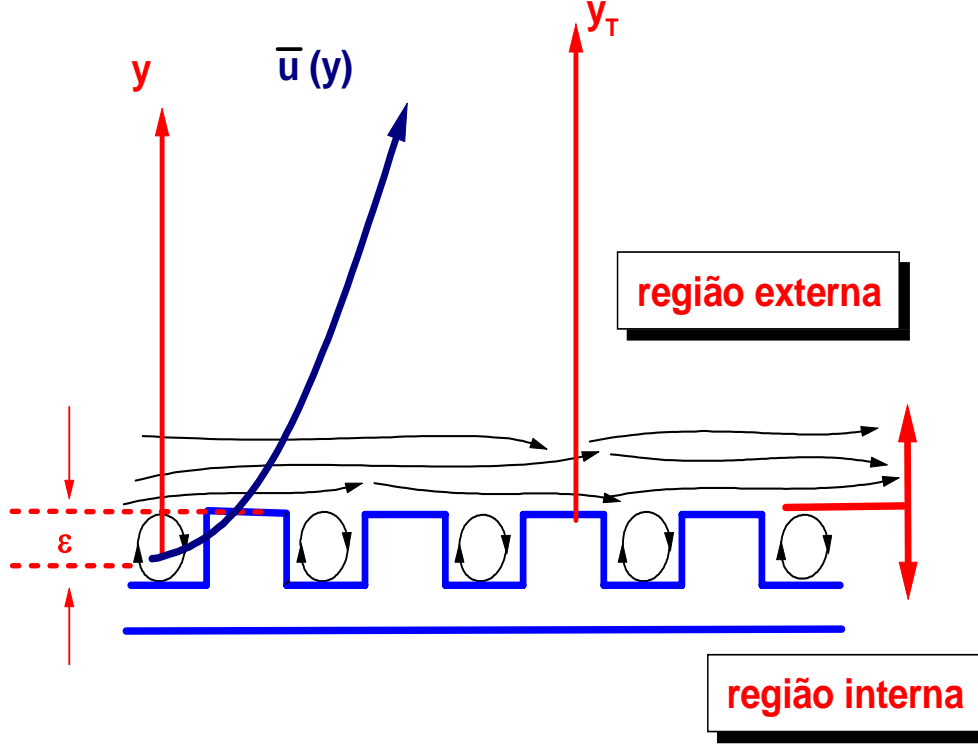


Figura 2.5: Rugosidade tipo "d".

a tensão viscosa no topo do elemento viscoso, superfície CD, era desprezível.

Com a tensão cisalhante na parede obtida pelo procedimento anterior, o valor da velocidade de atrito,  $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ , era determinado. Conhecido  $u_\tau$ , Perry, Schofield e Joubert propuseram um segundo método gráfico para determinação do erro na origem. Uma manipulação semelhante à utilizada no método gráfico de Clauser (veja seção 4.2) é feita na equação 2.6.

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} \frac{\bar{u}_e}{\bar{u}_e} = \frac{1}{\kappa} \ln \left[ \frac{u_\tau}{\nu} (y_T + \epsilon) \right] + A - \frac{\Delta \bar{u}}{u_\tau} \Rightarrow$$

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_e} = \frac{1}{\kappa} \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \ln (y_T + \epsilon) + \frac{1}{\kappa} \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \ln \left( \frac{u_\tau}{\nu} \right) + \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \left( A - \frac{\Delta \bar{u}}{u_\tau} \right). \quad (2.7)$$

Para determinar  $\epsilon$ , perfis de velocidade são plotados num gráfico  $\ln(y_T + \epsilon) \times \bar{u}/\bar{u}_e$ . Num processo de tentativa e erro, valores de  $\epsilon$  são variados até que uma linha reta com o coeficiente angular desejado,  $(1/\kappa)(u_\tau/\bar{u}_e)$ , seja obtida. A figura 2.7 mostra um exemplo deste método.

A desvantagem do método de Perry, Schofield e Joubert para determinação

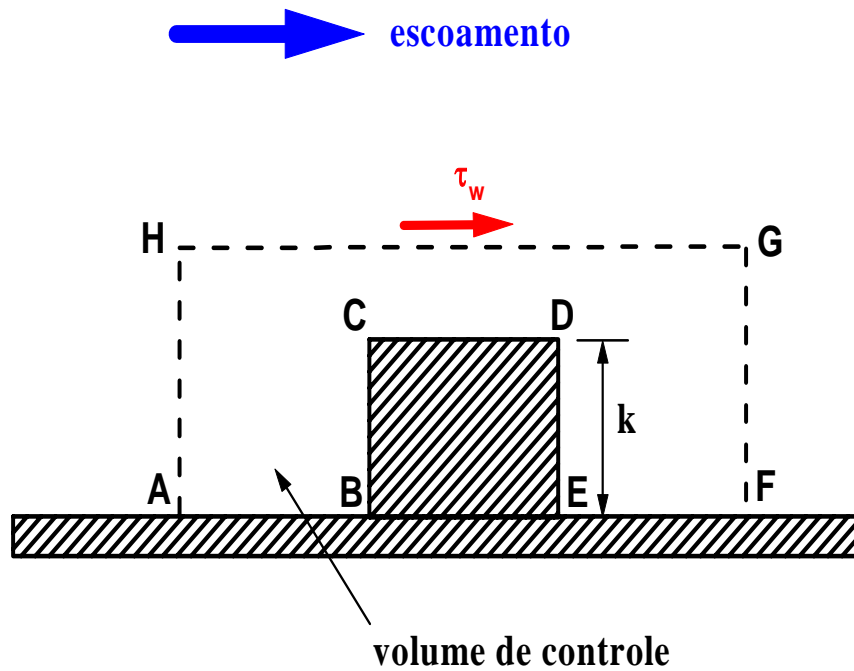


Figura 2.6: Volume de controle para determinação de  $\tau_w$ .

do erro na origem é a necessidade de obter-se o coeficiente de atrito por algum método experimental. No caso da superfície rugosa, essa determinação experimental é extremamente difícil, pois é necessário instrumentar a parede anterior e posterior dos elementos rugosos para tomada de pressão, sendo esta instrumentação possível apenas em elementos rugosos de grandes dimensões. Já o uso do tubo de Preston não é adequado para utilização em parede rugosa, pois ele é calibrado pela lei da parede clássica (veja equação 2.4), que tem sua validade restrita à parede lisa. Outra limitação do método é que as constantes  $\kappa$  e  $A$  necessitam ser conhecidas, havendo divergências na comunidade científica acerca da universalidade dessas constantes. Perry, Schofield e Joubert sugeriram os valores  $\kappa = 0,40$  e  $A = 5,1$ .

Os trabalhos teóricos sobre o problema térmico em camada limite turbulenta incompressível sobre superfície rugosa são em bem menor número quando comparados aos que abordam o problema dinâmico. Em 1974, ao deduzirem uma lei para a transferência de calor e massa em escoamento completamente turbulento ao longo de uma superfície rugosa, Yaglom e Kader [118] obtiveram indicações de que apesar

da rugosidade produzir perturbações adicionais que aumentavam a transferência de calor e massa, simultaneamente, retardava o escoamento do fluido nas proximidades da superfície, deteriorando a transferência de calor e massa a partir de uma superfície rugosa quando comparada com o caso de superfície lisa com os mesmos valores de número de Reynolds e número de Prandtl. Yaglom e Kader também afirmaram que a variação da temperatura na superfície do topo das rugosidades bem como a variação do número de Prandtl nas proximidades da parede poderiam influenciar significativamente a transferência de calor no caso do fluido ser líquido, mas no caso do fluido ser ar essas variações seriam irrelevantes.

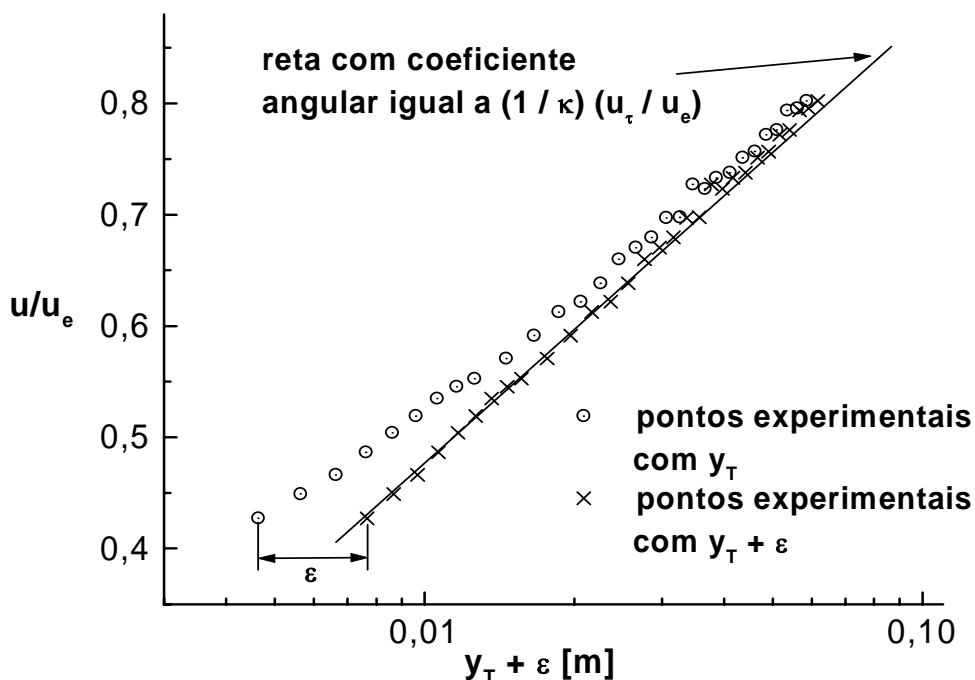


Figura 2.7: Método gráfico de Perry, Schofield e Joubert para determinação do erro na origem.

Em 1985, Smits e Wood [103] publicaram um trabalho de revisão sobre o comportamento da camada limite turbulenta sujeita a bruscas perturbações. De acordo com a resposta da camada limite à perturbação, Smits e Wood classificaram os escoamentos em três níveis. No primeiro nível a perturbação é fraca ou gradual, de modo que a resposta da camada limite exibe a forma de similaridade local ou

autopreservação, isto é, o escoamento é adequadamente descrito usando escalas de comprimento e velocidade locais. No segundo nível a perturbação é mais intensa, produzindo a violação da teoria de camada limite na região circunvizinha à perturbação. No terceiro nível a perturbação é tão severa que a teoria de camada limite não pode ser aplicada.

Ainda na década de 80, Perry et al. [91] investigaram a estrutura turbulenta no interior de camada limite sobre superfície lisa e rugosa. Propuseram um novo método para determinação da velocidade de atrito e do erro da origem baseado no trabalho de Hama [48] para camada limite com gradiente de pressão nulo (veja equações 2.13 a 2.15). Aqui será apresentado o mesmo método, mas aplicado à lei de Coles, mostrada na equação 2.5, com a lei da esteira definida por

$$W\left(\frac{y}{\delta}\right) = 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{y_T + \epsilon}{\delta}\right). \quad (2.8)$$

Dessa forma, a equação 2.5 fica

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{u_\tau}{\nu} y_T + \epsilon\right) + A - \frac{\Delta\bar{u}}{u_\tau} + \frac{2\Pi}{\kappa} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{y_T + \epsilon}{\delta}\right). \quad (2.9)$$

Aplicando a mesma manipulação utilizada na equação 2.7 na equação 2.9, tem-se

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}}{\bar{u}_e} &= \frac{1}{\kappa} \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \ln(y_T + \epsilon) + \frac{1}{\kappa} \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \ln\left(\frac{u_\tau}{\nu}\right) + \\ &+ \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \left(A - \frac{\Delta\bar{u}}{u_\tau}\right) + \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \frac{2\Pi}{\kappa} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{y_T + \epsilon}{\delta}\right). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Para a lei da esteira na posição  $y_T + \epsilon = \delta$ , a equação 2.10 fica

$$\frac{\bar{u}}{\bar{u}_e} = \frac{1}{\kappa} \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \ln(y_T + \epsilon) + \frac{1}{\kappa} \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \ln\left(\frac{u_\tau}{\nu}\right) + \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \left(A - \frac{\Delta\bar{u}}{u_\tau}\right) + \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \frac{2\Pi}{\kappa}. \quad (2.11)$$

Comparando as equações 2.7 e 2.11, verifica-se que a equação 2.11 é uma reta paralela à lei da parede (equação 2.7) que passa tangenciando a região da esteira dos pontos experimentais, deslocada de uma distância igual a  $(u_\tau/\bar{u}_e)(2\Pi/\kappa)$ , conforme mostrado na figura 2.8.

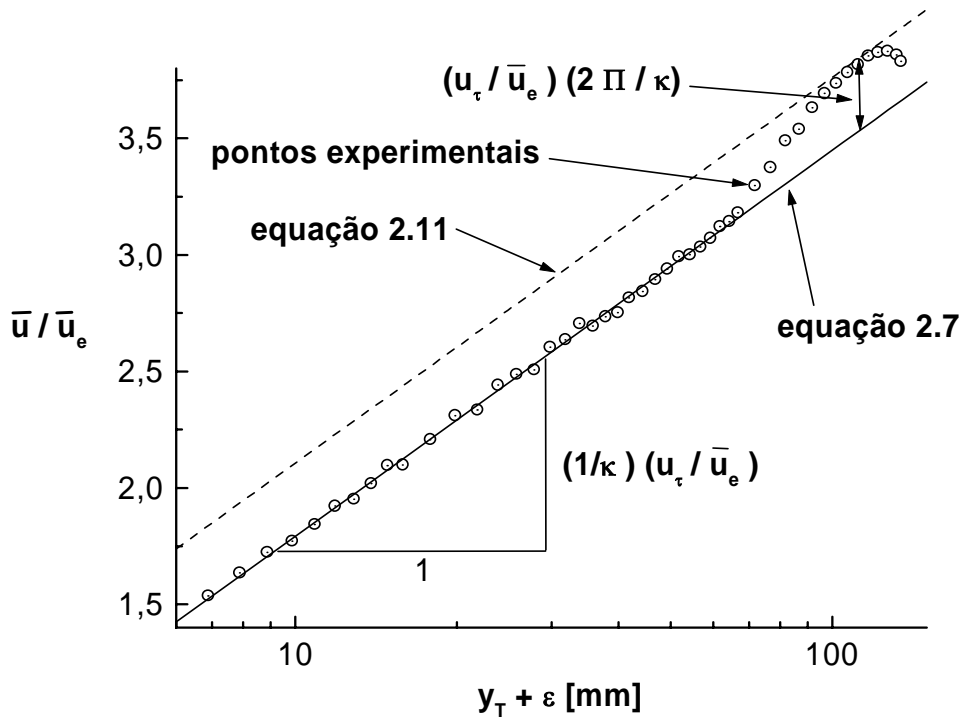


Figura 2.8: Visualização das equações 2.7 e 2.11.

Perfis de velocidade média medidos sobre a superfície rugosa são plotados num gráfico  $\bar{u}/\bar{u}_e \times \ln(y_T + \epsilon)$  para diferentes valores de  $\epsilon$ . Para cada valor de  $\epsilon$ , uma linha reta é ajustada para a região logarítmica. Para cada linha reta ajustada, o valor de  $u_\tau$  é obtido através do coeficiente angular e o valor de  $\Pi$  pela distância da reta até a tangente que passa na região da esteira, desde que  $\kappa$  seja conhecido. A figura 2.9 mostra os perfis de velocidade e as retas ajustadas para vários valores de  $\epsilon$ .

Os pontos  $\epsilon \times \Pi$  e  $\epsilon \times u_\tau$  são ajustados em dois gráficos. Entra-se no primeiro gráfico com o valor recomendado por Coles para  $\Pi = 0,55$ , obtendo-se o valor correto para  $\epsilon$ , que lançado no segundo gráfico fornece o valor final de  $u_\tau$ . A figura 2.10 mostra esse procedimento.

O método de Perry, Lim e Henbest necessita que as constantes  $\kappa$  e  $\Pi$  sejam conhecidas a priori. Outra limitação do método é não se definir com precisão onde a região logarítmica inicia e termina, pois dependendo de quais pontos experimentais são utilizados na ajustagem da reta, diferentes conjuntos de retas podem ser obtidos

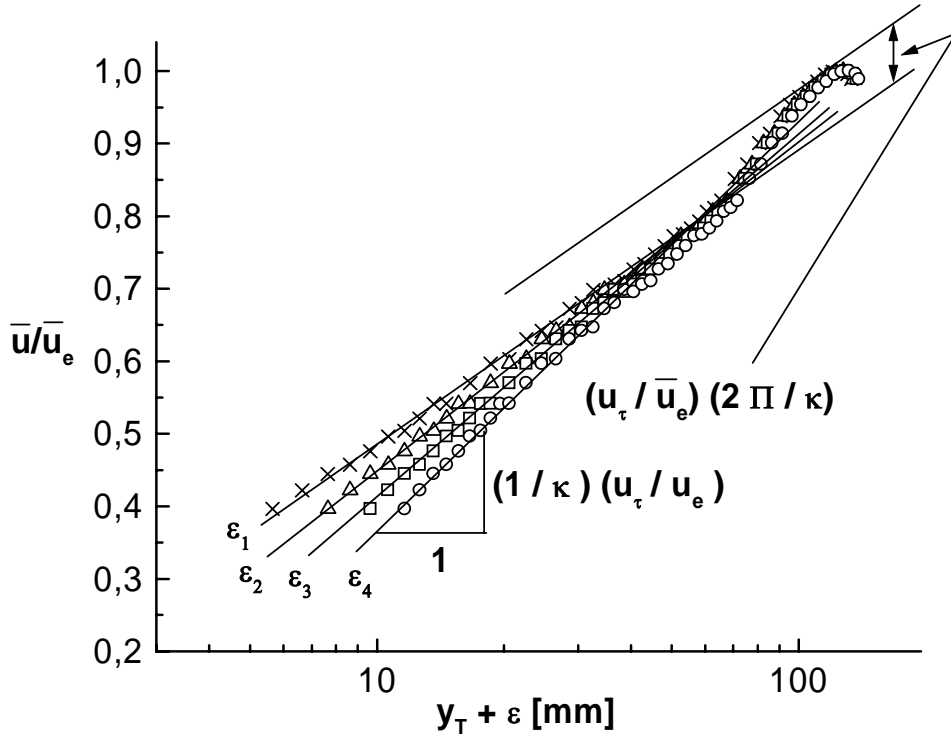


Figura 2.9: Perfis de velocidade para diferentes valores de  $\epsilon$ .

no gráfico da figura 2.9.

No final da década de 80, tentando explicar o significado físico de alguns parâmetros, Bandyopadhyay [13] descreve um amplo estudo experimental de camada limite turbulenta sobre rugosidades do tipo estria transversal e do tipo grãos de areia. Ele definiu fisicamente a função rugosidade,  $\Delta \bar{u} / u_\tau$ , como sendo a medida do crescimento do arrasto local devido à rugosidade, baseando seus argumentos no fato de que quando  $Re_{\delta_1}$  é o mesmo para superfícies lisa e rugosa, pode-se obter a seguinte relação:

$$\frac{\Delta \bar{u}}{u_\tau} = \left( \frac{2}{c_f} \right)_{liso}^{1/2} - \left( \frac{2}{c_f} \right)_{rugoso}^{1/2}. \quad (2.12)$$

Como era difícil ajustar a curva apenas com os poucos pontos da região logarítmica, que nem sempre é bem definida, as equações de Hama [48] foram utilizadas para determinar  $u_\tau$ , pois se aplicavam para todo o perfil de velocidade. As equações de Hama são baseadas na lei logarítmica da região da esteira,

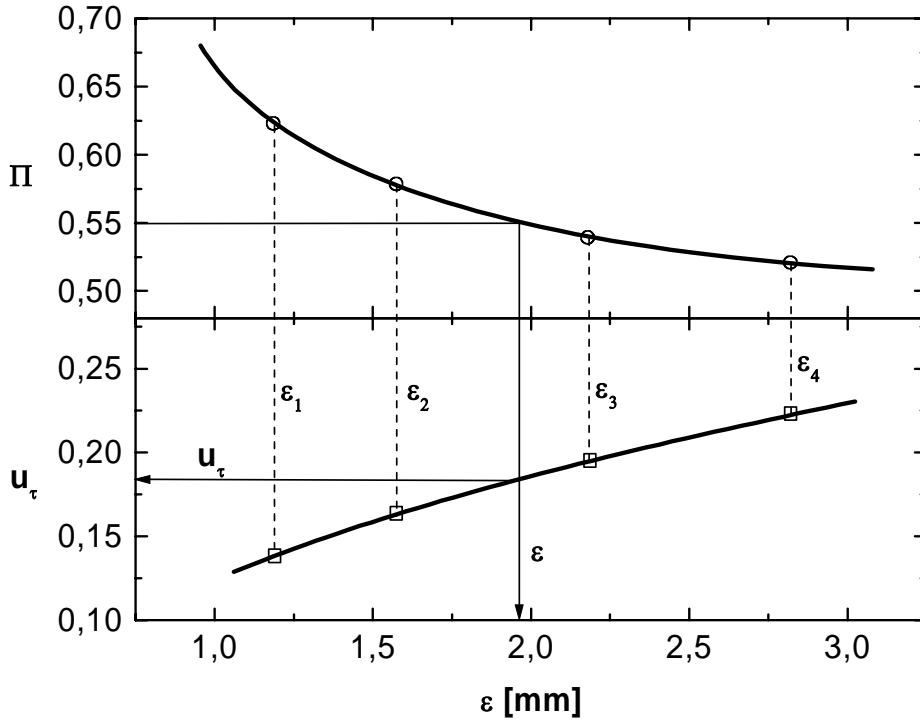


Figura 2.10: Método gráfico de Perry, Lim e Henbest para determinação de  $\epsilon$  e  $u_\tau$ .

$$\frac{\bar{u}_e - \bar{u}}{u_\tau} = f(\xi), \quad (2.13)$$

onde  $\xi = y/\Delta_E$  e

$$\Delta_E = \frac{\delta_1}{3.3715} \left( \frac{2}{c_f} \right)^{1/2}. \quad (2.14)$$

A função  $f(\xi)$  foi definida por Hama como sendo:

$$f(\xi) = \begin{cases} -\frac{1}{\kappa} \ln(\xi) + 2.309 & (0 \leq \xi \leq 0.15), \\ 9.6(1 - \xi)^2 & (0.15 \leq \xi \leq 1). \end{cases} \quad (2.15)$$

Bandyopadhyay utilizou o método de Furuya et al. [44] para determinar o erro na origem. Com  $u_\tau$  calculado e considerando  $\delta_{1_\epsilon}$  como a espessura de deslocamento da camada limite entre 0 e  $\epsilon$ , Bandyopadhyay substituiu as relações  $y = y_T + \epsilon$  e  $\delta_1 = \delta_{1_T} + \delta_{1_\epsilon}$  na equação 2.15 para  $0 \leq \xi \leq 0.15$  e, após algumas manipulações, chegou no seguinte resultado:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{u}_e - \bar{u}}{u_\tau} = & -5.6 \log \frac{y_T u_\tau}{\delta_{1T} \bar{u}_e} - 5.6 \log \left[ 1 + \left( \frac{\epsilon u_\tau}{\delta_{1T} \bar{u}_e} \right) \left( \frac{y_T u_\tau}{\delta_{1T} \bar{u}_e} \right)^{-1} \right] + \\ & + \left[ 5.6 \log \left( 1 + \frac{\delta_{1\epsilon}}{\delta_{1T}} \right) - 0.6 \right]. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Curvas da equação 2.16 para diferentes valores de  $\epsilon$  são plotadas num gráfico  $(\bar{u}_e - \bar{u})/u_\tau \times (y_T u_\tau) / (\delta_{1T} \bar{u}_e)$ , semelhante à figura 2.7 do método de Perry, Schofield e Joubert [92], até que a concordância com os dados experimentais determine o melhor valor para o erro da origem. O último termo entre colchetes da equação 2.16 é ignorado no método gráfico, pois por ser constante, apenas tem a função de deslocar a curva como um todo, evitando-se assim, a determinação de  $\delta_{1\epsilon}$ .

O método de Furuya et al., além de ser semelhante ao método de Perry, Schofield e Joubert, já citado anteriormente, possui a mesma limitação, ou seja, a necessidade de obter-se o coeficiente de atrito por algum método experimental.

Sobre o ponto de vista teórico, os anos 90 começam com o trabalho de Koh [62], que introduziu o conceito de rugosidade equivalente, definida como a distância a partir da parede onde a velocidade adimensional  $u^+ = \bar{u}/u_\tau \approx B_\infty$ , onde  $B_\infty$  depende da rugosidade. Koh destacou que a rugosidade equivalente representa o limite inferior da região interna da camada limite, onde o perfil de velocidade logarítmico se mantém. Koh propôs a equação 2.17 para representar a função rugosidade. Segundo o autor, as equações 2.6 e 2.17 são gerais e suficientes para serem aplicadas em camada limite turbulenta sobre superfície com qualquer rugosidade, cobrindo desde superfície aerodinamicamente lisa até completamente rugosa. Para tanto, basta ajustar os parâmetros  $\beta$  e  $B_\infty$ , que variam, respectivamente, a forma e o deslocamento vertical da equação 2.17. Koh ajustou  $\beta$  e  $B_\infty$  para os dados experimentais de Nikuradse [87], encontrando, respectivamente, 0,12 e 8,5.

$$\frac{\Delta u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( k^+ + 8, 6e^{-\beta k^+} - 5, 3 \right) + A - B_\infty \quad (2.17)$$

onde:  $\kappa = 0,49$ ;  $A = 5,5$  e  $k^+ = k u_\tau / \nu$ .

O trabalho de Koh não eliminou a necessidade de determinar-se a velocidade de atrito,  $u_\tau$ , e o erro na origem,  $\epsilon$ , para resolver as equações 2.6 e 2.17.



Com o início do século XXI, dois objetivos principais passam a ser perseguidos pelos pesquisadores que trabalham com escoamento sobre superfície rugosa: 1) a obtenção do coeficiente de atrito através da medição do perfil de velocidade média, sem que seja necessário fornecer parâmetros relacionados com a rugosidade; 2) a melhoria da troca térmica da parede pela introdução de elementos rugosos na superfície, com um mínimo de aumento de arrasto.

Katoh et al. [58] realizaram um estudo teórico sobre escoamento turbulento em canal, com o objetivo de investigar a relação entre a melhoria de desempenho na transferência de calor e o crescimento do arrasto em superfícies rugosas. O caso estudado foi de escoamento bidimensional plenamente desenvolvido, com fluxo de calor constante através da parede inferior do canal. Elementos rugosos, cuja forma era arbitrária, foram considerados depositados no fundo do canal. O fluxo de calor era o mesmo, independente da rugosidade da superfície. Os autores descobriram que para a eficiência da transferência de calor da superfície rugosa (definida pela razão entre a melhoria da transferência de calor e o crescimento do arrasto provocado pela rugosidade) ser maior que a unidade, o número de Prandtl molecular teria que ser maior que o número de Prandtl turbulento e que a viscosidade turbulenta deveria ter um efeito maior sobre a transferência de calor que sobre a perda de carga.

Smalley et al. [102], partindo das equações de camada limite para escoamento turbulento e sem assumirem uma forma específica para a distribuição da velocidade média ou uma geometria particular para a rugosidade, chegaram a duas condições para determinar se um escoamento é autopreservado,  $d\delta/dx = constante$  e  $du_\tau/dx = 0$ . Eles concluíram que é muito mais provável que um escoamento de camada limite completamente rugoso atenda a essas condições que uma camada limite sobre superfície lisa.

## 2.1 Determinação do Erro na Origem

O método aqui proposto é uma adaptação numérica do método gráfico de Perry e Joubert [90], visualizado na figura 2.3.

Para superfície rugosa, a lei da parede clássica pode ser expressa pela equação

2.3. Explicitando  $\bar{u}$  nesta equação, tem-se:

$$\bar{u} = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln(y_T + \epsilon) + \frac{u_\tau}{\kappa} \ln\left(\frac{u_\tau}{\nu}\right) + u_\tau A - \Delta \bar{u} \Rightarrow$$

$$\bar{u} = C_A \ln(y_T + \epsilon) + C_B, \quad (2.18)$$

onde  $C_A = u_\tau/\kappa$  e  $C_B = (u_\tau/\kappa) \ln(u_\tau/\nu) + u_\tau A - \Delta \bar{u}$  são constantes.

A equação 2.18 é representada por uma reta num gráfico  $\ln(y_T + \epsilon) \times \bar{u}$ . A grande dificuldade é definir quais pontos experimentais pertencem a essa região logarítmica.

No método proposto, determina-se um valor aproximado para  $u_\tau$ , conforme metodologia a ser detalhada na seção 4.2, considerando a superfície como lisa, obtendo-se assim uma aproximação para o início da região logarítmica no ponto experimental imediatamente superior a  $y_T^+ = 70$ . Também considerando a superfície como lisa, um valor aproximado de  $\delta$  é determinado conforme procedimento definido na seção 3.8, obtendo-se assim uma aproximação para o final da região logarítmica no ponto experimental imediatamente inferior a  $y_T = 0.2\delta$ .

Ajustagens dos pontos experimentais  $\ln(y_T + \epsilon) \times \bar{u}$  à reta definida pela equação 2.18 são feitas para vários valores de  $\epsilon$ . Os pontos experimentais utilizados nas ajustagens são os escolhidos conforme o parágrafo anterior. Inicia-se o processo com um valor pequeno para  $\epsilon$ , obtendo-se a norma ou soma dos quadrados dos resíduos,  $R$ , para os pontos experimentais, através da equação 2.19. O valor de  $\epsilon$  é aumentado gradativamente até que a norma atinja um valor mínimo.

$$R = \sum_{i=ni}^{nf} (\bar{U}_i - \bar{u}_i)^2, \quad (2.19)$$

onde  $\bar{u}_i$  são as velocidades médias calculadas pela ajustagem de reta e  $\bar{U}_i$  são as velocidades médias experimentais nos pontos  $(x_i, y_i)$ ,  $i = ni, ni + 1, \dots, nf$ , sendo  $ni$  e  $nf$ , respectivamente, o ponto inicial e final da região logarítmica escolhida.

Em cada ajustagem, a constante  $C_A$  da equação 2.18 e o ponto experimental de maior resíduo são determinados. Caso  $C_A$  seja negativo e o maior resíduo esteja no primeiro ou no último ponto experimental utilizado na ajustagem, isso pode ser um

indicativo de que este ponto esteja fora da região logarítmica, portanto esse ponto deve ser descartado e novas ajustagens devem ser feitas com os pontos experimentais remanescentes.

A vantagem do método proposto está no fato de não ser necessário determinar previamente qualquer parâmetro do perfil, como  $u_\tau$ ,  $\kappa$ ,  $A$  ou  $\Pi$  para a obtenção de  $\epsilon$ . Além disso, as ajustagens e a determinação dos resíduos podem ser implementadas facilmente num código computacional, evitando a determinação gráfica que por si só é imprecisa. Neste trabalho um aplicativo desenvolvido com o software de manipulação simbólica *Mathematica*<sup>R</sup> foi desenvolvido para este fim.

# Capítulo 3

## Trabalho Experimental

Este capítulo inicia com uma revisão bibliográfica acerca dos trabalhos experimentais desenvolvidos por outros autores. Em seguida, faz-se uma exposição detalhada do trabalho experimental realizado. Nessa exposição, as especificações do túnel de vento são estabelecidas e todo o aparato experimental utilizado na determinação dos campos de velocidade e de temperatura é descrito, finalizando com uma comparação das características de outros túneis de vento e rugosidades onde experimentos semelhantes foram realizados. Numa segunda fase, o posicionamento da sonda, a calibração dos sensores e o processo de aquisição dos dados experimentais são detalhados. Posteriormente, é caracterizada a obtenção dos dados estatísticos no domínio do tempo e da frequência, dos dados estatísticos médios, bem como das escalas turbulentas. Finalizando o capítulo, a determinação de alguns dos parâmetros locais da camada limite é apresentada.

### 3.1 Revisão Bibliográfica

Os trabalhos experimentais de Nikuradse [87], Moore [80], Clauser [37], Perry e Joubert [90] e Perry et al. [92], já citados no capítulo anterior, serviram de embasamento teórico para o estudo de camada limite turbulenta sobre superfície rugosa. A partir do final da década de 60 a pesquisa em escoamento sobre superfície rugosa ganha novo impulso e a quantidade de trabalhos publicados sobre o tema cresce consideravelmente.

Em 1968, Gowen e Smith [47] procuraram investigar diferenças e semelhanças entre a transferência de quantidade de movimento linear e a transferência de calor em escoamentos sobre superfície rugosa em dutos, realizando uma série de experimentos com ar, água e uma mistura de 30 % de água com 70 % de etileno glicol. A possibilidade de variar a velocidade do escoamento e o próprio fluido permitiu resultados com variações no número de Reynolds e no número de Prandtl. Perfis de temperatura adimensional,  $T^+ = (T_w - T)/T_\tau$ , onde  $T_\tau = q_w/(\rho u_\tau C_p)$ , medidos ao longo da direção radial, mostraram que a temperatura também apresentava uma região logarítmica após as imediações da parede. Na transferência de quantidade de movimento linear, o coeficiente angular da lei da parede permanecia constante e igual a  $1/\kappa$ , fosse a superfície lisa ou rugosa, e da equação 2.4 podia-se obter o gradiente de velocidade adimensional.

$$\frac{du^+}{dy^+} = \frac{1/\kappa}{y^+} \quad (3.1)$$

Na transferência de calor, o gradiente de temperatura, representado por

$$\frac{dT^+}{dy^+} = \frac{1/\kappa_T}{y^+}, \quad (3.2)$$

não apresentava comportamento linear com  $y^+$ , pois  $\kappa_T$  dependia do número de Prandtl e da rugosidade. Assim, diferentemente dos perfis de velocidade para superfície lisa e rugosa, os perfis de temperatura não podiam ser expressos em termos de um simples "salto" no perfil para superfície lisa, não havendo portanto uma relação similar à equação 2.3 para o perfil de temperatura adimensional.

Os trabalhos experimentais de Antonia e Luxton [6, 7, 8] tornaram-se referência pela quantidade de informações e por explorarem uma linha de pesquisa até então pouco estudada, a variação brusca na rugosidade da superfície. Os autores investigaram a passagem do escoamento de uma superfície lisa para uma superfície rugosa tipo "k" e vice-versa, de uma superfície rugosa para uma lisa.

Para o caso do escoamento passando de superfície lisa para rugosa, Antônia e Luxton observaram que os perfis de velocidade longitudinal média localizados sobre a superfície rugosa, próximo à região de mudança de rugosidade, apresentavam

comportamento linear quando plotados na forma  $\bar{u} \times y_T^{1/2}$ , exibindo coeficiente angular na região interna distinto da região externa. A interseção dessas duas linhas retas formava um "joelho" localizado muito próximo da extremidade da região interna [7, pp. 732–734], veja figura 3.1. Quanto mais afastado da região de interface de rugosidade menos acentuado ficava esse "joelho", até que desaparecia quando o escoamento sobre a superfície rugosa alcançava sua autopreservação [112, pp. 6], ou seja, não variava ao longo de  $x$  quando adimensionalizado com o mesmo comprimento, velocidade ou tempo de escala local. Perceberam também que a estrutura do escoamento fora da camada interna não parecia ser afetada pela mudança de superfície, de modo que a ajustagem da camada limite para as novas condições da superfície ocorria razoavelmente rápido, a uma distância menor que 20 (vinte) vezes a espessura da camada limite a partir do início da superfície rugosa, onde o coeficiente de atrito  $c_f$  e o fator de forma,  $H = \delta_1/\delta_2$ , assumiam valores para uma camada limite autopreservada. Em contra partida, no interior da camada interna o conceito de equilíbrio da camada limite [98, pp. 505] não se aplicava e havia grande produção de energia cinética turbulenta, o que aumentava consideravelmente o nível de intensidade turbulenta. Portanto, somente o desenvolvimento da camada interna parecia influenciar a estrutura da camada limite quando o escoamento era perturbado pela passagem brusca de superfície lisa para rugosa.

A resposta da camada limite para o caso do escoamento passando de superfície rugosa para lisa mostrou-se bem diferente da mudança de lisa para rugosa. A região interna da camada limite também não encontrou a situação de equilíbrio e a velocidade média na camada externa ajustou-se lentamente à perturbação provocada pela mudança na rugosidade, não assumindo a distribuição de autopreservação após uma distância de 16 (dezesesseis) vezes a espessura da camada limite a partir do início da superfície lisa. Considerando que o valor da constante de von Kármán,  $\kappa$ , era constante e igual a 0,41 na superfície lisa após as rugosidades, Antônia e Luxton estimaram o valor da velocidade de atrito,  $u_\tau$ , pela inclinação da reta do método gráfico de Clauser [29, pp. 272–274] e observaram que o valor de  $A$  na lei da parede, equação 2.4, não se apresentava constante. Ao compararem os resultados de  $u_\tau$ , determinado pelo método gráfico, com resultados obtidos pelo método integral [98,

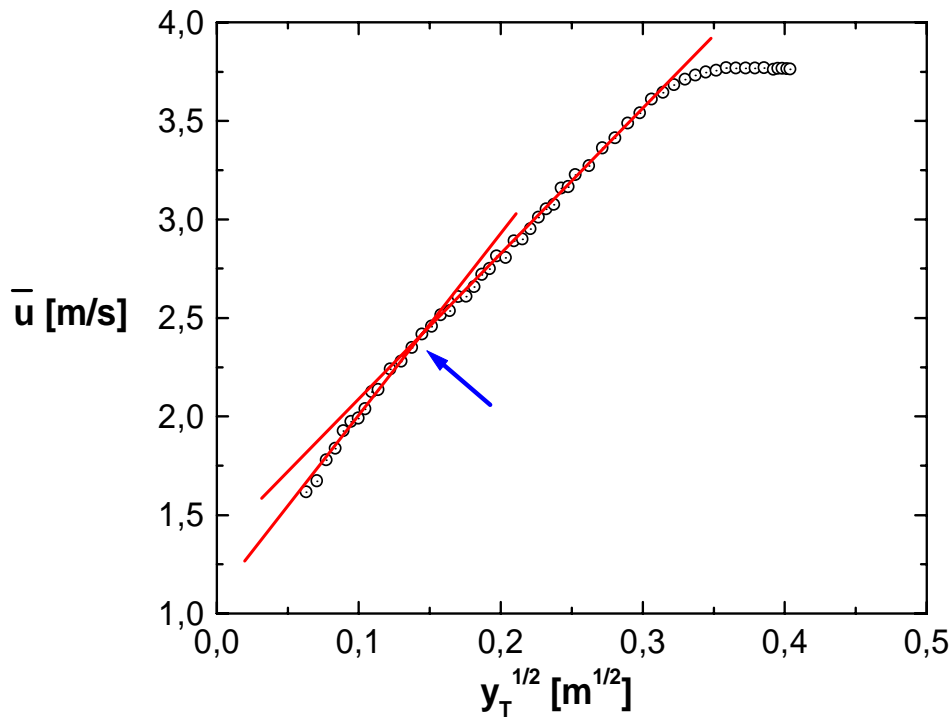


Figura 3.1: Determinação da extremidade da região interna.

pp. 191–192] e por tubo de Preston [29, pp. 272–274], foi encontrada acentuada discrepância, chegando-se a conclusão que, apesar do perfil de velocidade longitudinal média apresentar distribuição logarítmica, os valores de  $\kappa$  e  $A$  não eram constantes e que somente métodos diretos de medida da tensão cisalhante na parede poderiam ser usados com precisão. Os autores concluíram que, diferente do caso liso-rugoso, a camada externa, que possuía alta intensidade turbulenta gerada durante a passagem pela superfície rugosa, também parecia influenciar a estrutura da camada limite, tentando compensar a redução da produção de energia cinética turbulenta próximo à parede, quando da passagem do escoamento sobre a superfície lisa.

Complementando os trabalhos de Antonia e Luxton [6, 7, 8], os quais versaram sobre superfície rugosa do tipo "k", medições em camada limite turbulenta sobre superfície rugosa do tipo "d" feitas por Wood e Antonia [117] mostraram que existem muitas características similares entre aquela camada limite e uma camada limite turbulenta sobre superfície lisa. A distribuição de intensidade turbulenta, tensão de Reynolds e dissipação de energia cinética turbulenta apresentaram-se similares nas

duas camadas limite, exceto nas proximidades da superfície. Esta similaridade se estendeu para os momentos de terceira e quarta ordem, conhecidos respectivamente por assimetria e achatamento, os quais são definidos a seguir para uma quantidade instantânea "e" qualquer.

$$\textit{assimetria} \Rightarrow S_e = \frac{\overline{e^3}}{(\overline{e^2})^{3/2}} \quad (3.3)$$

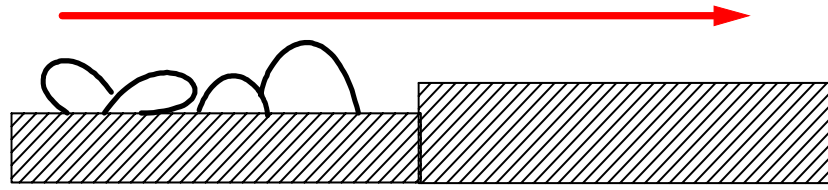
$$\textit{achatamento} \Rightarrow F_e = \frac{\overline{e^4}}{(\overline{e^2})^2} \quad (3.4)$$

Além disso, os resultados de Wood e Antonia mostraram que a camada limite sobre a rugosidade do tipo "d" satisfazia as exigências de autopreservação para uma camada limite turbulenta sem gradiente de pressão, ou seja, o coeficiente de atrito,  $c_f$ , apresentava-se constante e as espessuras da camada limite,  $\delta$ ,  $\delta_1$  e  $\delta_2$ , cresciam linearmente ao longo da direção longitudinal do escoamento.

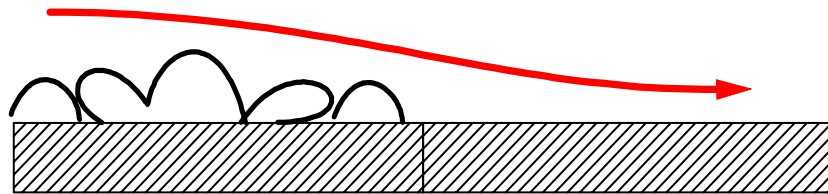
Para obter uma camada limite profunda e, conseqüentemente, uma região logarítmica mais bem definida, Mulhearn [83] trabalhou em um túnel de vento cuja seção de testes possuía 11 metros de comprimento. O escoamento passava de uma superfície rugosa composta por cascalho para uma superfície lisa, onde duas situações foram investigadas; na primeira a superfície lisa a jusante estava nivelada com a superfície rugosa a montante e na segunda situação a superfície lisa encontrava-se elevada. A figura 3.2 apresenta as duas situações investigadas por Mulhearn, que verificou que o termo independente da lei da parede, termo A na equação 2.4, comportava-se não como uma constante, mas sim uma função de  $x$ . Os resultados mostraram que quando os elementos rugosos a montante eram mantidos acima da superfície lisa a jusante, a tensão cisalhante de Reynolds, próximo à superfície, era menor do que quando a superfície lisa estava elevada, sugerindo que esta diferença fosse causada por um escoamento secundário na esteira das pedras de cascalho.

Mulhearn [84] também trabalhou com escoamento sobre superfície rugosa do tipo "k", semelhante à que Antonia e Luxton [7] utilizaram, tentando descobrir, sem êxito, a razão pela qual a tensão cisalhante de Reynolds,  $-\overline{u'v'}$ , decrescia ao se aproximar da parede.





**superfícies não niveladas**



**superfícies niveladas**

Figura 3.2: Nivelamento entre superfície rugosa e lisa.

O comportamento da camada limite turbulenta completamente rugosa sujeita a gradiente de pressão favorável, com e sem injeção de fluido na parede, foi investigado por Coleman et al. [38]. Comparação entre os dados experimentais obtidos para escoamento sem gradiente de pressão com os dados de  $\overline{(u')^2}$  obtidos por Klebanoff [61] para superfície lisa mostraram que a afirmação de que os efeitos da rugosidade estariam confinados numa região muito próxima da parede não era válida para os componentes da energia cinética turbulenta. Para o caso de escoamento com gradiente de pressão favorável sem injeção de fluido na parede, um crescimento do número de Reynolds rugoso,  $k_s^+$ , na região de aceleração indicou que os elementos rugosos penetravam no interior da camada interna, destruindo com mais intensidade a subcamada viscosa. Quando comparado com dados de escoamento sem aceleração, o nível de energia cinética turbulenta apresentava-se menor ao longo dos perfis com escoamento acelerado. A relação entre a tensão cisalhante de Reynolds e as componentes da diagonal do tensor de Reynolds,  $-\overline{u'v'}/[\overline{(u')^2} \overline{(v')^2}]^{1/2}$ , mostrou ser aparentemente universal e independente das condições da superfície.

Coleman et al. [39] e Pimenta et al. [93] incluíram a variação da temperatura da superfície em seus experimentos e complementaram o trabalho de Coleman et al. [38], citado anteriormente.

Os resultados experimentais de Coleman et al. [39] mostraram que, para o caso de superfície rugosa, os efeitos da aceleração do escoamento sobre o número de Stanton,  $St$ , são similares aos de variação da temperatura da parede, ou seja, gradientes positivos na direção de  $x$ , tanto na velocidade do escoamento livre quanto na temperatura da parede, causam um crescimento no número de Stanton.

Pimenta et al. [93] confirmaram que a injeção de fluido na parede provocava a redução do número de Stanton e do fator de atrito,  $c_f$ . Os resultados de energia cinética turbulenta confirmaram que os níveis de energia para um escoamento completamente rugoso e sem injeção de fluido são altos, em qualquer ponto da camada limite, quando comparados com os níveis de uma camada limite sobre superfície lisa, como mostra a figura 3.3, onde  $\sqrt{\overline{(u')^2}}$  é adimensionalizado pela velocidade de atrito,  $u_\tau$ .

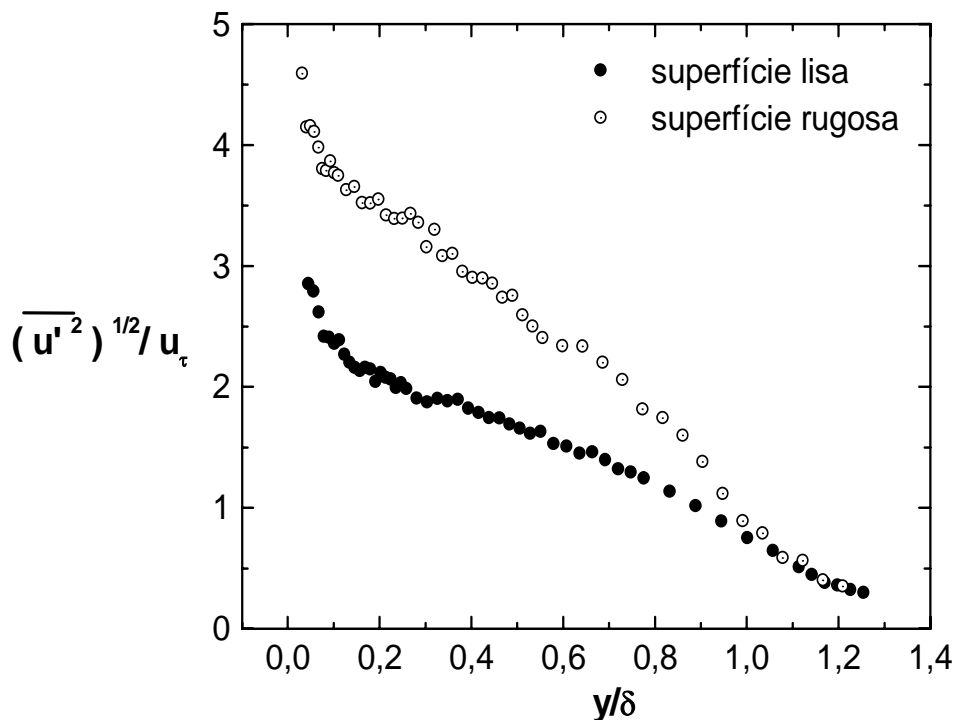


Figura 3.3: Componente longitudinal da energia cinética turbulenta.

A década de 80 tem início sem que se tivesse ainda um completo entendimento do comportamento de uma camada limite turbulenta quando havia uma mudança brusca nas condições da superfície. O trabalho de Narayana [86] tentou explicar porque a região interna da camada limite turbulenta chegava mais rapidamente às novas condições de superfície do que a região externa. Entre outras configurações, Narayana trabalhou com escoamento passando de superfície rugosa para lisa com gradiente de pressão nulo, adverso e favorável. A superfície rugosa era composta por papel abrasivo (lixa comercial), com rugosidade média de 0.75 mm, provocando uma pequena perturbação na camada limite. Os resultados experimentais mostraram que o fator de forma,  $H$ , decrescia quando o escoamento passava da superfície rugosa para lisa e que rapidamente os perfis de velocidade colapsavam na lei da parede para superfície lisa, equação 2.4.

Com o objetivo de estudar o desenvolvimento de uma camada limite térmica no interior de uma camada limite turbulenta hidrodinâmica sobre superfície rugosa, Ligrani e Moffat [70] utilizaram o artifício de espessamento artificial da camada limite, desenvolvendo um experimento em túnel de vento onde no início da seção de testes era colocado um aparato para espessar artificialmente a camada limite hidrodinâmica, criando assim uma origem virtual para essa camada limite a montante da seção de testes. A superfície da seção de testes era composta por várias placas metálicas rugosas (esferas de cobre), podendo cada uma ser aquecida individualmente, de modo que a origem da camada limite térmica dava-se à jusante do aparato para espessamento da camada limite hidrodinâmica. Portanto, a distância entre as origens das camadas limites hidrodinâmica e térmica podia ser variada e assim estudar-se a influência dessa variação no desenvolvimento e estrutura da camada limite térmica. A figura 3.4 mostra um esquema do experimento de Ligrani e Moffat.

Aproveitando o mesmo aparato experimental, Ligrani e Moffat [71] também estudaram o comportamento das camadas limite hidrodinâmica e térmica em função da variação do número de Reynolds rugoso,  $Re_k$ . Verificaram que quando  $Re_k < 5$  podia-se garantir que a parede rugosa não afetava a região de tensão viscosa, deixando a subcamada viscosa totalmente intacta, podendo a superfície ser consid-

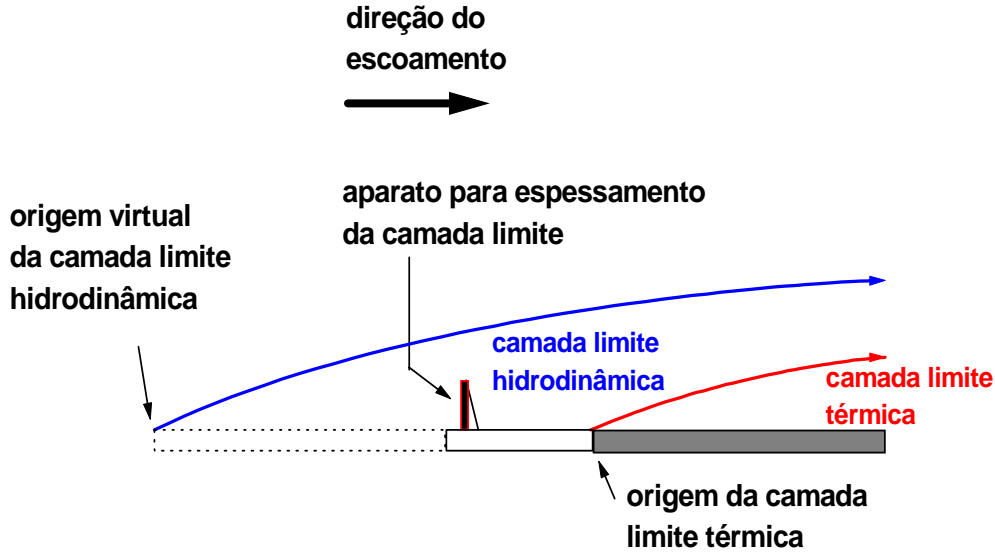


Figura 3.4: Camada limite térmica no interior da camada limite hidrodinâmica.

erada lisa. Nessa situação pode-se igualar a equação 2.2 e a equação 2.4, fazendo com que  $B$  tenha a seguinte forma:

$$B = \frac{1}{\kappa} \ln(Re_k) + A. \quad (3.5)$$

Para o caso de  $Re_k > 90$ , o escoamento tornava-se completamente rugoso, os efeitos viscosos desprezíveis e o parâmetro  $B$  na equação 2.2 apresentava-se constante. Quando  $5 < Re_k < 90$ , a subcamada viscosa era parcialmente alterada pela presença da superfície rugosa e o escoamento encontrava-se em situação de transição entre superfície aerodinamicamente lisa e completamente rugosa.

Estudando a influência da razão de aspecto dos elementos rugosos na estrutura da camada limite turbulenta, Bandyopadhyay e Watson [14] mediram os momentos de terceira e quarta ordem (veja equações 3.3 e 3.4) em camada limite turbulenta sobre rugosidades do tipo "d" e "k" em estrias transversais, comparando os resultados com dados de superfície lisa. O momento de terceira ordem  $\overline{(u')^3}/u_\tau^3$  mostrou-se negativo na região externa e positivo na região próxima à parede, independente do

tipo de superfície. Tanto a distribuição de  $\overline{(u')^3}/u_\tau^3$  como a de  $\overline{(u')^4}/u_\tau^4$  mostrou-se independente da condição da parede.

Na década de 90, Hosni et al. [51, 52] publicaram dois trabalhos experimentais. O primeiro deles [51] consistia em estudar a camada limite térmica sobre uma superfície rugosa considerando a densidade das rugosidades. Como as rugosidades eram semi-esferas, quanto mais próximas umas das outras, mais densa era a rugosidade. Os resultados mostraram que, do mesmo modo que para superfície lisa, para uma dada superfície rugosa o número de Stanton em função de  $Re_x$  tinha um comportamento assintótico quando a velocidade do escoamento livre aumentava, colapsando numa única curva  $St - Re_x$  e que, para um mesmo  $Re_x$ , o número de Stanton era maior quanto mais densa fossem as rugosidades. Aproveitando o mesmo aparato experimental, o segundo trabalho [52] estudou as características fluido-dinâmicas do escoamento. Os resultados mostraram que os perfis de velocidade média, para uma mesma superfície rugosa, quando plotados nas coordenadas  $\bar{u}/\bar{u}_e$  x  $y/\delta_2$  colapsavam, independente da velocidade do escoamento livre e, conseqüentemente, não se distinguia o regime do escoamento (aerodinamicamente liso, em transição ou completamente rugoso). Essa similaridade não ocorreu quando, para uma mesma velocidade do escoamento livre, variou-se a densidade das rugosidades. Os resultados para o coeficiente de atrito mostraram que quanto mais rugoso for o escoamento, seja com o aumento da velocidade do escoamento livre ou com o aumento da densidade das rugosidades, maior é  $c_f$  para um mesmo valor de  $Re_{\delta_2}$ .

Krogstad et al. [66] realizaram experimentos em camada limite turbulenta sem gradiente de pressão sobre uma tela de fios de aço inoxidável trançados, com uma altura de rugosidade de 1,55 mm. Os resultados foram comparados com dados para superfície lisa. Devido ao maior arrasto de superfície provocado pela parede rugosa, o perfil de velocidade média sobre a superfície rugosa apresentou-se menos acentuado que o obtido para superfície lisa, como mostra a figura 3.5. Se o perfil de velocidade média, medido sobre a superfície rugosa, fosse descrito pela equação 2.5, considerando que  $\kappa$  e  $A$  possuísem os mesmos valores que para superfície lisa, quatro parâmetros precisariam ser determinados:  $u_\tau$ ,  $\epsilon$ ,  $\Delta\bar{u}/u_\tau$  e  $\Pi$ . Subtraindo  $u^+$  de 0,99  $u_e^+$ , onde  $y = \delta$ , chega-se na equação 3.6, reduzindo o número de parâmetros a serem

determinados para três:  $u_\tau$ ,  $\epsilon$  e  $\Pi$ . Ajustando os dados experimentais pelas equações 2.13–2.15, somente  $u_\tau$  e  $\epsilon$  precisam ser determinados e os perfis para as superfícies lisa e rugosa colapsam numa mesma curva. Krogstad, Antonia e Browne optaram por ajustar os perfis de velocidade média pela equação 3.6, no caso de superfície rugosa, e pela equação 2.5 (com  $\epsilon$  e  $\Delta\bar{u}/u_\tau$  nulos), para o caso de superfície lisa. A lei da esteira era dada pela equação 3.7 e  $u_\tau$ ,  $\epsilon$  e  $\Pi$  determinados pela técnica de otimização dos mínimos quadrados. Os resultados mostraram que os dados para superfície lisa seguiam a equação 2.15 sem a imposição de um valor específico para  $\Pi$ , mas os dados para superfície rugosa desviavam daquela curva, indicando que os perfis de velocidade para as duas superfícies deveriam ser diferentes não só na região da parede como também na região externa da camada limite, contrariando a idéia geralmente aceita de que as rugosidades do tipo "k" somente influenciavam a estrutura do escoamento nas imediações da parede.

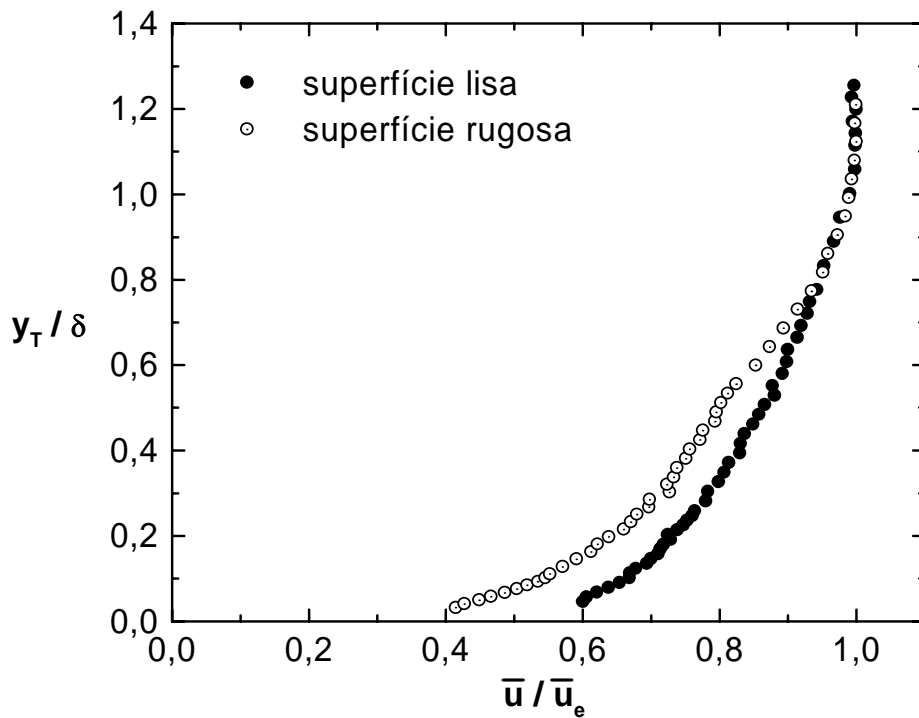


Figura 3.5: Comparação dos perfis de velocidade média entre superfícies rugosa e lisa.

$$0,99u_e^+ - u^+ = \frac{\Pi}{\kappa} \left[ W(1) - W\left(\frac{y}{\delta}\right) \right] - \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (3.6)$$

$$W\left(\frac{y}{\delta}\right) = \left(\frac{1}{2\Pi}\right) \left[ (1 + 6\Pi) - (1 + 4\Pi) \frac{y}{\delta} \right] \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \quad (3.7)$$

Taylor et al. [111, 110] também estudaram a passagem brusca do escoamento de uma superfície rugosa, composta por esferas, para uma superfície lisa. Os resultados foram obtidos para camada limite turbulenta incompressível, sem gradiente de pressão e temperatura da parede constante. A mudança de superfície mostrou ter uma forte influência sobre a transferência de calor na camada limite turbulenta. Para o escoamento em transição, o número de Stanton depois da interface rugoso-liso se aproximou de forma rápida e contínua para valores de parede lisa para um mesmo  $Re_x$ . Para o escoamento completamente rugoso, entretanto, essa aproximação do número de Stanton para parede lisa ocorreu de forma abrupta. Os perfis de temperatura mostraram a camada limite térmica se aproximando lentamente de um perfil para superfície lisa ao longo da direção longitudinal do escoamento. O desalinhamento entre as superfícies rugosa e lisa, da ordem da altura das rugosidades, mostrou ter pequena influência nos resultados de transferência de calor, influência essa limitada à região imediatamente a jusante da interface rugoso-liso. Os perfis de velocidade média e intensidade turbulenta mostraram que o escoamento rapidamente assume o comportamento para superfície lisa na região próxima a parede, enquanto mantém as características de parede rugosa na região da esteira por uma considerável distância a partir da interface, até assumir completamente o perfil para superfície lisa. Os valores de  $c_f$  ficaram um pouco abaixo dos valores para superfície lisa na região imediatamente depois da interface rugoso-liso, alcançando os valores de superfície lisa um pouco mais a jusante.

Em meados da década de 90, os efeitos da rugosidade sobre a distribuição da velocidade média do escoamento estava, aparentemente, bem documentada, mas seus efeitos sobre a estrutura turbulenta ainda eram pouco conhecidos. Antonia e Krogstad [4, 64] e Antonia e Raupach [9], estudando correlações espaciais e análise espectral em escoamento sobre superfícies rugosas, encontraram evidências que contrariavam a "hipótese de similaridade de Townsend" que estabelece que o escoamento

turbulento fora da subcamada rugosa (a região influenciada por comprimentos de escala associados com os elementos rugosos) é independente da rugosidade da parede.

Shafi e Antonia [100, 101] verificaram que a superfície rugosa, quando comparada com a superfície lisa, reduzia a anisotropia do tensor de Reynolds e que, fora da região da parede, razoáveis estimativas da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , e das componentes do vetor vorticidade,  $\omega_i$ , podiam ser obtidas assumindo turbulência isotrópica.

Mazouz et al. [78] estudaram o escoamento turbulento em duto retangular cujas superfícies superior e inferior apresentavam rugosidade do tipo "k". O resultado que chamou mais a atenção foi a intensidade turbulenta na direção normal à parede,  $\overline{v^+v^+}$ . A rugosidade na parede do duto, quanto comparada com a superfície lisa, aumentou a anisotropia e diminuiu o valor de  $\overline{v^+v^+}$ . Esses resultados apresentaram comportamento inverso ao observado por outros pesquisadores em escoamento de camada limite turbulenta, onde a rugosidade diminuía a anisotropia [66] e aumentava o valor de  $\overline{v^+v^+}$  [100]. Os autores consideraram que as tensões cisalhantes originadas nas duas paredes do duto criaram uma interface turbulenta na região central do duto, contribuindo para o aumento da anisotropia.

Krogstad e Antonia [65] estudaram os efeitos da superfície rugosa sobre uma camada limite turbulenta comparando medições feitas sobre duas paredes distintas, cujas rugosidades apresentavam diferentes geometrias (tela com arames trançados e barras transversais de seção circular), mas produziam a mesma função rugosidade,  $\Delta\bar{u}/u_\tau$ . Eles concluíram que a geometria da rugosidade afetava significativamente as características turbulentas do escoamento, mesmo quando as geometrias eram escolhidas de modo a provocar o mesmo efeito sobre o perfil de velocidade média, conseqüentemente, a caracterização da rugosidade apenas pela inspeção dos seus efeitos sobre o perfil de velocidade média parecia inadequada. Antonia e Krogstad [5] posteriormente complementariram esse trabalho, declarando que embora a função rugosidade fosse útil para descrever os efeitos que a superfície rugosa provocava na distribuição de velocidade média na região interna da camada limite, não existia ainda nenhum esquema que fizesse uma previsão dos efeitos da rugosidade sobre as tensões de Reynolds na região externa da camada limite.



Com o início do século XXI, dois objetivos principais passam a ser perseguidos pelos pesquisadores que trabalham com escoamento sobre superfície rugosa: 1) a obtenção do coeficiente de atrito através da medição do perfil de velocidade média, sem que seja necessário fornecer parâmetros relacionados com a rugosidade; 2) a melhoria da troca térmica da parede pela introdução de elementos rugosos na superfície, com um mínimo de aumento de arrasto.

Experimentos em escoamentos de camada limite turbulenta têm mostrado que a região logarítmica diminui sua extensão com a diminuição do número de Reynolds, tornando-se extremamente pequena em escoamentos com baixo número de Reynolds, aumentando a incerteza na determinação da velocidade de atrito,  $u_\tau$ , através da lei da parede clássica (equação 2.4 para superfície lisa e equação 2.3 para superfície rugosa). Considerando o conceito clássico da camada limite ter três pisos (região interna, da parede ou subcamada viscosa; região intermediária ou logarítmica; região externa ou da esteira), leis de potência têm recebido atenção crescente como uma formulação alternativa para a região intermediária da camada limite, onde as forças turbulentas se equivalem às forças viscosas. Bergstrom et al. [19] realizaram experimentos em um canal aberto, medindo a velocidade longitudinal média do escoamento através de anemometria com laser Doppler. Foram utilizadas três tipos de superfície: lisa, rugosidade do tipo grão de areia e rugosidade com tela ondulada. As medições foram utilizadas para avaliar duas leis de potência, uma proposta por Barenblatt [15] e outra proposta por George e Castillo [45]. Os resultados indicaram que, para baixo número de Reynolds, as duas leis de potência podiam modelar uma extensão maior do perfil de velocidade média em coordenadas internas ( $u^+$ ,  $y^+$ ) que a lei logarítmica clássica. Mas, somente a lei de potência de George e Castillo mostrou-se adequada para a determinação do coeficiente de atrito tanto para superfície lisa quanto para superfície rugosa. Posteriormente, Kotey et al. [63] verificaram a lei de potência de George e Castillo [45] realizando experimentos em túnel de vento, não chegando porém a algum resultado conclusivo.

Iyengar e Farell [56] mediram diretamente a tensão cisalhante na parede através de uma balança com elemento flutuante montada na superfície inferior de um túnel de vento com 1,7m de largura, 1,8m de altura e 16m de comprimento. A superfície

apresentava como rugosidade cubos de 28mm da lado. Além da determinação direta, Iyengar e Farell determinaram indiretamente a velocidade de atrito através da análise do perfil das tensões de Reynolds e através da utilização de leis logarítmicas e de potência para o perfil de velocidade média. Comparando os resultados, os autores alertaram que, diferentemente da camada limite com parede lisa, a determinação da velocidade de atrito ( $u_\tau$ ) para parede rugosa, acompanhada do deslocamento da origem ( $\epsilon$ ) e da altura média da rugosidade ( $k$ ), através de formulações indiretas, podem fornecer valores não muito confiáveis, tendo em vista vários conjuntos de resultados concordarem com as curvas a serem ajustadas.

Com o objetivo de estudar o erro da origem para camada limite turbulenta hidrodinâmica e térmica, Avelino e Silva Freire [12] montaram um aparato experimental em túnel de vento onde o escoamento passava por 1m de superfície lisa e, posteriormente por 2m de superfície rugosa aquecida. As rugosidades consistiam de tiras de alumínio colocadas transversalmente sobre a superfície inferior do túnel de vento. Foram estudadas três configurações diferentes de rugosidade, duas do tipo "d" e uma do tipo "k". Avelino e Silva Freire destacaram que sobre o ponto de vista assintótico, o fator importante na determinação da estrutura do escoamento é a correta avaliação da ordem de grandeza das quantidades flutuantes e, conseqüentemente, analogias entre a transferência de quantidade de movimento e a transferência de calor poderiam ser construídas. Baseados na afirmação anterior e fazendo uma analogia com a equação 2.3, os autores sugeriram a seguinte lei da parede térmica para o escoamento sobre superfície rugosa:

$$\frac{\bar{T}_w - \bar{T}}{T_\tau} = \frac{1}{\kappa_T} \ln \left[ Pr \frac{(y_T + \epsilon_T) u_\tau}{\nu} \right] + A_T - \frac{\Delta \bar{T}}{T_\tau}. \quad (3.8)$$

O método de Perry e Jourbert [90] foi utilizado para determinar os erros na origem das camadas limite hidrodinâmica e térmica. Os resultados mostraram que para rugosidades do tipo "d", o erro da origem para os perfis de velocidade e temperatura seguem diferentes comportamentos, com  $\epsilon_T$  crescendo na direção longitudinal do escoamento a uma taxa maior que  $\epsilon$ . Já para as rugosidades do tipo "k", aparentemente,  $\epsilon_T$  e  $\epsilon$  tendem assintoticamente para o mesmo valor ao passo que o escoamento se afasta da linha de transição liso-frio/rugoso-quente.

Poggi et al. [94] investigaram de forma detalhada a intermitência e a anisotropia das pequenas escalas turbulentas em função da distância à parede. Os experimentos foram realizados num canal aberto com 9m de comprimento, 0,2m de altura e 0,3m de largura, cujo fluido de trabalho era água. Anemometria a laser Doppler foi utilizada para medir o campo de velocidade do escoamento. Foram realizados ensaios tanto sobre superfície lisa como sobre superfície rugosa, que foi obtida através da colocação de uma tela de aço inoxidável sobre a superfície inferior do canal. Poggi, Porporato e Ridolfi observaram que a interação das rugosidades com o movimento organizado próximo da parede induzia uma forte redução dos níveis de anisotropia e intermitência, quando comparados com os níveis relativos à superfície lisa. Segundo os autores, esta diferença na estrutura da turbulência parece estar ligada à injeção de energia turbulenta, feita pelos elementos rugosos, no escoamento nas proximidades da parede.

Recentemente, métodos experimentais indiretos de determinação da função rugosidade,  $\Delta\bar{u}/u_\tau$ , estão sendo desenvolvidos. Como exemplo, citamos o trabalho de Schultz e Myers [99], que compara três métodos para determinação da função rugosidade, utilizando como fluido de trabalho a água. Seus resultados são ainda primários, necessitando de mais evidências experimentais.

## 3.2 Aparato Experimental

Os experimentos foram realizados no túnel de vento de baixa velocidade instalado no Laboratório de Mecânica da Turbulência do PEM/COPPE/UFRJ. O túnel de vento é de circuito aberto, possui uma seção de testes de 10m de comprimento com seção reta quadrada de 67cm de lado. Um ventilador centrífugo impulsiona o ar que, antes de penetrar na seção de testes, passa por uma seção de colméias e por duas telas verticais para homogeneização do escoamento. Um conversor de frequência ligado ao ventilador do túnel possibilita variar a frequência de rotação do ventilador de 1 em 1 Hz até a frequência máxima de 60 Hz, com isso a velocidade do escoamento livre pode ser variada, quase que de forma contínua, de 0 até aproximadamente 4m/s. O nível de intensidade turbulenta do escoamento livre é de, no

máximo, 2 %.

A inclinação da parede superior da seção de testes pode ser ajustada para variar o gradiente de pressão na direção longitudinal do escoamento. Como a velocidade do túnel é muito baixa, é difícil medir o gradiente de pressão estática utilizando manômetro multitubo, pois mesmo com o manômetro colocado numa inclinação próximo da horizontal, é quase imperceptível o desnível entre as colunas do manômetro. Para garantir um gradiente de pressão nulo seria necessário instrumentar a seção de testes com manômetros digitais, não disponíveis em número suficiente no laboratório. Diante dessa dificuldade, optou-se por nivelar a parede superior da seção de testes e considerar o gradiente de pressão nulo, apesar do escoamento gerado possuir um gradiente de pressão favorável muito pequeno, fruto da perda de carga devido ao atrito do ar com as paredes do túnel.

A figura 3.6 mostra uma visão longitudinal da seção de testes do túnel de vento. A seção de testes é constituída por 8 (oito) subseções distintas e intercambiáveis, permitindo diversas configurações experimentais. A figura 3.7 mostra um desenho esquemático com a identificação das subseções que compõem a configuração da seção de testes utilizada neste trabalho. As subseções são confeccionadas em madeira, com exceção de uma das paredes laterais que é composta de acrílico transparente, permitindo a visualização e servindo de porta de acesso ao interior da seção de teste. Algumas subseções apresentam a parede inferior confeccionada em chapa de alumínio com 3mm de espessura, sob a qual é instalado um sistema de aquecimento por resistências elétricas, propiciando o desenvolvimento de camada limite térmica no interior da seção de teste. A tabela 3.1 lista as características de cada subseção.

Tabela 3.1: Características das subseções do túnel de vento.

<b>subseção</b>	<b>comprimento</b>	<b>parede inferior</b>	<b>sistema de aquecimento</b>
1 e 8	1,0 m	madeira	não há
2	2,0 m	alumínio	veja figura 3.8
3, 4, 5 e 6	1,0 m	alumínio	veja figuras 3.9 e 3.10
7	2,0 m	madeira	não há



Figura 3.6: Túnel de vento.

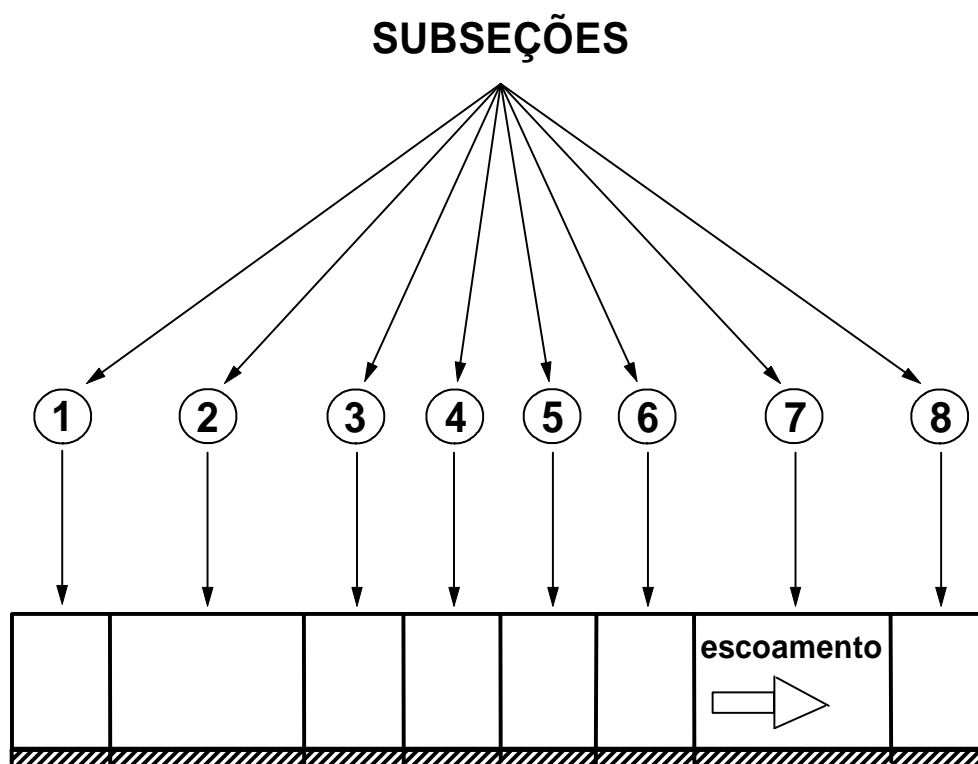


Figura 3.7: Identificação das subseções do túnel de vento.

Apenas alguns comentários acerca do desempenho do sistema de aquecimento da subseção 2 serão descritos, pois suas características estão disponíveis no trabalho de Avelino [11]. As duas resistências da subseção 2 foram confeccionadas com tubos de cobre na forma de serpentina, como mostra a figura 3.8. Com o túnel de vento ligado na velocidade máxima, verificou-se variações da ordem de 10 °C na temperatura ao longo da direção longitudinal da chapa de alumínio. Essa não uniformidade de temperatura foi atribuída à má distribuição dos pontos de contato da resistência com a chapa de alumínio e ao baixo rendimento do isolamento térmico do sistema.

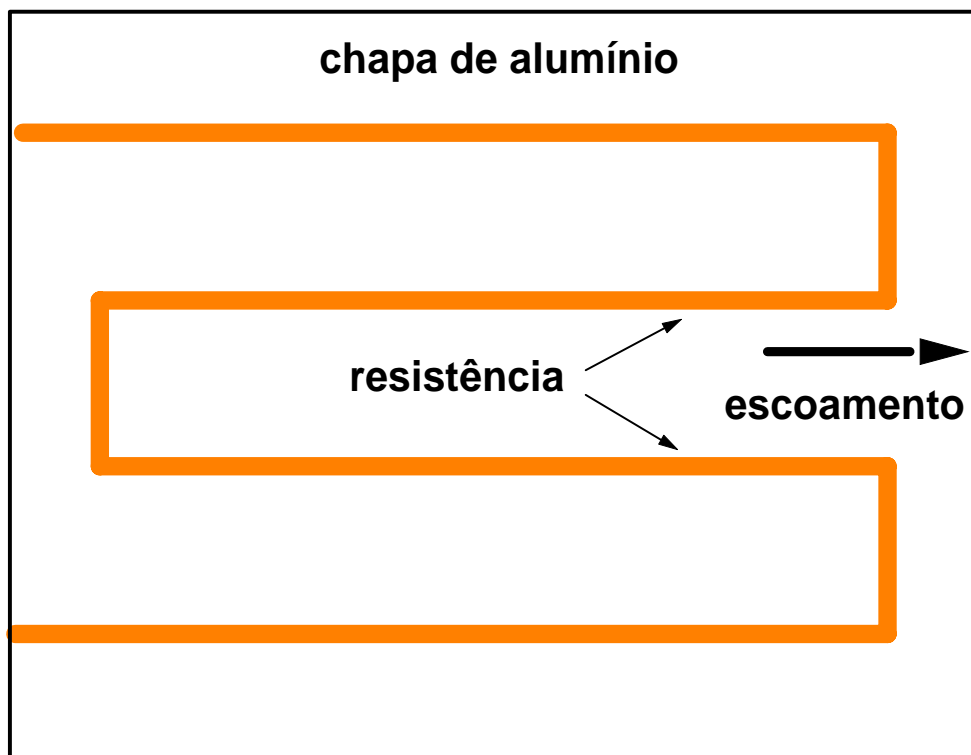


Figura 3.8: Resistência da subseção 2.

Para melhorar o desempenho da distribuição de temperatura, novo sistema de aquecimento foi desenvolvido e incorporado às subseções 3, 4, 5 e 6. A fonte de calor é um conjunto de resistências elétricas inseridas num "sanduíche" de folhas de mica com 48cm x 66cm. Os fios das resistências são achatados, fazendo com que a espessura do "sanduíche" não ultrapasse 2mm. Cada subseção possui dois conjuntos de resistências ligadas em série e controladas por um termostato com lâmpada piloto. O bulbo do termostato é colocado entre os dois conjuntos de resistências. A figura

3.9 apresenta um esquema da montagem do conjunto de resistências. O isolamento térmico desse sistema de aquecimento é composto por dois painéis rígidos de lã de vidro prensada, com espessura de 5cm cada um, colocados superpostos sob as folhas de mica, totalizando uma espessura de 10cm de lã de vidro. Uma camada de 5mm de lã cerâmica foi colocada entre as folhas de mica e os painéis de lã de vidro. Como a lã cerâmica é um material refratário, ela auxilia no isolamento térmico e evita que a lã de vidro seja queimada pelo contato direto com as resistências, que podem chegar a mais de 200 °C. A figura 3.10 mostra um esquema do isolamento térmico onde se pode verificar que todo o conjunto que compõem o sistema é montado sobre pressão, de modo que as folhas de mica fiquem em permanente contato com a chapa de alumínio, permitindo uma distribuição mais homogênea do fluxo de calor. Com o túnel de vento ligado na velocidade máxima, as variações de temperatura ao longo da direção longitudinal da chapa de alumínio não ultrapassam 5 °C. Maiores detalhes sobre esse sistema de aquecimento podem ser obtidos no trabalho de Cataldi [30].

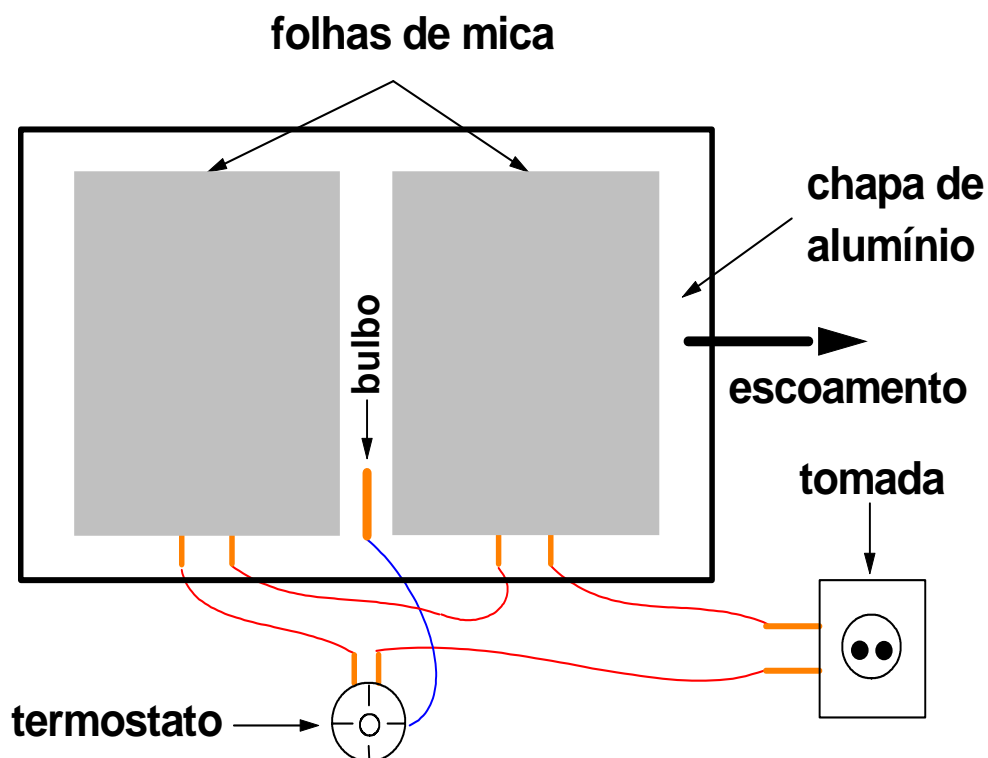


Figura 3.9: Disposição do conjunto de resistências das subseções 3, 4, 5 e 6.

As medidas instantâneas de velocidade e temperatura do escoamento foram

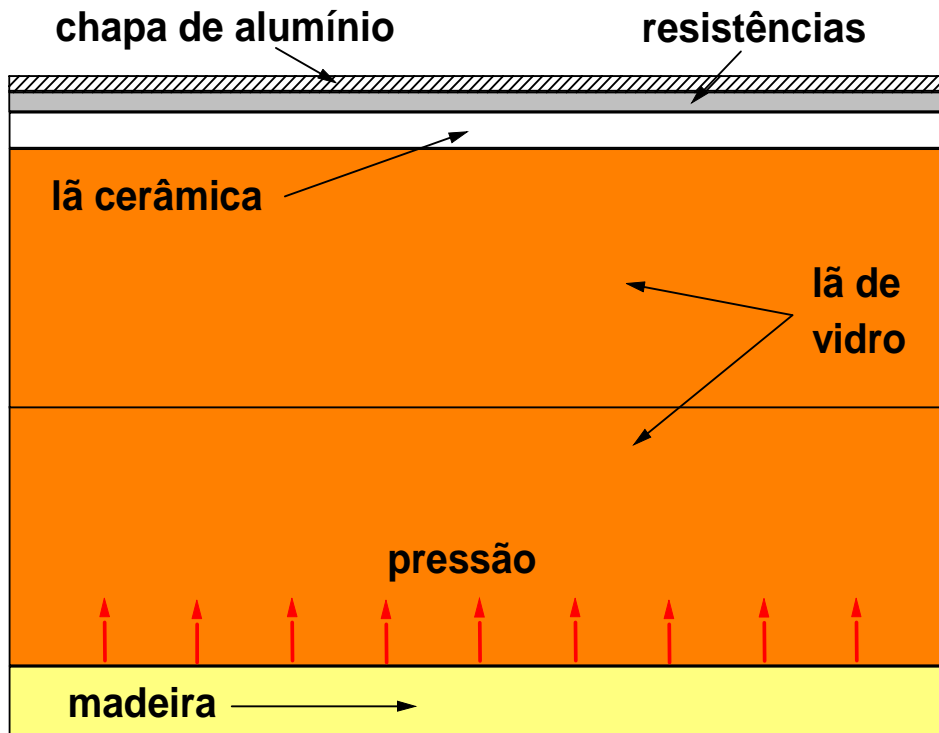


Figura 3.10: Isolamento térmico das subseções 3, 4, 5 e 6.

obtidas através de anemometria de fio quente. Como não é objetivo deste trabalho detalhar esta técnica, apenas os aspectos relevantes para o desenvolvimento dos experimentos serão abordados. As referências [75] e [29], entre outras, apresentam os principais fundamentos da anemometria de fio quente.

Foram utilizadas sondas com compensação de temperatura dos tipos 55R76 e 55R86, fabricados pela DANTEC. Essas sondas possuem dois sensores (fios) perpendiculares ao eixo da sonda que possibilitam medidas de velocidade em meios onde há variações da temperatura, além de medidas da própria temperatura do meio. A figura 3.11 mostra um desenho esquemático com as principais dimensões das sondas utilizadas e a tabela 3.2 lista as principais características dos sensores.

Na aquisição dos dados experimentais, cada sensor é ligado a um anemômetro de temperatura constante, marca KAURI. O sinal de cada sensor ao sair do anemômetro passa por um filtro passa-baixa de 1 kHz para que seja evitado o efeito de dobramento ou "aliasing" [18, pág. 337–339] na obtenção do espectro de frequência. A frequência dos filtros passa-baixa é conhecida como frequência de corte ou de



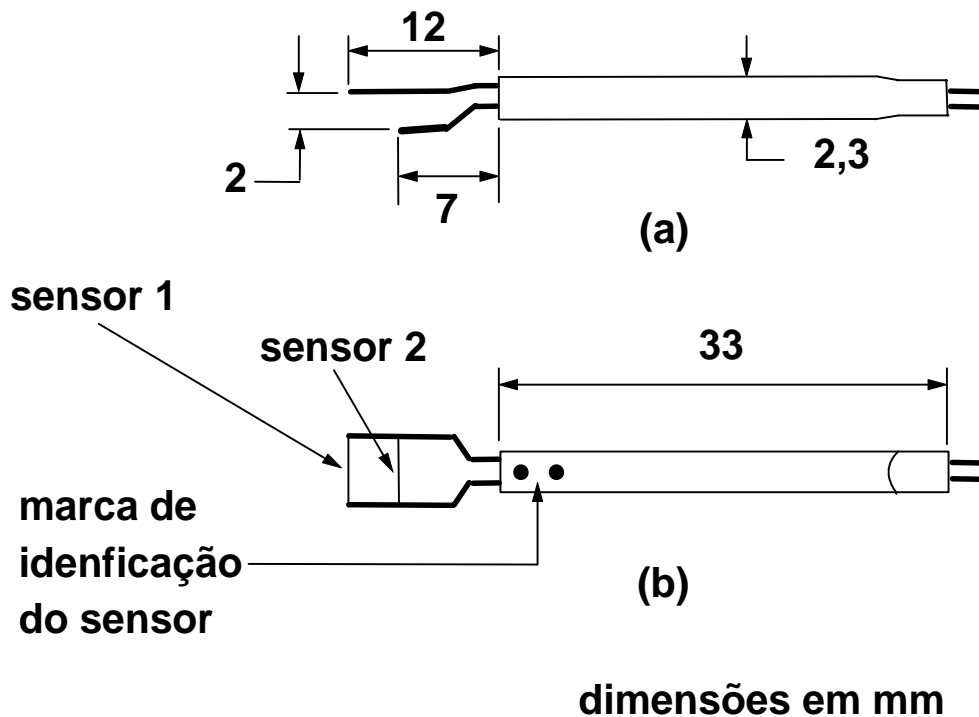


Figura 3.11: Dimensões das sondas utilizadas para medir os perfis de velocidade e temperatura.

Nylquist. A aquisição de dados é feita através de uma placa conversora analógico-digital (A/D), marca CIO-DAS modelo 1400, com 8 (oito) canais de 16 bits, trabalhando numa faixa de -10 a +10 volts, instalada num microcomputador com processador pentium III de 233MHz e 64MB de memória RAM. Dois canais da placa conversora recebem os sinais vindos dos dois filtros passa-baixa. Como os conectores na saída dos filtros passa-baixa são do tipo que recebem cabo coaxial e o conector de entrada da placa A/D é do tipo porta paralela (cabo de impressora), uma caixa comutadora faz a ligação física entre os filtros passa-baixa e a placa A/D. Um osciloscópio e um multímetro digital são conectados na saída dos filtros passa-baixa para que possa ser feito um acompanhamento qualitativo e quantitativo das leituras de voltagem adquiridas pelos anemômetros. A figura 3.12 apresenta um esquema da configuração dos equipamentos utilizados na aquisição de dados por anemometria.

A temperatura ambiente no interior da seção de testes e a temperatura da parede inferior do túnel foram medidas com termopares do tipo K, ligados a um datalogger da marca Pico, modelo TC-8, com oito canais de aquisição e software

Tabela 3.2: Características dos sensores de fio quente.

<b>sonda</b>	<b>material</b>	$d$ ( $\mu m$ )	$l_s$ (mm)	$l_s/d$
55R76	película de níquel depositado sobre um fio de fibra de quartzo	70,5	3	42,5
55R86	película de níquel depositado sobre um fio de fibra de quartzo	72	3	41,6

dedicado para aquisição desses dados. Para todos os termopares utilizados nos experimentos foram determinadas curvas de calibração, obtidas por comparação de leitura entre o termopar e um termômetro padrão colocados em banho de gelo.

Foram realizados experimentos em 04 (quatro) situações diferentes (veja a identificação das subseções na figura 3.7: (i) toda a seção de testes com superfície lisa na temperatura ambiente; (ii) toda a seção de testes com superfície lisa e as subseções 2, 3, 4, 5 e 6 com a superfície aquecida; (iii) toda a seção de testes na temperatura ambiente, sendo as subseções 2, 3, 4, 5 e 6 com superfície rugosa e as outras subseções com superfície lisa; (iv) as subseções 2, 3, 4, 5 e 6 com superfície rugosa e aquecida e as outras subseções com superfície lisa.

Somente os resultados dos experimentos realizados na temperatura ambiente serão apresentados neste trabalho, ou seja, as situações (i) e (iii) descritas no parágrafo anterior e referenciadas a partir deste ponto, respectivamente, como experimentos liso-frio e experimentos rugoso-frio.

A superfície lisa foi caracterizada pela colocação de placas de vidro temperado de 10mm de espessura sobre a superfície inferior da seção de testes. Cada placa possuía 67cm de largura e 1m ou 2m de comprimento, de acordo com o comprimento da subseção onde a placa era inserida. A superfície rugosa foi obtida dispondo-se barras de alumínio com seção reta retangular de 4,8mm de altura por 15,9mm de largura intercaladas, uma a uma, com barras de 9,5mm de altura por 15,9mm de largura. Todas as barras possuíam 67cm de comprimento e foram colocadas sobre

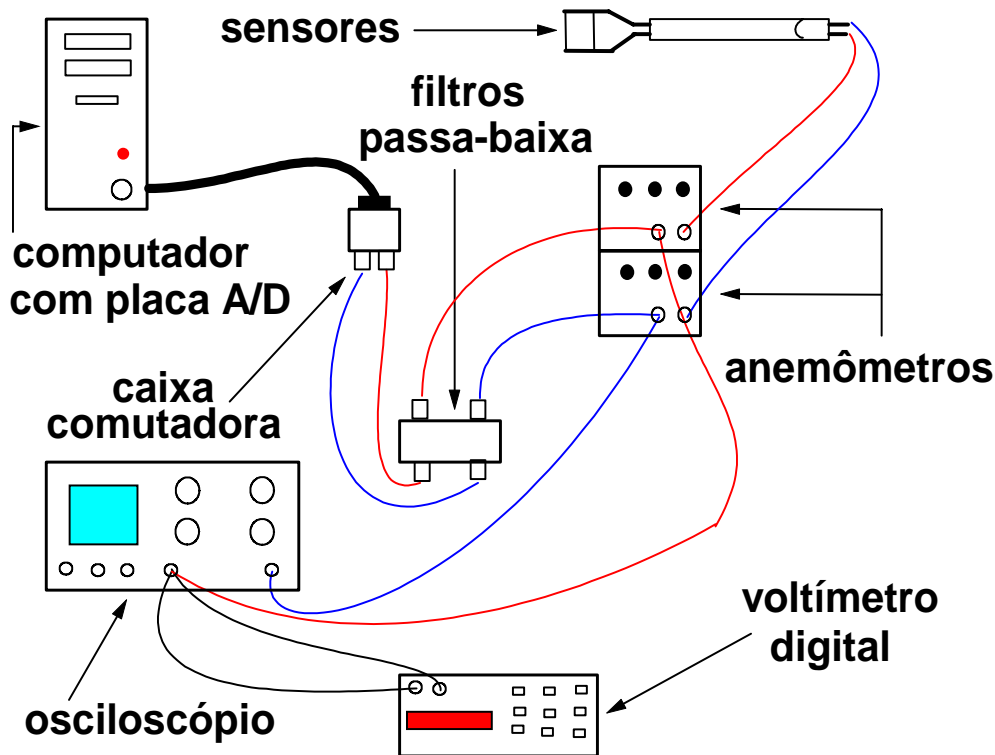


Figura 3.12: Esquema das ligações dos equipamentos utilizados na anemometria.

a superfície inferior da seção de testes alinhadas perpendicularmente com o eixo longitudinal do túnel. A figura 3.13 mostra os detalhes da geometria da rugosidade.

Uma comparação das configurações das seções de testes dos túneis de vento onde experimentos semelhantes ao realizado neste trabalho, com o escoamento passando de uma superfície rugosa para uma superfície lisa, são apresentados na tabela 3.3. As dimensões das rugosidades para os mesmos experimentos são apresentadas na tabela 3.4.

### 3.3 Posicionamento da Sonda em Relação ao Campo de Velocidade

O escoamento de camada limite é cisalhante ao longo da direção normal à superfície e isso deve ser levado em consideração ao decidir-se pelo posicionamento dos sensores. Na metodologia adotada para obtenção dos dados de anemometria, os dois sensores devem estar expostos ao mesmo campo de velocidade e temperatura.

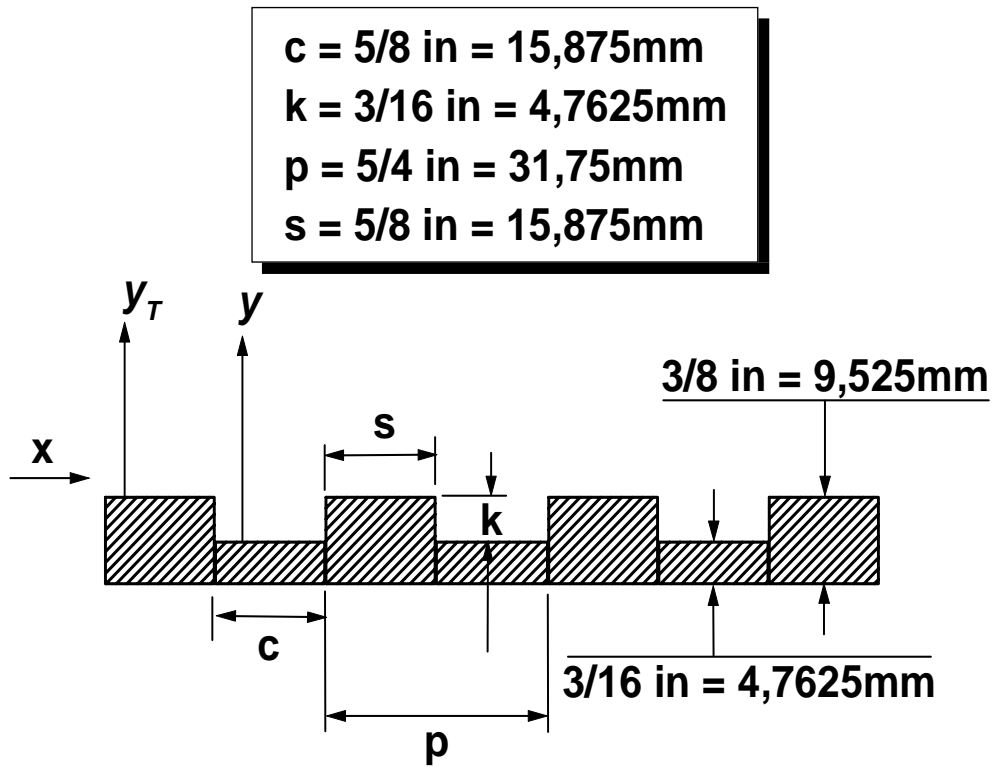


Figura 3.13: Geometria das rugosidades.

Tabela 3.3: Configuração das seções de testes em experimentos semelhantes.

experimento	seção reta	comprimento	$\bar{u}_e$
Antonia e Luxton [8]	$0,381m \times 0,229m$	$1,219m$ rugoso + $1,219m$ liso	6 e $10 \text{ m/s}$
Mulhearn [83]	$1,83m \times 0,61m$	$4,88m$ rugoso + $1,20m$ liso	$12,4 \text{ m/s}$
Narayana [86]	$0,4m \times 0,4m$	$0,535m$ rugoso + $0,649m$ liso	—
Taylor et al. [111]	$0,5m \times 0,1m$	$0,9m$ rugoso + $1,5m$ liso	$12,0 \text{ m/s}$
este trabalho	$0,67m \times 0,67m$	$6,0m$ rugoso + $3,0m$ liso	$4,0 \text{ m/s}$

Tabela 3.4: Dimensões das rugosidades em experimentos semelhantes.

<b>experimento</b>	<b>rugosidade</b>	<b>tipo</b>	<b>k (mm)</b>	<b>c (mm)</b>	<b>s (mm)</b>	<b>c/k</b>
Antonia e Luxton [8]	barras de madeira	k	3,18	9,52	3,18	3,00
Mulhearn [83]	pedras (cascalho)	—	—	—	—	—
Narayana [86]	lixa comercial	k	0,75	—	—	—
Taylor et al. [111]	semi-esferas de alumínio	—	0,635	2,54	1,27	4,00
este trabalho	barras de alumínio	k	4,7625	15,875	15,875	3,33

No caso da sonda ser posicionada com os dois sensores paralelos ao plano da parede, como na letra (a) da figura 3.11, os dois sensores não medem o mesmo campo de velocidade e temperatura, pois  $\partial u/\partial y \neq 0$  e  $\partial T/\partial y \neq 0$ . Já o posicionamento da sonda com os dois sensores perpendiculares à parede, conforme a letra (b) da figura 3.11, possibilita a medição do mesmo campo de velocidade e temperatura pelos dois sensores, pois o fato do escoamento ser considerado bidimensional, significa que os gradientes de velocidade e temperatura na direção transversal ao escoamento principal são nulos, ou seja,  $\partial u/\partial z = 0$  e  $\partial T/\partial z = 0$ . Optou-se por esta configuração em detrimento daquela, mas a presença de um gradiente da velocidade média ao longo do comprimento do sensor (veja figura 3.14) operado a temperatura constante causa uma distribuição de temperatura assimétrica no fio, que influi nas características de resposta do sensor [46, pp. 467].

Considerando o gradiente de velocidade linear, como na figura 3.14, o parâmetro de cisalhamento é definido como:

$$S = \frac{d}{\bar{u}_c} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{d}{\bar{u}_c} \frac{\Delta \bar{u}}{l_s}, \quad (3.9)$$

onde  $d$  e  $l_s$  são, respectivamente, o diâmetro e o comprimento do sensor,  $\bar{u}_c$  é a velocidade média no centro do sensor e  $\Delta \bar{u}$  é o incremento de velocidade média ao longo do sensor.

Gessner e Moller [46] alertam que sempre que  $S > 0$  os valores de velocidade obtidos no centro do sensor são menores que no caso do escoamento ser uniforme.

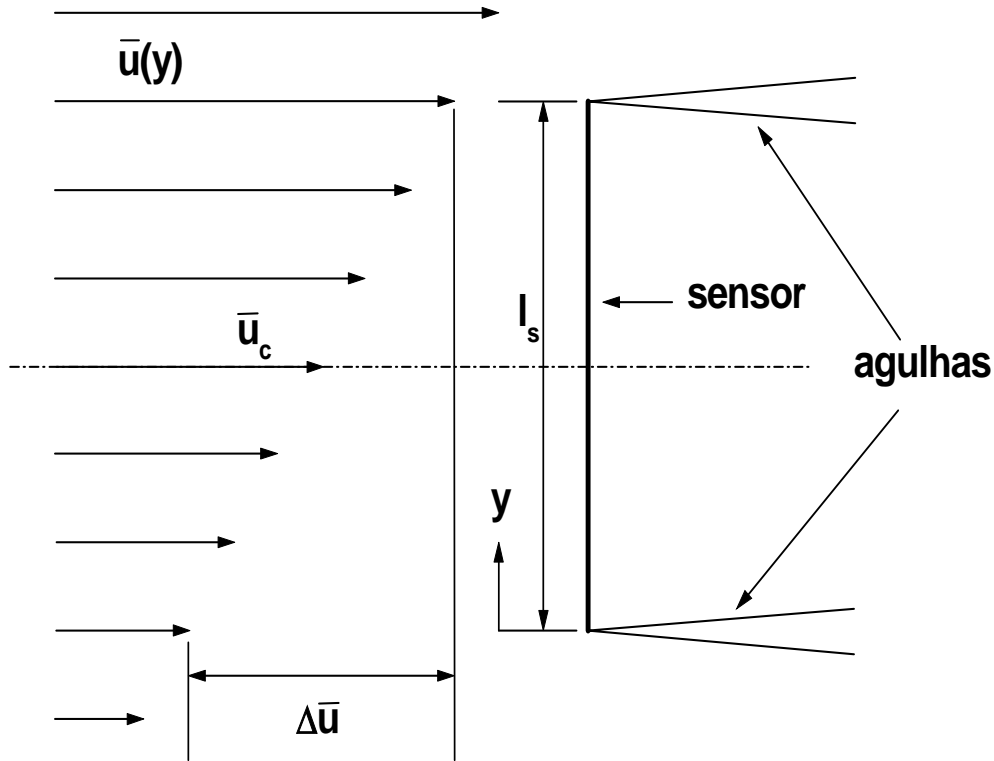


Figura 3.14: Posicionamento do sensor no escoamento cisalhante.

Para que essa diferença seja desprezível ( $< 1\%$ ), Gessner e Moller recomendam o uso de sensores com razão de aspecto  $l_s/d \leq 200$  em escoamentos cisalhantes com parâmetro de cisalhamento  $S \leq 2 \times 10^{-3}$ .

Quanto mais próximo da parede, maior é o gradiente de velocidade, e pela definição de  $S$  na equação 3.9, quanto menor  $\bar{u}_c$ , maior é  $S$ . Portanto, o maior parâmetro de cisalhamento será aquele do ponto medido mais próximo da parede.

Para cada perfil de velocidade medido, o maior parâmetro de cisalhamento foi estimado pela seguinte relação:

$$S = \frac{d}{\bar{u}_1} \left( \frac{\bar{u}_2 - \bar{u}_1}{l_s} \right), \quad (3.10)$$

onde  $\bar{u}_1$  é a velocidade média para o ponto do perfil medido mais próximo da parede (ponto 1) e  $\bar{u}_2$  a velocidade média para o ponto 2 do perfil, medido logo acima do ponto 1. O objetivo foi obter um valor para  $S$  com uma razoável margem de segurança, tendo em vista que o valor calculado é maior que o valor real, pois  $\bar{u}_2 - \bar{u}_1 > \Delta \bar{u}$  em todos os perfis medidos.

Os resultados de Gessner e Moller [46] mostram que para  $S \leq 1 \times 10^{-3}$  são desnecessárias correções para os valores de velocidade obtidos no centro do sensor quando  $l_s/d \leq 600$  e  $Re_f^{1/2} \leq 5$ , onde  $Re_f = \bar{u}_c d / \nu_f$  é  $\nu_f$  é a viscosidade cinemática do fluido na temperatura de filme do sensor,  $T_f = (T_s - \bar{T})/2$ . Com o objetivo de obter o maior valor de  $Re_f$  no perfil, sua determinação foi feita no ponto onde  $\bar{u}_c = \bar{u}_e$ .

Observando a tabela 3.2, verifica-se que as sondas utilizadas apresentam razão de aspecto,  $l_c/d$ , menor que 200 e em todos os perfis de velocidade medidos  $S \leq 2 \times 10^{-3}$  e  $Re_f^{1/2} \leq 5$ , não sendo necessário implementar nenhuma correção na resposta dos sensores.

### 3.4 Calibração dos Anemômetros

A aquisição dos dados experimentais inicia com a calibração dos anemômetros. Basicamente, o anemômetro de temperatura constante é uma ponte de Wheatstone, onde o sensor é um dos resistores, ligada a um circuito eletrônico que é projetado para manter a resistência de aquecimento do sensor, ou sua temperatura, constante. O fluido ao passar pelo sensor retira calor do sensor por convecção, modificando sua resistência e desequilibrando a ponte de Wheatstone, que gera uma diferença de potencial. Essa diferença de tensão alimenta um amplificador que tem uma corrente de saída inversamente proporcional à variação da resistência do sensor. A corrente do amplificador entra na ponte de Wheatstone e restabelece o valor original da resistência do sensor, equilibrando a ponte. Quanto maior a velocidade do fluido, mais calor é retirado do sensor e, conseqüentemente, maior é a tensão gerada na ponte de Wheatstone. A tensão de desequilíbrio da ponte de Wheatstone é a leitura de saída do anemômetro, ou seja, quanto maior a velocidade do fluido, maior será a tensão registrada no voltímetro que está ligado na saída do anemômetro. A variação da temperatura ambiente também é capturada pelo sensor e deve ser compensada na determinação da velocidade do escoamento. Portanto, o objetivo da calibração é estabelecer uma relação de transferência entre a voltagem fornecida pelo anemômetro e a velocidade média do fluido, em função da temperatura ambiente. Para tanto, é

necessário obter a velocidade média do fluido através de outro processo de medida, no mesmo ponto e no mesmo instante em que os dados do anemômetro estão sendo colhidos. O instrumento de medida utilizado para medir a velocidade do escoamento durante a calibração é o tubo de Pitot [43, pág. 159]. A seguir será descrito o processo de calibração utilizado neste trabalho.

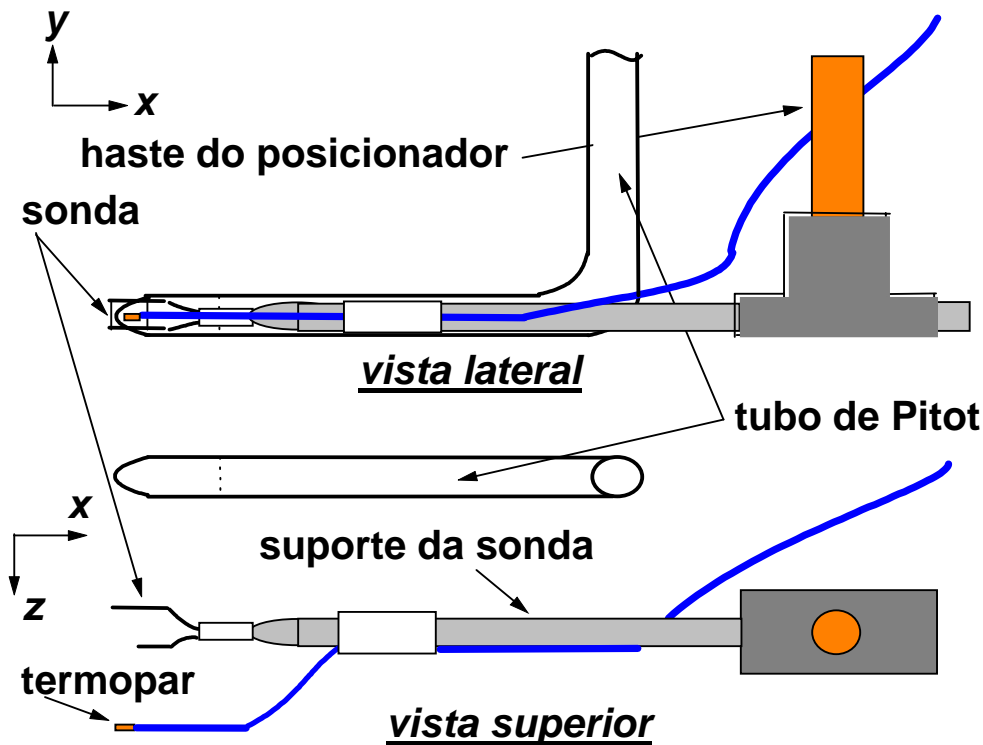


Figura 3.15: Posicionamento do tubo de Pitot, sonda e termopar para calibração dos anemômetros de temperatura constante.

O tubo de Pitot, a sonda e um termopar são alinhados num plano localizado nas proximidades do eixo central da seção de testes e paralelo à parede inferior do túnel, com afastamento suficiente um do outro na direção do eixo  $z$ , de modo que a esteira de um não interfira na medida do outro. A figura 3.15 mostra o alinhamento do conjunto termopar-sonda-tubo de Pitot. O tubo de Pitot foi mantido num local fixo da seção de testes. A sonda pode ser deslocada nas direções  $x$  e  $y$ , pois é fixada num suporte, que por sua vez está solidário a um posicionador automático. O posicionador trabalha com dois motores de passo com precisão de 0,25mm, um para a direção  $x$  e outro para a direção  $y$ . A figura 3.16 mostra o posicionador colocado



sobre o túnel de vento. O controle do posicionador é feito através de software desenvolvido no próprio Laboratório de Mecânica da Turbulência. O termopar desloca-se solidário à sonda pois é mantido fixo ao seu suporte. O escoamento nas proximidades do plano vertical que contém a linha central da seção de testes do túnel de vento pode ser considerado bidimensional, ou seja,  $\partial \bar{u} / \partial z = 0$  e  $\partial \bar{T} / \partial z = 0$ . Portanto, o termopar e a sonda, quando alinhados conforme a figura 3.15 estão medindo a mesma temperatura  $\bar{T}(x, y)$ , da mesma forma que o tubo de Pitot e a sonda estão medindo a mesma velocidade longitudinal  $\bar{u}(x, y)$ .

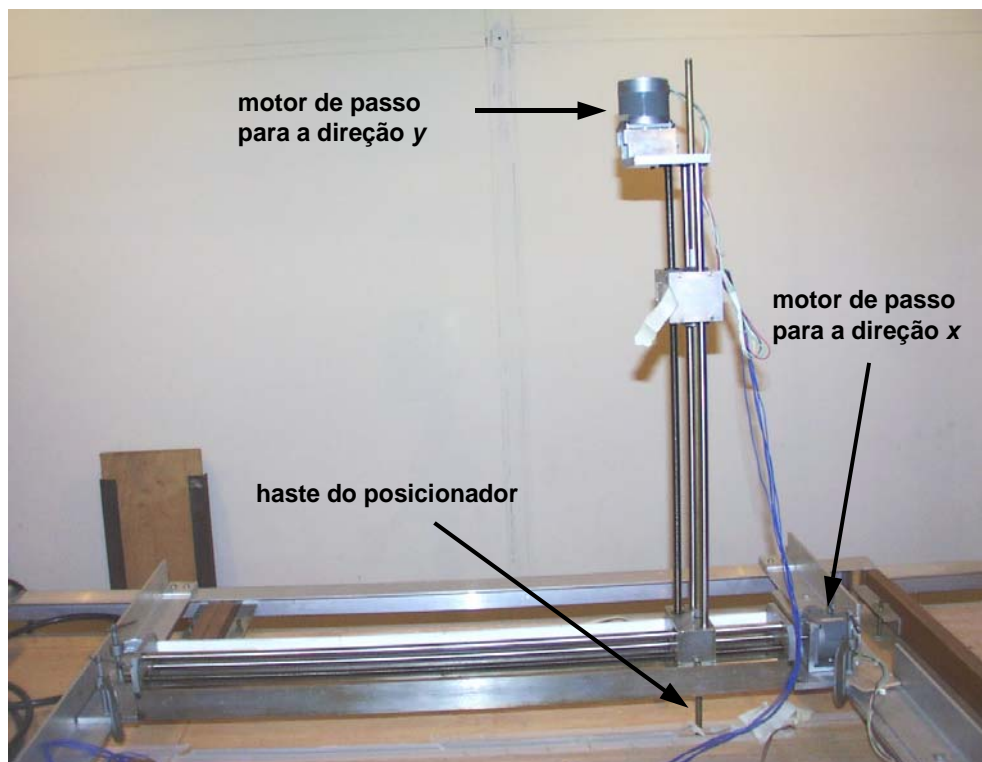


Figura 3.16: Posicionador automático.

Após alinhar o conjunto termopar-sonda-tubo de Pitot, a sonda de fio quente é retirada do suporte e substituída por uma sonda de curto-circuito, cuja resistência é aproximadamente zero. Ligando os cabos coaxiais que saem de cada sensor ao multímetro digital, mede-se  $R_c$  de cada sensor, ou seja, a resistência do cabo + resistência da conexão da sonda no suporte. A sonda de curto-circuito é retirada e a sonda de fio quente é recolocada no suporte. Assim, pode-se medir  $R_t$  de cada sensor, ou seja, a resistência do cabo + a resistência das agulhas (duas hastes onde

o sensor é soldado) + a resistência do sensor. Com os dados obtidos, a resistência de cada sensor ( $R_a$ ) é calculada,  $R_a = R_t - R_c - R_L$ , onde  $R_L$  é a resistência das agulhas. Os valores de  $R_L$  para as agulhas de cada sensor são fornecidos pelo fabricante da sonda.

Quando o sensor se rompe e um novo sensor tem que ser soldado nas agulhas. Antes de executar a soldagem, a resistência das agulhas deve ser determinada. Para isso, um resistor de resistência conhecida é conectado nas agulhas e  $R_t$  é medido com o resistor no lugar do sensor. Assim,  $R_L$  pode ser obtido por subtração de resistências, ou seja,  $R_L = R_t - R_c - R_{resistor}$ .

O próximo objetivo no procedimento da calibração é determinar a temperatura de cada sensor aquecido. Quanto mais aquecido o fio, maior é sua sensibilidade para medir velocidade. Como o sensor mais a montante do escoamento (sensor 1 na figura 3.11) não recebe influência da esteira do sensor 2, suas leituras é que foram utilizadas para medir velocidade. Multiplicando  $R_a$  pela taxa de sobreaquecimento ( $S_a$ ) indicada pelo fabricante do anemômetro, no caso 1,5, um valor preliminar para a resistência do sensor aquecido ( $R_s$ ) é obtida, ou seja,  $R_s = R_a S_a$ . A temperatura do sensor aquecido é obtida pela equação abaixo [29, pp. 28]:

$$T_s = \frac{100}{\alpha_o} \left( \frac{R_s}{R_o} - 1 \right) + T_o, \quad (3.11)$$

onde  $T_o$  é uma temperatura de referência na qual a resistência do sensor  $R_o$  é conhecida e  $\alpha_o$  é o coeficiente de resistividade do sensor, em  $\%/^{\circ}C$ , na temperatura de referência. Os valores de  $T_o$ ,  $R_o$  e  $\alpha_o$  são fornecidos pelo fabricante da sonda.

Quando o sensor se rompe e um novo sensor tem que ser soldado nas agulhas, após a execução da soldagem, o coeficiente de resistividade do novo sensor deve ser determinado. O sensor, ligado a um multímetro digital é colocado num banho de gelo juntamente com um termopar. O banho ao ser aquecido permite leituras de resistência do sensor e de temperatura, ou seja, pontos  $(R_s, T_s)$  são coletados. A resistência do sensor está relacionada com a temperatura média do sensor através da seguinte relação [75, pp. 36]:

$$R_s = R_o \left[ 1 + \alpha_o (T_s - T_o) + \alpha_1 (T_s - T_o)^2 + \alpha_2 (T_s - T_o)^3 \right], \quad (3.12)$$

onde  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são coeficientes de resistividade de ordem superior. Escolhendo uma das leituras de  $T_s$  para ser a temperatura de referência  $T_o$ , faz-se um ajuste dos pontos  $[(T_s - T_o), R_s]$  com a equação 3.12, obtendo-se  $\alpha_o$ .

Para que a temperatura do sensor 1 aquecido não fosse muito baixa, diminuindo significativamente a sua sensibilidade para medir a velocidade do escoamento, e nem alta o suficiente para fundir o sensor, a taxa de sobreaquecimento era variada num processo iterativo até que a temperatura do sensor 1 se aproximasse de 80 % do valor da temperatura máxima ( $T_{sensor}$ ) que o sensor podia ser aquecido, sendo  $T_{sensor}$  fornecida pelo fabricante da sonda.

Foi verificado que quando as temperaturas dos sensores aquecidos apresentavam-se muito próximas uma da outra, valores complexos de temperatura e velocidade eram obtidos. Para evitar esse problema, após a determinação de  $T_s$  do sensor 1, a taxa de sobreaquecimento do sensor 2 também era variada num processo iterativo até que  $T_s$  do sensor 2 se aproximasse da metade do valor de  $T_s$  do sensor 1.

As resistências  $R_L$  e  $R_c$  precisam ser compensadas pelo anemômetro, pois fazem parte do braço da ponte de Wheatstone que contém  $R_s$ . Assim, a resistência de operação a ser registrada em cada anemômetro é  $R_s + R_L + R_c$  do respectivo sensor.

As duas saídas do tubo de Pitot são conectadas, através de mangueiras flexíveis, a um manômetro multitubo. Álcool hidratado foi utilizado como fluido do manômetro, pois sua massa específica é menor que a da água. A inclinação do manômetro com a horizontal,  $\beta_m$ , era medida por um clinômetro com precisão de 1', de modo que  $\beta_m$  era sempre menor ou igual a 3°. Essas ações tiveram por objetivo ampliar  $dH$  (veja equação 3.17) e, conseqüentemente, permitir leituras distintas de  $dH$  para, pelo menos, 20 (vinte) velocidades diferentes do túnel de vento.

O passo seguinte no procedimento da calibração é a coleta de dados para a obtenção das constantes de calibração. Com esse objetivo, um programa na linguagem Delphi foi desenvolvido para capturar as leituras de voltagem digitalizadas pela placa conversora A/D e calcular a média dessas leituras em cada ponto de medida. A diferença de altura entre as colunas do manômetro multitubo ( $dH$ ) e

a temperatura ambiente no interior da seção de testes do túnel de vento ( $T_a$ ) são dados de entrada fornecidos pelo usuário em cada ponto de medida. O Apêndice A apresenta o algoritmo do programa de aquisição de dados para calibração e alguns aspectos que merecem destaque serão abordados a seguir.

O tempo de aquisição ( $t$ ) de uma amostra de leituras de voltagem do anemômetro é função da taxa ou frequência de aquisição ( $F$ ) da placa conversora A/D e do tamanho da amostra ( $N$ ), ou seja, do número de leituras que serão obtidas em cada ponto de medida. Resumindo, a placa conversora captura  $N$  leituras de voltagem numa frequência  $F$ . Portanto, o tempo de aquisição não é um dado a ser fornecido pelo usuário do programa e sim calculado em função da frequência de aquisição e do número de amostras.

$$t = \frac{N}{F} \quad (3.13)$$

Foi verificado que a placa conversora A/D não apresentava bom desempenho quando a aquisição era feita em frequências abaixo de 1000 Hz, sendo assim, na calibração optou-se por  $F = 2000Hz$ . Bruun [29, pp. 93] recomenda um tempo de aquisição para a calibração entre 10 e 30 segundos. Como quanto maior o tempo de aquisição mais significativa é a média das leituras de voltagem, optou-se por  $t = 30s$ , de modo que  $N = 60000$  leituras.

Uma placa conversora A/D de 16 bits só pode identificar  $2^{16} = 65536$  valores diferentes de saída através de toda a faixa de entrada de dados de voltagem [29, pp. 124–125], de modo que um valor de leitura que esteja entre dois pontos digitais consecutivos é obtido por interpolação. Portanto, quanto menor a faixa de voltagem utilizada melhor será a resolução da placa, ou seja, menor será o erro de transformação do valor de voltagem analógico, recebido do anemômetro, para o valor digital, enviado pela placa A/D.

A placa A/D de 16 bits utilizada nos experimentos foi regulada para uma faixa de voltagem que vai de -10V a +10V. Como os dados de saída da placa A/D são valores inteiros ( $I$ ), foi montada uma tabela que relaciona cada valor discreto  $I$  na saída da placa A/D com um respectivo valor de voltagem ( $E_G$ ). Essa tabela é conhecida como *tabela de busca* e é obtida através da seguinte relação:

$$E_G = -10 + I \frac{20}{65536},$$

onde  $0 \leq I \leq 65536$ . Verifica-se que a resolução da placa é dada pela diferença entre dois valores de  $E_G$  correspondentes a dois valores inteiros,  $I$ , consecutivos. Assim, resolução da placa =  $E_G(1) - E_G(0) = -9,99969482 - (-10) = 0,00030518$  volts.

Caso o sinal, após sair do anemômetro, fosse linearizado através de uma unidade de condicionamento de sinal, antes de ser capturado pela placa A/D, seria necessário conhecer a voltagem de compensação ( $E_{off}$ ) e o ganho ( $G$ ) da unidade de condicionamento de sinal [29, pp. 121–122]. Sendo assim, a voltagem de entrada na placa ficaria:

$$E_{in} = G(E - E_{off}),$$

onde  $E$  é a voltagem de saída do anemômetro. Conseqüentemente, a voltagem de saída do anemômetro correspondente à voltagem de saída da placa A/D deveria ser corrigida para:

$$E_{anem} = \frac{E_G}{G} + E_{off}.$$

Nos anemômetros utilizados não há unidade de condicionamento de sinal,  $E_{off} = 0$  e  $G = 1$ . Assim, a voltagem digital correspondente à voltagem de saída do anemômetro é  $E_{anem} = E_G$ .

A leitura de cada amostra é feita de forma alternada entre cada canal de aquisição, com um tempo de retardo entre duas leituras consecutivas igual ao inverso da freqüência de aquisição máxima da placa A/D, que no caso é de 100.000 Hz. A tabela 3.5 mostra uma seqüência de 12 leituras e os tempos respectivos para uma freqüência de aquisição de 10 Hz. As leituras correspondentes em cada canal não são realizadas no mesmo instante de tempo, mas defasadas de 1/100.000 s. Os dados de leitura adquiridos pela placa A/D são armazenados em "buffers" na memória RAM do computador na seqüência de leitura mostrada na tabela 3.5 e transferidos para vetores cujo tamanho é igual à quantidade de amostras  $N$ .

Tabela 3.5: Tempo de leitura para dois canais da placa A/D com frequência de aquisição de 10 Hz.

CANAL 1		CANAL 2	
amostra	tempo (s)	amostra	tempo (s)
1	0	2	1/100000
3	1/10	4	1/10 + 1/100000
5	2/10	6	2/10 + 1/100000
7	3/10	8	3/10 + 1/100000
9	4/10	10	4/10 + 1/100000
11	5/10	12	5/10 + 1/100000

A voltagem média é representada pela média aritmética das  $N$  leituras de voltagem feitas durante o tempo de aquisição, ou seja,

$$E_m = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N E_{anem}(j).$$

A média das voltagens lidas por cada sensor, a diferença de altura das colunas do manômetro multitubo e a temperatura ambiente fornecida pelo termopar, nas 20 (vinte) velocidades diferentes do túnel de vento, são gravadas em um arquivo de dados e anotadas numa ficha, de modo que o procedimento de calibração possa ser repetido a qualquer momento. Um aplicativo desenvolvido no software de manipulação simbólica *Mathematica*<sup>R</sup> captura esses dados e calcula as constantes de calibração. O aplicativo tem por base o procedimento descrito por Bruun [29, pp. 220–222] e os principais equacionamentos são apresentados a seguir.

Com a temperatura de cada sensor aquecido, obtida pela equação 3.11, determina-se a diferença entre essa temperatura e a temperatura ambiente para cada ponto medido, ou seja,  $T_{s_1} - T_a$  e  $T_{s_2} - T_a$ .

A velocidade do fluido medido com o tubo de Pitot tem sua origem na seguinte relação:

$$P + P_d = P_o, \quad (3.14)$$

onde  $P$  é a pressão estática,  $P_d$  é a pressão dinâmica e  $P_o$  é a pressão de estagnação [3, pp. 173].

Com o tubo de Pitot alinhado com a direção longitudinal do escoamento, conforme pode ser visto na figura 3.15, por definição, a pressão dinâmica é dada pela equação:

$$P_d = \frac{1}{2} \rho (\bar{u}_{Pitot})^2, \quad (3.15)$$

onde  $\rho$  é a massa específica do ar e  $\bar{u}_{Pitot}$  é a velocidade longitudinal média do ar medida pelo tubo de Pitot.

Substituindo a equação 3.15 na equação 3.14 chega-se numa expressão para a velocidade longitudinal média do ar medida pelo tubo de Pitot.

$$\bar{u}_{Pitot} = \sqrt{\frac{2(P_o - P)}{\rho}} \quad (3.16)$$

A figura 3.17 mostra uma configuração esquemática do manômetro multitubo. A equação da estática dos fluidos é aplicada no líquido do manômetro para obter:

$$P_o - P = \rho_L g d H \sin \beta_m, \quad (3.17)$$

onde  $\rho_L$  é a massa específica do fluido do manômetro,  $g$  é a aceleração da gravidade local e  $\beta_m$  é o ângulo de inclinação do manômetro.

Depois de consultado um diagrama de compressibilidade, o ar nas condições de temperatura e pressão dos experimentos pode ser considerado como gás perfeito, portanto a massa específica do ar é determinada pela equação de estado dos gases perfeitos,

$$\rho = \frac{P}{R_{ar} T_a}, \quad (3.18)$$

onde  $R_{ar}$  é a constante do gás perfeito para o ar.

Substituindo as equações 3.17 e 3.18 na equação 3.16, chega-se na relação que determina a velocidade longitudinal média medida pelo tubo de Pitot.

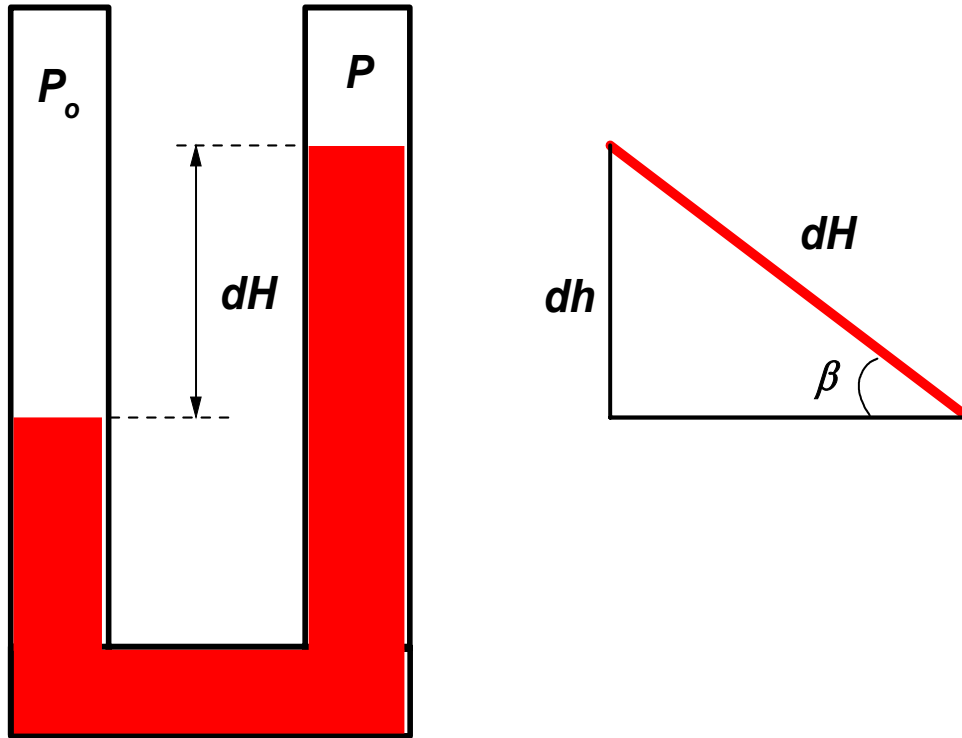


Figura 3.17: As colunas do manômetro multitubo ligadas ao tubo de Pitot.

$$\bar{u}_{Pitot} = \sqrt{\frac{2R_{ar}T_a\rho_LgdH \sin \beta_m}{P}} \quad (3.19)$$

A lei de King [60] é a mais bem conhecida das leis de transferência de calor utilizadas em anemometria de fio quente [75, pp. 62]. Ela relaciona a voltagem de resposta do anemômetro com a velocidade do fluido que troca calor por convecção com o sensor aquecido. Sua dedução pode ser vista em Bruun [29, pp. 19–30]. Para um sensor de fio quente ligado a um anemômetro de temperatura constante e desde que as variações de temperatura do escoamento sejam moderadas,  $T_a$  entre 10 e 80 °C, a lei de King é formulada pela seguinte expressão [29, pp. 215]:

$$\frac{E_m^2}{T_s - T_a} = \frac{(R_1 + R_c + R_L + R_s)^2}{R_s} [C + DU^n], \quad (3.20)$$

onde  $R_1$  é a resistência da ponte de Wheatstone ligada em série com o sensor,  $C$  e  $D$  são as constantes de calibração do anemômetro e  $U$  é a velocidade do escoamento.

As resistências  $R_1$ ,  $R_c$ ,  $R_L$  e  $R_s$  possuem valores constantes num anemômetro de temperatura constante, possibilitando o primeiro termo do produto do lado direito



da equação 3.20 ser incorporado às constantes de calibração  $C$  e  $D$ . O expoente  $n$  deve ser o mesmo para os dois sensores [29, pp. 221] e 0,45 é o valor mais indicado na literatura. Assim, a lei de King fica:

$$\frac{E_m^2}{T_s - T_a} = C + DU^{0,45}. \quad (3.21)$$

Os 20 (vinte) pontos  $[(\bar{u}_{Pitot})^{0,45}, E_m^2 / (T_s - T_a)]$  de cada sensor são ajustados pela equação 3.21 e as constantes de calibração  $C_1$ ,  $D_1$ ,  $C_2$  e  $D_2$  para os dois anemômetros são obtidas (os índices 1 e 2 correspondem aos anemômetros ligados, respectivamente, aos sensores 1 e 2 da figura 3.11).

Utilizando a equação 3.21 pode-se determinar a velocidade média do fluido, obtida por cada sensor, em cada ponto da calibração, substituindo os valores das voltagens médias e da temperatura ambiente obtidas durante a calibração, conforme pode ser visto nas equações 3.22 e 3.23.

$$\bar{u} = \left[ \frac{1}{D_1} \left( \frac{E1_m^2}{T1_s - T_a} - C_1 \right) \right]^{\frac{1}{0,45}} \quad (3.22)$$

$$\bar{u} = \left[ \frac{1}{D_2} \left( \frac{E2_m^2}{T2_s - T_a} - C_2 \right) \right]^{\frac{1}{0,45}} \quad (3.23)$$

onde  $E1_m$  e  $E2_m$  são, respectivamente, as voltagens médias obtidas pelos sensores 1 e 2 e  $T1_s$  e  $T2_s$  as temperaturas dos sensores 1 e 2 aquecidos.

As velocidades obtidas com a anemometria são comparadas com as velocidade medidas com o tubo de Pitot durante a calibração. Os pontos da calibração onde os erros relativos,  $(\bar{u} - \bar{u}_{Pitot}) / \bar{u}_{Pitot}$ , são maiores que 3 % são eliminados e uma nova determinação das constantes de calibração é feita.

Igualando as equações 3.22 e 3.23, onde  $T_a$  medida com o termopar é substituído por  $\bar{T}$ , chega-se numa equação do segundo grau para a temperatura média  $\bar{T}$  do escoamento (veja equações 3.24 – 3.27). Das duas raízes, somente uma tem significado físico, pois a outra apresenta valor negativo. Analogamente ao que foi feito para a velocidade, as temperaturas obtidas com a anemometria são comparadas com as temperaturas medidas com o termopar durante a calibração e os pontos da

calibração onde os erros relativos,  $(\bar{T} - T_a) / T_a$ , são menores que 3 % são eliminados e uma nova determinação das constantes de calibração é feita.

### 3.5 Aquisição dos Dados Experimentais de Anemometria

A sonda é levada pelo posicionador automático até uma posição longitudinal no túnel, aqui chamada estação, onde um perfil de dados de anemometria será adquirido e, posteriormente, é descida até as proximidades da parede inferior do túnel. Um bloco de espessura padrão é colocado sob o corpo da sonda e o posicionador desce até que o corpo da sonda toque a superfície do bloco padrão, como mostra a figura 3.18. Com a espessura do bloco padrão e o diâmetro do corpo da sonda, chega-se na distância do centro dos sensores até a parede. Essa é a distância do ponto do perfil mais próximo da parede,  $y_1$ . Os dados em  $y_1$  são adquiridos. Posteriormente, o posicionador sobe de um valor  $\Delta y_1$ , chegando no próximo ponto de aquisição de dados,  $y_2 = y_1 + \Delta y_1$ . Esse procedimento se repete até que todos os pontos do perfil tenham seus dados adquiridos.

Quando a temperatura da parede precisa ser medida um termopar é mantido em contato com a superfície numa posição um pouco a jusante da posição dos sensores, como mostra a figura 3.19, de modo que a esteira do termopar não interfira nas medições realizadas pelos sensores nas proximidades da parede.

Um programa na linguagem Delphi captura as leituras de voltagem digitalizadas pela placa conversora A/D quando da medida de um ponto do perfil e armazena essas voltagens num arquivo de dados. Apesar dos arquivos serem grandes, aproximadamente 1.2 MB para cada ponto, esse procedimento possibilita o tratamento dos dados depois do trabalho experimental. Qualquer modificação ou implementação que se queira fazer na obtenção de resultados pode ser realizada sem a necessidade de novas medições. Um segundo arquivo de dados armazena, para cada ponto do perfil, a ordenada  $y$  e a temperatura ambiente  $T_a$  medida com o termopar solidário ao suporte da sonda.

A frequência de aquisição em todos os pontos medidos foi de 2500 Hz, pois a

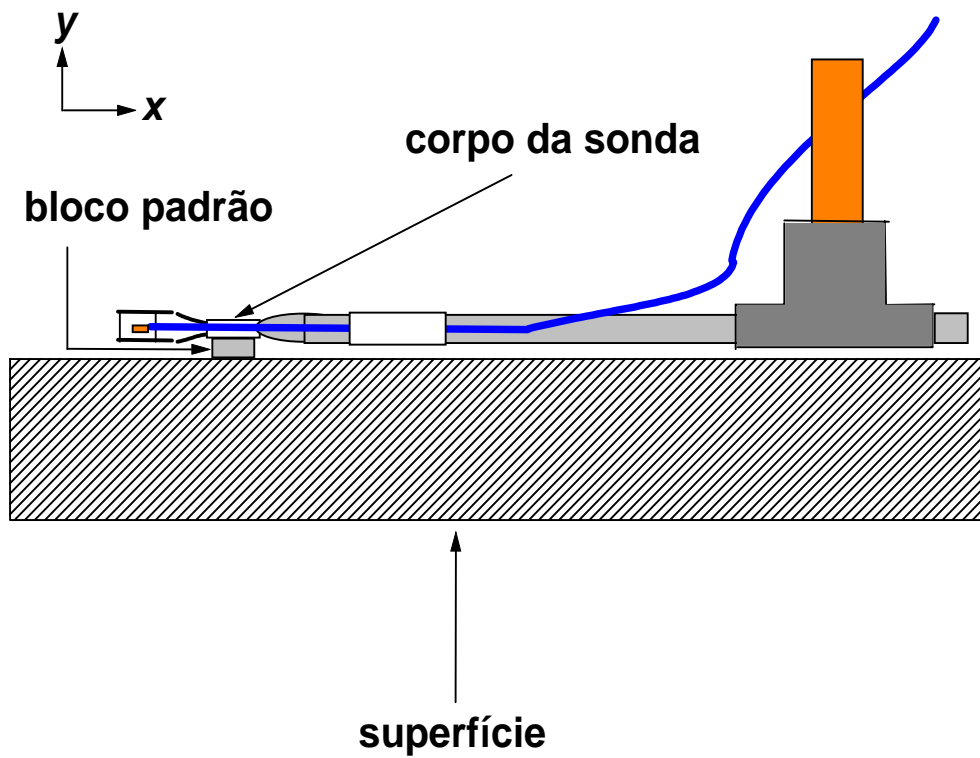


Figura 3.18: Bloco padrão sob a sonda.

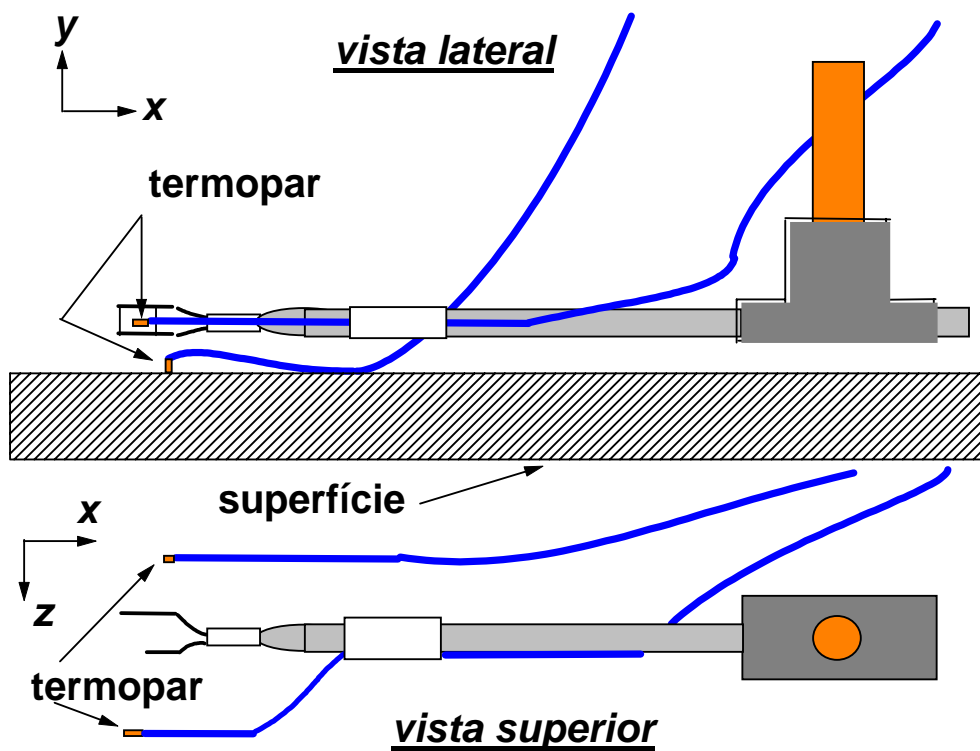


Figura 3.19: Posicionamento dos termopares durante a aquisição de dados.

frequência de corte  $F_c$  é a menor frequência que pode ser definida num processo de aquisição de sinais digitais de modo a evitar-se o dobramento de frequências [79] e a frequência de amostragem  $F$  deve ser o dobro de  $F_c$ , mas como nenhum filtro passa-baixa é uma função degrau perfeito, então se recomenda que  $F = 2,5F_c$ . Portanto, como  $F_c = 1000Hz$  (frequência do filtro passa-baixa de cada sensor),  $F = 2500Hz$ .

O tamanho da amostra em todos os pontos medidos foi de  $N = 2^{17} = 131072$  leituras, pois era necessário que  $N$  fosse uma potência de 2, tendo em vista cumprir uma necessidade do procedimento para calcular a transformada de Fourier conhecido como FFT (fast Fourier transformer) [41].

Da equação 3.13, verifica-se que para  $F = 2500Hz$  e  $N = 2^{17}$ , o tempo de aquisição em cada ponto medido foi de 53 segundos.

### 3.6 Determinação dos Dados Estatísticos no Domínio do Tempo e da Frequência

Os pontos discretos da função de autocorrelação  $R_u$ , da função coeficiente de autocorrelação  $\rho_u$  e da função de densidade auto-espectral  $S_u$ , para cada ponto de um perfil de velocidade, foram determinadas através de um aplicativo desenvolvido em linguagem FORTRAN. O aplicativo também permite obter-se a função de autocorrelação para temperatura  $R_T$ , a função de correlação cruzada  $R_{uT}$ , a função coeficiente de autocorrelação para temperatura  $\rho_T$ , a função coeficiente de correlação cruzada  $\rho_{uT}$ , a função de densidade auto-espectral para temperatura  $S_T$  e a função de densidade de espectro cruzada  $S_{uT}$ . A seguir será descrito o equacionamento básico para determinação dos valores discretos de  $R_u$ ,  $\rho_u$  e  $S_u$ . As funções para temperatura e valores cruzados  $uT$  são obtidas de modo análogo.

Os dados instantâneos de temperatura  $T$  são obtidos igualando-se as equações 3.22 e 3.23, onde se chega na seguinte equação do segundo grau:

$$c_2T^2 + c_1T + c_0 = 0, \quad (3.24)$$

onde

$$c_2 = C_1 D_2 - C_2 D_1; \quad (3.25)$$

$$c_1 = D_2 [E1_{anem}^2 - C_1 (T1_s + T2_s)] + D_1 [C_2 (T1_s + T2_s) - E2_{anem}^2]; e \quad (3.26)$$

$$c_0 = D_2 T2_s (C_1 T1_s - E1_{anem}^2) + D_1 T1_s (E2_{anem}^2 - C_2 T2_s). \quad (3.27)$$

$E1_{anem}$  e  $E2_{anem}$  são os valores digitais de voltagem convertidos na placa A/D que correspondem às leituras dos dois anemômetros. Somente uma das raízes da equação 3.24 tem significado físico.

As velocidades instantâneas são obtidas através da equação 3.22, onde  $\bar{u}$  é substituído por  $u$ ,  $E1_m$  por  $E1_{anem}$  e  $T_a$  por  $T$ .

$$u = \left[ \frac{1}{D_1} \left( \frac{E1_{anem}^2}{T1_s - T} - C_1 \right) \right]^{\frac{1}{0,45}} \quad (3.28)$$

A temperatura média e a velocidade média,  $\bar{T} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t T(\theta) d\theta$  e  $\bar{u} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t u(\theta) d\theta$ , são estimadas pela média aritmética dos  $N$  valores de temperatura e velocidade instantâneas obtidas, respectivamente, pelas equações 3.24–3.27 e 3.28 durante o tempo de aquisição  $t$  [29, pp. 412].

$$\bar{T} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N T(j) \quad (3.29)$$

$$\bar{u} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N u(j) \quad (3.30)$$

A função de autocorrelação para  $u$  é definida como  $R_u(\zeta) = \overline{u'(\theta)u'(\theta + \zeta)}$ , onde  $\theta$  é o tempo instantâneo e  $\zeta$  é o tempo de retardo. Considerando que  $u(\theta) = \bar{u} + u'(\theta) \Rightarrow u'(\theta) = u(\theta) - \bar{u}$ , os valores discretos de  $R_u$  são obtidos pela seguinte relação [29, pp. 430]:

$$R_u(r/F) = \frac{1}{N-r} \sum_{j=1}^{N-r} [u(j) - \bar{u}][u(j+r) - \bar{u}], \quad (3.31)$$

onde  $r$  é conhecido como número de retardo. A quantidade de pontos discretos obtidos para a função de autocorrelação é igual a  $m + 1$ , pois  $r = 0, 1, 2, \dots, m - 2, m - 1, m$ , onde  $m$  é o número de retardo máximo.

A definição e a obtenção dos valores discretos da função coeficiente de auto-correlação [29, pp. 429] são estabelecidos na equação 3.32.

$$\rho_u(\zeta) = \frac{R_u(\zeta)}{R_u(0)} \Rightarrow \rho_u(r/F) = \frac{R_u(r/F)}{R_u(0)} \quad (3.32)$$

Para determinação dos valores discretos da função densidade auto-espectral, também conhecida como espectro de frequência, as  $N$  leituras de voltagem são divididas em  $n_d$  grupos. O tamanho da amostra e o tempo de aquisição de cada grupo são, respectivamente,

$$N_g = \frac{N}{n_d}; e \quad (3.33)$$

$$t_g = \frac{t}{n_d} = \frac{N}{F n_d} = \frac{N N_g}{F N} = \frac{N_g}{F}. \quad (3.34)$$

A figura 3.20 mostra a divisão das leituras de voltagem em  $n_d$  grupos.

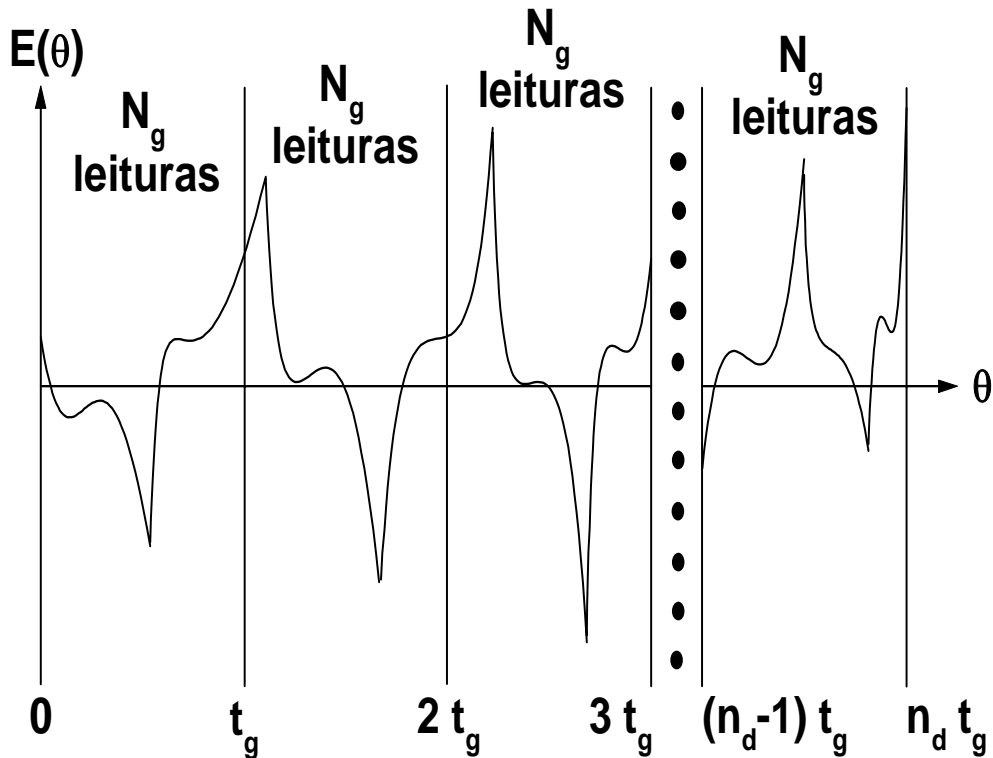


Figura 3.20: Divisão dos dados de voltagem para determinação do espectro de frequência.

A função de densidade auto-espectral  $S_u(f)$  para um processo randômico estacionário realizado num intervalo de tempo  $0 \leq \theta \leq t_g$  é definida por [29, pp. 438]:

$$S_u(f) = \lim_{t_g \rightarrow \infty} \frac{1}{t_g} M [|X(f, t_g)|^2], \quad (3.35)$$

onde  $M [|X(f, t_g)|^2]$  é a média ou valor esperado da soma do quadrado do módulo das transformadas de Fourier  $X(f, t_g)$ .

Se valores discretos para a equação 3.35 forem determinados por uma única amostra de leituras de voltagem, o erro produzido é muito grande [29, pp. 441]. Na prática, o erro pode ser extremamente reduzido se os valores discretos forem obtidos pela média aritmética dos  $n_d$  grupos, conforme equacionamento a seguir.

$$S_u\left(i\frac{1}{t_g}\right) = \frac{1}{n_d} \frac{1}{t_g} \sum_{j=1}^{n_d} \left| X_j\left(i\frac{1}{t_g}\right) \right|^2, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N_g - 2, N_g - 1 \quad (3.36)$$

Substituindo as equações 3.33 e 3.34 na equação 3.36, chega-se na equação abaixo.

$$S_u\left(i\frac{F}{N_g}\right) = \frac{F}{N} \sum_{j=1}^{n_d} \left| X_j\left(i\frac{F}{N_g}\right) \right|^2, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N_g - 2, N_g - 1 \quad (3.37)$$

A transformada de Fourier  $X(f)$  da função  $u(\theta)$  é definida como [29, pp. 437]:

$$X(f) = \int_0^{t_g} u(\theta) \exp^{-i2\pi f\theta} d\theta \quad (3.38)$$

Baseado na equação 3.38, a transformada de Fourier do "j-ésimo" grupo de  $N_g$  dados digitais pode ser expressa como [29, pp. 443]:

$$X_j\left(i\frac{F}{N_g}\right) = \left\{ \underbrace{\sum_{b=1}^{N_g} u[(j-1)N_g + b] \exp^{-i2\pi \frac{ib}{N_g}}}_{\text{resolvido por FFT}} \right\} \underbrace{\frac{1}{F}}_{\Delta\theta}, \quad (3.39)$$

onde  $f = i(1/t_g) = i(F/N_g)$  e  $\theta = b/F \Rightarrow f\theta = (ib)/N_g$ .

O termo no interior do somatório da equação 3.39 é determinado através da subrotina de FFT (fast Fourier transformer) [41] "DFFTCF" da biblioteca de subrotinas matemáticas *IMSL<sup>R</sup>*. Substituindo a equação 3.39 na equação 3.37, chega-se nos valores discretos para  $S_u$ .

$$\begin{aligned}
S_u\left(i\frac{F}{N_g}\right) &= \frac{F}{N} \sum_{j=1}^{n_d} |FFT|^2 \frac{1}{F^2} = \\
&= \frac{1}{NF} \sum_{j=1}^{n_d} |FFT|^2, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N_g - 2, N_g - 1
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Na determinação dos dados estatísticos no campo da frequência, as  $N = 2^{17} = 131072$  leituras de voltagem obtidas em cada ponto medido foram divididas em  $n_d = 512$  grupos para diminuição dos erros estatísticos. Conseqüentemente,  $N/n_d = 256$  valores de frequência foram obtidos em cada ponto medido.

### 3.7 Determinação dos Dados Estatísticos Médios e das Escalas da Turbulência

Os valores estatísticos médios as escalas turbulentas para os pontos de um perfil experimental de velocidade longitudinal foram obtidas através de um aplicativo desenvolvido em linguagem de manipulação simbólica *Mathematica*<sup>R</sup>. As principais fases da obtenção desses dados são apresentadas a seguir para um ponto qualquer pertencente a um perfil experimental, sendo que o aplicativo repete essas fases para todos os pontos do perfil. O aplicativo também possibilita a determinação dos valores estatísticos médios e das escalas turbulentas para os pontos de um perfil de temperatura de forma análoga ao aqui descrito para velocidade.

Os pontos discretos da função coeficiente de autocorrelação  $\rho_u(\zeta)$ , fornecidos pelo programa em FORTRAN descrito na seção anterior, são interpolados numericamente. Com a função  $\rho_u(\zeta)$  interpolada, calcula-se a escala de tempo integral [29, pp. 429] para  $u$  e  $T$ , definidas, respectivamente, por:

$$Ti = \int_0^{\infty} \rho_u(\zeta) d\zeta. \tag{3.41}$$

A escala de tempo integral é uma medida aproximada do intervalo de tempo no qual a grandeza flutuante  $u'(t)$  está correlacionada com ela mesma [112, pp. 210–211]. Para que dois eventos consecutivos no tempo sejam estatisticamente independentes, eles não podem estar correlacionados, portanto eles precisam ser medidos



num intervalo mínimo de tempo de  $2Ti$ . Como conseqüência, uma freqüência de aquisição igual a  $1/(2Ti)$  representa um bom critério de amostragem para análise de parâmetros médios. Amostragem com freqüência mais baixa pode aumentar o tempo de aquisição sem significativa diminuição da incerteza. Uma freqüência mais alta irá aumentar a incerteza do resultado, pois as amostras não serão estatisticamente independentes [29, pp. 415]. Assim, a freqüência para determinação dos dados estatísticos médios para velocidade é obtida por:

$$F_u = \frac{1}{2Ti}. \quad (3.42)$$

Para que os valores de voltagem usadas na determinação dos dados estatísticos médios estejam distanciados por um intervalo de tempo igual ou maior que  $2Ti$ , esses valores são escolhidos conforme a relação abaixo.

$$E(j) = E(nj \times i + 1), \quad i = 0, 1, 2, \dots, Nn - 2, Nn - 1. \quad (3.43)$$

Na equação 3.43,  $nj$  tem que ser um valor inteiro, portanto  $nj = \text{Int}[(2Ti)/\Delta t] + 1$ , se o resto da fração não for nulo, ou  $nj = (2Ti)/\Delta t$ , se o resto da fração for nulo, onde  $\text{Int}|x|$  significa a parte inteira do valor  $x$ . Isso garante um intervalo de tempo maior ou igual  $2Ti$ .

Também na equação 3.43,  $Nn = \text{Int}|N/nj|$ , sendo  $N$  o tamanho da amostra obtida durante a aquisição dos dados de voltagem e  $\Delta t = 1/F$ , sendo  $F$  a freqüência de aquisição dos dados de voltagem.

Com os pares de voltagem  $E1_{anem}(j)$  e  $E2_{anem}(j)$  escolhidos, são determinados os valores de velocidade instantânea  $u$  de acordo com a equação 3.28. Analogamente à equação 3.30, a velocidade média é estimada pela média aritmética das  $Nn$  amostras de voltagem.

$$\bar{u} = \frac{1}{Nn_u} \sum_{j=1}^{Nn_u} u(j) \quad (3.44)$$

O momento de segunda ordem ou variância para  $u$  é obtido pela seguinte manipulação [29, pp. 419].

$$\begin{aligned}
\sigma_u^2 = \overline{(u')^2} &= \frac{1}{Nn_u - 1} \sum_{j=1}^{Nn_u} [u'(j)]^2 = \frac{1}{Nn_u - 1} \sum_{j=1}^{Nn_u} [u(j) - \bar{u}]^2 = \\
&= \frac{1}{Nn_u - 1} \sum_{j=1}^{Nn_u} \{ [u(j)]^2 - 2\bar{u}u(j) + \bar{u}^2 \} = \\
&= \frac{1}{Nn_u - 1} \left\{ \sum_{j=1}^{Nn_u} [u(j)]^2 - 2\bar{u} \sum_{j=1}^{Nn_u} u(j) + \sum_{j=1}^{Nn_u} \bar{u}^2 \right\},
\end{aligned}$$

onde da equação 3.44 tem-se que

$$\begin{aligned}
\sum_{j=1}^{Nn_u} u(j) &= Nn_u \bar{u} \quad e \quad \sum_{j=1}^{Nn_u} \bar{u}^2 = Nn_u \bar{u}^2 \quad \Rightarrow \\
\sigma_u^2 = \overline{(u')^2} &= \frac{1}{Nn_u - 1} \left\{ \sum_{j=1}^{Nn_u} [u(j)]^2 - 2\bar{u} Nn_u \bar{u} + Nn_u \bar{u}^2 \right\} \Rightarrow \\
\sigma_u^2 = \overline{(u')^2} &= \frac{1}{Nn_u - 1} \left\{ \sum_{j=1}^{Nn_u} [u(j)]^2 - Nn_u \bar{u}^2 \right\} \quad (3.45)
\end{aligned}$$

A intensidade turbulenta, definida pela relação entre a raiz quadrada do momento de segunda ordem e a velocidade média [29, pp. 126], é determinada pela relação:

$$Tu = \frac{\sqrt{\overline{(u')^2}}}{\bar{u}}, \quad (3.46)$$

onde  $\overline{(u')^2}$  e  $\bar{u}$  são fornecidos, respectivamente, pelas equações 3.45 e 3.44.

Seguindo procedimento semelhante à obtenção de  $\sigma_u^2$ , o momento de terceira ordem ou assimetria de  $u$  é obtido pela seguinte equação [29, pp. 421]].

$$\sigma_u^3 = \overline{(u')^3} = \frac{1}{Nn_u} \left\{ \sum_{j=1}^{Nn_u} [u(j)]^3 - 3\bar{u} \sum_{j=1}^{Nn_u} [u(j)]^2 + 2 Nn_u \bar{u}^3 \right\} \quad (3.47)$$

Da mesma forma, o momento de quarta ordem ou achatamento de  $u$  é obtido pela seguinte relação.

$$\sigma_u^4 = \overline{(u')^4} = \frac{1}{Nn_u} \left\{ \sum_{j=1}^{Nn_u} [u(j)]^4 - 4\bar{u} \sum_{j=1}^{Nn_u} [u(j)]^3 + \right.$$

$$+6\bar{u}^2 \sum_{j=1}^{Nn_u} [u(j)]^2 - 3 Nn_u \bar{u}^4 \} \quad (3.48)$$

Um parâmetro importante a ser determinado é o intervalo de confiança para cada valor estatístico médio. Para tanto, a distribuição amostral utilizada na determinação de cada valor estatístico médio é considerada normal ou Gaussiana.

Seja  $\bar{x}$  um valor estatístico médio ou valor estimado qualquer de uma distribuição normal. O intervalo de confiança de  $\bar{x}$  para uma probabilidade de 99 % está compreendido entre os seguintes valores [29, pp. 409-415]:

$$\bar{x} - 2,57\sigma_x < \bar{x}(\theta) < \bar{x} + 2,57\sigma_x, \quad (3.49)$$

onde  $\bar{x}(\theta)$  é o valor da média da série temporal real de  $x(\theta)$  e  $\sigma_x$  é o desvio padrão das medidas discretas de  $x$ .

A equação 3.49 representa o intervalo no qual há uma probabilidade de 99 % do valor real da média de  $x(\theta)$  estar contida naquele intervalo. Em outras palavras, o intervalo de confiança representa a incerteza na obtenção de  $\bar{x}$  para um nível de confiança de 99 %.

Para uma distribuição normal, o desvio padrão das medidas discretas está relacionado com o desvio padrão da série temporal real através da seguinte relação:  $\sigma_x = \sigma_x(\theta)/\sqrt{Nn}$  [29, pp. 414], onde  $\sigma_x(\theta)$  é o valor do desvio padrão da série temporal real de  $x(\theta)$ .

Considerando o parágrafo anterior e a equação 3.49, o intervalo de confiança para a velocidade média  $\bar{u}$  está compreendido entre:

$$\bar{u} - 2,57 \frac{\sigma_u(\theta)}{\sqrt{Nn_u}} < \bar{u}(\theta) < \bar{u} + 2,57 \frac{\sigma_u(\theta)}{\sqrt{Nn_u}}. \quad (3.50)$$

Observando as equações 3.45 e 3.46 pode-se estimar que

$$\frac{\sigma_u(\theta)}{\bar{u}} \cong \frac{\sigma_u}{\bar{u}} \cong \frac{\sqrt{(\bar{u}')^2}}{\bar{u}} = Tu \Rightarrow \sigma_u(\theta) \cong \bar{u} Tu. \quad (3.51)$$

Substituindo a aproximação 3.51 na equação 3.50, chega-se no intervalo de confiança para  $\bar{u}$ .

$$\bar{u}(\theta) = \bar{u} \pm 2,57 \frac{\bar{u} Tu}{\sqrt{Nn_u}} \quad (3.52)$$

De acordo com a equação 3.49, o intervalo de confiança para a variância de  $u$ ,  $\sigma_u^2 = \overline{(u')^2}$  está compreendido entre:

$$\overline{(u')^2} - 2,57\sigma_{(u'u')} < \overline{[u'(\theta)]^2} < \overline{(u')^2} + 2,57\sigma_{(u'u')}. \quad (3.53)$$

Mas,  $\sigma_{(u'u')} \cong \sigma_u^2(\theta)/\sqrt{Nn_u}$  [29, pp. 420], fazendo com que a equação 3.53 fique,

$$\overline{(u')^2} - 2,57 \frac{\sigma_u^2(\theta)}{\sqrt{Nn_u}} < \overline{[u'(\theta)]^2} < \overline{(u')^2} + 2,57 \frac{\sigma_u^2(\theta)}{\sqrt{Nn_u}}. \quad (3.54)$$

Da equação 3.45, verifica-se que uma boa estimativa para  $\sigma_u^2(\theta)$  é  $\overline{(u')^2}$ , assim o intervalo de confiança para  $\overline{(u')^2}$  fica:

$$\begin{aligned} \overline{(u')^2} - 2,57 \frac{\overline{(u')^2}}{\sqrt{Nn_u}} < \overline{[u'(\theta)]^2} < \overline{(u')^2} + 2,57 \frac{\overline{(u')^2}}{\sqrt{Nn_u}} \Rightarrow \\ \overline{[u'(\theta)]^2} = \overline{(u')^2} \pm 2,57 \frac{\overline{(u')^2}}{\sqrt{Nn_u}}. \end{aligned} \quad (3.55)$$

De acordo com a equação 3.49, o intervalo de confiança para a assimetria de  $u$ ,  $\sigma_u^3 = \overline{(u')^3}$ , está compreendido entre:

$$\overline{(u')^3} - 2,57\sigma_{(u'u'u')} < \overline{[u'(\theta)]^3} < \overline{(u')^3} + 2,57\sigma_{(u'u'u')}. \quad (3.56)$$

Mas,  $\sigma_{(u'u'u')} \cong \sigma_u^3(\theta)\sqrt{6/Nn_u}$  [29, pp. 422], fazendo com que a equação 3.56 fique,

$$\overline{(u')^3} - 2,57\sigma_u^3(\theta)\sqrt{\frac{6}{Nn_u}} < \overline{[u'(\theta)]^3} < \overline{(u')^3} + 2,57\sigma_u^3(\theta)\sqrt{\frac{6}{Nn_u}}. \quad (3.57)$$

Da equação 3.45, verifica-se que uma boa estimativa para  $\sigma_u^3(\theta)$  é  $[\overline{(u')^2}]^{3/2}$ , assim o intervalo de confiança para  $\overline{(u')^3}$  fica:

$$\overline{(u')^3} - 2,57 [\overline{(u')^2}]^{3/2} \sqrt{\frac{6}{Nn_u}} < \overline{[u'(\theta)]^3} < \overline{(u')^3} + 2,57 [\overline{(u')^2}]^{3/2} \sqrt{\frac{6}{Nn_u}} \Rightarrow$$

$$[\overline{u'(\theta)}]^3 = \overline{(u')^3} \pm 2,57 [\overline{(u')^2}]^{3/2} \sqrt{\frac{6}{Nn_u}}. \quad (3.58)$$

De acordo com a equação 3.49, o intervalo de confiança para o achatamento de  $u$ ,  $\sigma_u^4 = \overline{(u')^4}$ , está compreendido entre:

$$\overline{(u')^4} - 2,57\sigma_{(u'u'u'u')} < [\overline{u'(\theta)}]^4 < \overline{(u')^4} + 2,57\sigma_{(u'u'u'u')}. \quad (3.59)$$

Mas,  $\sigma_{(u'u'u'u')} \cong \sigma_u^4(\theta)\sqrt{96/Nn_u}$  [29, pp. 422], fazendo com que a equação 3.59 fique,

$$\overline{(u')^4} - 2,57\sigma_u^4(\theta)\sqrt{\frac{96}{Nn_u}} < [\overline{u'(\theta)}]^4 < \overline{(u')^4} + 2,57\sigma_u^4(\theta)\sqrt{\frac{96}{Nn_u}}. \quad (3.60)$$

Da equação 3.45, verifica-se que uma boa estimativa para  $\sigma_u^4(\theta)$  é  $[\overline{(u')^2}]^2$ , assim o intervalo de confiança para  $\overline{(u')^4}$  fica:

$$\begin{aligned} \overline{(u')^4} - 2,57 [\overline{(u')^2}]^2 \sqrt{\frac{96}{Nn_u}} < [\overline{u'(\theta)}]^4 < \overline{(u')^4} + 2,57 [\overline{(u')^2}]^2 \sqrt{\frac{96}{Nn_u}} \Rightarrow \\ [\overline{u'(\theta)}]^4 = \overline{(u')^4} \pm 2,57 [\overline{(u')^2}]^2 \sqrt{\frac{96}{Nn_u}}. \end{aligned} \quad (3.61)$$

O próximo objetivo é a obtenção da dissipação da energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , mas para isso é necessário determinar a microescala espacial de Taylor. Cabe aqui uma observação, a microescala de Taylor não é um comprimento característico do escoamento, mas sim um comprimento de escala artificial para determinação de  $\varepsilon$ . Como somente correlações temporais puderam ser medidas, obteve-se a microescala temporal de Taylor. Mas, aplicando a hipótese de Taylor de "congelamento do escoamento", chega-se na microescala espacial. O texto a seguir descreve esse procedimento.

Como citado no início desta seção, os pontos discretos da função coeficiente de autocorrelação  $\rho_u(\zeta)$ , fornecidos pelo programa em FORTRAN descrito na seção anterior, são interpolados numericamente. Com a função  $\rho_u(\zeta)$  interpolada, calcula-se a microescala temporal de Taylor para a velocidade longitudinal,  $\Lambda_u$ , definida

como a curvatura da função coeficiente de autocorrelação na origem [112, pp. 211], conforme equação a seguir.

$$\left. \frac{d^2 \rho_u(\zeta)}{d\zeta^2} \right|_{\zeta=0} = -\frac{2}{\Lambda_u^2} \quad (3.62)$$

A microescala temporal de Taylor é obtida solucionando numericamente a equação 3.62 para  $\Lambda_u$ .

Expandindo  $\rho_u(\zeta)$  em série de Taylor em torno da origem, pode-se escrever, para pequenos valores de  $\zeta$  [112, pp. 211], que

$$\rho_u(\zeta) \cong 1 - \frac{\zeta^2}{\Lambda_u^2}. \quad (3.63)$$

A equação 3.63 representa uma parábola que concorda com a curva da função coeficiente de autocorrelação  $\rho_u(\zeta)$  nas proximidades da origem, conforme mostra a figura 3.21. Dessa forma é possível verificar o valor obtido para  $\Lambda_u$ . Observando a equação anterior, verifica-se que  $\Lambda_u$  possui unidade de tempo.

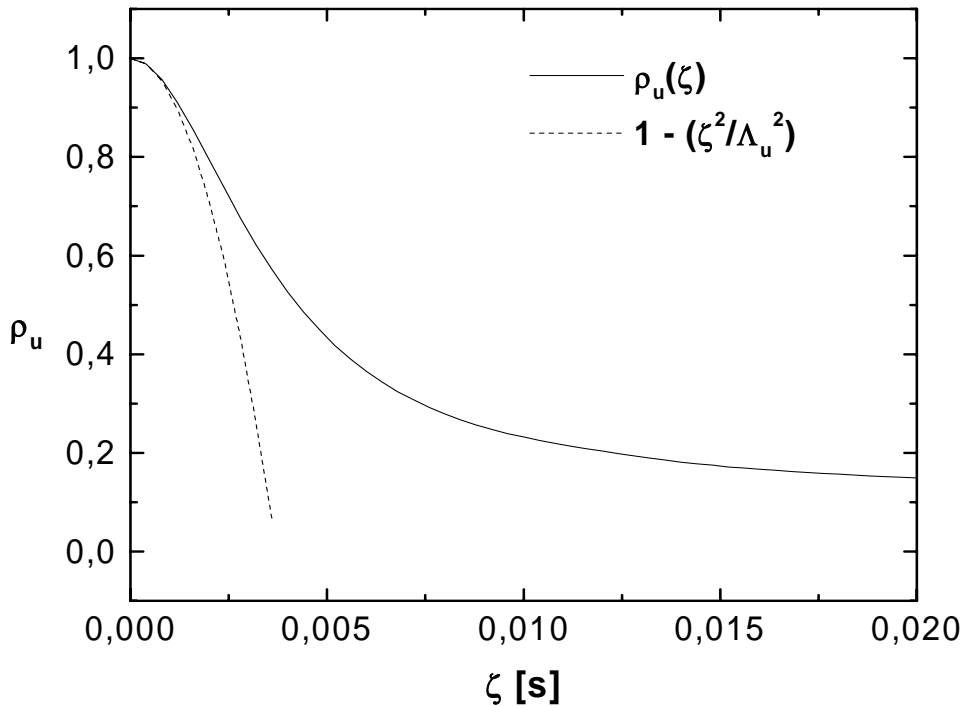


Figura 3.21: A função coeficiente de autocorrelação nas proximidades da origem.

Pode-se relacionar a microescala temporal de Taylor para velocidade longitudi-

nal,  $\Lambda_u$ , com a média do quadrado da variação temporal da flutuação da velocidade longitudinal do escoamento [112, pp.211] através da seguinte relação:

$$\overline{\left(\frac{du'}{d\theta}\right)^2} = 2 \frac{\overline{(u')^2}}{\Lambda_u^2}. \quad (3.64)$$

A hipótese de Taylor de "congelamento do escoamento" [29, pp. 64–66] relaciona a variação longitudinal com a variação temporal no ponto onde a medida de velocidade foi feita, assumindo que uma estrutura turbulenta ao passar pela sensor que mede velocidade encontra-se "congelada", sendo convectada pela velocidade média do escoamento. Em outras palavras, quando a velocidade flutuante é muito menor que a velocidade média, o tempo que a estrutura turbulenta leva para passar pelo sensor transportada pelo escoamento médio é muito menor que um período de oscilação de velocidade devido à turbulência.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = -\bar{u} \frac{\partial}{\partial x}. \quad (3.65)$$

Essa aproximação é boa se  $\overline{(u')^2}/\bar{u}^2 \ll 1$  [114, pp. 64–66].

Aplicando a hipótese de Taylor (equação 3.65) no lado esquerdo da igualdade da equação 3.64 [114, pp. 66], tem-se:

$$\overline{\left(\frac{du'}{dx}\right)^2} = \frac{2}{\bar{u}} \frac{\overline{(u')^2}}{\Lambda_u^2}. \quad (3.66)$$

A microescala espacial de Taylor para velocidade longitudinal,  $\chi_u$ , é definida por [112, pp. 66]:

$$\overline{\left(\frac{du'}{dx}\right)^2} = \frac{\overline{(u')^2}}{\chi_u^2}. \quad (3.67)$$

Igualando a equação 3.66 com a equação 3.67, obtem-se a microescala espacial de Taylor para velocidade longitudinal.

$$\chi_u = \frac{\bar{u}}{\sqrt{2}} \Lambda_u \quad (3.68)$$

Considerando a turbulência isotrópica, com a microescala espacial de Taylor pode-se determinar a dissipação de energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , pela seguinte relação [29, pp. 65]:

$$\varepsilon = 15\nu \frac{\overline{(u')^2}}{\chi_u^2}. \quad (3.69)$$

A viscosidade cinemática,  $\nu$ , é determinada por sua definição, ou seja, pela equação 3.73. A viscosidade dinâmica  $\mu$  para cada ponto do perfil é determinada pela equação de Sutherland (veja equação 3.72) e a massa específica  $\rho$  pela equação de estado para um gás perfeito (veja equação 3.18).

As escalas de comprimento, tempo e velocidade onde o processo de dissipação dos turbilhões ocorre são conhecidas como microescalas de Kolmogorov [112, pp. 20] e são obtidas, respectivamente, através das seguintes relações:

$$\eta = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon}\right)^{1/4}, \quad \varphi = \left(\frac{\nu}{\varepsilon}\right)^{1/2}, \quad e \quad v = (\nu\varepsilon)^{1/4}. \quad (3.70)$$

Finalizando a obtenção das escalas turbulentas, aplica-se a hipótese de Taylor (veja equação 3.65) na escala de tempo integral, equação 3.41, chegando-se na escala de comprimento integral,  $Li$  [29, pp. 64].

$$Li = \bar{u}Ti \quad (3.71)$$

A escala de comprimento integral é uma medida aproximada do comprimento dos grandes turbilhões que contêm altos níveis de energia [29, pp. 63].

## 3.8 Determinação das Espessuras da Camada Limite

Os parâmetros para cada perfil medido ao longo da camada limite também foram determinados através de um aplicativo desenvolvido em linguagem de manipulação simbólica *Mathematica*<sup>R</sup>. A obtenção dos principais parâmetros é apresentada a seguir para um determinado perfil experimental medido.

O primeiro parâmetro a ser determinado é a velocidade média do escoamento livre  $\bar{u}_e$ . Conforme descrito na seção 3.5, os dados de anemometria de cada perfil são extraídos da parede para o eixo central do túnel. Observa-se que quanto mais os sensores se afastam da parede, maior é o valor de velocidade média obtida, até que



a partir de uma determinada distância da parede começa haver uma intermitência nesses valores de voltagem média, indicando que a região de escoamento potencial está se aproximando e que a aquisição de dados para aquele perfil pode terminar. Em vista dessa região de intermitência, onde o escoamento hora se comporta como turbulento e hora se comporta como laminar, a determinação precisa da velocidade média do escoamento livre é difícil. Neste trabalho optou-se pela escolha da maior velocidade média obtida no perfil como sendo a velocidade do escoamento livre. Como todo o trabalho experimental foi realizado com o túnel de vento na velocidade máxima, o valor obtido para  $\bar{u}_e$  só é aceito quando um erro relativo menor que 3 % é obtido entre  $\bar{u}_e$  e a velocidade máxima do túnel de vento medida com o tubo de Pitot durante a calibração dos sensores.

A viscosidade dinâmica  $\mu$  para cada ponto do perfil é determinada através da equação de Sutherland (equação 3.72), onde a temperatura média do ponto,  $\bar{T}$ , é dada em  $^{\circ}C$ . Já a viscosidade cinemática  $\nu$  é obtida pela definição dada pela equação 3.73, sendo a massa específica  $\rho$  determinada através da equação 3.18, onde  $T_a$  é substituído por  $\bar{T}$ .

$$1,7894 \times 10^{-5} \left( \frac{\bar{T} + 273,15}{288,16} \right)^{3/2} \left( \frac{110,4 + 288,16}{110,4 + \bar{T} + 273,15} \right) \quad (3.72)$$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.73)$$

Uma interpolação polinomial é feita com os pontos experimentais  $(y, \nu)$ , de modo que para qualquer valor de  $y$  seja possível obter-se um valor correspondente para a viscosidade cinemática, ou seja,  $\nu(y)$ . Da mesma forma, os pares ordenados experimentais  $(y, \bar{u})$  são interpolados obtendo-se a função  $\bar{u}(y)$ , no caso de parede lisa. Para superfície rugosa, os pares ordenados experimentais interpolados para obtenção da função  $\bar{u}(y)$  são  $(y = y_T + \epsilon, \bar{u})$ , onde  $y_T$  é a distância do ponto experimental ao topo dos elementos rugosos e  $\epsilon$  é o erro ou deslocamento na origem.

O valor da espessura de velocidade da camada limite,  $\delta$ , é obtida por tentativa e erro. Valores de  $y$  são escolhidos até que a função interpolante  $\bar{u}(y)$  registre o valor de  $0,99 \bar{u}_e$ . O valor de  $Re_{\delta}$  é determinado pela equação 3.74, onde  $\nu(y_e)$  é o

valor da função interpolante  $\nu(y)$  correspondente à coordenada  $y$  onde a velocidade do escoamento livre  $\bar{u}_e$  foi determinada.

$$Re_\delta = \frac{\bar{u}_e \delta}{\nu(y_e)} \quad (3.74)$$

Para a determinação da espessura de deslocamento da camada limite,  $\delta_1$ , e da espessura de quantidade de movimento,  $\delta_2$ , um procedimento semelhante ao descrito anteriormente para  $\delta$  é utilizado. Primeiramente, os respectivos pares ordenados experimentais  $(y, 1 - \frac{\bar{u}}{\bar{u}_e})$  e  $[y, \frac{\bar{u}}{\bar{u}_e} (1 - \frac{\bar{u}}{\bar{u}_e})]$  são interpolados, obtendo-se as funções  $f_1(y) = 1 - \frac{\bar{u}(y)}{\bar{u}_e}$  e  $f_2(y) = \frac{\bar{u}(y)}{\bar{u}_e} (1 - \frac{\bar{u}(y)}{\bar{u}_e})$ . Em seguida, as espessuras  $\delta_1$  e  $\delta_2$  são obtidas, respectivamente, pela integração numérica das funções interpolantes  $f_1$  e  $f_2$ , de acordo com as equações 3.75 e 3.76. É importante ressaltar que nas interpolações dos pontos experimentais para determinação das funções  $f_1$  e  $f_2$  o ponto (0,0) foi incluído de modo a permitir a integração até a parede.

$$\delta_1 = \int_0^{y_e} \left( 1 - \frac{\bar{u}(y)}{\bar{u}_e} \right) dy \quad (3.75)$$

$$\delta_2 = \int_0^{y_e} \frac{\bar{u}(y)}{\bar{u}_e} \left( 1 - \frac{\bar{u}(y)}{\bar{u}_e} \right) dy \quad (3.76)$$

Os valores de  $Re_{\delta_1}$  e  $Re_{\delta_2}$  são determinados, respectivamente, pelas equações 3.77 e 3.78, onde  $\nu(y_e)$  é o valor da função interpolante  $\nu(y)$  correspondente à coordenada  $y$  onde a velocidade do escoamento livre,  $\bar{u}_e$ , foi determinada.

$$Re_{\delta_1} = \frac{\bar{u}_e \delta_1}{\nu(y_e)} \quad (3.77)$$

$$Re_{\delta_2} = \frac{\bar{u}_e \delta_2}{\nu(y_e)} \quad (3.78)$$

Finalmente, com a relação entre a espessura de deslocamento e a espessura de quantidade de movimento, o fator de forma,  $H$ , é determinado.

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2} \quad (3.79)$$

# Capítulo 4

## Trabalho Numérico

O tema central deste capítulo é, conhecido um ou mais perfis de velocidade longitudinal média,  $\bar{u}$ , num escoamento de camada limite turbulenta incompressível sobre superfície plana lisa ou rugosa, simular numericamente um perfil a montante utilizando a metodologia de problema inverso.

Inicialmente, uma pequena revisão bibliográfica acerca da metodologia de problema inverso e dos métodos numéricos utilizados em escoamento sobre superfície rugosa é apresentada. Em seguida, uma breve exposição do método gráfico de Clauser é feita, tendo em vista que tal método é ainda utilizado na obtenção da velocidade de atrito,  $u_\tau$ , em experimentos sobre superfície lisa. Posteriormente, é descrito como a determinação de parâmetros é feita para um perfil de velocidade média obtido experimentalmente, cujos resultados são utilizados para comparação com a simulação numérica. Finalizando o capítulo, a proposta numérica para a simulação do perfil a montante é apresentada.

### 4.1 Revisão Bibliográfica

Praticamente duas décadas depois dos trabalhos de Nikuradse [87] é que métodos numéricos começam a ser utilizados na simulação de escoamentos sobre superfície rugosa. Destaca-se nessa época o trabalho de van Driest [115]. Ele propôs que o termo turbulento da tensão cisalhante num fluido, conhecido como tensão de Reynolds  $\tau_t = (-\rho \overline{u'v'})$ , quando modelado pelo conceito de comprimento de mis-

tura, fosse multiplicado por um fator de amortecimento igual a  $\left[1 - e^{(-y^+/A^+)}\right]$ , de modo que se pudesse obter uma distribuição contínua da tensão cisalhante próximo a uma parede lisa, conforme as equações que se seguem.

$$\tau = (\mu + \mu_T) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (4.1)$$

onde

$$\mu_T = \rho l_{mix}^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right| \quad (4.2)$$

$$l_{mix} = \kappa y \left[ 1 - e^{(-y^+/A^+)} \right] \quad (4.3)$$

As proposições de van Driest tiveram como princípio a oscilação harmônica de um fluido sobre uma placa plana lisa em repouso, onde se observa que a ação da viscosidade diminui a amplitude de oscilação do fluido a medida que se aproxima da parede. Comparando perfis de velocidade longitudinal de escoamentos turbulentos sobre superfície lisa com escoamentos sobre superfície rugosa, van Driest observou que elementos rugosos com altura adimensional média,  $k^+ = u_\tau k_s / \nu$  maiores que 60 anulavam completamente a influência viscosa da parede, sendo que a geração de vórtices próximo à parede fazia com que o fator de amortecimento  $\left[1 - e^{(-y^+/A^+)}\right]$  desaparecesse da equação 4.3. Com isso, a idéia de destruição da subcamada viscosa, levantada por Nikuradse, foi observada através de uma visão quantitativa. O trabalho de van Driest foi de grande importância no desenvolvimento dos modernos modelos algébricos de turbulência, desenvolvidos a partir da década de 70, dentre os quais se destaca o modelo de Cebeci-Smith [33], utilizado neste trabalho.

O primeiro trabalho de problema inverso em escoamento de camada limite foi proposto por Keller e Cebeci [59]. Eles propuseram determinar numericamente o gradiente de pressão e, conseqüentemente, a distribuição de velocidade do escoamento livre de um escoamento de camada limite laminar, conhecida a tensão cisalhante na parede. Posteriormente, Cebeci et al. [34] estenderam o trabalho para camada limite turbulenta incompressível e, finalmente, Cebeci [31] aplicou a mesma metodologia para escoamento de camada limite compressível, laminar e turbulento, só que o dado conhecido era a espessura de deslocamento da camada limite e não a tensão na parede.

Paralelamente aos trabalhos de Cebeci e seus colaboradores, Antonia e Wood [10] simularam numericamente os perfis de velocidade média e de tensão de Reynolds obtidos experimentalmente em escoamento sobre superfície do tipo "d", usando o método de Bradshaw, Ferriss e Atwell [21].

Cebeci também trabalhou em simulação de escoamento sobre superfície rugosa e, juntamente com Chang [32], modificou o modelo de Cebeci e Smith [33] para que fosse levado em conta a rugosidade da parede, seguindo sugestões do trabalho de Rotta [95]. Foram implementadas simulações para  $c_f$ ,  $\delta_1$  e  $\delta_2$  em escoamentos com gradiente de pressão adverso, nulo e favorável. A metodologia empregada fundia as equações de conservação de massa e conservação de quantidade de movimento numa única equação diferencial, utilizando para isso a transformação de coordenadas de Falkner-Skan e o conceito de função de corrente. Os resultados obtidos mostraram-se promissores, embora fossem limitados às geometrias e gradientes de pressão estudados.

Depois dos trabalhos de Cebeci e seus colaboradores [59, 34, 31], a comunidade científica não se sentiu atraída por problema inverso aplicado à campos convectivos, voltando sua atenção para aplicação em problemas condutivos. A partir de medidas de temperatura, principalmente no interior de dutos, a metodologia de problema inverso tem sido empregada de forma intensa na estimativa: do fluxo de calor na parede, das condições iniciais ou de contorno desconhecidas, das propriedades termofísicas, da intensidade de fontes de calor e das configurações geométricas [113, 17, 49, 85, 2, 119].

No final da década de 80, Moutsoglou [81] contesta os trabalhos de Cebeci e seus colaboradores pelo fato de não ter sido divulgada uma análise da sensibilidade dos parâmetros medidos, no caso  $c_f$  e  $\delta_1$ . Dessa forma, a natureza não comportada ("ill-posed") do problemas inverso não foi levada em consideração, até porque a solução do problema direto foi utilizada como dado de entrada para o problema inverso. Aparentemente, Moutsoglu foi o primeiro a estabelecer um problema de convecção inverso. Simulando um escoamento laminar com convecção natural, estimou a temperatura e o fluxo de calor ao longo da parede de um canal vertical. Moutsoglou [82] também aplicou a metodologia de problema inverso para estimar o

fluxo de calor na parede para um escoamento laminar com convecção forçada.

A partir dos trabalhos de Moutsoglou até os dias atuais, problemas inversos de convecção forçada laminar em dutos passaram a ser estudados com o objetivo de estimar o perfil de temperatura inicial, o fluxo de calor na parede ou as propriedades termofísicas do fluido. Huang e Özisik [55] resolveram um problema inverso de determinação da variação do fluxo de calor através da parede para um escoamento laminar no interior de um duto de placas paralelas. Bokar e Özisik [20] estimaram a temperatura de entrada de um escoamento laminar transiente e plenamente desenvolvido num duto de placas paralelas. Liu e Özisik [74] fizeram uma análise inversa para identificar, simultaneamente, a condutividade térmica,  $K$ , e a capacidade térmica,  $\rho C_p$ , de um fluido em convecção forçada laminar no interior de um duto circular, a partir de medidas de temperatura tomadas numa única posição no interior do duto. Alekseev [1] estimou parâmetros do escoamento livre ( $\rho_e$ ,  $u_e$ ,  $T_e$ ) de uma camada limite laminar compressível usando medições do fluxo de calor em diferentes pontos da parede. Machado e Orlande [76] estimaram a variação temporal e espacial do fluxo de calor através da parede em um canal de placas paralelas, sob condições de escoamento laminar e plenamente desenvolvido. Hsu et al. [53] utilizaram a metodologia do problema inverso para estimar o perfil de temperatura na entrada e o fluxo de calor através da parede de um duto circular, sendo o escoamento bidimensional, laminar e hidrodinamicamente desenvolvido. Huang e Chen [54] resolveram um problema inverso de convecção forçada transiente, laminar e tridimensional em duto de geometria irregular, utilizando o código comercial CFX e estimando o fluxo de calor na parede.

Modelos de turbulência que pudessem simular, além do problema dinâmico, o problema térmico sobre superfície rugosa começaram a surgir em meados da década de 80, ainda que timidamente. Para escoamento incompressível, Ligrani et al. [72] propuseram um modelo de turbulência algébrico baseado no comprimento de mistura de Prandtl e fator de amortecimento de van Driest, veja equações 4.2 e 4.3, que combinava efeitos de transferência de calor e quantidade de movimento. Seguindo a mesma linha de raciocínio, Christoph e Pletcher [36] simularam escoamento compressível.

Nas simulações de escoamento sobre superfície rugosa, o conceito clássico de rugosidade equivalente de grão de areia, veja equação 2.2, era o mais adotado. Para determinar  $k_s$ , tornava-se necessário conhecer o coeficiente de atrito da superfície a ser estudada, dado nem sempre disponível e de difícil determinação experimental.

Incorporando a física do problema de interação entre o fluido e o elemento rugoso nas equações diferenciais de conservação, criou-se o modelo do *elemento discreto*, cujos princípios básicos foram sugeridos por Schlichting [96]. Neste novo modelo, um volume de controle englobando dois elementos rugosos sucessivos é utilizado. As equações diferenciais parciais que descrevem o escoamento são aplicadas num volume de controle que abrange a região em torno e entre os elementos, como mostra a figura 4.1. A resistência ao escoamento imposta pela superfície rugosa é dividida em dois componentes, o primeiro devido ao arrasto de forma, ou seja, força de arrasto provocada pela separação do escoamento a jusante do elemento rugoso, e o segundo devido ao cisalhamento viscoso na superfície lisa entre os elementos rugosos, chamado de *efeito de bloqueio*.

Usando essa nova metodologia, Taylor et al. [108] determinaram numericamente o coeficiente de atrito para superfícies rugosas sem que fosse necessário qualquer informação empírica sobre a rugosidade, apenas a sua geometria precisava ser conhecida. O modelo de turbulência utilizado não foi modificado para inclusão dos efeitos da rugosidade pois, como mencionado anteriormente, esses efeitos foram incluídos nas equações diferenciais de conservação. As condições de contorno permaneceram idênticas àquelas para superfície lisa, pois a localização da parede ( $y = 0$ ) ficava na superfície entre os elementos rugosos.

Em 1989, Taylor et al. [109] publicaram uma continuação do trabalho sobre o método do elemento discreto. Eles acrescentaram a equação de conservação da energia às equações médias de Reynolds de conservação da massa e conservação da quantidade de movimento linear, simulando o problema térmico para camada limite turbulenta bidimensional em regime permanente sobre superfície rugosa. Para a solução do sistema de equações diferenciais, além dos modelos de turbulência para a tensão de Reynolds,  $\tau_t = -\rho \overline{u'v'}$ , e para o fluxo de calor turbulento,  $q_t = -C_p \rho \overline{v'T'}$ , foram necessários modelos para o coeficiente de arrasto,  $C_D$ , e para o número de

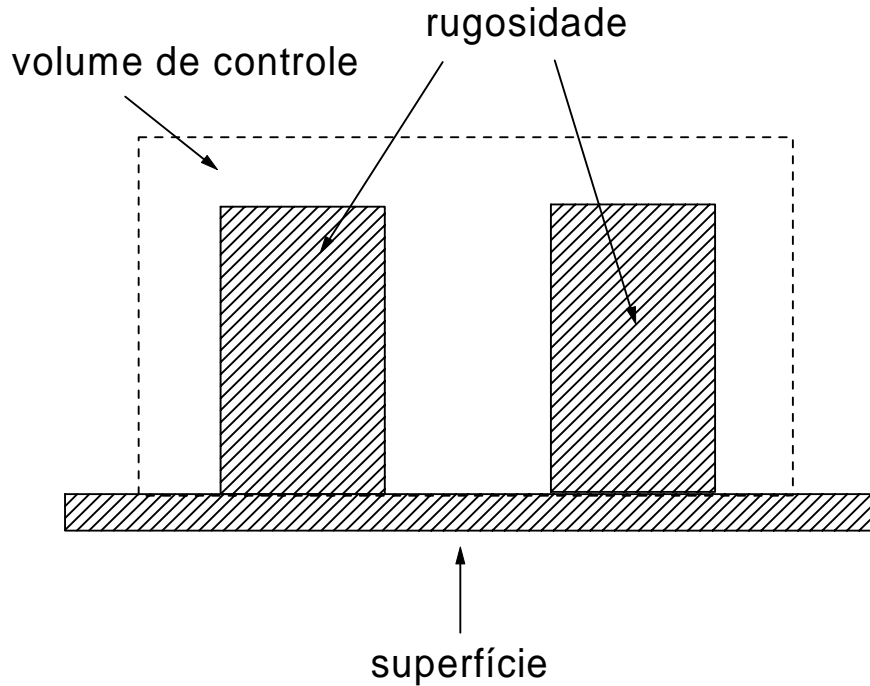


Figura 4.1: Volume de controle para o método do elemento discreto.

Nusselt,  $Nu$ , do elemento rugoso que estava sendo estudado. As modelagens de  $C_D$  e de  $Nu$  foram conduzidas através de formulações empíricas, sendo esta a principal deficiência do método do elemento discreto.

Na década de 90, a busca por modelos matemáticos confiáveis para simulação de camada limite turbulenta sobre superfície rugosa em aplicações de engenharia ganha destaque. Os modelos de turbulência de duas equações começaram a ser utilizados em substituição ao modelos algébricos e o trabalho de Tarada [107] foi um dos pioneiros. Ele utilizou o modelo  $\kappa - \epsilon$  para baixo número de Reynolds proposto por Chien [35] e diferenças finitas para discretização das equações diferenciais. Mas a principal contribuição de Tarada foi propor, através de procedimentos estatísticos, modelos topográficos para rugosidades aleatórias, pois até então a maioria dos trabalhos numéricos eram desenvolvidos sobre rugosidades homogêneas. Os resultados mostraram-se ainda pouco confiáveis, principalmente devido a falta de dados experimentais para comparação.

Em 1995, Patel e Yoon [89] publicaram um trabalho de revisão sobre os



métodos numéricos aplicados na simulação de escoamentos turbulentos sobre superfícies rugosas. Patel e Yoon classificaram os modelos em quatro níveis, de acordo com a modelagem da rugosidade. No primeiro nível a equação para o comprimento de mistura de van Driest (veja equação 4.3) é modificada para levar em conta a rugosidade, expressa como uma função da rugosidade equivalente de grão de areia. No segundo nível a rugosidade da superfície é levada em conta pelo reconhecimento de seus efeitos até uma determinada distância da parede. Esses efeitos são incluídos nas conhecidas *funções de parede*, que modelam o escoamento nas proximidades da superfície. Fora dessa região as equações diferenciais que regem o escoamento e os modelos de turbulência são resolvidas do mesmo modo que para superfície lisa, sendo a única diferença a substituição da condição de contorno na parede. O terceiro nível é o *modelo do elemento discreto*, já descrito anteriormente. O último nível de modelagem considerado pelos autores envolve modelos de turbulência de duas equações, aplicados em superfície lisa, modificados para tratar de superfície rugosa.

Em 1998, Patel [88] alertava que os métodos numéricos aplicados em Mecânica dos Fluidos Computacional para superfície rugosa continuavam dependentes de relações empíricas, como a lei da parede, estabelecida para escoamentos simples, diversas décadas atrás. Patel destacou que extrapolações para escoamentos mais complexos eram feitas de forma rotineira, sem verificação ou justificativa dessas relações, embora existissem suficientes evidências para duvidar de suas universalidades. Para Patel, a grande dificuldade na aplicação da Mecânica dos Fluidos Computacional em escoamentos sobre superfície rugosa era capturar o crescimento dos gradientes de velocidade e dos parâmetros turbulentos no interior de uma camada de espessura muito fina, conseqüentemente, a utilização de funções de parede não seria abandonada até que novos progressos na modelagem próximo da parede ocorressem, pois os modelos existentes exigiam um grande refinamento da malha computacional nas proximidades da parede, tornando a simulação inviável, devido ao grande tempo computacional consumido.

Poucos trabalhos têm sido publicados sobre problema inverso aplicado à escoamento turbulento, apesar de sua inegável relevância tecnológica. Liu e Özisik [73] resolveram um problema de convecção turbulento inverso, estimando a variação

temporal do fluxo de calor na parede de um duto de placas paralelas. Su et al. [105] aplicaram o método de Levenberg-Marquardt [68, 77] num escoamento turbulento, permanente e hidrodinamicamente desenvolvido no interior de um duto circular, estimando o fluxo de calor não uniforme na parede a partir de medidas de temperatura tomadas em diversas localizações ao longo da direção longitudinal do duto. Complementando o trabalho anterior, Su e Silva Neto [104] resolveram um problema inverso convectivo para estimar, simultaneamente, a temperatura na entrada e a distribuição do fluxo de calor para o mesmo escoamento e duto circular. Recentemente, Li e Yan [69] resolveram um problema inverso para estimar a variação, no tempo e no espaço, do fluxo de calor através da parede de um duto de placas paralelas sob convecção forçada turbulenta.

Da revisão bibliográfica acima, verifica-se que depois das publicações de Cebeci e seus colaboradores [59, 34, 31] na década de 70, praticamente nenhum problema inverso em escoamento externo de camada limite têm sido publicado.

## 4.2 Método Gráfico de Clauser

O método gráfico de Clauser [29, pp. 273] baseia-se na lei da parede clássica para superfície lisa, dada pela equação 2.4. A seguinte manipulação na lei da parede é feita:

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} \frac{\bar{u}_e}{\bar{u}_e} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{u_\tau}{\nu} \frac{\bar{u}_e}{\bar{u}_e} y \right) + A \Rightarrow$$

$$\underbrace{\frac{\bar{u}}{\bar{u}_e}}_{u_e^+} = \frac{u_\tau}{\kappa \bar{u}_e} \ln \left( \frac{\bar{u}_e}{\nu} y \right) + \underbrace{\frac{u_\tau}{\kappa \bar{u}_e} \ln \left( \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \right)}_{A_e \rightarrow \text{termo independente}} + A \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \quad (4.4)$$

O valor de  $\bar{u}_e$  é determinado conforme descrito na seção 3.8.

Os pontos  $(y_e^+, u_e^+)$  do perfil são plotados num gráfico semilogarítmico. A reta correspondente à equação 4.4 também é plotada no mesmo gráfico, sendo que  $u_\tau$  é variado até que essa reta tangencie os pontos  $(y_e^+, u_e^+)$ , determinando assim o seu valor. Esse método pressupõe que  $\kappa$  e  $A$  sejam conhecidos. Os valores clássicos para

superfície lisa e escoamento sem gradiente de pressão são  $\kappa = 0,41$  e  $A = 5,0$ . A figura 4.2 ilustra o método.

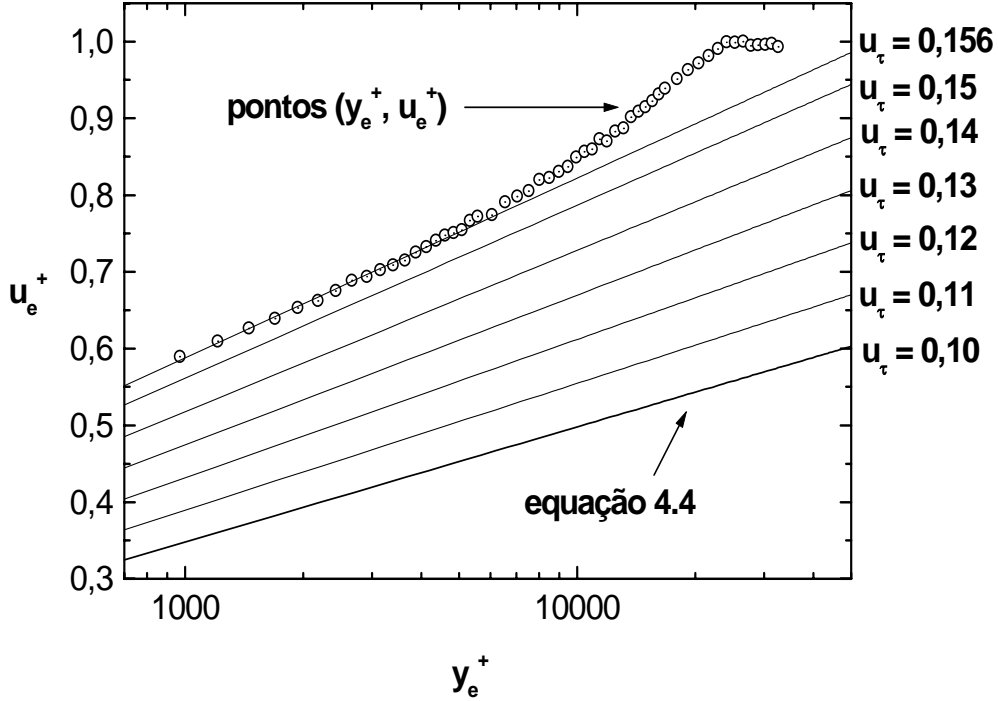


Figura 4.2: Método gráfico de Clauser para determinação de  $u_\tau$ .

### 4.3 Estimativa de Parâmetros da Camada Limite Conhecido o Perfil de Velocidade Média

Explicitando  $\bar{u}$  na equação da lei da parede em coordenadas internas, equação 2.3, tem-se:

$$\bar{u} = \frac{u_\tau}{\kappa} \ln \left( \frac{u_\tau}{\nu} y \right) + u_\tau A - \Delta \bar{u}. \quad (4.5)$$

O objetivo deste método é ajustar a curva determinada pela equação 4.5 aos pontos experimentais ( $y = y_T + \epsilon$ ,  $\bar{u}$ ) obtidos para o perfil, determinando assim os parâmetros  $u_\tau$ ,  $\kappa$ ,  $A$  e  $\Delta \bar{u}$ , no caso de superfície rugosa. Para superfície lisa o procedimento é o mesmo, sendo que  $\Delta \bar{u} = 0$  e  $\epsilon = 0$ . A ajustagem é feita através da subrotina "NonlinearRegress" do software de manipulação simbólica *Mathematica*<sup>R</sup>.

A dificuldade é delimitar a região logarítmica e escolher os pontos do perfil que devam ser incluídos na ajustagem.

O final da região da lei da parede ou região logarítmica típica de uma camada limite turbulenta incompressível sobre parede plana, de acordo com vários pesquisadores e autores, varia entre  $y = 0.1\delta$  [97, pp. 45] a  $y = 0.2\delta$  [67, pp. 453]. Assim, três conjuntos de pontos experimentais ( $y = y_T + \epsilon$ ,  $\bar{u}$ ) são utilizados, variando do ponto mais próximo da parede até:  $y = 0.1\delta$ ,  $y = 0.15\delta$  e  $y = 0.2\delta$ . O valor de  $\delta$  é determinado conforme descrito na seção 3.8.

Uma ajustagem é feita para cada conjunto de pontos citados no parágrafo anterior. O objetivo é determinar uma primeira aproximação para  $u_\tau$  e  $\Delta\bar{u}$ , considerando os valores clássicos para  $\kappa$  (0.41) e para  $A$  (5.0). Com os três conjuntos de pontos chega-se a três valores de  $u_\tau$  e  $\Delta\bar{u}$ , cujas médias são escolhidas como primeira aproximação para  $u_\tau$  e  $\Delta\bar{u}$  do perfil.

Os pontos experimentais mais próximos da parede foram usados para determinar a primeira aproximação de  $u_\tau$  e  $\Delta\bar{u}$ , mas esses pontos podem estar na região de transição entre a camada viscosa e a camada turbulenta, conhecida como "buffer layer". Schlichting e Gersten [98, pp. 523] estimam que a região logarítmica de uma camada limite turbulenta incompressível sobre parede plana têm início a partir de  $y^+ = 70$  e Schlichting [97, pp. 224] cita que em condições normais, a região logarítmica compreende não mais que 20 % da camada limite. Assim, com o valor inicial de  $u_\tau$ , determina-se o ponto experimental imediatamente superior a  $y^+ = 70$  e este ponto é escolhido como ponto inicial da região logarítmica.

Novo processo para a obtenção definitiva de  $u_\tau$  é executado. Outros três conjuntos de pontos experimentais ( $y = y_T + \epsilon$ ,  $\bar{u}$ ) são utilizados, variando de  $y^+ = 70$  até:  $y = 0.1\delta$ ,  $y = 0.15\delta$  e  $y = 0.2\delta$ .

Nova ajustagem é feita para cada conjunto de pontos citados no parágrafo anterior. Três novos valores para  $u_\tau$  e  $\Delta\bar{u}$  são determinados, considerando os valores clássicos para  $\kappa$  (0.41) e para  $A$  (5.0). A média dos três novos valores de  $u_\tau$  e  $\Delta\bar{u}$  são escolhidas como valores estimados para  $u_\tau$  e  $\Delta\bar{u}$  do perfil, sendo verificado se com o valor estimado de  $u_\tau$ , a região entre  $y^+ = 70$  e  $y = 0.2\delta$  corresponde a valores menores que 20 % da espessura da camada limite  $\delta$ .

Com o valor de  $u_\tau$  estimado e utilizando os pontos do perfil entre  $y^+ = 70$  e  $y = 0.2\delta$ , uma nova ajustagem é feita para estimar  $\kappa$  e  $A$ .

A partir da estimativa de  $u_\tau$ , o valor do coeficiente de atrito,  $c_f$  é determinado conforme equacionamento a seguir.

O coeficiente de atrito é definido como

$$c_f = \frac{\tau_w}{(1/2)\rho\bar{u}_e^2}. \quad (4.6)$$

onde  $\tau_w$  é a tensão cisalhante na parede.

A velocidade de atrito é definida como

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}. \quad (4.7)$$

Extraindo  $\tau_w$  da equação 4.7 e substituindo na equação 4.6, tem-se

$$c_f = 2 \left( \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \right)^2, \quad (4.8)$$

onde  $\bar{u}_e$  é determinado conforme descrito na seção 3.8.

Os valores estimados da constante de von Kármán,  $\kappa$ , e do termo independente da lei da parede em coordenadas internas,  $A$ , podem ser verificados através da lei da parede clássica em coordenadas externas  $\left( \frac{y_T + \epsilon}{\delta}, \frac{\bar{u}_e - \bar{u}}{u_\tau} \right)$ , expressa pela seguinte relação [50, pp. 630]:

$$\frac{\bar{u}_e - \bar{u}}{u_\tau} = -\frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y_T + \epsilon}{\delta} \right) + A_1. \quad (4.9)$$

Com o valor de  $u_\tau$  já estimado, uma ajustagem dos pontos experimentais  $\left( \frac{y_T + \epsilon}{\delta}, \frac{\bar{u}_e - \bar{u}}{u_\tau} \right)$  é feita, utilizando os mesmos pontos da estimativa de  $u_\tau$  e  $\Delta\bar{u}$ , ou seja, entre  $y^+ = 70$  e  $y = 0.2\delta$ . Assim  $A_1$  é estimado e o valor de  $\kappa$  obtido é confrontado com o valor já estimado pela lei da parede em coordenadas internas, aceitando-se uma diferença de até 3 % entre os dois valores.

Da equação 4.9 pode-se chegar numa equação para  $u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau}$ .

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{y_T + \epsilon}{\delta} \right) - A_1 + \frac{\bar{u}_e}{u_\tau}. \quad (4.10)$$

Igualando a equação 4.10 com a equação 2.4 e extraindo o valor de  $A$ , tem-se:

$$A = -\frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{u_\tau}{\nu} \delta \right) - A_1 + \frac{\bar{u}_e + \Delta \bar{u}}{u_\tau}. \quad (4.11)$$

O valor de  $A$  obtido com a equação 4.11 é confrontado com o valor já estimado pela lei da parede em coordenadas internas, aceitando-se uma diferença de até 3 % entre os dois valores.

Com o valor estimado de  $u_\tau$  também se pode estimar a espessura normalizada da camada limite, também conhecida como espessura de Coles,  $\Delta$ , e o parâmetro do perfil de Coles,  $G_c$ . Primeiramente, os respectivos pares ordenados experimentais  $\left( y_T + \epsilon, \frac{\bar{u}_e - \bar{u}}{u_\tau} \right)$  e  $\left[ y_T + \epsilon, \left( \frac{\bar{u}_e - \bar{u}}{u_\tau} \right)^2 \right]$  são interpolados, obtendo-se, respectivamente, as funções  $f_\Delta(y) = \frac{\bar{u}_e - \bar{u}(y)}{u_\tau}$  e  $f_G(y) = \left[ \frac{\bar{u}_e - \bar{u}(y)}{u_\tau} \right]^2$ . Em seguida,  $\Delta$  e  $G_c$  são obtidos, respectivamente, pela integração numérica da função interpolante  $f_\Delta$  e  $f_G$ , de acordo com as equações 4.12 [112, pp. 183] e 4.13 [112, pp. 192], onde  $y_e$  é a coordenada onde a velocidade do escoamento livre  $\bar{u}_e$  foi determinada. Finalmente, o valor de  $Re_\Delta$  é determinado pela equação 4.14, onde  $\nu(y_e)$  é o valor da função interpolante  $\nu(y)$  correspondente à coordenada  $y$  onde a velocidade do escoamento livre  $\bar{u}_e$  foi determinada.

$$\Delta = \int_0^{y_e} \left[ \frac{\bar{u}_e - \bar{u}(y)}{u_\tau} \right] dy \quad (4.12)$$

$$G_c = \frac{1}{\Delta} \int_0^{y_e} \left[ \frac{\bar{u}_e - \bar{u}(y)}{u_\tau} \right]^2 dy \quad (4.13)$$

$$Re_\Delta = \frac{\bar{u}_e}{\nu(y_e)} \Delta \quad (4.14)$$

O fator de forma,  $H$ , obtido através da equação 3.47, pode ser verificado através da seguinte relação [112, pp. 192]:

$$H = \left( 1 - G_c \frac{u_\tau}{\bar{u}_e} \right)^{-1}. \quad (4.15)$$

O valor de  $H$  obtido com a equação 4.15 é confrontado com o valor já determinado pela equação 3.79, aceitando-se uma diferença de até 3 % entre os dois valores.

O parâmetro de intensidade de esteira de Coles,  $\Pi$ , constante da equação 2.5 também é determinado neste procedimento. A lei da esteira é aproximada pela seguinte relação [116, pp. 117]:

$$W\left(\frac{y}{\delta}\right) = 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{2} \frac{y_T + \epsilon}{\delta}\right). \quad (4.16)$$

Para  $W(y = \delta)$ , a equação 2.5 fica:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + A - \frac{\Delta \bar{u}}{u_\tau} + \frac{2\Pi}{\kappa}. \quad (4.17)$$

A equação 4.17 é uma reta paralela à lei da parede, equação 2.3, deslocada de uma distância  $\Delta u^+ = 2\Pi/\kappa$

Resolvendo a equação 4.17 para  $y = \delta \Rightarrow u^+ = 0,99\bar{u}_e/u_\tau$ , chega-se numa solução para  $\Pi$ .

$$\Pi = \frac{\kappa}{2} \left[ \frac{0,99\bar{u}_e}{u_\tau} - \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{u_\tau}{\nu} \delta\right) - A + \frac{\Delta \bar{u}}{u_\tau} \right] \quad (4.18)$$

## 4.4 Estimativa de Parâmetros da Camada Limite Conhecido Um ou Mais Perfis de Velocidade Média a Jusante

Neste método uma metodologia de problema inverso proposta por Brasil et al. [26, 27, 28, 25] é implementada numericamente em linguagem FORTRAN com o objetivo de estimar os parâmetros  $u_\tau$ ,  $\kappa$ ,  $A$ ,  $\delta$ ,  $\Pi$ ,  $\Delta \bar{u}$  e  $\epsilon$  numa posição  $x$  a montante de um ou mais perfis experimentais, cujos pontos  $(y, \bar{u})$  sejam conhecidos num escoamento de camada limite turbulenta incompressível sobre superfície rugosa. No caso de superfície lisa, os parâmetros  $\Delta \bar{u}$  e  $\epsilon$  não precisam ser determinados. Os sete parâmetros aparecem na composição da lei da parede com a lei da esteira proposta por Coles [40] (veja equação 2.9) que representa o perfil de velocidade a ser estimado na posição  $x$  a montante.

$$\bar{u}(y)_{estimado} = u_\tau \left\{ \frac{1}{\kappa} \ln \left[ \frac{u_\tau}{\nu} (y_T + \epsilon) \right] + A - \frac{\Delta \bar{u}}{u_\tau} + \frac{2\Pi}{\kappa} \sin^2 \left( \frac{\pi}{2} \frac{y_T + \epsilon}{\delta} \right) \right\} \quad (4.19)$$

Para parede lisa,  $\epsilon$  e  $\Delta \bar{u}$  são nulos.

Mas antes de ser apresentada a solução inversa, faz-se necessário uma explanação sobre a solução direta.

#### 4.4.1 Formulação do Problema Direto

Na solução direta, conhecido um perfil de velocidade  $\bar{u}_o$ , deseja-se determinar um perfil  $\bar{u}$  a jusante, conforme ilustrado na figura 4.3.

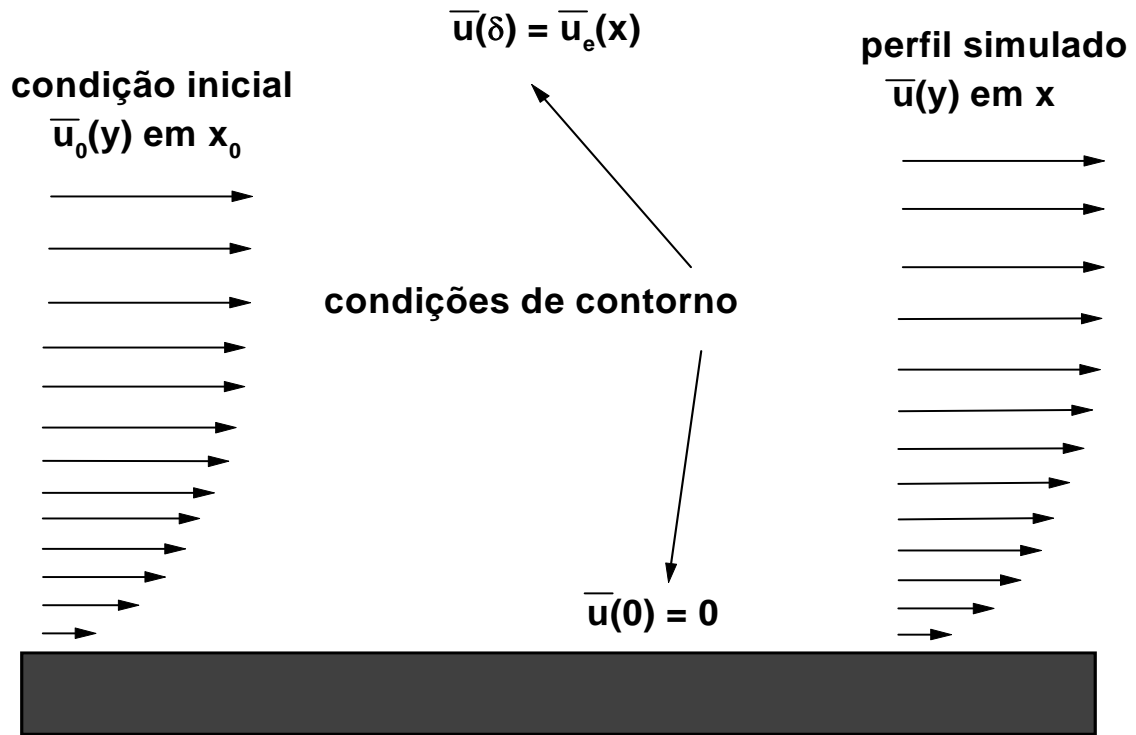


Figura 4.3: O problema direto de camada limite.

A determinação de  $\bar{u}$  dá-se pela solução numérica das equações médias de Reynolds de conservação da massa e de conservação da quantidade de movimento linear para um escoamento de camada limite permanente, incompressível e bidimensional.



$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0 \rightarrow \text{massa} \quad (4.20)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) \rightarrow \text{quantidade de movimento} \quad (4.21)$$

O modelo de turbulência algébrico de Cebeci-Smith [33] é utilizado para modelar as tensões viscosas turbulentas ou tensões de Reynolds  $\tau_t/\rho = \overline{u'v'}$ . Neste modelo de turbulência o conceito de viscosidade turbulenta de Boussinesq é utilizado e o termo de tensão turbulenta é relacionado com a taxa de deformação média através da relação

$$-\overline{u'v'} = \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad (4.22)$$

onde  $\nu_t$  é a viscosidade cinemática turbulenta.

O modelo de Cebeci-Smith é um modelo de duas regiões, com  $\nu_t$  sendo determinado por expressões diferentes em cada região. Nas proximidades da parede ou região interna, o conceito de comprimento de mistura de Prandtl,  $l_{mix}$ , é utilizado. Assim,

$$\nu_{t_i} = l_{mix}^2 \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|, \quad (4.23)$$

onde  $l_{mix}$  é determinado pela função de amortecimento de van Driest [115] (veja equação 4.3),

$$l_{mix} = \kappa y \left[ 1 - \exp \left( -\frac{y^+}{A^+} \right) \right] \quad (4.24)$$

A constante  $A^+$  é uma constante de fechamento empírica definida por

$$A^+ = 26 \left( 1 + y \frac{dP/dx}{\rho u_\tau^2} \right). \quad (4.25)$$

Na região externa, afastada da parede, a viscosidade turbulenta é determinada pela expressão

$$\nu_{t_o} = 0,0168 \bar{u}_e \delta_1 F_{Kleb}, \quad (4.26)$$

onde  $\delta_1$  é a espessura de deslocamento da camada limite e  $F_{Kleb}$  é o fator de intermitência de Klebanoff, definido por

$$F_{Kleb} = \left[ 1 + 5,5 \left( \frac{y}{\delta} \right)^6 \right], \quad (4.27)$$

onde  $\delta$  é espessura de velocidade da camada limite.

No código computacional desenvolvido neste trabalho,  $\nu_t$  é calculado para as duas regiões; se  $\nu_{t_i} < \nu_{t_o} \Rightarrow \nu_t = \nu_{t_i}$ , caso contrário,  $\nu_t = \nu_{t_o}$ .

A equação diferencial parcial 4.21, por ser parabólica, é resolvida através de um processo de marcha na direção de  $x$  com as seguintes condições de contorno,

$$\bar{u} = 0, \text{ em } y = 0; e \quad (4.28)$$

$$\bar{u} = \bar{u}_e(x), \text{ em } y \rightarrow \infty. \quad (4.29)$$

Além das condições de contorno, uma condição inicial para o processo de marcha é necessária, ou seja,

$$\bar{u} = \bar{u}_o(y) \text{ em } x = x_o; e \quad (4.30)$$

$$\bar{v} = \bar{v}_o(y) \text{ em } x = x_o. \quad (4.31)$$

Uma malha distribuída ao longo da direção de  $y$  é montada, sendo a discretização das equações 4.20 e 4.21 feita por diferenças finitas, originando um sistema de equações algébricas implícito. Maiores detalhes da solução numérica do problema direto estão disponíveis em [23, 24, 22].

#### 4.4.2 Solução do Problema Inverso

Na solução inversa, conhecido um perfil de velocidade  $\bar{u}$ , deseja-se determinar um perfil  $\bar{u}_o$  a montante. Dessa forma, a condição inicial para o processo de marcha não é conhecida. Assim, em vez de serem usadas as equações 4.30 e 4.31,  $\bar{u}_o(y)$  é montado através da equação 4.19 e  $\bar{v}_o(y) = 0$ . A figura 4.4 ilustra o problema inverso de camada limite.

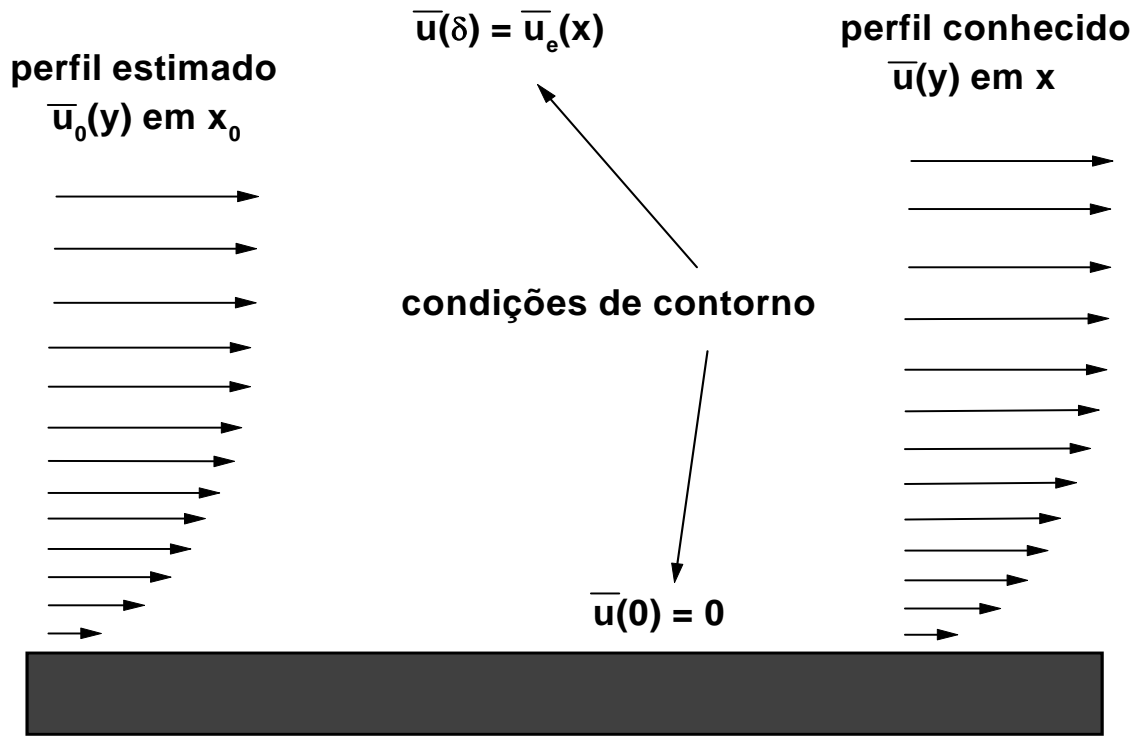


Figura 4.4: O problema inverso de camada limite.

A solução do problema inverso para a estimação dos parâmetros é baseada na minimização da norma dos mínimos quadrados ou soma dos quadrados dos resíduos [119, pp. 39], definida por

$$R(\vec{P}) = \sum_{m=1}^M [\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P})]^2 = \underbrace{[\vec{U} - \vec{u}(\vec{P})]^T [\vec{U} - \vec{u}(\vec{P})]}_{\text{forma matricial}}, \quad (4.32)$$

onde  $\bar{u}_m(\vec{P})$  são as velocidades médias calculadas e  $\bar{U}_m$  são as velocidades médias medidas nos pontos  $(x_m, y_m)$ ,  $m = 1, 2, \dots, M$ , sendo  $M$  o número total de pontos medidos utilizados para determinação da norma.

O vetor dos parâmetros a serem estimados é formado por

$$\vec{P}^T = [p_1, p_2, \dots, p_6, p_7] = [u_\tau, \delta, \Pi, A, \kappa, \Delta\bar{u}, \epsilon]. \quad (4.33)$$

Para minimizar a norma  $R(\vec{P})$  é necessário que a derivada parcial da norma com relação a cada parâmetro seja nula [119, pp. 39], isto é, que o gradiente da norma em relação aos parâmetros seja nulo.

$$\nabla R = \frac{\partial R}{\partial p_n} = 0, \quad n = 1, \dots, N, \quad (4.34)$$

onde  $N$  é quantidade de parâmetros a serem estimados, sendo  $N = 5$  no caso de parede lisa e  $N = 7$  quando a parede é rugosa.

Substituindo a equação 4.32 na equação 4.34, tem-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial p_n} \left\{ \sum_{m=1}^M [\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P})]^2 \right\} = 0 \Rightarrow \\ & \frac{\partial}{\partial p_n} \left\{ [U_1 - u_1(\vec{P})]^2 + [U_2 - u_2(\vec{P})]^2 + \dots + [U_{M-1} - u_{M-1}(\vec{P})]^2 + [U_M - u_M(\vec{P})]^2 \right\} \Rightarrow \\ & 2 [U_1 - u_1(\vec{P})] \left\{ -\frac{\partial}{\partial p_n} [u_1(\vec{P})] \right\} + \dots + 2 [U_M - u_M(\vec{P})] \left\{ -\frac{\partial}{\partial p_n} [u_M(\vec{P})] \right\} \Rightarrow \\ & -2 \sum_{m=1}^M \left\{ [\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P})] \frac{\partial}{\partial p_n} [\bar{u}_m(\vec{P})] \right\} = 0 \Rightarrow \\ & \sum_{m=1}^M \left\{ [\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P})] \frac{\partial}{\partial p_n} [\bar{u}_m(\vec{P})] \right\} = 0, \quad n = 1, \dots, N. \end{aligned} \quad (4.35)$$

A equação 4.35 pode ser representada pelo seguinte produto matricial,

$$\begin{aligned} & \underbrace{\begin{bmatrix} U_1 - u_1(\vec{P}) & \dots & U_M - u_M(\vec{P}) \end{bmatrix}}_{1 \times M} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial u_1(\vec{P})}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial u_1(\vec{P})}{\partial p_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial u_M(\vec{P})}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial u_M(\vec{P})}{\partial p_N} \end{bmatrix}}_{M \times N} = \\ & = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{1 \times N}, \end{aligned} \quad (4.36)$$

onde sob cada matriz há a indicação de suas dimensões.

A matriz  $M \times N$  da equação 4.36 é conhecida como matriz de sensibilidade ou matriz Jacobiana,  $J_{mn}$ .

$$J_{mn} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1(\vec{P})}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial u_1(\vec{P})}{\partial p_n} & \dots & \frac{\partial u_1(\vec{P})}{\partial p_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial \bar{u}_m(\vec{P})}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \bar{u}_m(\vec{P})}{\partial p_n} & \dots & \frac{\partial \bar{u}_m(\vec{P})}{\partial p_N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial u_M(\vec{P})}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial u_M(\vec{P})}{\partial p_n} & \dots & \frac{\partial u_M(\vec{P})}{\partial p_N} \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Fazendo a seguinte expansão em série de Taylor,

$$\bar{u}_m(\vec{P} + \Delta\vec{P}) = \bar{u}_m(\vec{P}) + \Delta\vec{P} \frac{\partial}{\partial p_n} [\bar{u}_m(\vec{P})] + O[(\Delta\vec{P})^2]. \quad (4.38)$$

Os termos até primeira ordem da equação 4.38 fornecem o seguinte processo iterativo:

$$\bar{u}_m(\vec{P}^{k+1}) = \bar{u}_m(\vec{P}^k) + (p_n^{k+1} - p_n^k) \frac{\partial}{\partial p_n} [\bar{u}_m(\vec{P}^k)], \quad (4.39)$$

que em notação matricial fica,

$$\begin{aligned} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(\vec{P}^{k+1}) & \dots & u_M(\vec{P}^{k+1}) \end{bmatrix}}_{1 \times M} &= \underbrace{\begin{bmatrix} u_1(\vec{P}^k) & \dots & u_M(\vec{P}^k) \end{bmatrix}}_{1 \times M} + \\ &+ \underbrace{\begin{bmatrix} p_1^{k+1} - p_1^k & \dots & p_N^{k+1} - p_N^k \end{bmatrix}}_{1 \times N} \\ &\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial u_1(\vec{P}^k)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \bar{u}_m(\vec{P}^k)}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial u_M(\vec{P}^k)}{\partial p_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial u_1(\vec{P}^k)}{\partial p_n} & \dots & \frac{\partial \bar{u}_m(\vec{P}^k)}{\partial p_n} & \dots & \frac{\partial u_M(\vec{P}^k)}{\partial p_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial u_1(\vec{P}^k)}{\partial p_N} & \dots & \frac{\partial \bar{u}_m(\vec{P}^k)}{\partial p_N} & \dots & \frac{\partial u_M(\vec{P}^k)}{\partial p_N} \end{bmatrix}}_{N \times M \rightarrow J_{nm}}. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Os parâmetros estimados na iteração atual  $p_n^{k+1}$  são obtidos com as velocidades  $\bar{u}_m(\vec{P}^k)$  e parâmetros  $p_n^k$  calculados na iteração anterior. Para que isso ocorra, a equação 4.40 é substituída na equação 4.36, conforme descrito a seguir, onde  $[J_{nm}] = J^T$  é a matriz transposta da matriz de sensibilidade  $J$ ,  $[I_{nn}] = I$  é a matriz identidade e  $( )^{-1}$  representa a matriz inversa.

$$\begin{aligned}
& \left( \underbrace{[\bar{U}_m]}_{1 \times M} - \underbrace{[\bar{u}_m(\vec{P}^{k+1})]}_{1 \times M} \right) \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} = \underbrace{[0]}_{1 \times N} \Rightarrow \\
& \left( \underbrace{[\bar{U}_m]}_{1 \times M} - \underbrace{[\bar{u}_m(\vec{P}^k)]}_{1 \times M} - \underbrace{[p_n^{k+1} - p_n^k]}_{1 \times N} \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times M} \right) \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} = \underbrace{[0]}_{1 \times N} \Rightarrow \\
& \left( \underbrace{[\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P}^k)]}_{1 \times M} - \underbrace{[p_n^{k+1}]}_{1 \times N} \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times M} + \underbrace{[p_n^k]}_{1 \times N} \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times M} \right) \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} = \underbrace{[0]}_{1 \times N} \Rightarrow \\
& \underbrace{[\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P}^k)]}_{1 \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} - \underbrace{[p_n^{k+1}]}_{1 \times N} \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} + \underbrace{[p_n^k]}_{1 \times N} \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} = \underbrace{[0]}_{1 \times N} \Rightarrow \\
& \underbrace{[p_n^{k+1}]}_{1 \times N} \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} + \underbrace{[0]}_{1 \times N} = \underbrace{[p_n^k]}_{1 \times N} \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} + \underbrace{[\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P}^k)]}_{1 \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} \Rightarrow \\
& \underbrace{[p_n^{k+1}]}_{1 \times N} \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times N} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{N \times N} \left( \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times N} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{N \times N} \right)^{-1} = \underbrace{[p_n^k]}_{1 \times N} \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times N} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{N \times N} \left( \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times N} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{N \times N} \right)^{-1} + \\
& \quad + \underbrace{[\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P}^k)]}_{1 \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} \left( \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times N} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{N \times N} \right)^{-1} \Rightarrow \\
& \underbrace{[p_n^{k+1}]}_{1 \times N} \underbrace{[I_{nn}]}_{N \times N} = \underbrace{[p_n^k]}_{1 \times N} \underbrace{[I_{nn}]}_{N \times N} + \underbrace{[\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P}^k)]}_{1 \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} \left( \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times N} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{N \times N} \right)^{-1} \Rightarrow \\
& \underbrace{[p_n^{k+1}]}_{1 \times N} = \underbrace{[p_n^k]}_{1 \times N} + \underbrace{[\bar{U}_m - \bar{u}_m(\vec{P}^k)]}_{1 \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} \left( \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times N} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{N \times N} \right)^{-1} \quad (4.41)
\end{aligned}$$

Para que a equação 4.41 tenha solução, a matriz  $J^T J$  deve ser não singular [119, pp. 41], ou seja,

$$|J^T J| \neq 0, \quad (4.42)$$

onde  $| \cdot |$  representa o determinante da matriz. Essa condição é conhecida como "identifiability condition" [119, pp. 41].

Acrescentando um fator de amortecimento  $f_a$  para melhorar a convergência do processo iterativo, tem-se o método de Levenberg-Marquardt [68, 77, 16],

$$\underbrace{[p_n^{k+1}]}_{1 \times N} = \underbrace{[p_n^k]}_{1 \times N} + \underbrace{[\bar{U}_m - \bar{u}_m(\bar{P}^k)]}_{1 \times M} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{M \times N} \left( \underbrace{[J_{nm}^k]}_{N \times N} \underbrace{[J_{mn}^k]}_{N \times N} + f_a^k \underbrace{[D_{nn}^k]}_{N \times N} \right)^{-1} \quad (4.43)$$

onde  $D$  representa uma matriz diagonal, que neste trabalho é representada pela diagonal da matriz quadrada  $N \times N$   $[J_{nm}^k] [J_{mn}^k] = (J^k)^T J^k$ .

Os coeficientes da matriz de sensibilidade,  $J_{mn}$ , são obtidos pelo método das diferenças finitas, sendo utilizado diferenças centrais,

$$J_{mn} = \frac{\bar{u}_m(p_1, \dots, p_n + \phi p_n, \dots, p_N) - \bar{u}_m(p_1, \dots, p_n - \phi p_n, \dots, p_N)}{2\phi p_n}, \quad (4.44)$$

onde  $\phi = 10^{-4}$ .

O processo iterativo começa com um valor inicial para os parâmetros  $[p_n^0]$ , de modo que novos parâmetros,  $[p_n^1]$ , são estimados através da equação 4.43. Os parâmetros iniciais são:  $u_\tau$ ,  $\Delta \bar{u}$ ,  $\epsilon$  e  $\delta$ , do perfil experimental mais próximo do que está sendo estimado, determinados como descrito, respectivamente, nas seções 4.3 e 3.8, lembrando que no caso de parede lisa  $\Delta \bar{u}$  e  $\epsilon$  não são estimados;  $\Pi = 0,55$ ,  $A = 5,0$  e  $\kappa = 0,41$  que são valores universais para superfície lisa.

Com os parâmetros iniciais, um perfil inicial  $\bar{u}_o$  é montado pela equação 4.19. A solução numérica direta (veja seção 4.4.1) é então acionada, calculando perfis de velocidade  $\bar{u}$  nas estações onde perfis experimentais  $\bar{U}$  foram obtidos.

O perfil  $\bar{u}$  obtido pela solução direta é interpolado nas posições  $y$  onde os pontos de velocidade experimental  $\bar{U}$  foram obtidos. Dessa forma, a norma dos mínimos quadrados  $R(\bar{P})$  pode ser calculada conforme a equação 4.32.

A cada iteração a norma dos mínimos quadrados,  $R(\vec{P})$ , é comparada com a norma da iteração anterior. Caso o resíduo aumente, os parâmetros calculados são descartados e novos parâmetros são determinados com um fator de amortecimento  $f_a$  maior. Esse processo se repete até que o resíduo diminua. Quando o resíduo diminui, os novos parâmetros obtidos são considerados estimados, o fator de amortecimento é diminuído e nova iteração tem início. O processo iterativo termina quando o critério de convergência

$$\left| \frac{p_n^{k+1} - p_n^k}{p_n^k} \right| < c_r, \quad n = 1, \dots, N \quad (4.45)$$

é satisfeito para todos os parâmetros, onde  $c_r$  é um número real muito pequeno, como  $10^{-8}$ .

Uma análise de sensibilidade é feita antes da estimativa definitiva dos  $N$  parâmetros. Como os parâmetros envolvidos têm diferentes dimensões e ordem de magnitude ( $\kappa$ ,  $A$  e  $\Pi$  são adimensionais,  $\delta$  e  $\epsilon$  tem unidade de comprimento e  $u_\tau$  e  $\Delta\bar{u}$  tem unidade de velocidade), foi adotado a representação dos resultados através dos coeficientes de sensibilidade relativa, definidos como

$$S_{p_n} = p_n \frac{\partial \bar{u}}{\partial p_n}. \quad (4.46)$$

Após a estimativa dos parâmetros, os intervalos de confiança de 99 % para os  $N$  parâmetros estimados são obtidos através dos elementos da diagonal principal da matriz de covariância,  $[J^T J]^{-1}$ , como descrito na equação a seguir [119, pp. 97],

$$p_n - 2,576\sigma\sqrt{[J^T J]_{nn}^{-1}} \leq P_n \leq p_n + 2,576\sigma\sqrt{[J^T J]_{nn}^{-1}}, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (4.47)$$

onde  $P_n$  é o valor real do parâmetro e  $\sigma$  é o desvio padrão dos erros de medição.



# Capítulo 5

## Resultados Experimentais

Este capítulo apresenta os resultados divididos em três situações experimentais realizadas, todas na temperatura ambiente e sobre superfície plana: escoamento sobre superfície lisa, escoamento sobre superfície rugosa e escoamento sobre superfície em transição rugosa-lisa.

Um sistema de coordenadas comum para as três situações apresentadas no parágrafo anterior foi utilizado, de forma que os resultados possam ser comparados. A figura 5.1 mostra o sistema de coordenadas para a superfície na situação de transição rugosa-lisa. No caso de superfície rugosa, foram analisados os resultados na região a montante da origem, ou seja, os perfis com coordenada  $x$  negativa. No caso de superfície lisa, a origem do sistema de coordenadas é a mesma, distante 7,005 m do início da seção de testes do túnel de vento.

### 5.1 Escoamento Sobre Superfície Lisa

Foram medidos 06 (seis) perfis na série de experimentos liso-frio (veja seção 3.2). A figura 5.2 mostra o posicionamento dos pontos experimentais em relação à origem do sistema de coordenadas.

A tabela 5.1 mostra a posição ( $x$ ), a velocidade do escoamento livre ( $\bar{u}_e$ ), as espessuras de camada limite ( $\delta$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ), os respectivos números de Reynolds ( $Re_\delta$ ,  $Re_{\delta_1}$ ,  $Re_{\delta_2}$ ) e o fator de forma ( $H$ ) para esses experimentos, obtidos de acordo com a seção 3.8. Verifica-se nesta tabela a não uniformidade nos valores de  $\bar{u}_e$  e a

não linearidade nos dados das espessuras da camada limite. Isto ocorre porque é muito difícil conseguir manter as mesmas condições de um escoamento num túnel de vento de baixa velocidade, quanto mais em séries de experimentos distintas, ou seja, realizadas em dias diferentes.

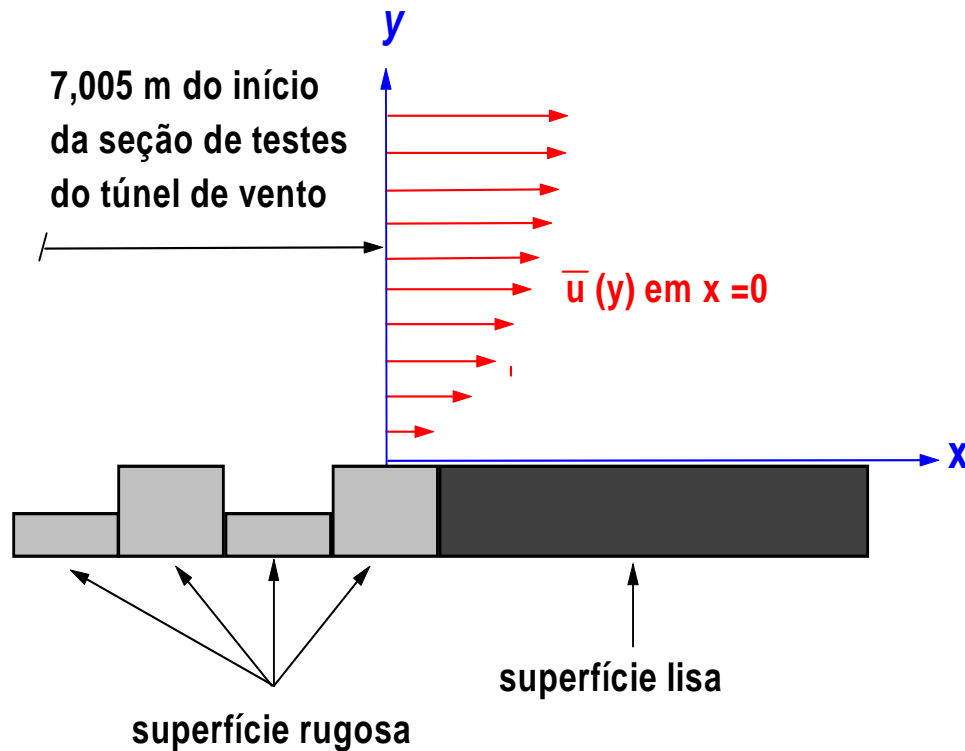


Figura 5.1: Sistema de coordenadas.

O tempo de aquisição de dados de um ponto do perfil era de 53 segundos (veja seção 3.5), de modo que o tempo mínimo para a aquisição de dados de um perfil completo era de uma hora, sem contar que para a realização de uma calibração, levava-se em média 40 minutos. Dessa forma era difícil manter a mesma velocidade do escoamento livre para cada perfil medido, pois pequenas variações na velocidade de rotação do ventilador centrífugo do túnel provocam variações consideráveis na velocidade do escoamento. Essas variações espúrias na velocidade do ventilador do túnel de vento são provocadas principalmente por oscilações de tensão na rede elétrica que alimenta o ventilador. Daí a não uniformidade nos valores de  $\bar{u}_e$  e, conseqüentemente, a não linearidade nos dados das espessuras da camada limite.

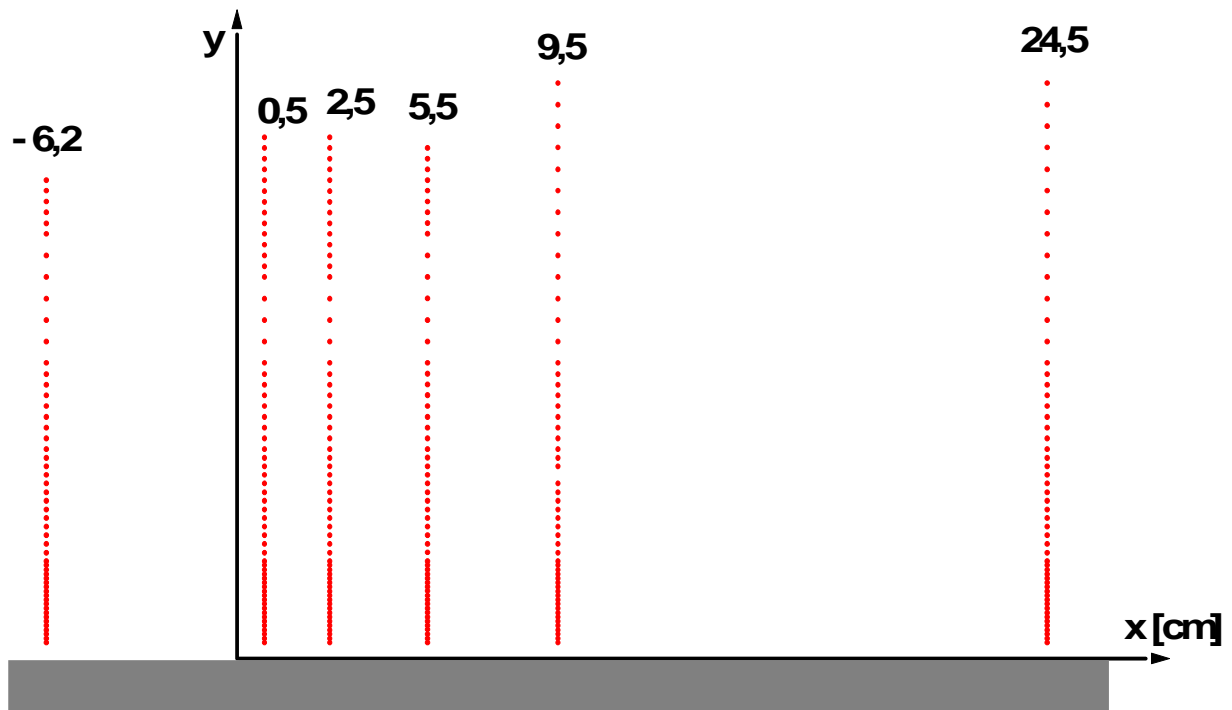


Figura 5.2: Posicionamento dos pontos experimentais no experimento sobre superfície lisa.

Tabela 5.1: Dados experimentais locais da série de experimentos liso-frio.

$x$ [cm]	$\bar{u}_e$ [m/s]	$\delta$ [cm]	$Re_\delta$	$\delta_1$ [cm]	$Re_{\delta_1}$	$\delta_2$ [cm]	$Re_{\delta_2}$	$H$
-6,2	3,64	8,88	20854	1,53	3585	1,07	2525	1,42
0,5	3,69	9,45	22720	1,60	3844	1,13	2713	1,42
2,5	3,70	9,46	22794	1,59	3826	1,12	2690	1,42
5,5	3,75	9,35	22931	1,51	3696	1,07	2619	1,41
9,5	3,75	9,63	23532	1,57	3844	1,12	2730	1,41
24,5	3,74	9,36	22805	1,55	3773	1,10	2670	1,41

### 5.1.1 Velocidade Média

As figuras 5.3 a 5.8 apresentam os intervalos de confiança para as medidas de velocidade média, determinados de acordo com a equação 3.52. As linhas vermelha e azul representam, respectivamente, os limites superior e inferior do intervalo de confiança. Observando os gráficos, verifica-se que, apesar do alto nível de confiança, 99 %, o intervalo de confiança é pequeno, indicando que o tamanho da amostra,  $Nn_u$ , para a determinação da velocidade média foi suficiente (veja equação 3.52), não necessitando de uma amostragem maior.

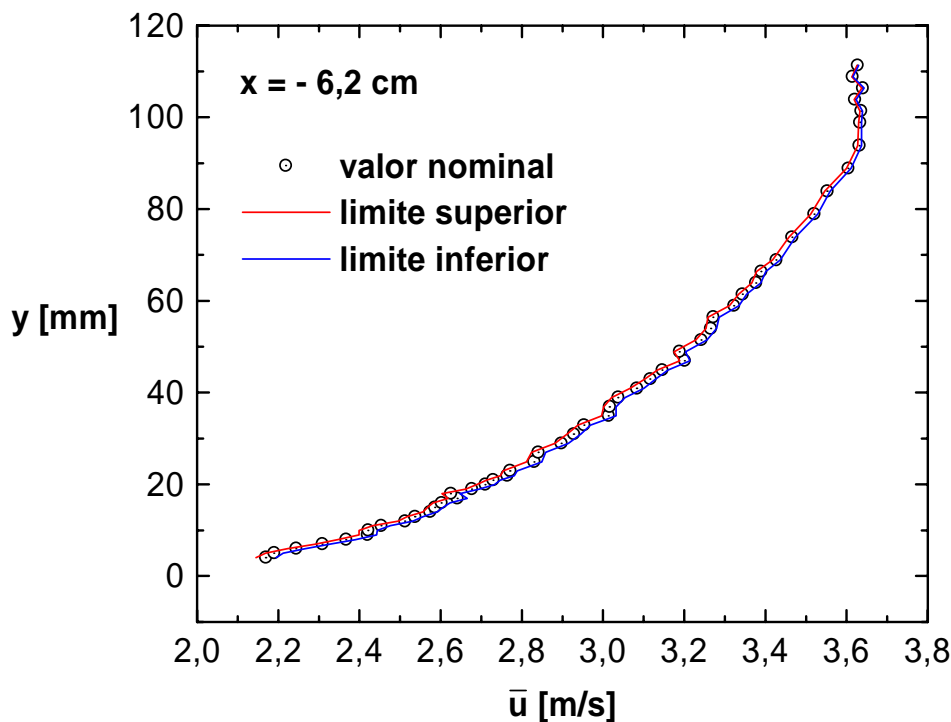


Figura 5.3: Intervalo de confiança para a velocidade média em  $x = -6,2$  cm.

A figura 5.9 mostra a incerteza estatística do valor nominal da velocidade média para os perfis de velocidade medidos, ou seja, a porcentagem do valor nominal da velocidade média que corresponde ao intervalo de confiança. Assim,  $\bar{u} = \bar{u} \pm Inc \% \text{ de } \bar{u}$ . Analisando a equação 3.52, observa-se que a incerteza é dada pela equação abaixo.

$$Inc = \frac{2,57}{\sqrt{Nn_u}} Tu \quad (5.1)$$

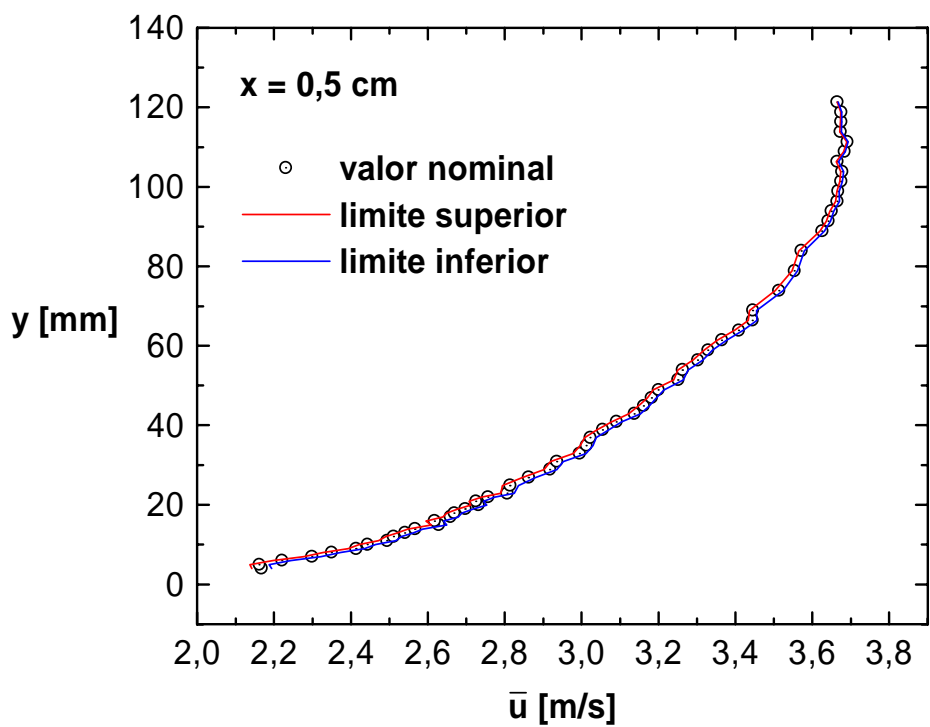


Figura 5.4: Intervalo de confiança para a velocidade média em  $x = 0,5$  cm.

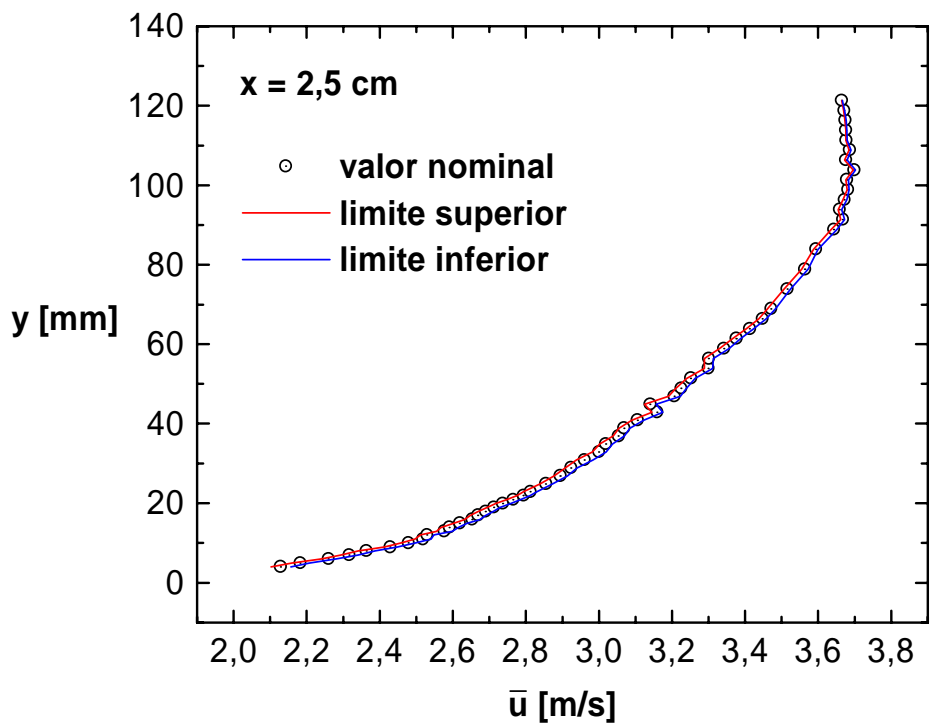


Figura 5.5: Intervalo de confiança para a velocidade média em  $x = 2,5$  cm.

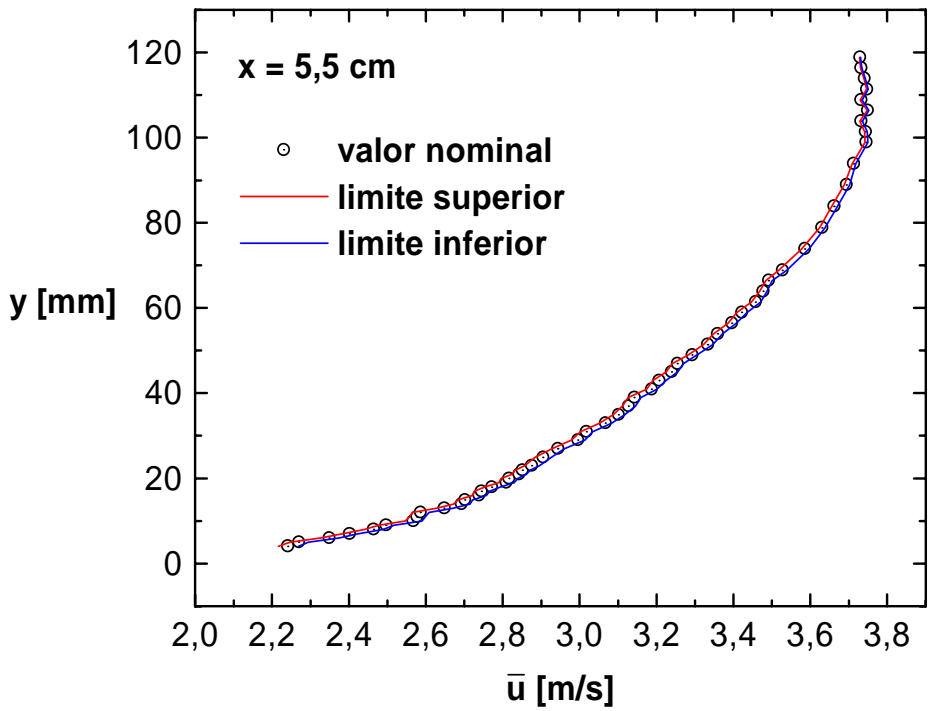


Figura 5.6: Intervalo de confiança para a velocidade média em  $x = 5,5$  cm.

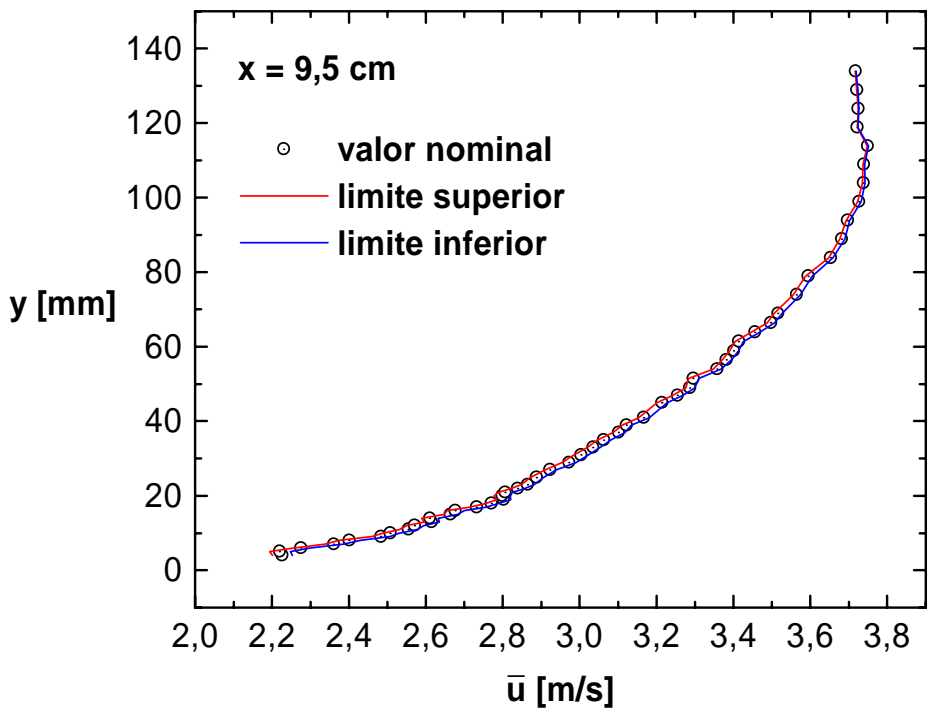


Figura 5.7: Intervalo de confiança para a velocidade média em  $x = 9,5$  cm.

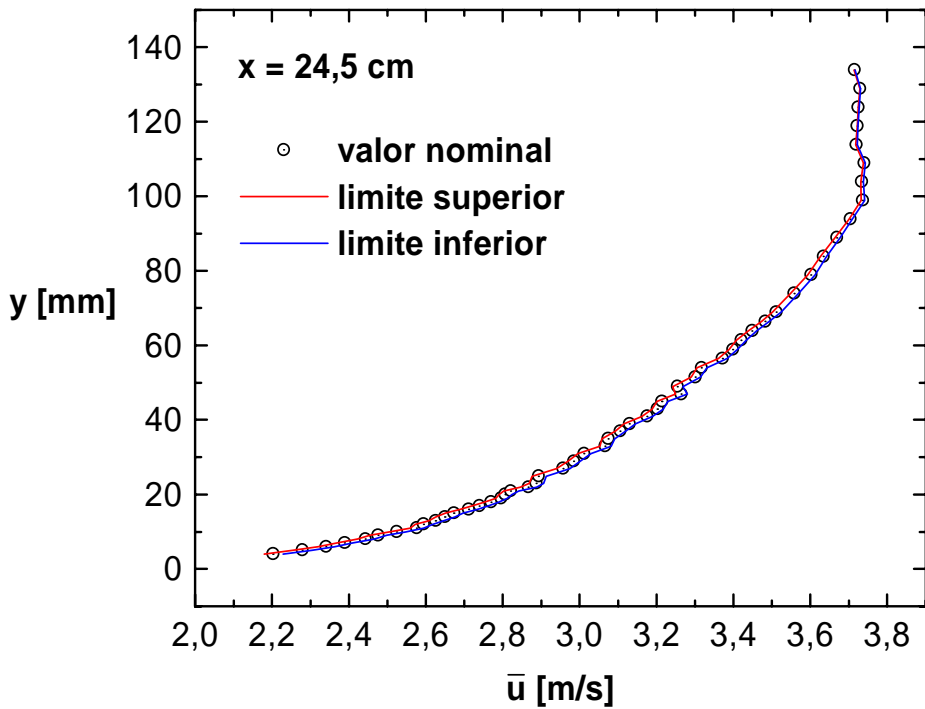


Figura 5.8: Intervalo de confiança para a velocidade média em  $x = 24,5$  cm.

Apesar de  $Nn_u$  variar em cada ponto medido, somente  $Tu$  apresenta variação considerável ao longo do perfil de velocidade de modo a influenciar no valor da incerteza de  $\bar{u}$ . Observando as figuras 5.33 a 5.38, verifica-se que a incerteza de  $\bar{u}$ , para todos os perfis medidos, cresce da região do escoamento livre para a região da parede, acompanhando o desenvolvimento de  $Tu$  (veja figura 5.50) ao longo do perfil. Observa-se que os maiores níveis de incerteza ocorrem próximos da parede, mas que não ultrapassam a 1,3 % do valor nominal de  $\bar{u}$ .

### 5.1.2 Velocidade de Atrito e Lei da Parede

As figuras 5.10 a 5.15 apresentam os resultados da determinação da velocidade de atrito,  $u_\tau$ , para cada perfil, através do método gráfico de Clauser, descrito na seção 4.1. Nesses gráficos os pontos representam o perfil de velocidade adimensional em coordenadas internas ( $y^+$ ,  $u^+$ ) e a linha cheia a respectiva lei da parede obtida. Na legenda das respectivas figuras aparecem o valor de  $u_\tau$  obtido através do método e a equação da lei da parede, onde o valor 2,439 é o inverso da constante de von

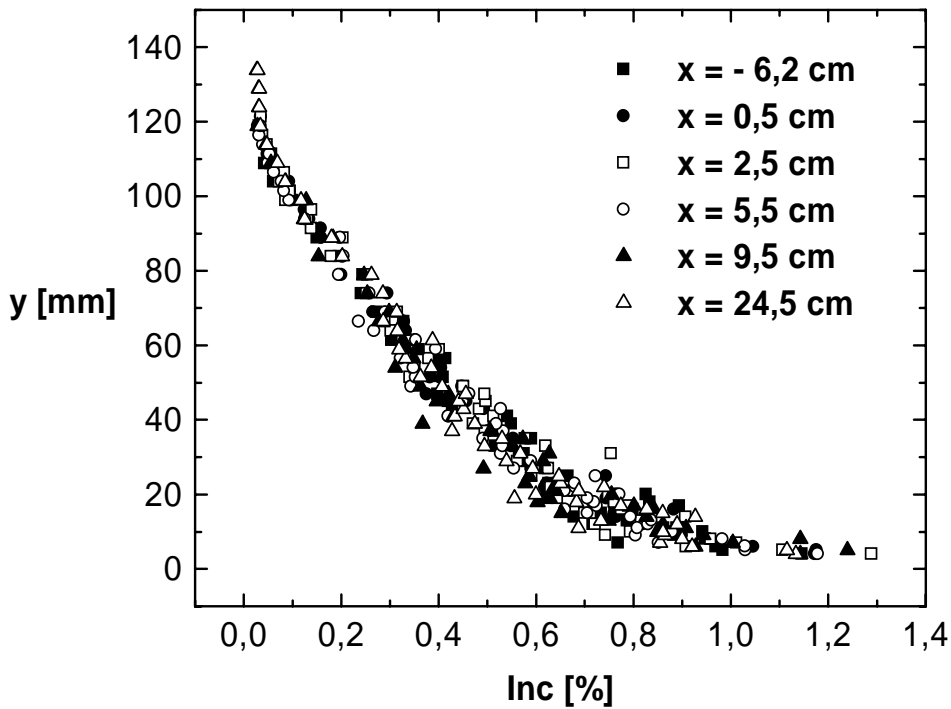


Figura 5.9: Incerteza dos perfis de velocidade média.

Kármán,  $\kappa = 0,41$ .

As figuras 5.16 a 5.21 apresentam o perfil de velocidade adimensional em coordenadas externas  $[y/\delta, (\bar{u}_e - \bar{u})/u_\tau]$ . A linha cheia representa a lei da parede clássica em coordenadas externas para parede lisa. Observa-se uma concordância muito boa com os dados experimentais adimensionalizados por  $u_\tau$  obtido pelo método gráfico de Clauser.

Com a velocidade de atrito é possível obter as espessuras de camada limite de Coles,  $\Delta$ , e os parâmetros de Coles,  $G_c$ , para os perfis de velocidade de acordo, respectivamente, com as equações 4.12 e 4.13. Os resultados estão expostos na tabela 5.2 juntamente com o coeficiente de atrito obtido segundo a equação 4.8.

Os resultados experimentais confirmam o previsto na literatura para uma camada limite com gradiente de pressão nulo sobre superfície lisa, onde o valor de  $H$  varia em torno de 1,3 e o de  $G_c$  entre 6,0 e 7,0 [112, pp. 192].



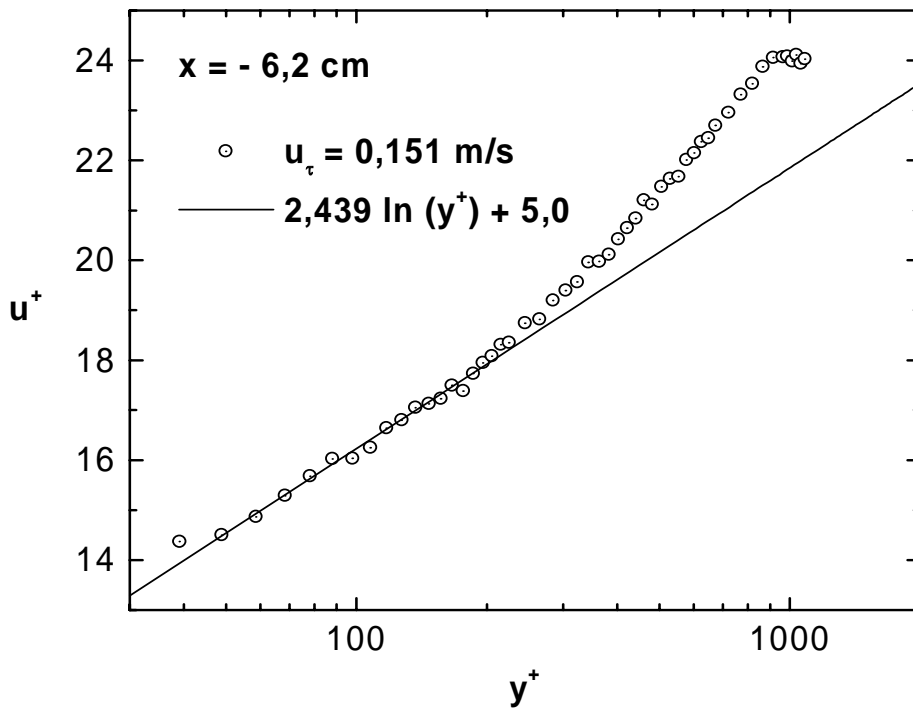


Figura 5.10: Lei da parede em  $x = -6,2 \text{ cm}$ . Método gráfico de Clauser.

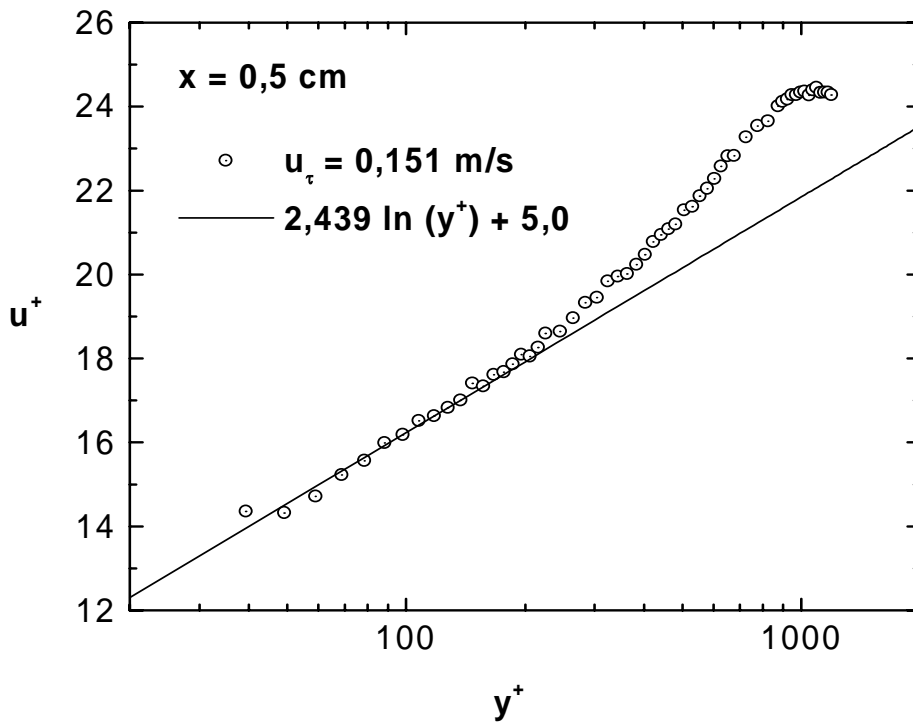


Figura 5.11: Lei da parede em  $x = 0,5 \text{ cm}$ . Método gráfico de Clauser.

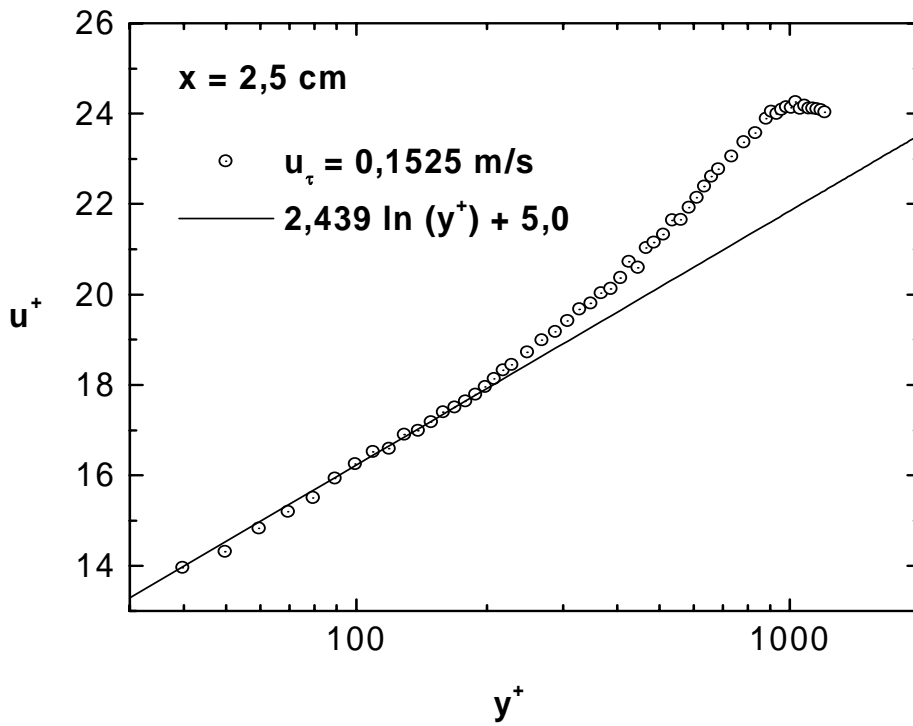


Figura 5.12: Lei da parede em  $x = 2,5 \text{ cm}$ . Método gráfico de Clauser.

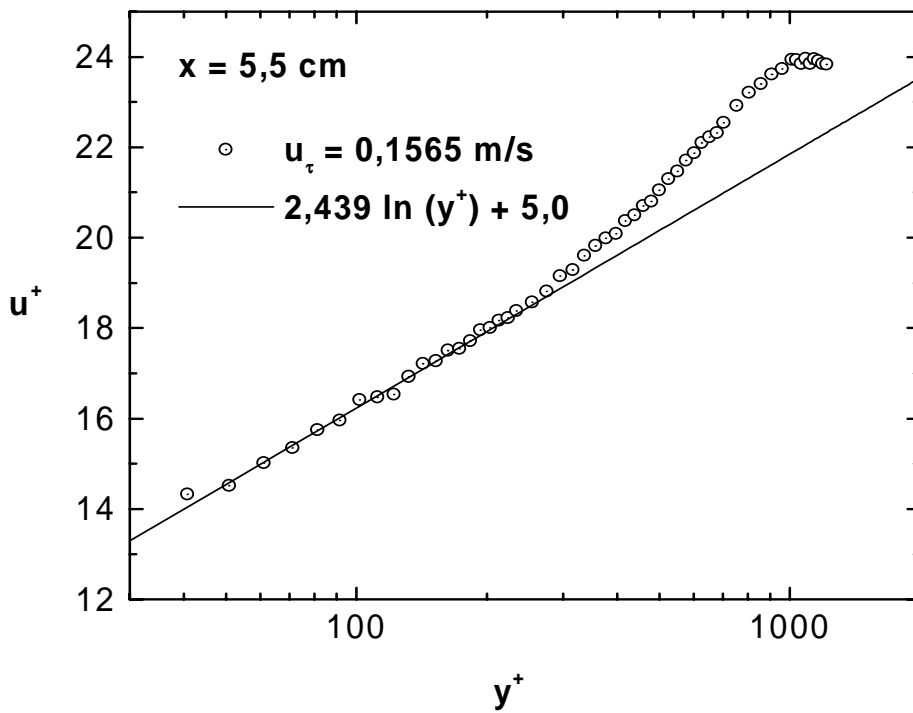


Figura 5.13: Lei da parede em  $x = 5,5 \text{ cm}$ . Método gráfico de Clauser.

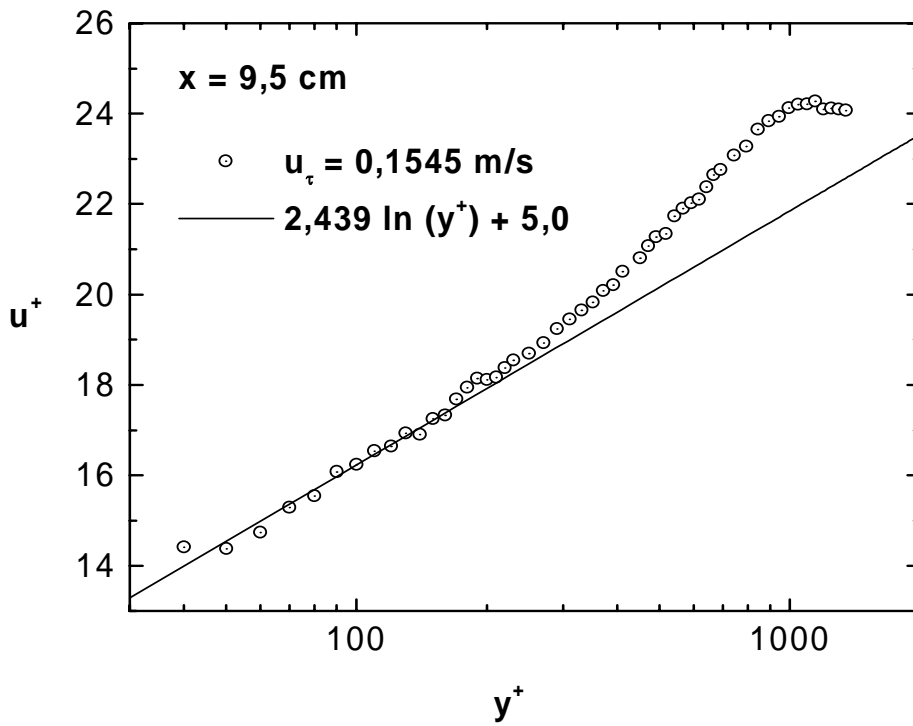


Figura 5.14: Lei da parede em  $x = 9,5 \text{ cm}$ . Método gráfico de Clauser.

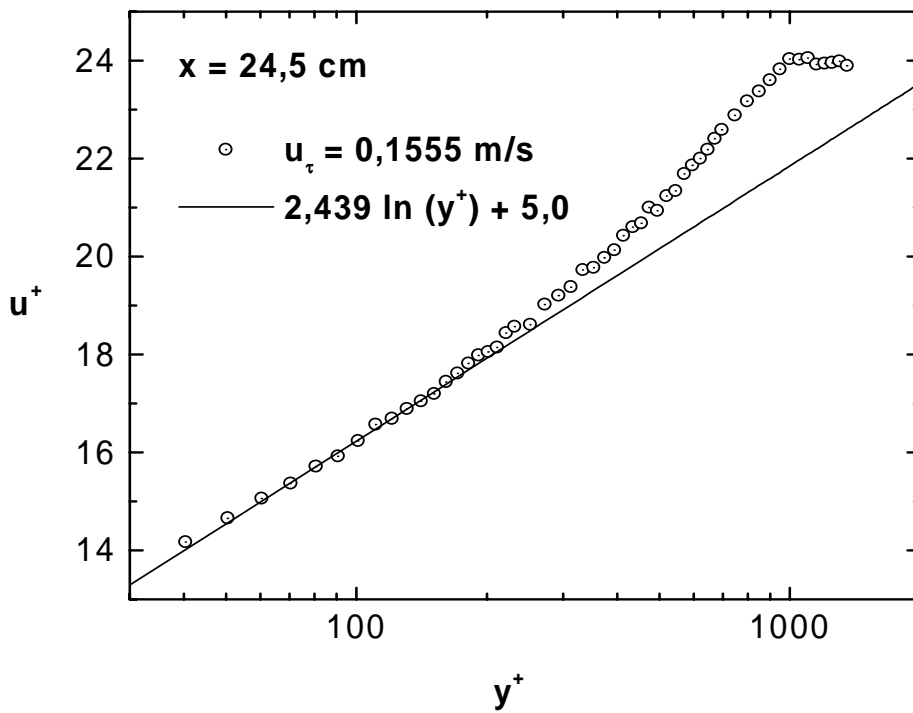


Figura 5.15: Lei da parede em  $x = 24,5 \text{ cm}$ . Método gráfico de Clauser.

Tabela 5.2: Espessuras de camada limite e parâmetro de Coles da série de experimentos liso-frio.

$x$ [cm]	$c_f$ [m/s]	$\Delta$ [cm]	$G_c$
-6,2	0,00344	0,368	7,13
0,5	0,00335	0,391	7,19
2,5	0,00340	0,385	7,20
5,5	0,00348	0,361	6,98
9,5	0,00340	0,382	7,03
24,5	0,00346	0,372	7,03

Na camada limite autopreservada, o fator de forma,  $H$ , o parâmetro do perfil de Coles,  $G_c$ , o coeficiente de atrito,  $c_f$  e a espessura de Coles,  $\Delta$  permanecem praticamente constantes, conforme mostrado nas tabelas 5.1 e 5.2. A autopreservação do escoamento pode ser confirmada pelas figuras 5.22 e 5.23, que apresentam, respectivamente, os perfis de velocidade média adimensionalizados e as leis da parede em coordenadas externas. Verifica-se que os perfis adimensionais de velocidade colapsam quando adimensionalizados em função de  $y/\delta$ , independente de sua posição longitudinal,  $x$ .

### 5.1.3 Momento de Segunda Ordem e Intensidade Turbulenta

A variância ou momento de segunda ordem para um determinado ponto de medição indica o quanto os dados de velocidade instantânea,  $u$ , medidos naquele ponto estão próximos do valor de velocidade média,  $\bar{u}$ .

As figuras 5.24 a 5.29 mostram os momentos de segunda ordem ou variância para todos os pontos medidos por anemometria. Cada figura apresenta dois gráficos. O gráfico da direita mostra a variância para cada ponto do perfil, obtida conforme a equação 3.45, e os respectivos intervalos de confiança a 99 %, determinados de acordo com a equação 3.55. O gráfico da esquerda apresenta os dados adimensionalizados,

sendo a coordenada  $y$  adimensionalizada pela espessura de velocidade da camada limite e a variância pelo quadrado da velocidade de atrito obtida pelo método gráfico de Clauser.

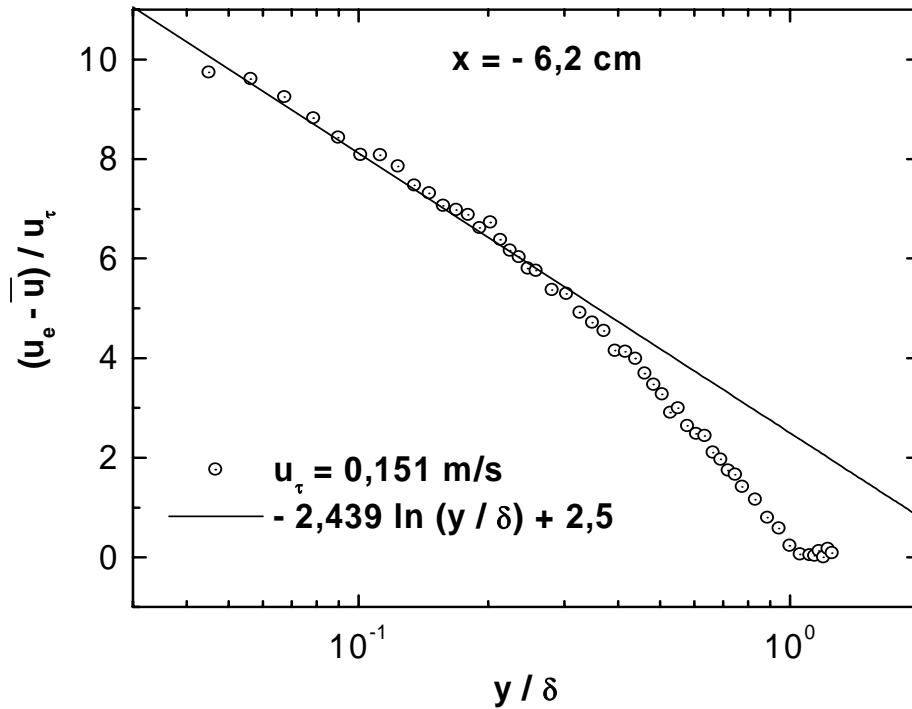


Figura 5.16: Lei da parede em coordenadas externas em  $x = -6,2 \text{ cm}$ .

A figura 5.30 mostra a incerteza estatística do valor nominal da variância para os perfis de velocidade medidos, ou seja, a porcentagem do valor nominal do momento de segunda ordem que corresponde ao intervalo de confiança de 99 %. Assim,  $\overline{(u')^2} = \overline{(u')^2} \pm \text{Inc} \% \text{ de } \overline{(u')^2}$ . Analisando a equação 3.55, observa-se que a incerteza é dada pela equação abaixo.

$$\text{Inc} = \frac{2,57}{\sqrt{Nn_u}} \quad (5.2)$$

Observando a figura 5.30, verifica-se que a incerteza de  $\overline{(u')^2}$ , para todos os perfis medidos, não apresenta uma tendência ou uniformidade, pois ela varia em função do tamanho da amostra utilizada para determinar a velocidade média,  $Nn_u$ , conforme descrito na equação 5.2. Observa-se que os maiores níveis de incerteza não ultrapassam a 7,6 % do valor nominal de  $\overline{(u')^2}$ .

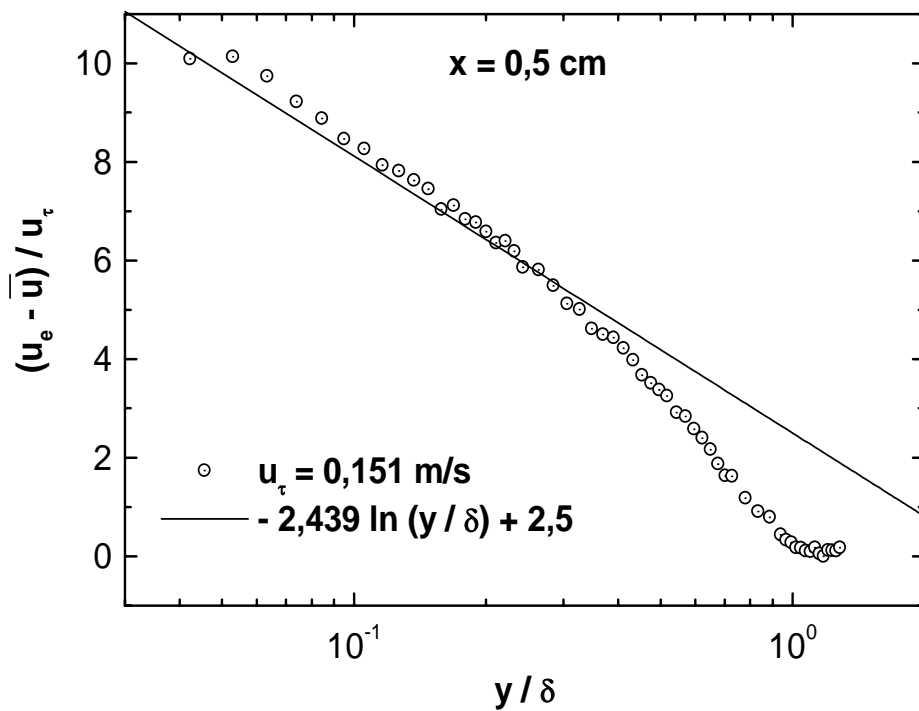


Figura 5.17: Lei da parede em coordenadas externas em  $x = 0,5 \text{ cm}$ .

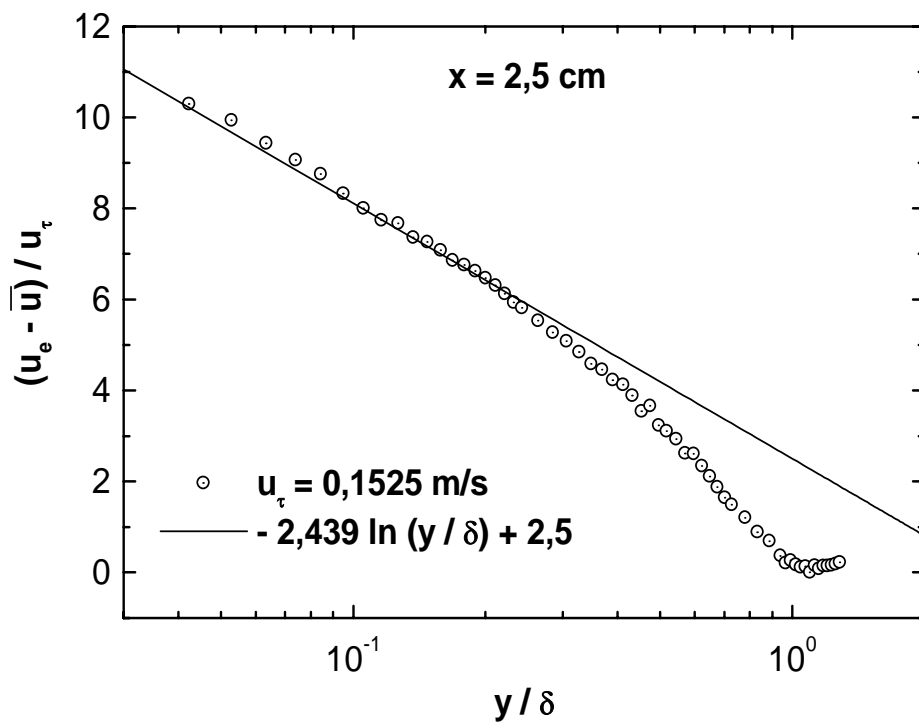


Figura 5.18: Lei da parede em coordenadas externas em  $x = 2,5 \text{ cm}$ .

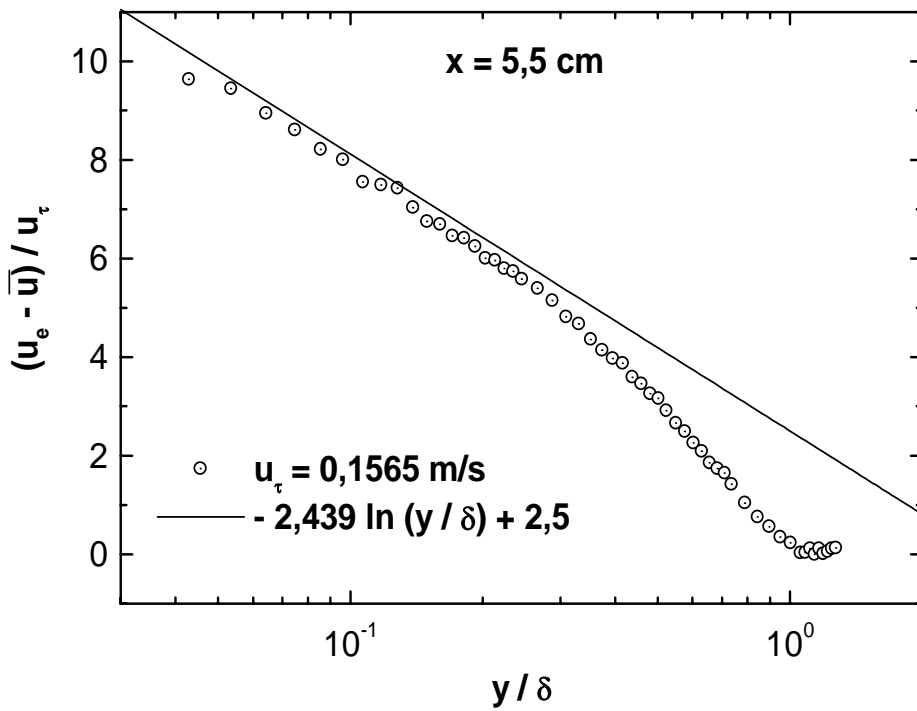


Figura 5.19: Lei da parede em coordenadas externas em  $x = 5,5 \text{ cm}$ .

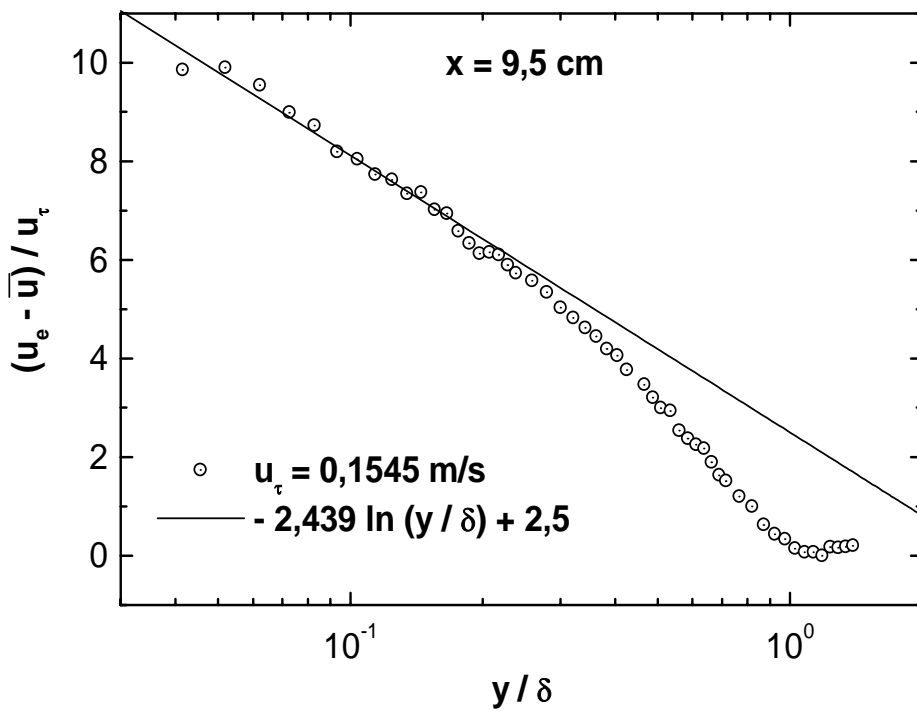


Figura 5.20: Lei da parede em coordenadas externas em  $x = 9,5 \text{ cm}$ .

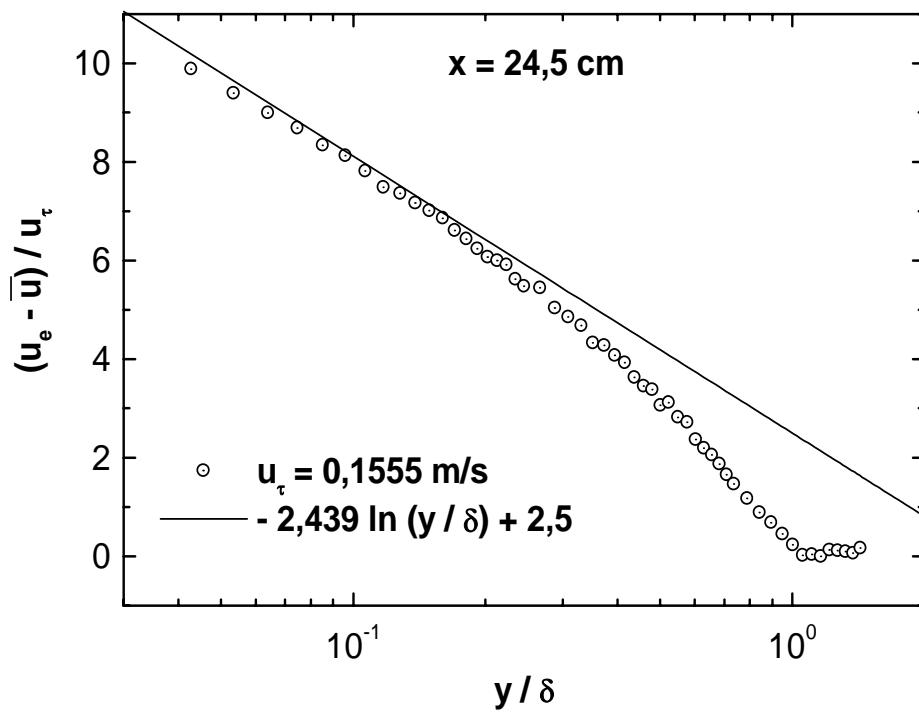


Figura 5.21: Lei da parede coordenadas externas em  $x = 24,5 \text{ cm}$ .

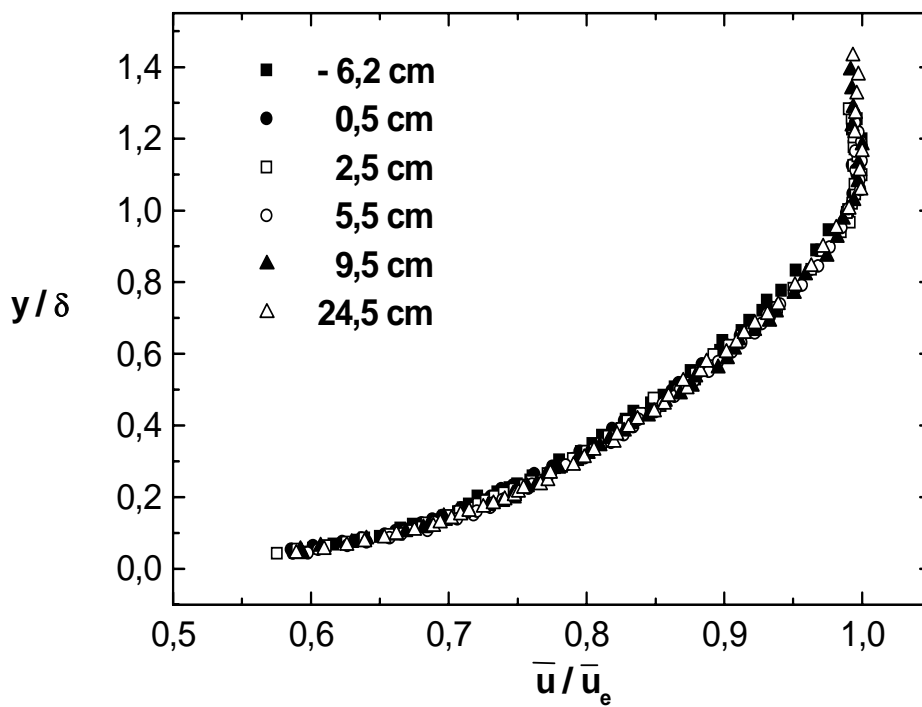


Figura 5.22: Perfil de velocidade autopreservado.



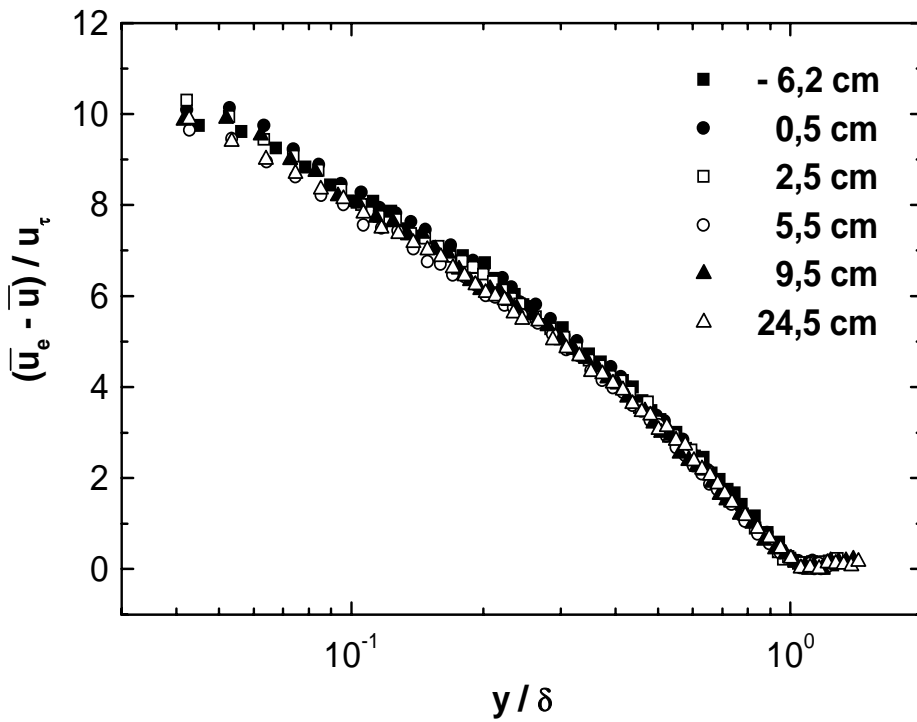


Figura 5.23: Lei da parede em coordenadas externas autopreservada.

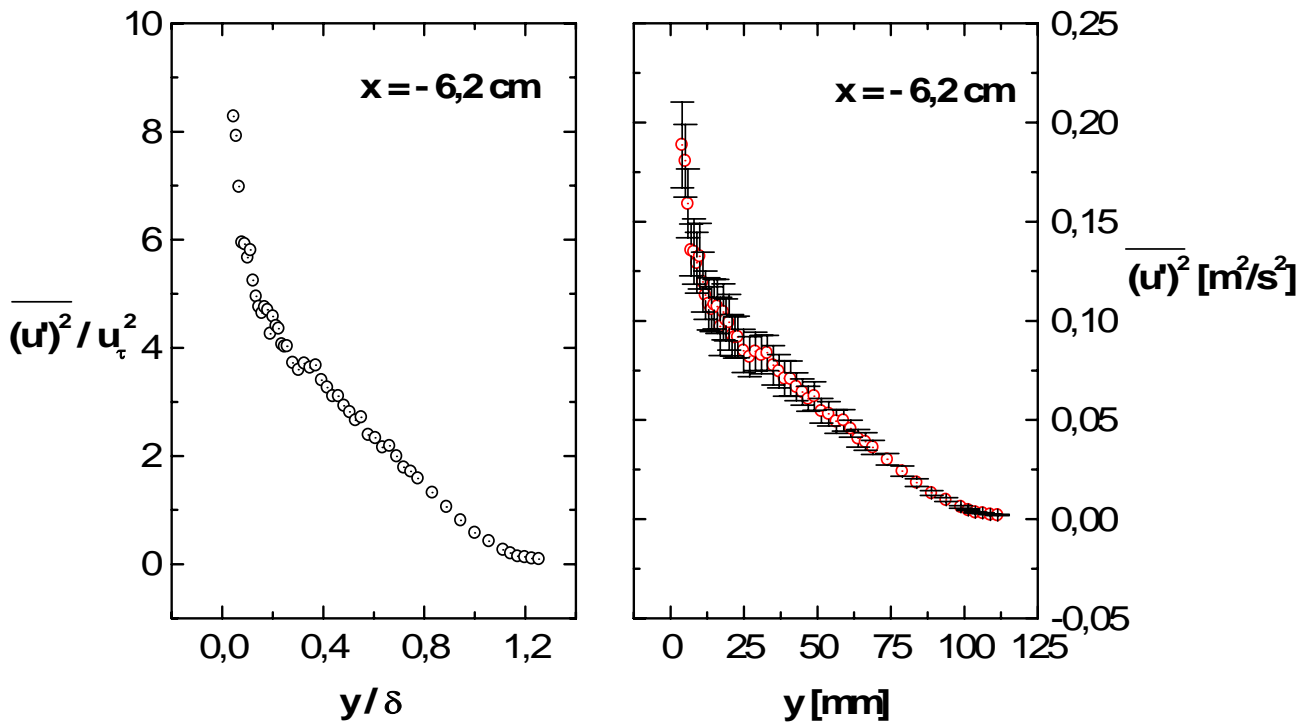


Figura 5.24: Momento de segunda ordem ou variância em  $x = -6,2$  cm.

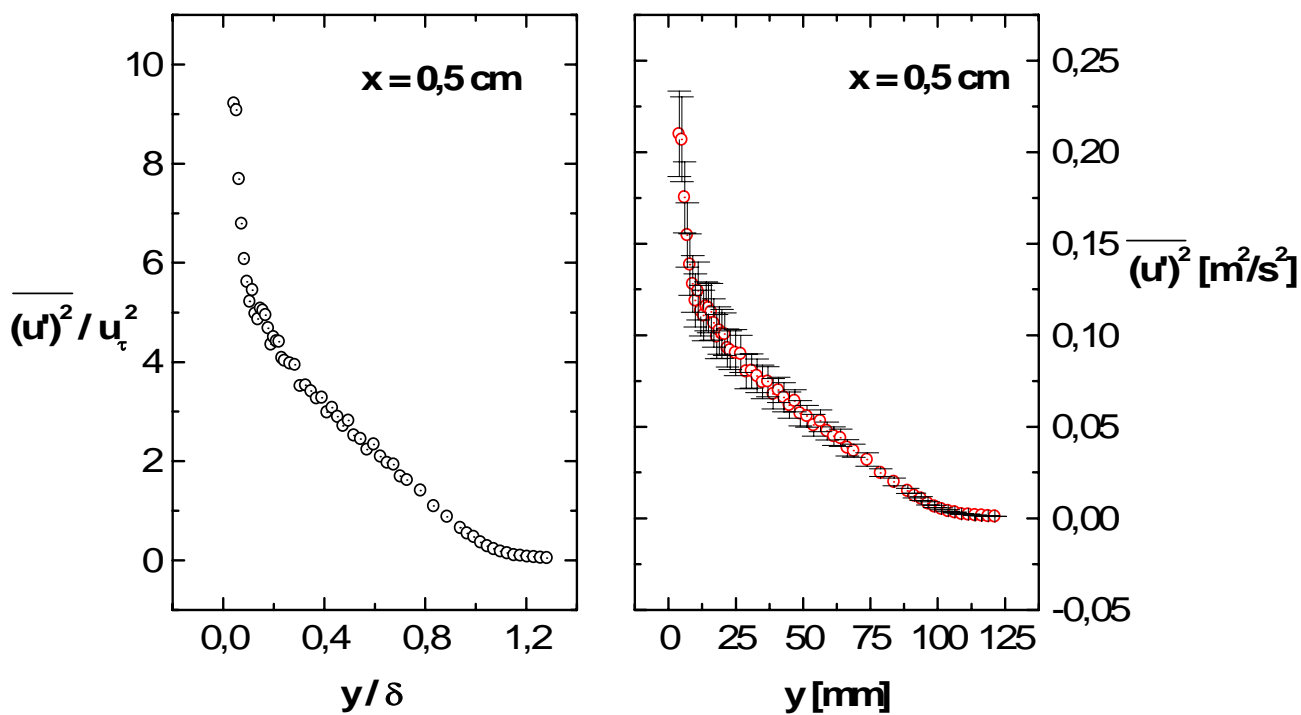


Figura 5.25: Momento de segunda ordem ou variância em  $x = 0,5 \text{ cm}$ .

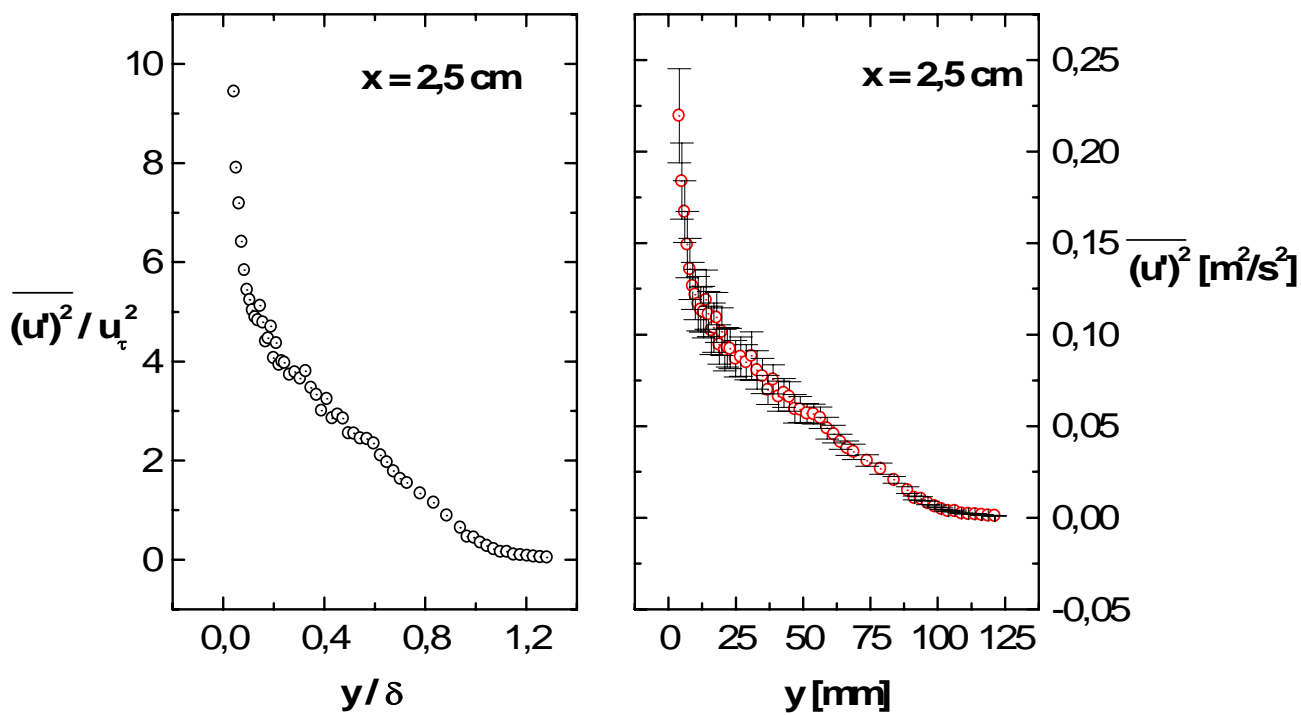


Figura 5.26: Momento de segunda ordem ou variância em  $x = 2,5 \text{ cm}$ .

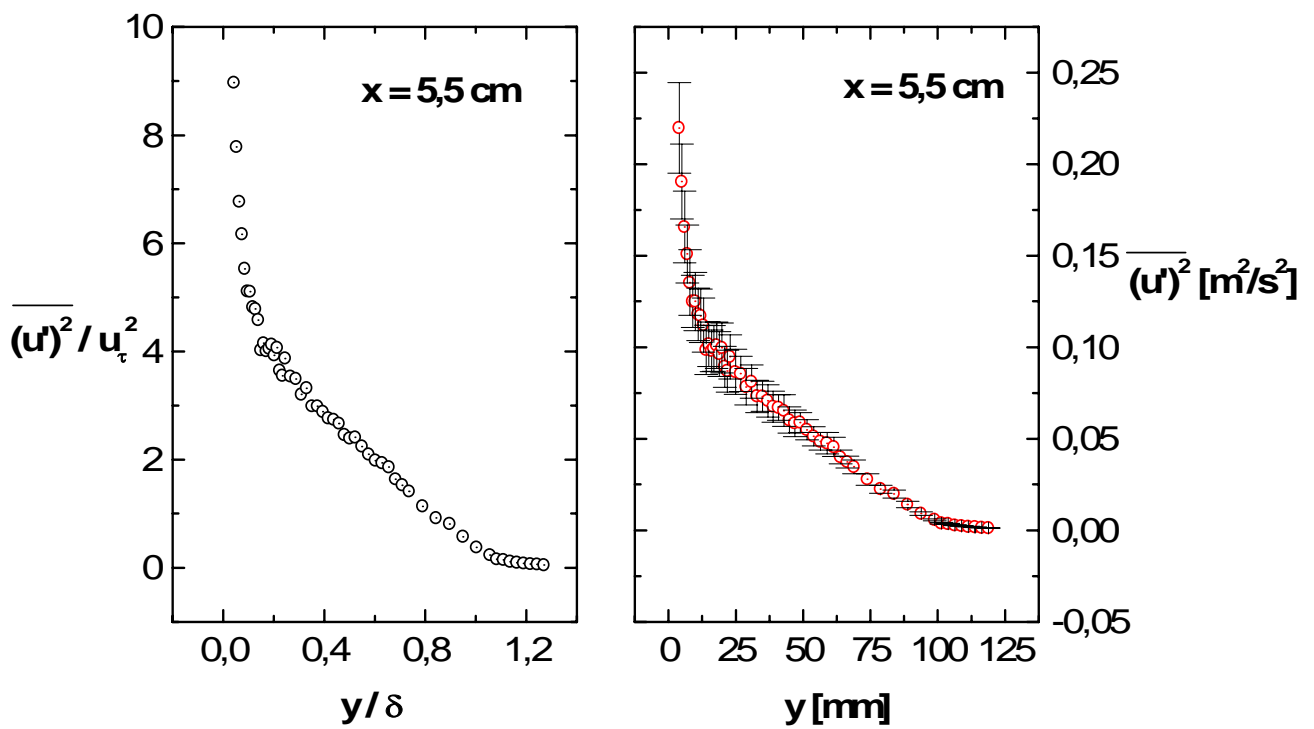


Figura 5.27: Momento de segunda ordem ou variância em  $x = 5,5\text{cm}$ .

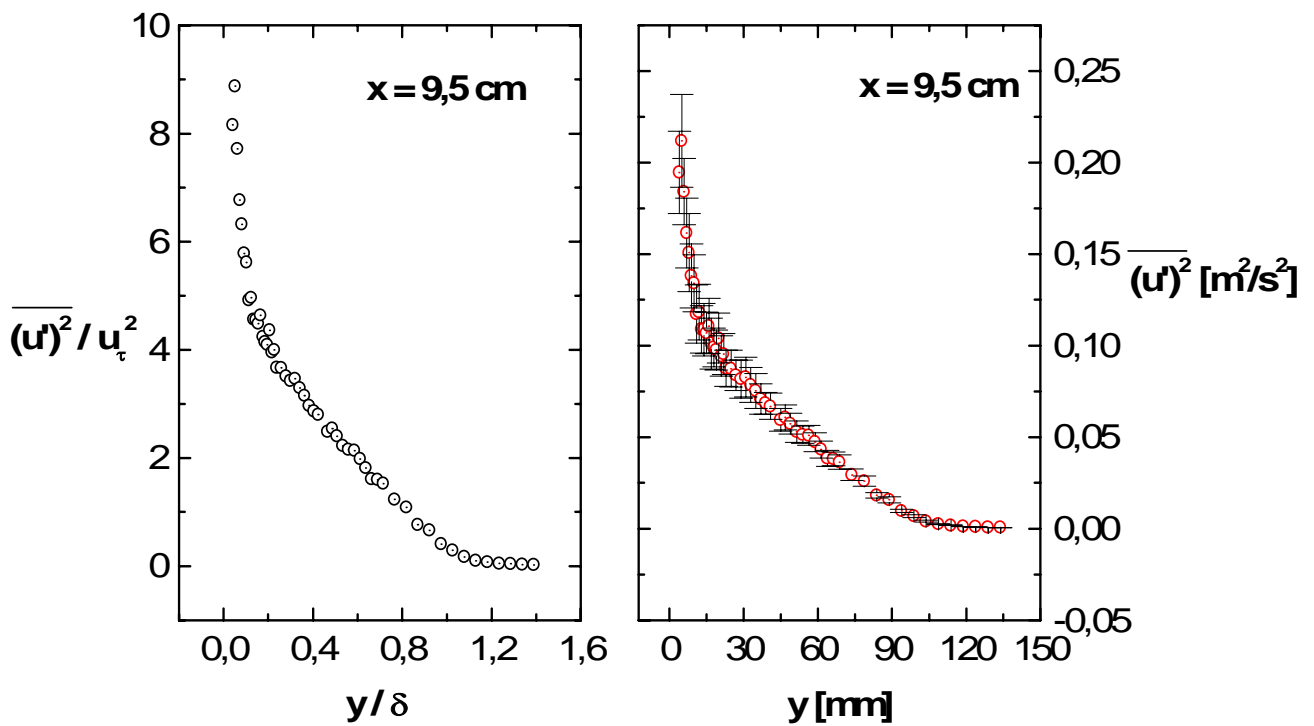


Figura 5.28: Momento de segunda ordem ou variância em  $x = 9,5\text{cm}$ .

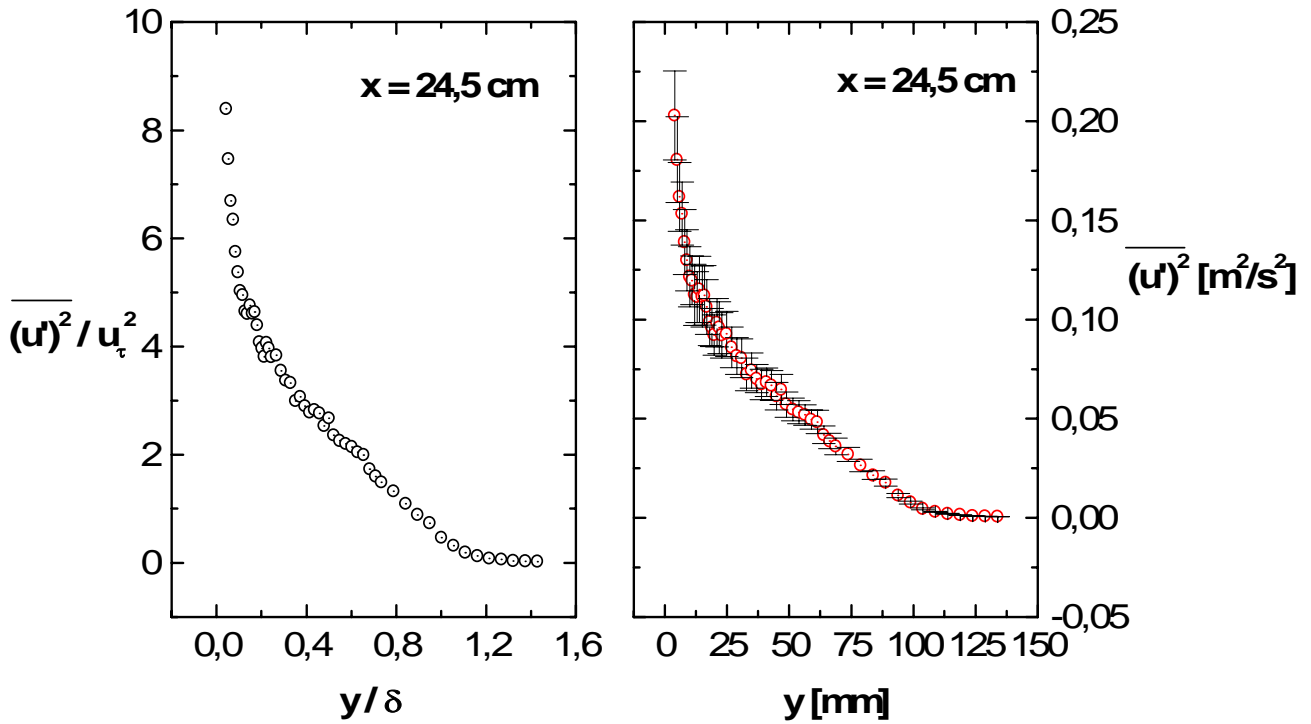


Figura 5.29: Momento de segunda ordem ou variância em  $x = 24,5\text{cm}$ .

Quanto menor a variância, mais concentrados em torno de  $\bar{u}$  estão os  $N = 2^{17}$  valores instantâneos de  $u$  medidos naquele ponto. Analisando as figuras 5.24 a 5.29, verifica-se que quanto mais próximo da parede está o ponto de medição, maior é a variância. Ou seja, quanto mais se aproxima da parede, mais dispersos em relação ao valor médio estão os dados de velocidade longitudinal instantânea. As figuras 5.31 e 5.32 mostram essa situação, onde podem ser vistos, respectivamente, os histogramas das medidas de velocidade instantâneas obtidas no ponto mais próximo (figura 5.31) e no ponto mais afastado da parede (figura 5.32) no perfil medido em  $x = -6,2\text{cm}$ .

A medida da intensidade das flutuações é conhecida como *intensidade turbulenta*,  $Tu$ , cujo equacionamento é o seguinte:

$$Tu = \frac{\sqrt{\frac{1}{3} \left[ \overline{(u')^2} + \overline{(v')^2} + \overline{(w')^2} \right]}}{\bar{u}_e}. \quad (5.3)$$

Com não foi medido o campo de velocidade nas direções normal à parede e transversal à direção principal do escoamento, ou seja, nas direções  $y$  e  $z$ , optou-se por considerar a turbulência como isotrópica. Nesse caso, as flutuações de velocidade

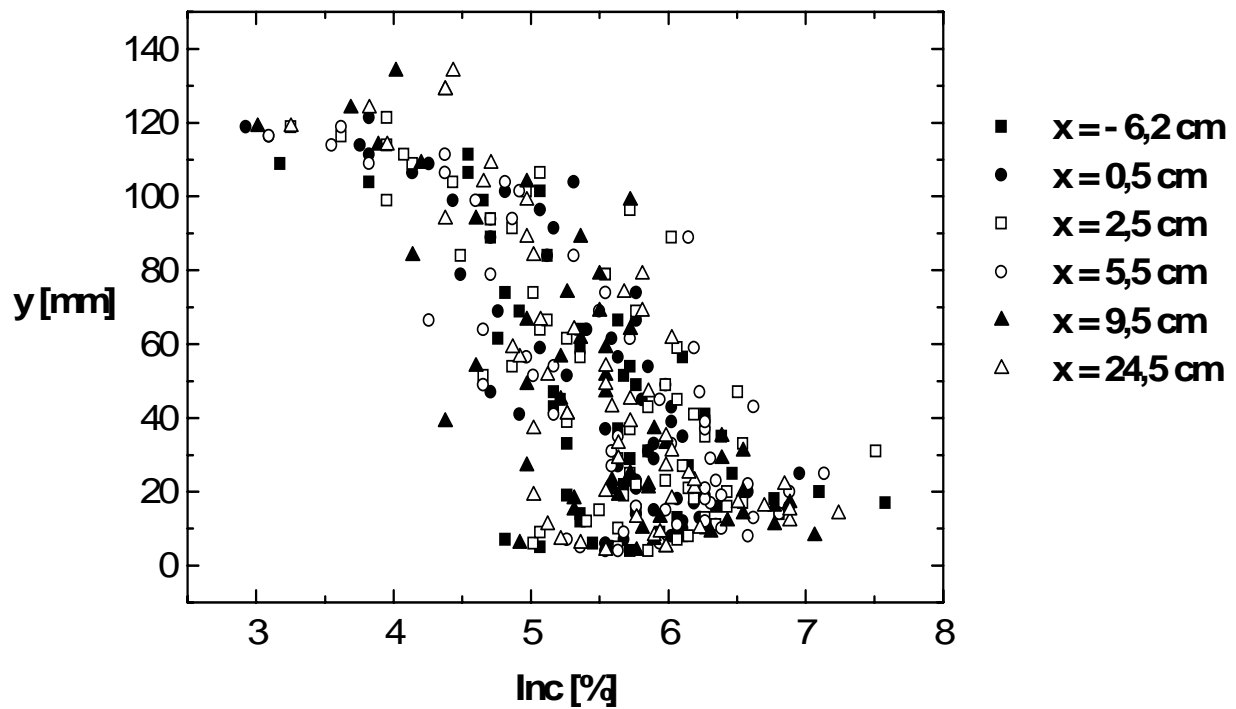


Figura 5.30: Incerteza dos perfis de momento de segunda ordem ou variância.

não apresentam direção preferencial. Conseqüentemente,  $\overline{(u')^2} = \overline{(v')^2} = \overline{(w')^2}$  e a intensidade turbulenta fica reduzida à relação constante da equação 3.46.

Assumir a turbulência isotrópica é procedimento comum em experimentos realizados em túneis de vento. Essa simplificação é tão mais precisa nos pontos mais afastados da parede e nos turbilhões de pequenas escalas, onde a isotropia local de Kolmogorov é aceita [98, pp. 511].

As figuras 5.33 a 5.38 apresentam os resultados de intensidade turbulenta. Observa-se que no ponto mais próximo da parede medido em cada perfil  $Tu$  não ultrapassa os 22 %. Na região do escoamento livre, a intensidade turbulenta chega a níveis bem baixos, em torno de 1 %.

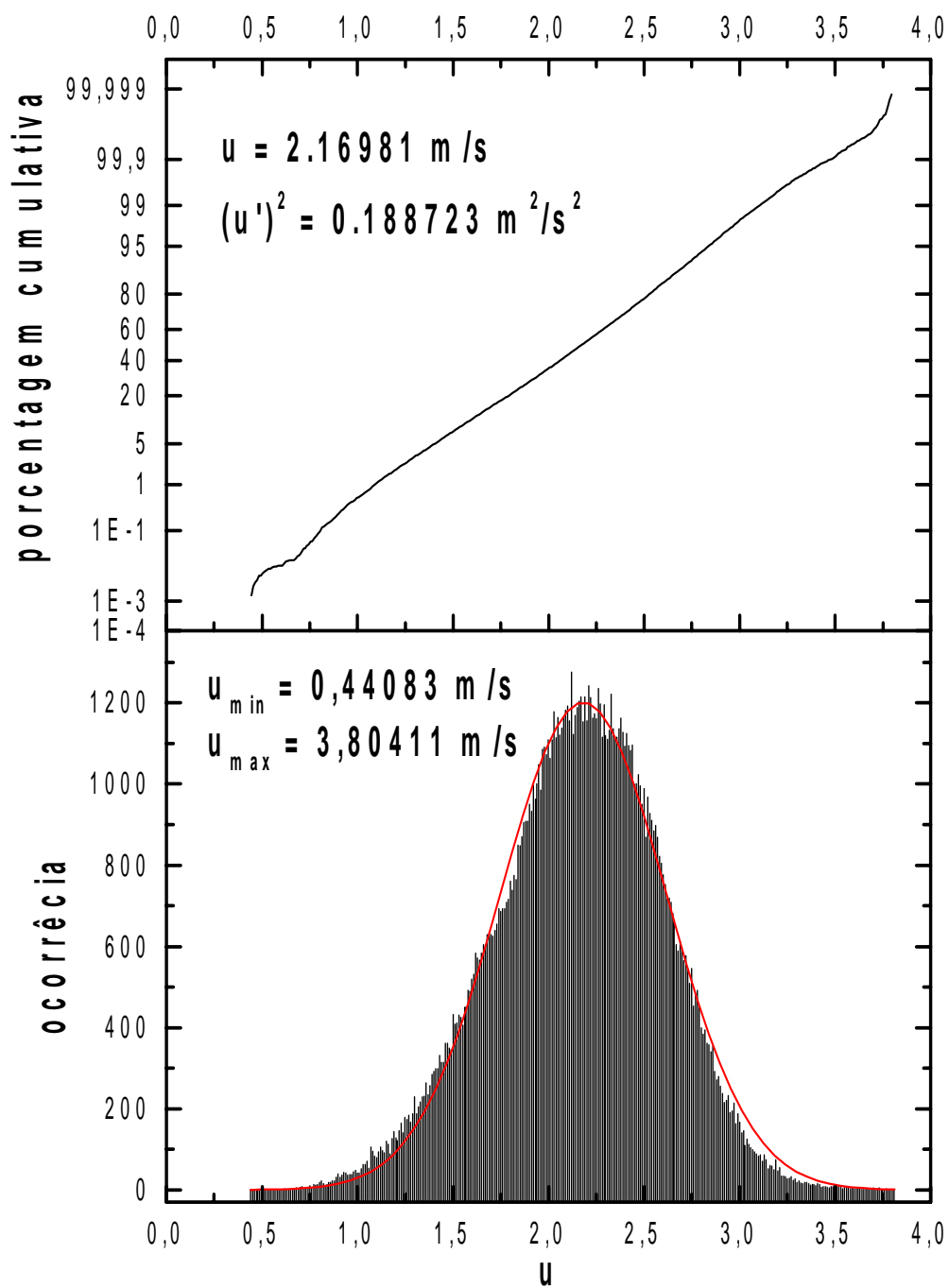


Figura 5.31: Histograma de  $u$  no ponto ( $x = -6,2 \text{ cm}$ ,  $y = 4 \text{ mm}$ ).

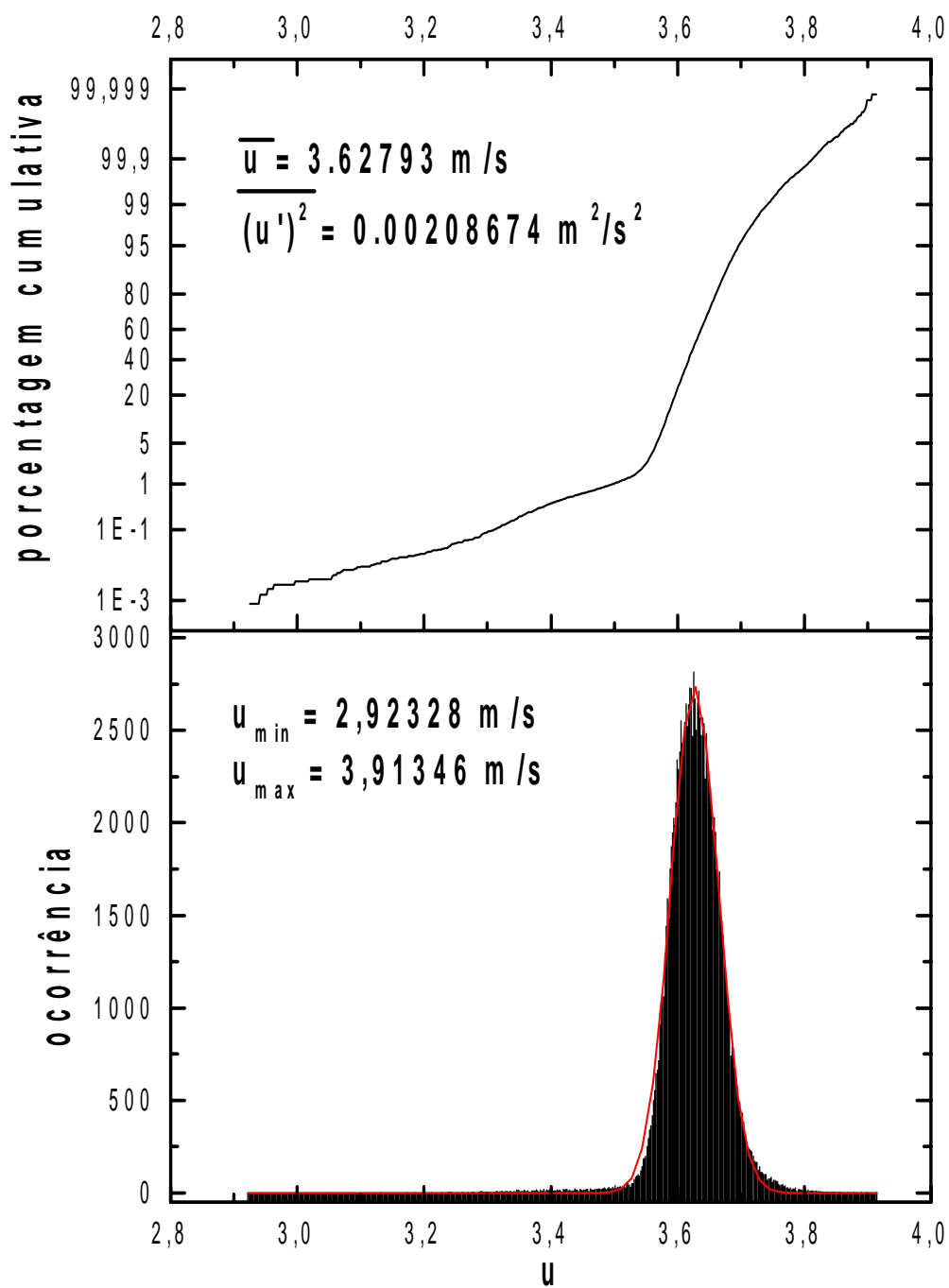


Figura 5.32: Histograma de  $u$  no ponto ( $x = -6,2 \text{ cm}$ ,  $y = 111 \text{ mm}$ ).

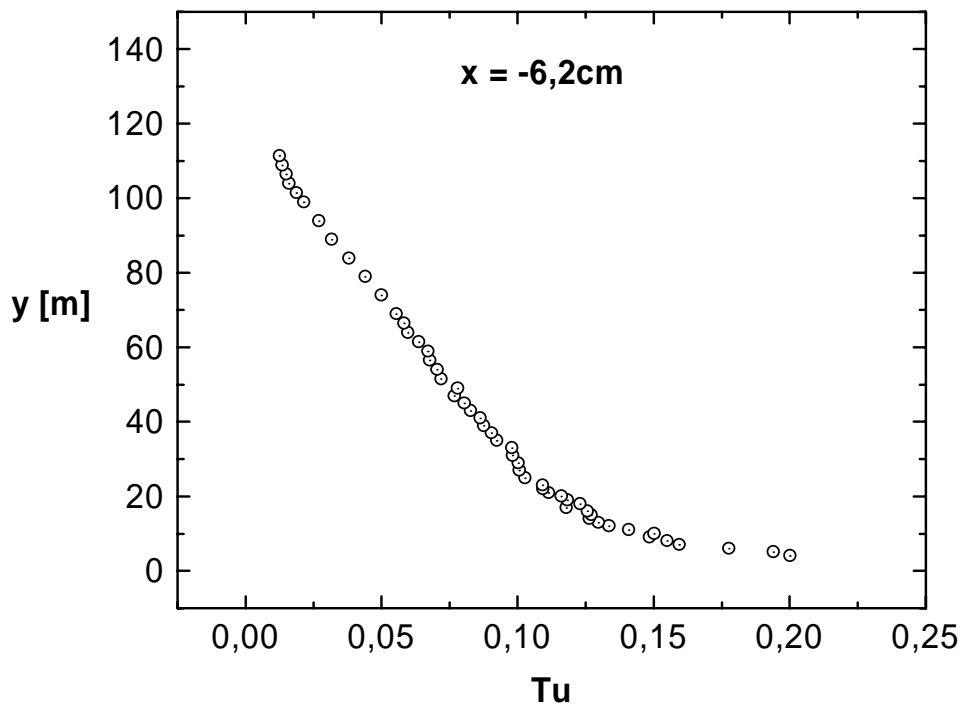


Figura 5.33: Intensidade turbulenta em  $x = -6,2$  cm.

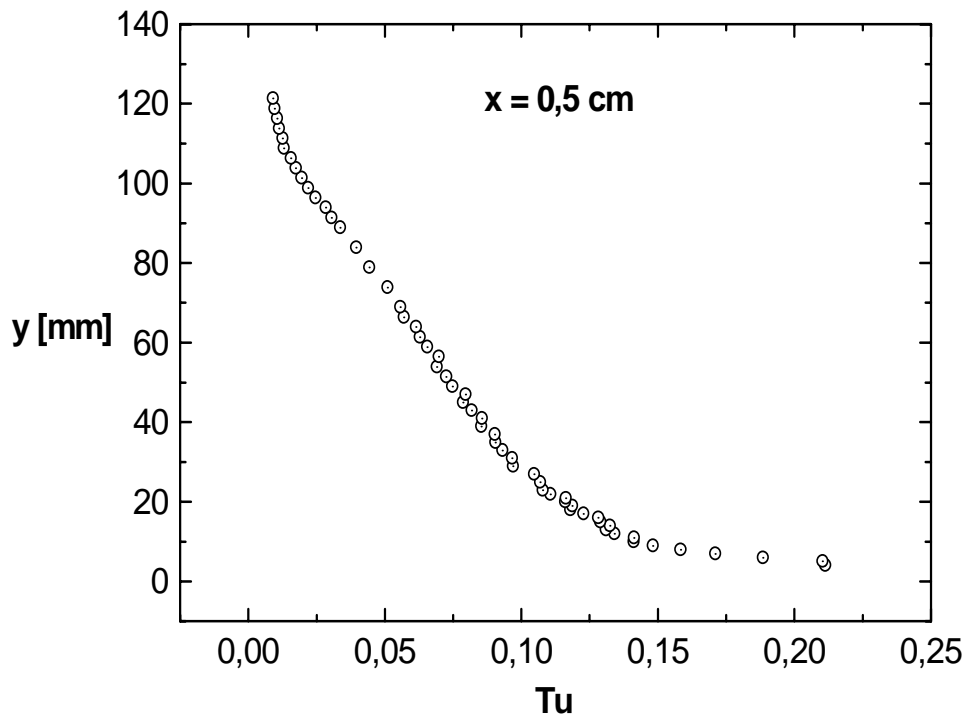


Figura 5.34: Intensidade turbulenta  $x = 0,5$  cm.



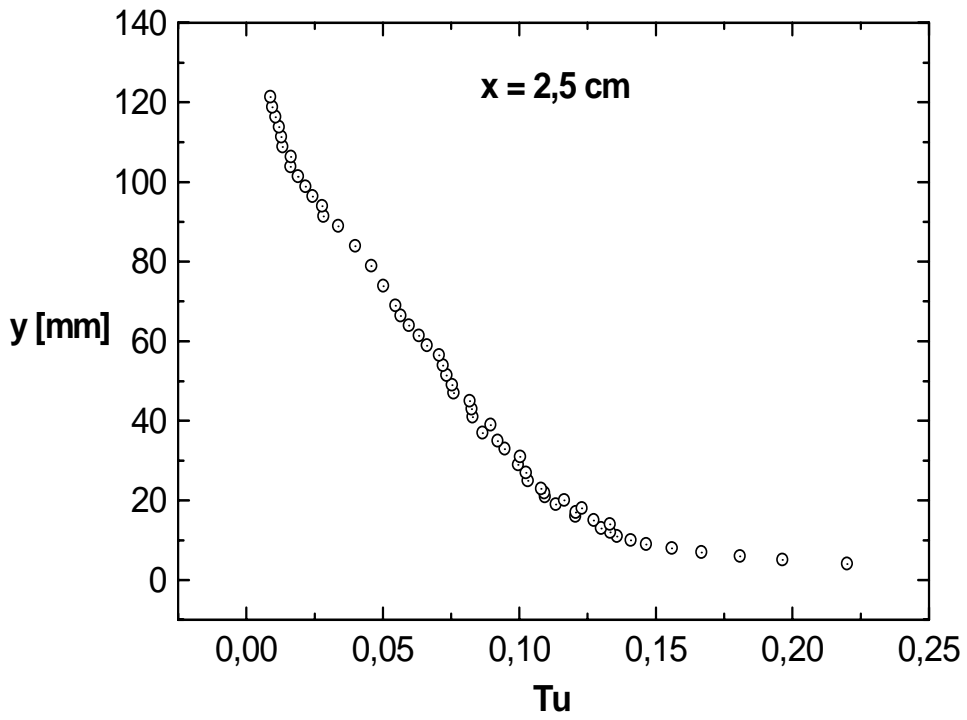


Figura 5.35: Intensidade turbulenta em  $x = 2,5$  cm.

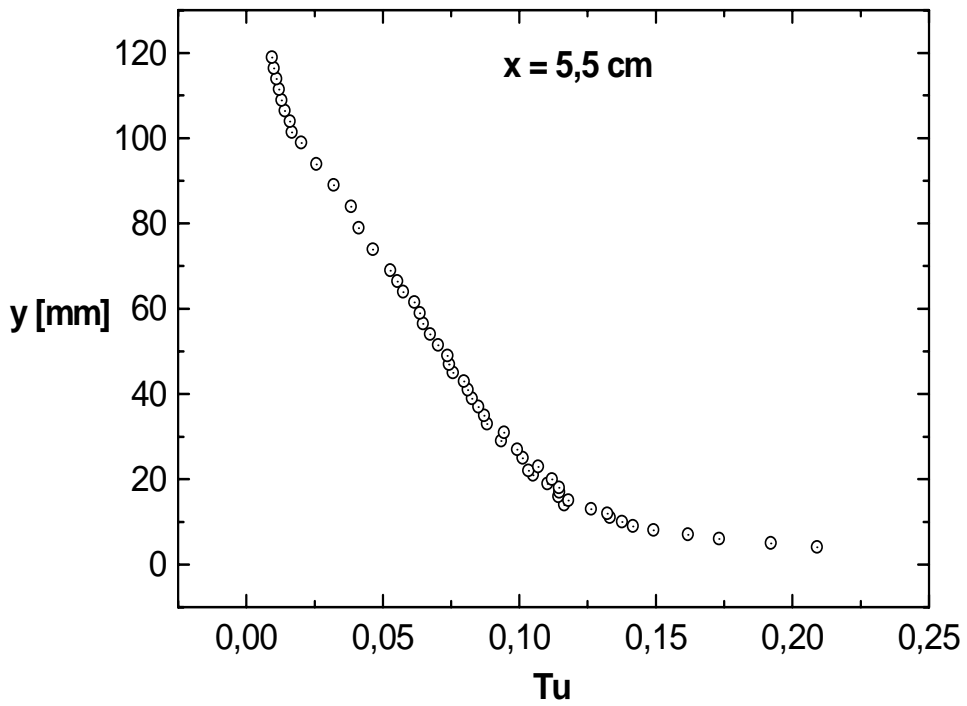


Figura 5.36: Intensidade turbulenta em  $x = 5,5$  cm.

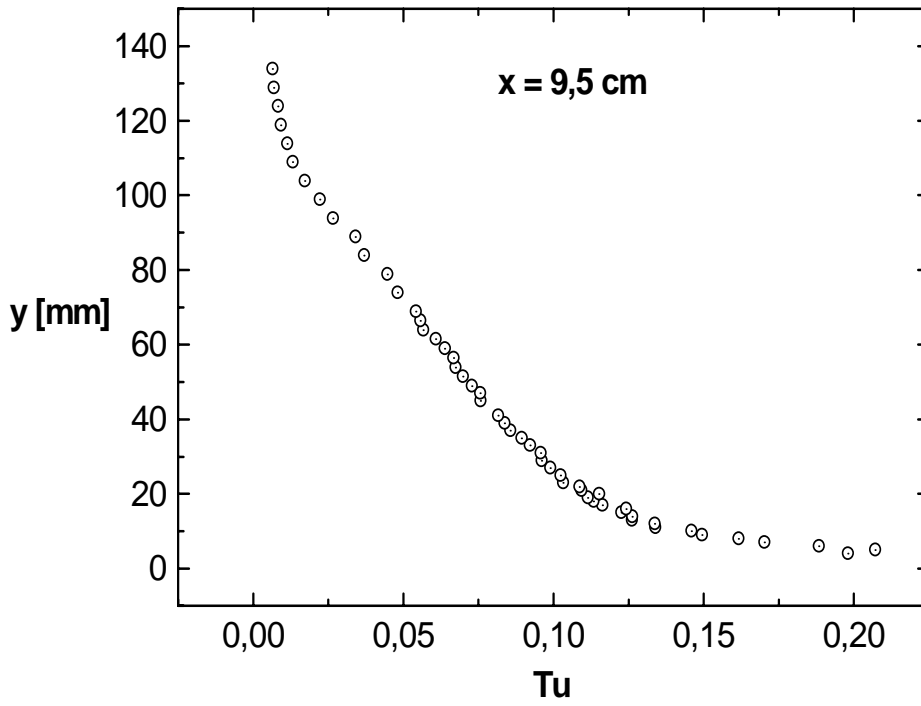


Figura 5.37: Intensidade turbulenta em  $x = 9,5$  cm.

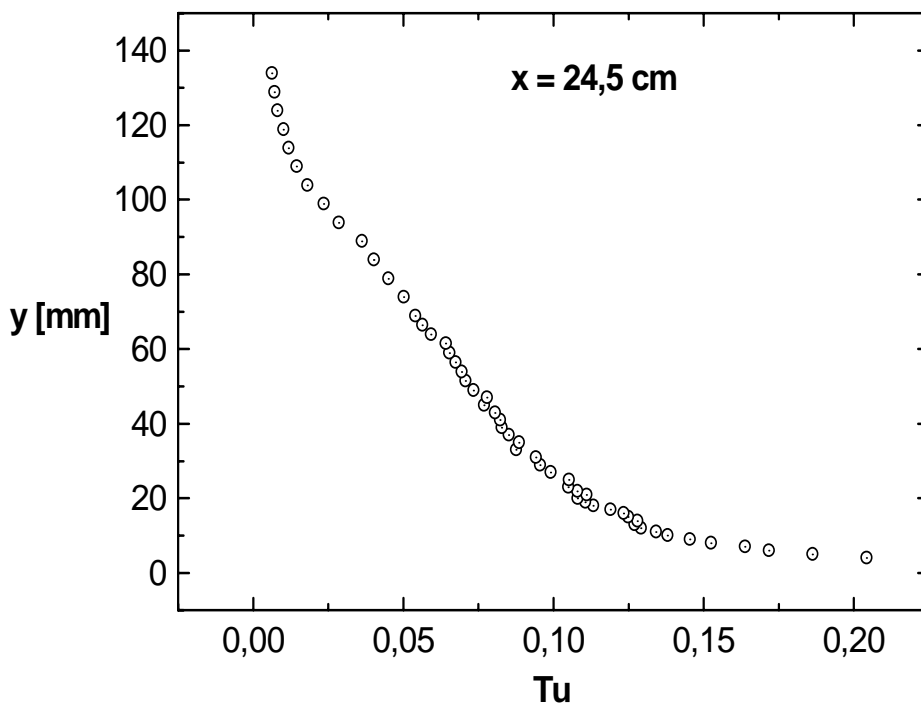


Figura 5.38: Intensidade turbulenta em  $x = 24,5$  cm.

### 5.1.4 Momentos de Terceira e Quarta Ordem

As figuras 5.39 a 5.44 mostram os momentos de terceira ordem e a assimetria para todos os pontos medidos por anemometria. Cada figura apresenta dois gráficos. O gráfico da direita mostra o momento de terceira ordem para cada ponto do perfil, obtido conforme a equação 3.47, e os respectivos intervalos de confiança para uma probabilidade de 99 %, determinados de acordo com a equação 3.58. O gráfico da esquerda apresenta a assimetria, que é o momento de terceira ordem adimensionalizado pela terceira potência do desvio padrão da distribuição de  $u$ ,  $\sigma = \sqrt{\overline{(u')^2}}$ , em função da coordenada  $y$  adimensionalizada pela espessura de velocidade da camada limite.

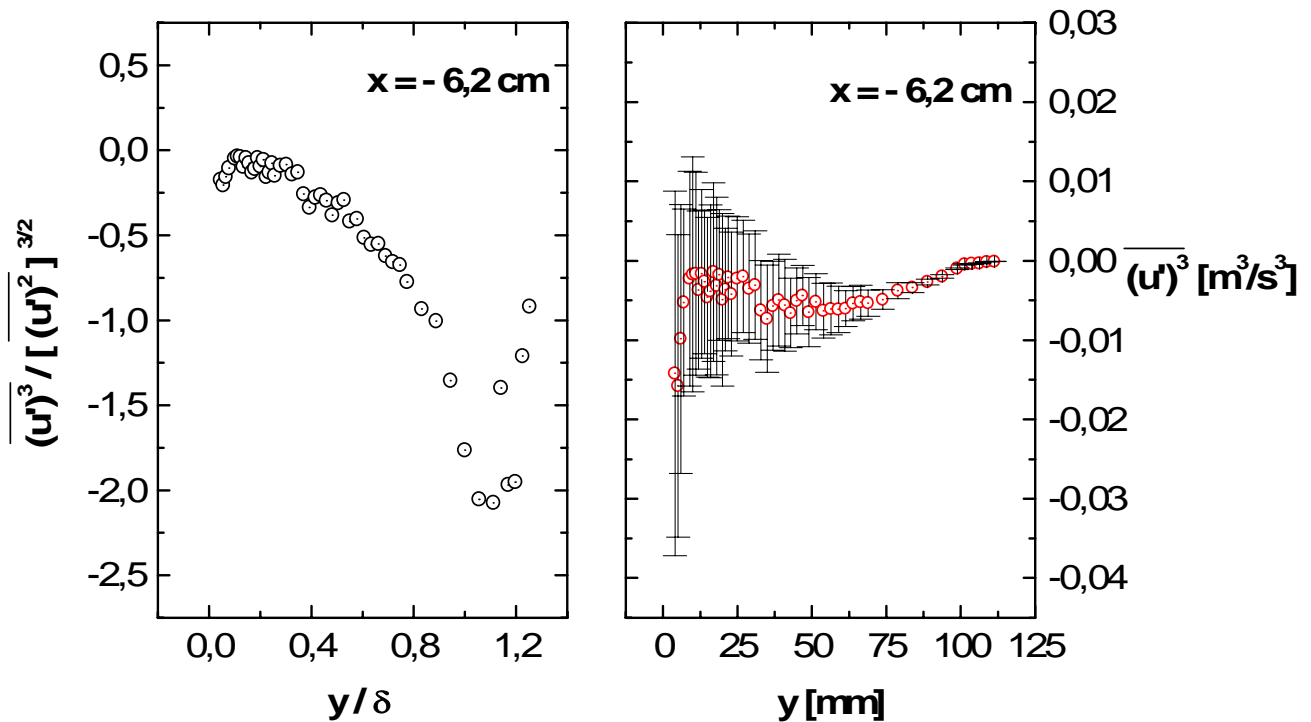


Figura 5.39: Assimetria e momento de terceira ordem em  $x = -6,2\text{cm}$ .

A figura 5.45 mostra a incerteza estatística do valor nominal do momento de terceira ordem para os perfis de velocidade medidos, ou seja, a porcentagem do valor nominal do momento de terceira ordem que corresponde ao intervalo de confiança de 99 %. Assim,  $\overline{(u')^3} = \overline{(u')^3} \pm \text{Inc} \% \text{ de } \overline{(u')^3}$ . Analisando a equação 3.58, observa-se que a incerteza é dada pela equação a seguir.

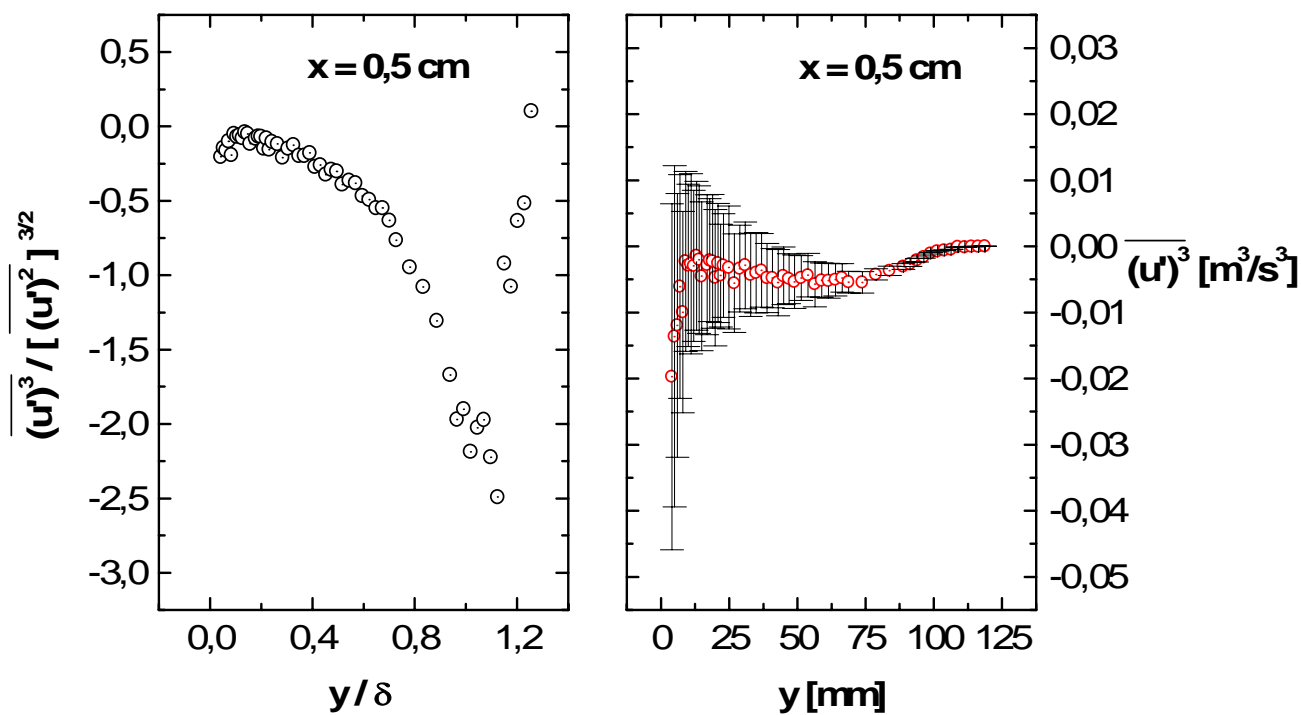


Figura 5.40: Assimetria e momento de terceira ordem em  $x = 0,5\text{cm}$ .

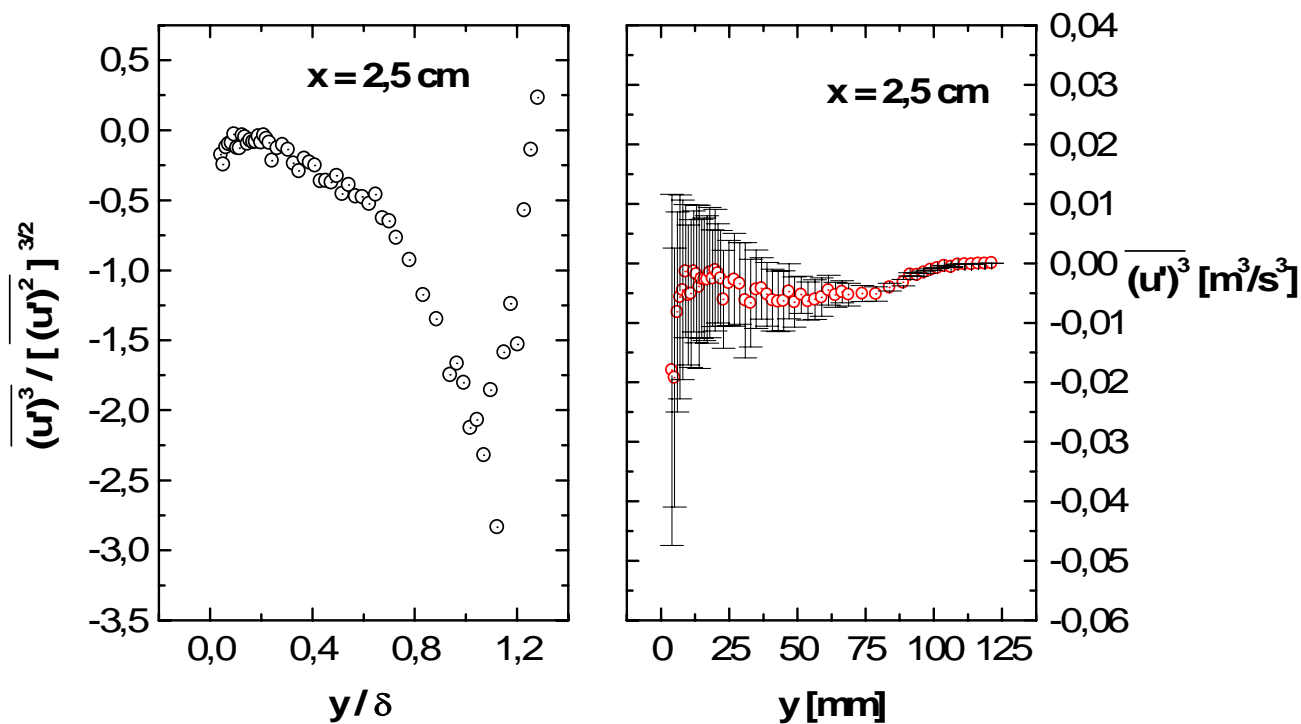


Figura 5.41: Assimetria e momento de terceira ordem em  $x = 2,5\text{cm}$ .

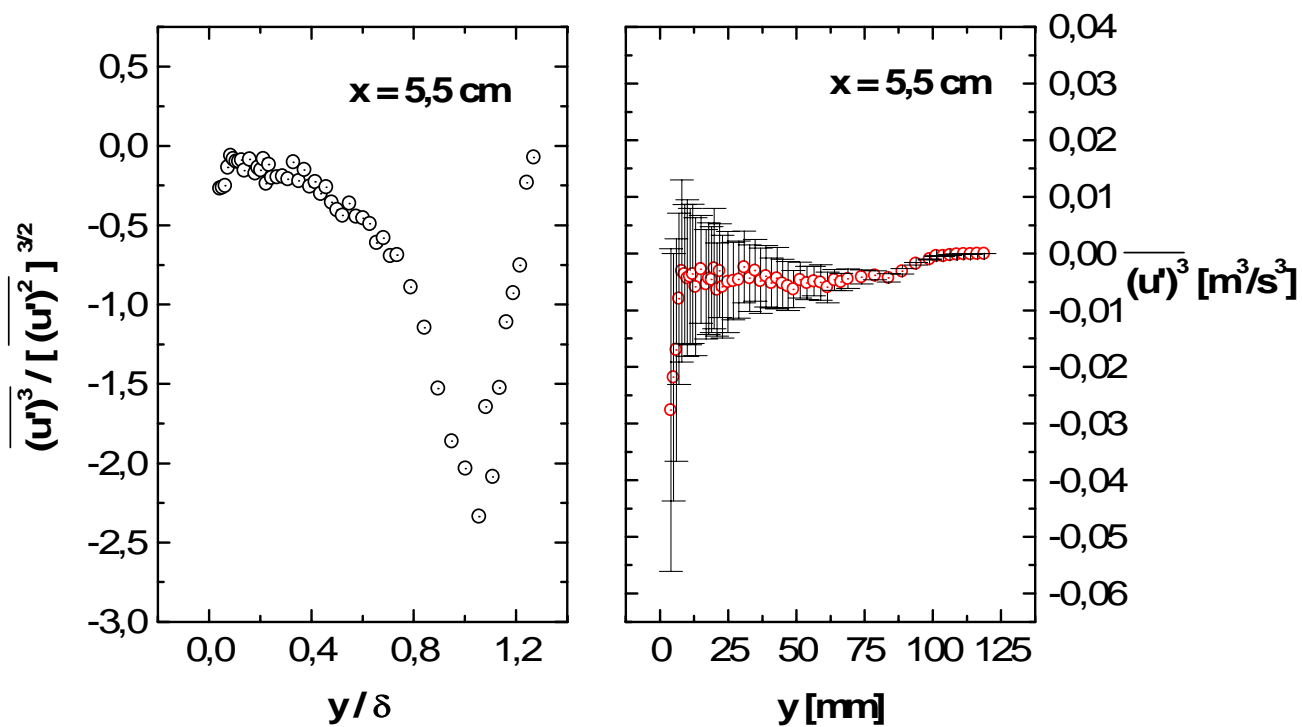


Figura 5.42: Assimetria e momento de terceira ordem em  $x = 5,5 \text{ cm}$ .

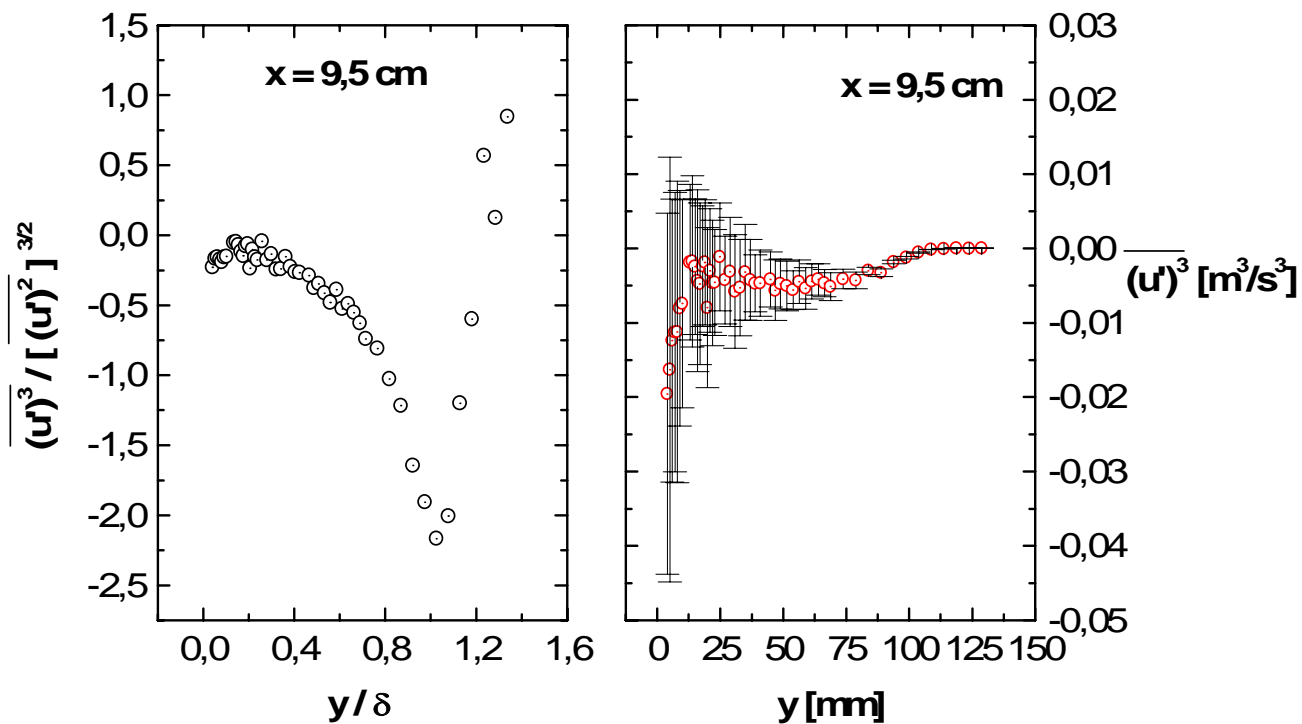


Figura 5.43: Assimetria e momento de terceira ordem em  $x = 9,5 \text{ cm}$ .

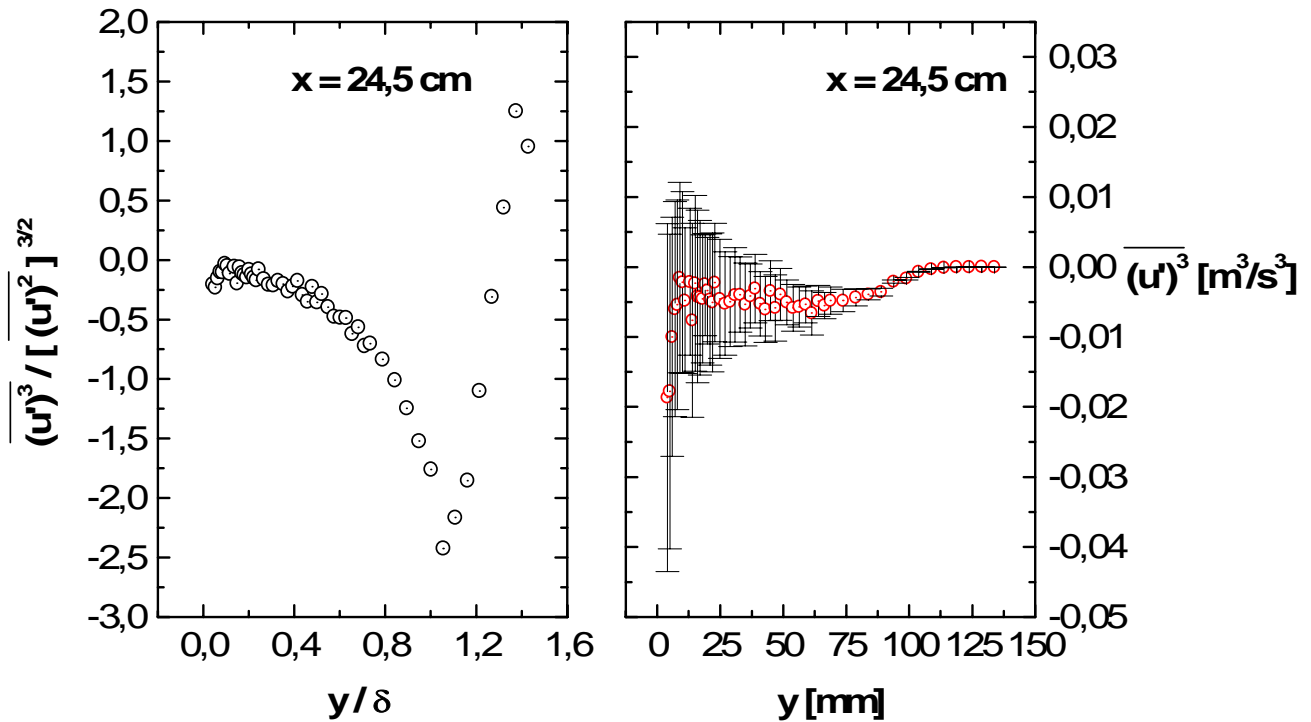


Figura 5.44: Assimetria e momento de terceira ordem em  $x = 24,5\text{cm}$ .

$$Inc = 2,57 \frac{[\overline{(u')^2}]^{3/2}}{(\overline{(u')^3})} \sqrt{\frac{6}{Nn_u}} \quad (5.4)$$

Observando a figura 5.45, verifica-se que a incerteza de  $\overline{(u')^3}$  para um intervalo de confiança de 99 % é extremamente alta nas proximidades da parede e na extremidade externa da camada limite. Somente numa pequena região central, entre  $0,9 \leq y/\delta \leq 1,1$  a incerteza é menor que 10 % do valor nominal de  $\overline{(u')^3}$ . Essa região está indicada na figura 5.45, enquadrada por linhas vermelhas.

A assimetria para um determinado ponto de medição indica o quanto a distribuição dos dados de velocidade instantânea,  $u$ , medidos naquele ponto estão simétricos em relação ao valor de velocidade média,  $\bar{u}$ .

Quanto menor a assimetria, mais simétrica em torno de  $\bar{u}$  estão os  $N = 2^{17}$  valores instantâneos de  $u$  medidos naquele ponto. As figuras 5.46 e 5.47 exemplificam essa situação, onde podem ser vistos, respectivamente, os histogramas das medidas de velocidade instantâneas obtidas no ponto de menor (figura 5.46) e maior (figura 5.47) assimetria no perfil medido em  $x = 5,5\text{cm}$ .

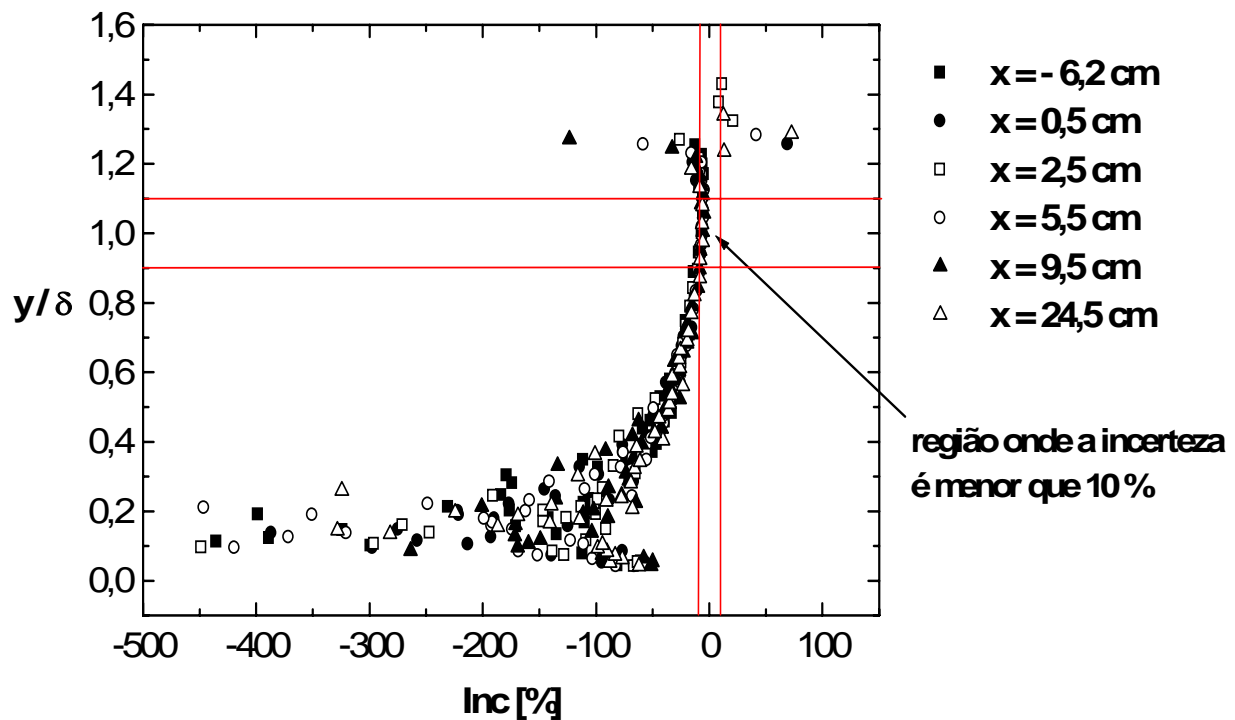


Figura 5.45: Incerteza dos perfis de momento de terceira ordem.

A assimetria pode ser visualizada na figura 5.47 pela comparação do histograma com a curva normal, em vermelho. Há uma maior ocorrência de valores  $u$  menor que  $\bar{u}$ , daí a assimetria ser negativa.

As figuras 5.48 a 5.53 mostram os momentos de quarta ordem e o achatamento para todos os pontos medidos por anemometria. Cada figura apresenta dois gráficos. O gráfico da direita mostra o momento de quarta ordem para cada ponto do perfil, obtido conforme a equação 3.48, e os respectivos intervalos de confiança para uma probabilidade de 99 %, determinados de acordo com a equação 3.61. O gráfico da esquerda apresenta o achatamento, que é o momento de quarta ordem adimensionalizado pelo quadrado da variância da distribuição de  $u$ , em função da coordenada  $y$  adimensionalizada pela espessura de velocidade da camada limite.

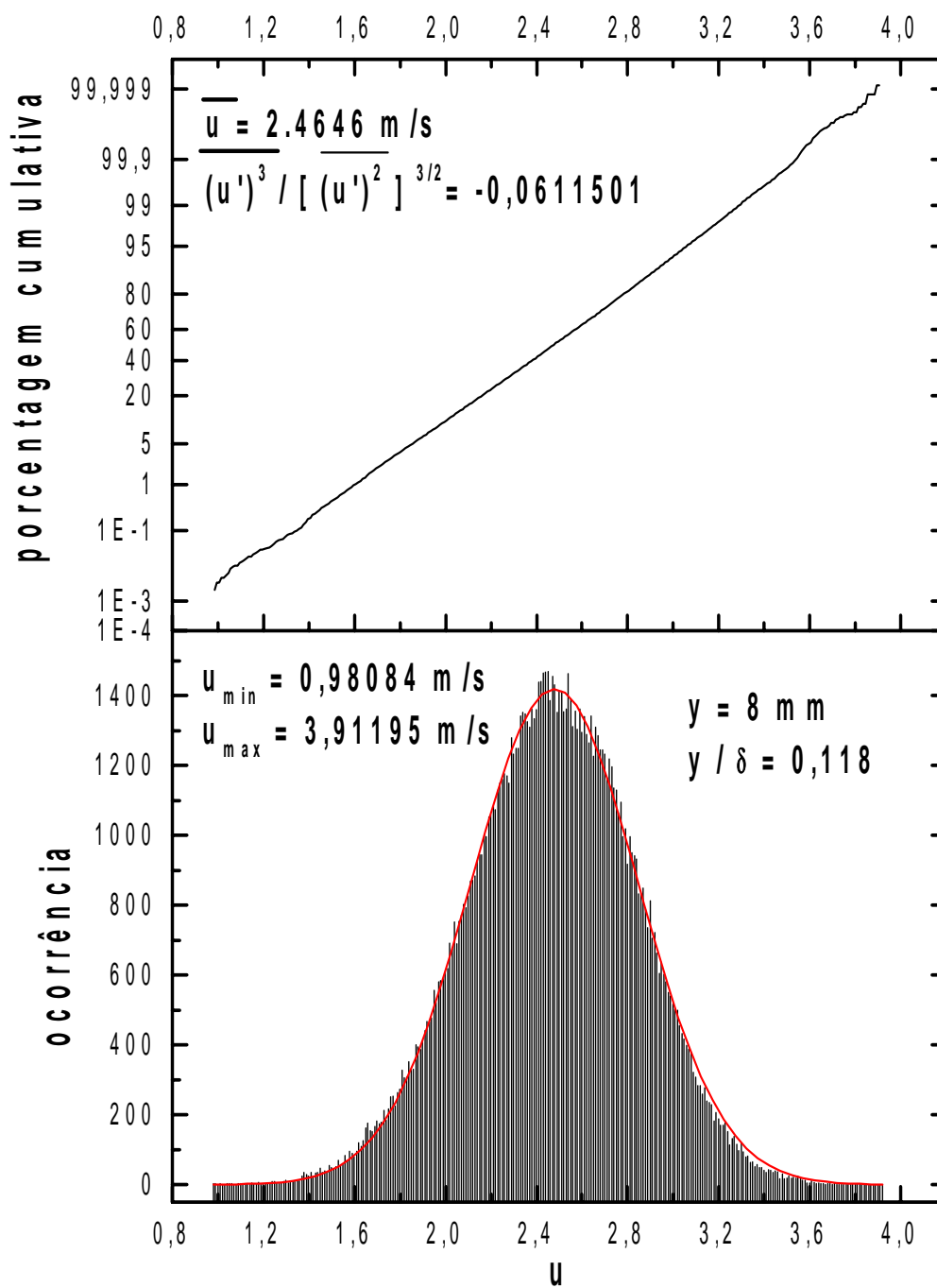


Figura 5.46: Histograma de  $u$  no ponto ( $x = 5,5 \text{ cm}$ ,  $y = 8 \text{ mm}$ ).



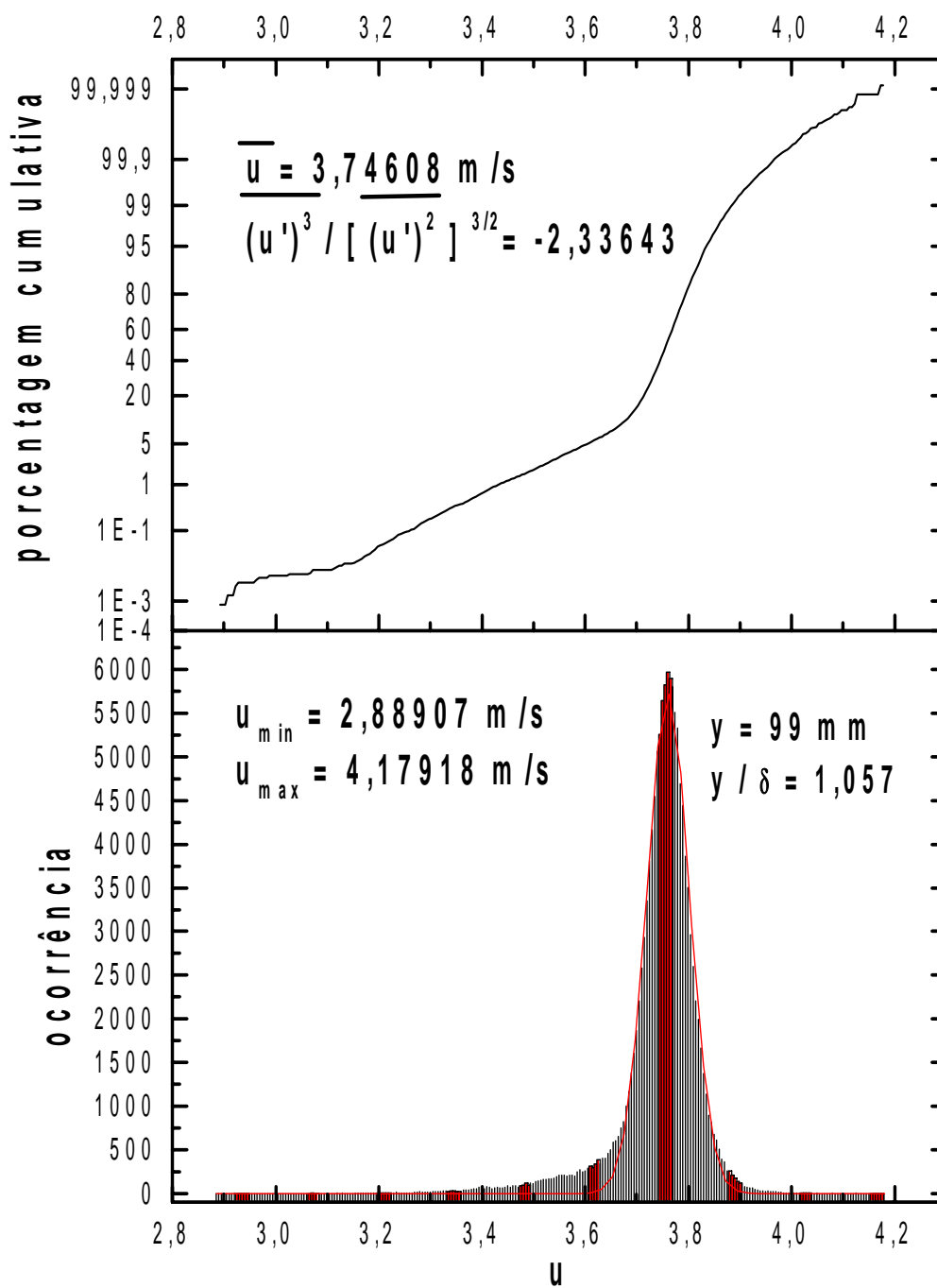


Figura 5.47: Histograma de  $u$  no ponto ( $x = 5,5 \text{ cm}$ ,  $y = 99 \text{ mm}$ ).

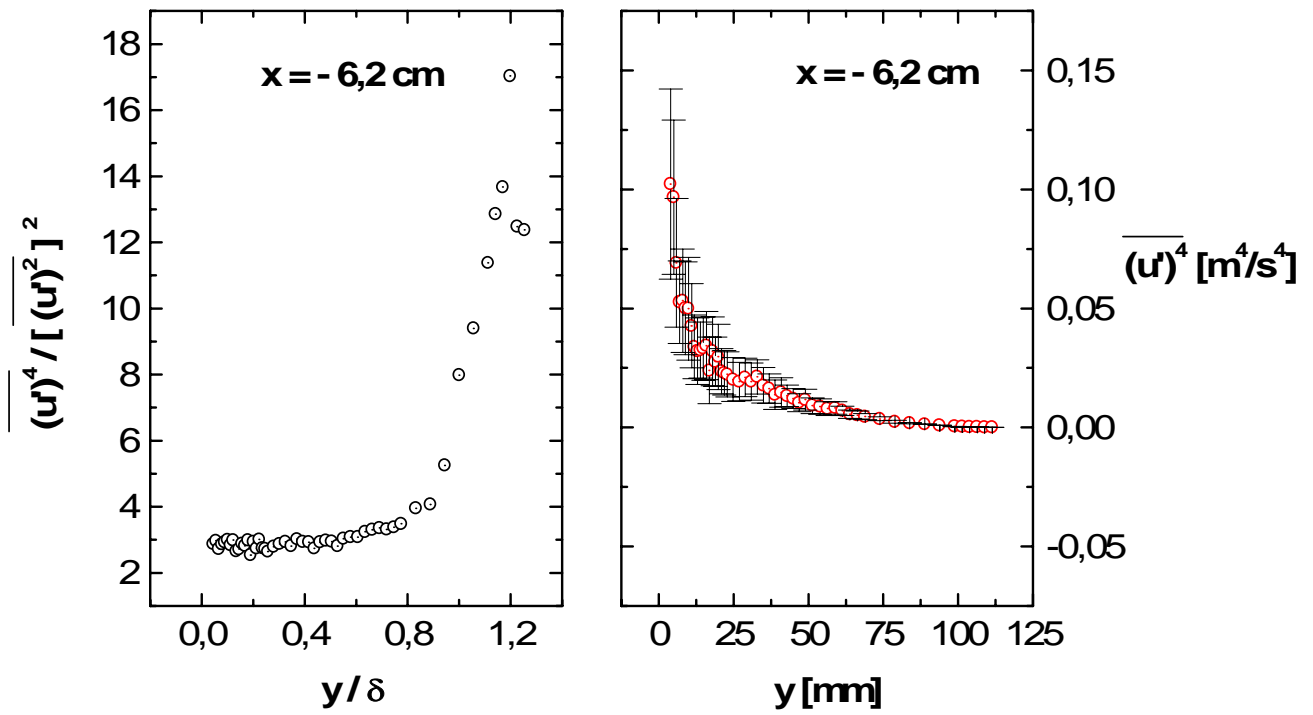


Figura 5.48: Achatamento e momento de quarta ordem em  $x = -6,2 \text{ cm}$ .

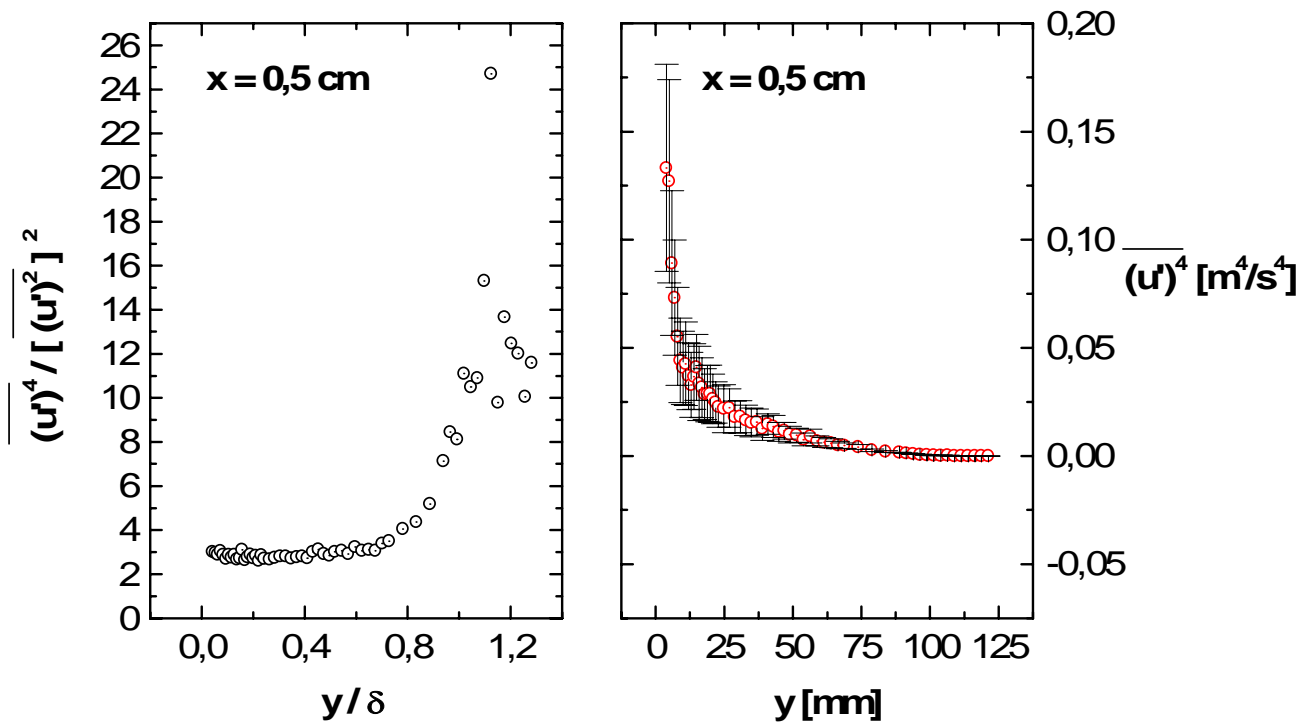


Figura 5.49: Achatamento e momento de quarta ordem em  $x = 0,5 \text{ cm}$ .

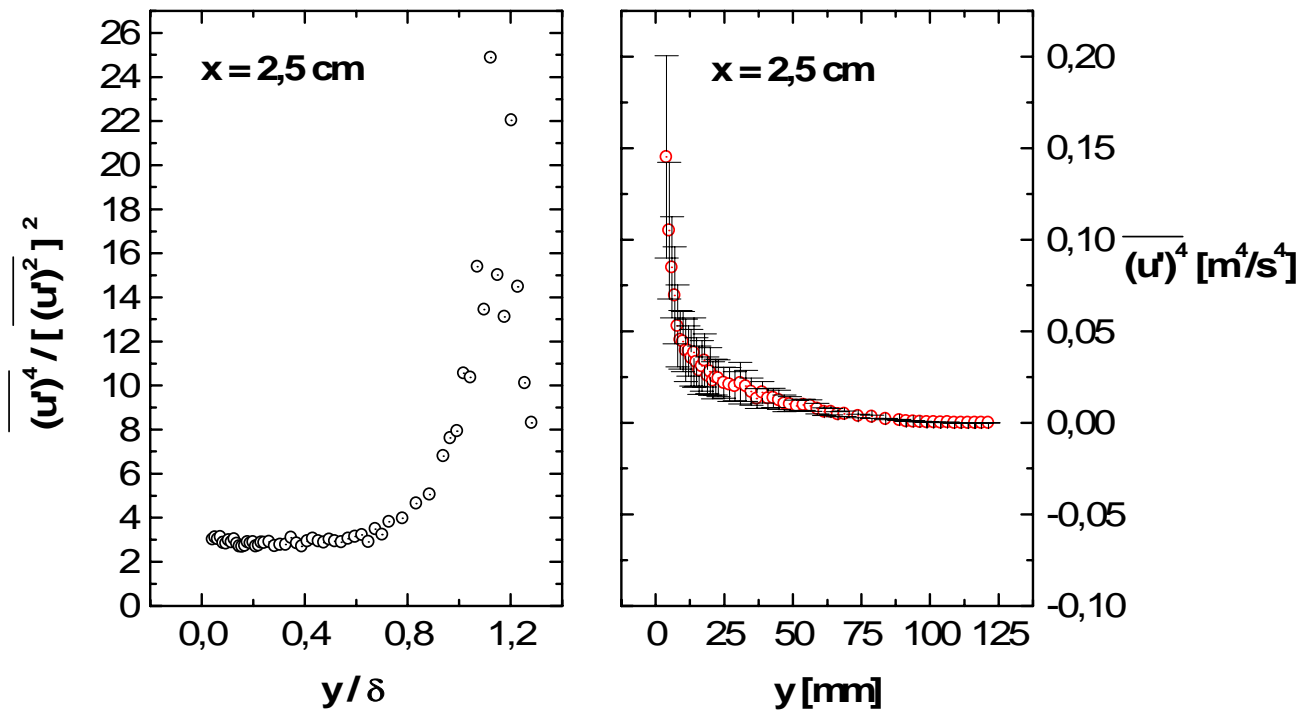


Figura 5.50: Achatamento e momento de quarta ordem em  $x = 2,5 \text{ cm}$ .

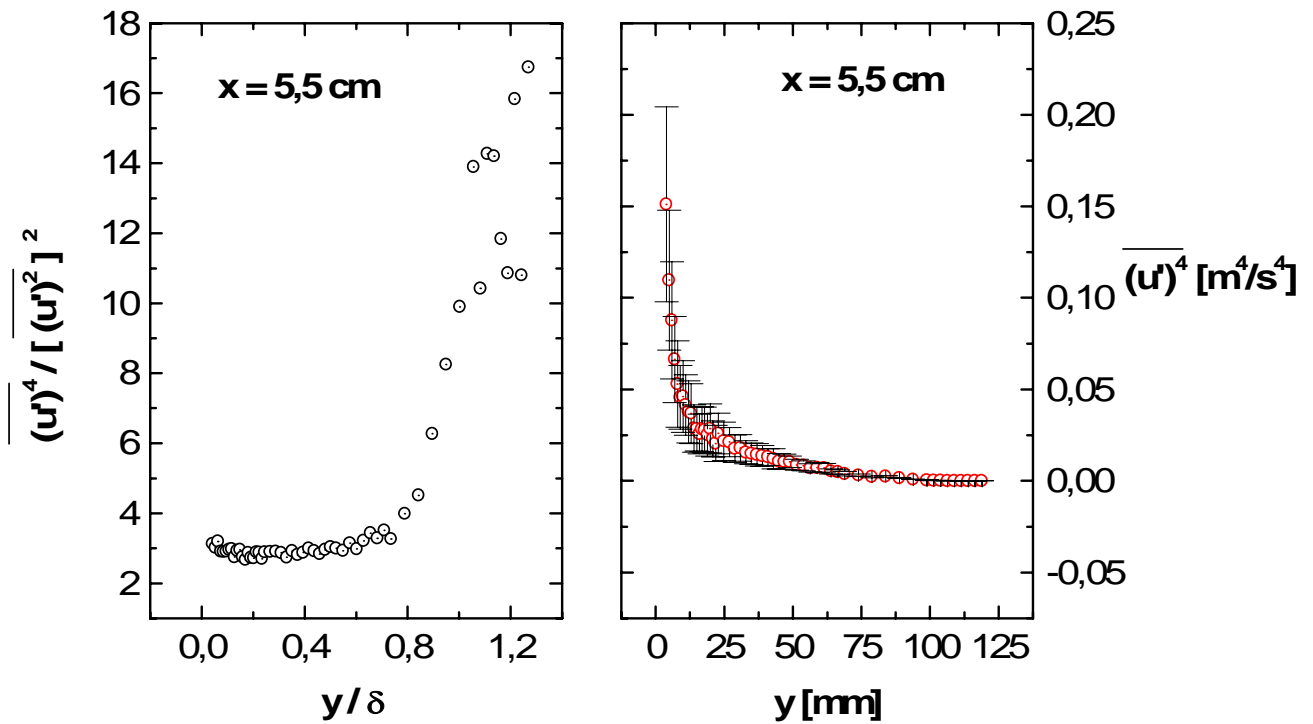


Figura 5.51: Achatamento e momento de quarta ordem em  $x = 5,5 \text{ cm}$ .

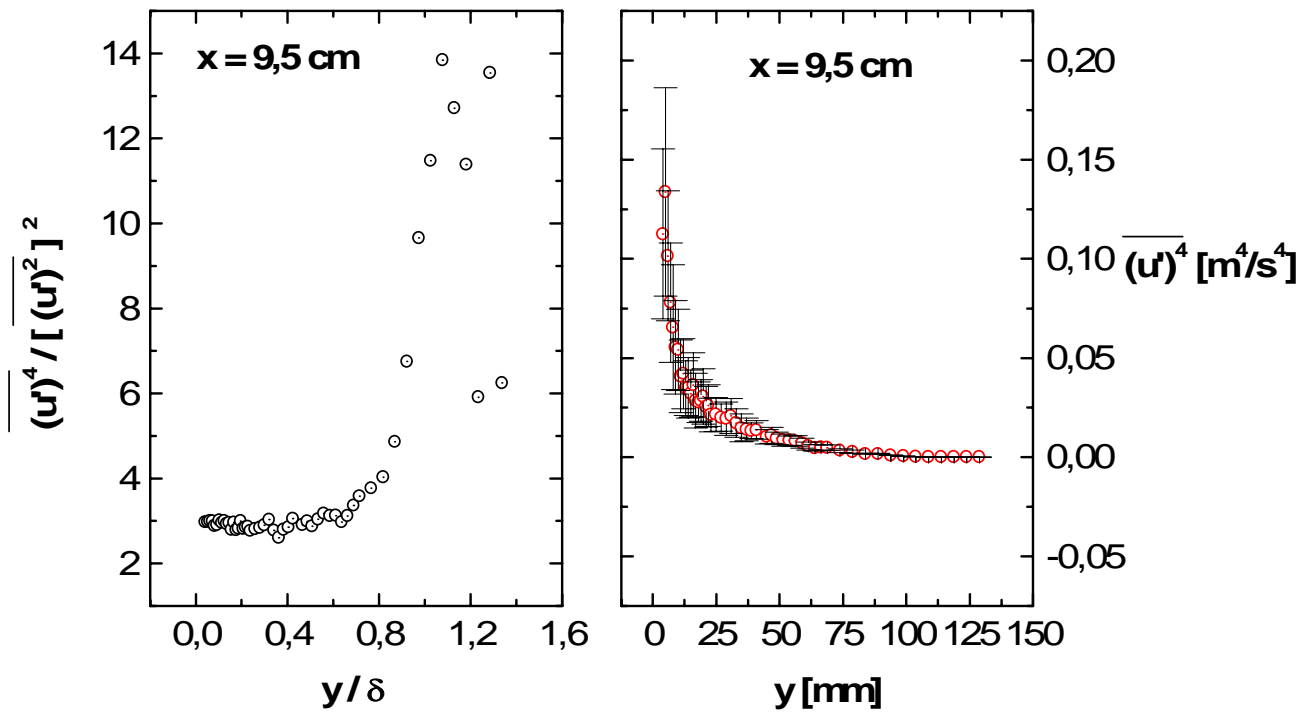


Figura 5.52: Achatamento e momento de quarta ordem em  $x = 9,5 \text{ cm}$ .

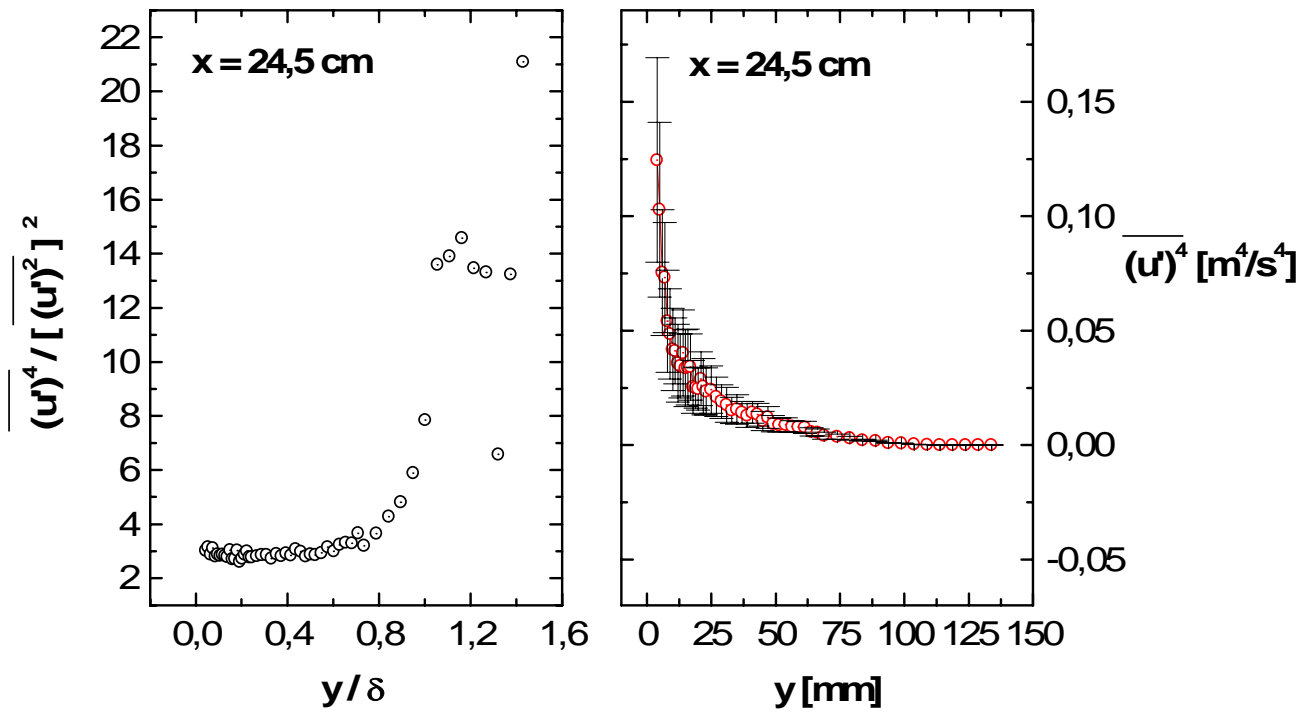


Figura 5.53: Achatamento e momento de quarta ordem em  $x = 24,5 \text{ cm}$ .

A figura 5.54 mostra a incerteza estatística do valor nominal do momento de quarta ordem para os perfis de velocidade medidos, ou seja, a porcentagem do valor nominal do momento de quarta ordem que corresponde ao intervalo de confiança de 99 %. Assim,  $\overline{(u')^4} = \overline{(u')^4} \pm Inc \% \text{ de } \overline{(u')^4}$ . Analisando a equação 3.61, observa-se que a incerteza é dada pela equação a seguir.

$$Inc = 2,57 \frac{[(u')^2]^2}{(\overline{(u')^4})} \sqrt{\frac{96}{Nn_u}} \quad (5.5)$$

Observando a figura 5.54, verifica-se que a incerteza de  $\overline{(u')^4}$  para um intervalo de confiança de 99 % é alta em grande parte da camada limite. Somente numa pequena região, com  $y/\delta \geq 0,9$ , a incerteza é menor que 10 % do valor nominal de  $\overline{(u')^4}$ . Essa região está indicada na figura 5.54, enquadrada por linhas vermelhas.

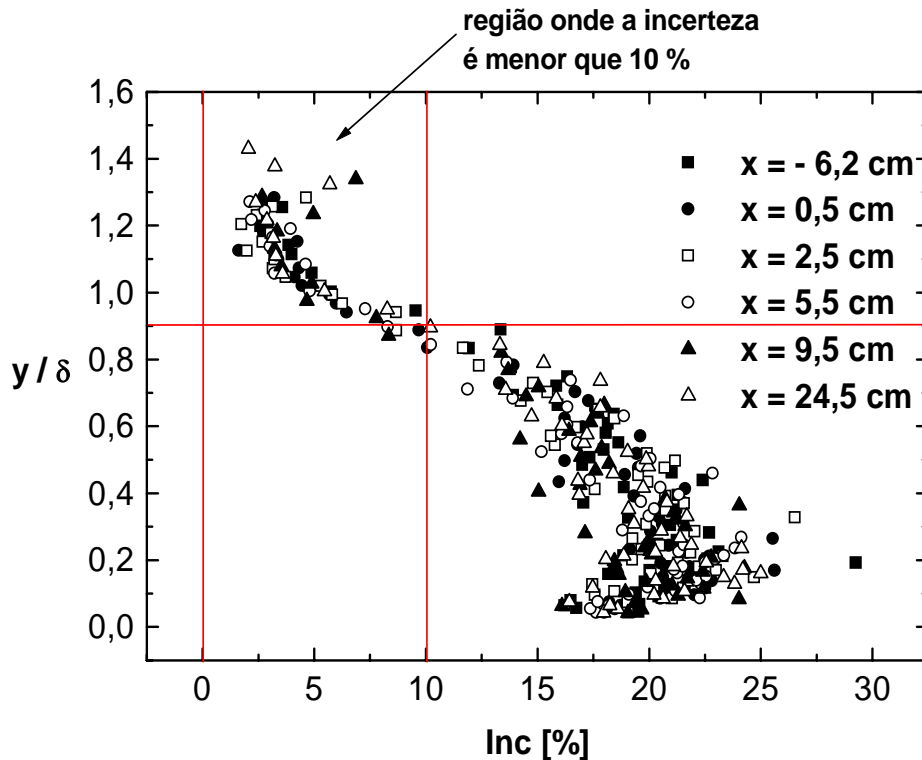


Figura 5.54: Incerteza dos perfis de momento de quarta ordem.

O achatamento para um determinado ponto de medição indica a maior ou menor incidência de valores de velocidade instantânea,  $u$ , medidos naquele ponto mais afastados do valor de velocidade média,  $\bar{u}$ .

Quanto maior o achatamento, maior é a ocorrência de valores instantâneos de  $u$  afastados de  $\bar{u}$ . As figuras 5.55 e 5.56 exemplificam essa situação, onde podem ser vistos, respectivamente, os histogramas das medidas de velocidade instantâneas obtidas no ponto de menor (figura 5.55) e maior (figura 5.56) achatamento no perfil medido em  $x = 2,5\text{cm}$ .

O achatamento pode ser visualizado na figura 5.56 pela comparação do histograma com a curva normal, em vermelho. Há uma maior ocorrência de valores  $u$  distantes de  $\bar{u}$ , daí a existência de uma concentração maior de medidas de  $u$  em torno do valor médio e o conseqüente aumento no pico do histograma.

### 5.1.5 Dissipação Turbulenta e Microescalas de Kolmogorov

A determinação da dissipação de energia cinética turbulenta foi obtida assumindo o escoamento isotrópico e utilizando a hipótese de Taylor, conforme descrito na seção 3.7. A utilização da hipótese de Taylor é apropriada quando  $\overline{(u')^2}/\bar{u}^2$  é pequeno [114, pp. 66]. A figura 5.57 mostra  $\overline{(u')^2}/\bar{u}^2$ , onde pode ser percebido que essa relação apresenta valores menores que 0,05, o que atesta que a hipótese de Taylor é uma boa aproximação para os resultados experimentais aqui apresentados sobre superfície lisa.

A taxa de dissipação de energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , pode ser vista na figura 5.58. Observa-se que quanto mais próximo da parede maior é  $\varepsilon$ , chegando-se a valores em torno de  $1,6\text{ m}^2/\text{s}^3$ .

As microescalas de Kolmogorov de comprimento, tempo e velocidade podem ser visualizadas, respectivamente, nas figuras 5.59, 5.60 e 5.61. As microescalas de comprimento e tempo apresentam comportamento inversamente proporcional à  $\varepsilon$ , diferente da microescala de velocidade que concorda com  $\varepsilon$  (veja equações 3.70).

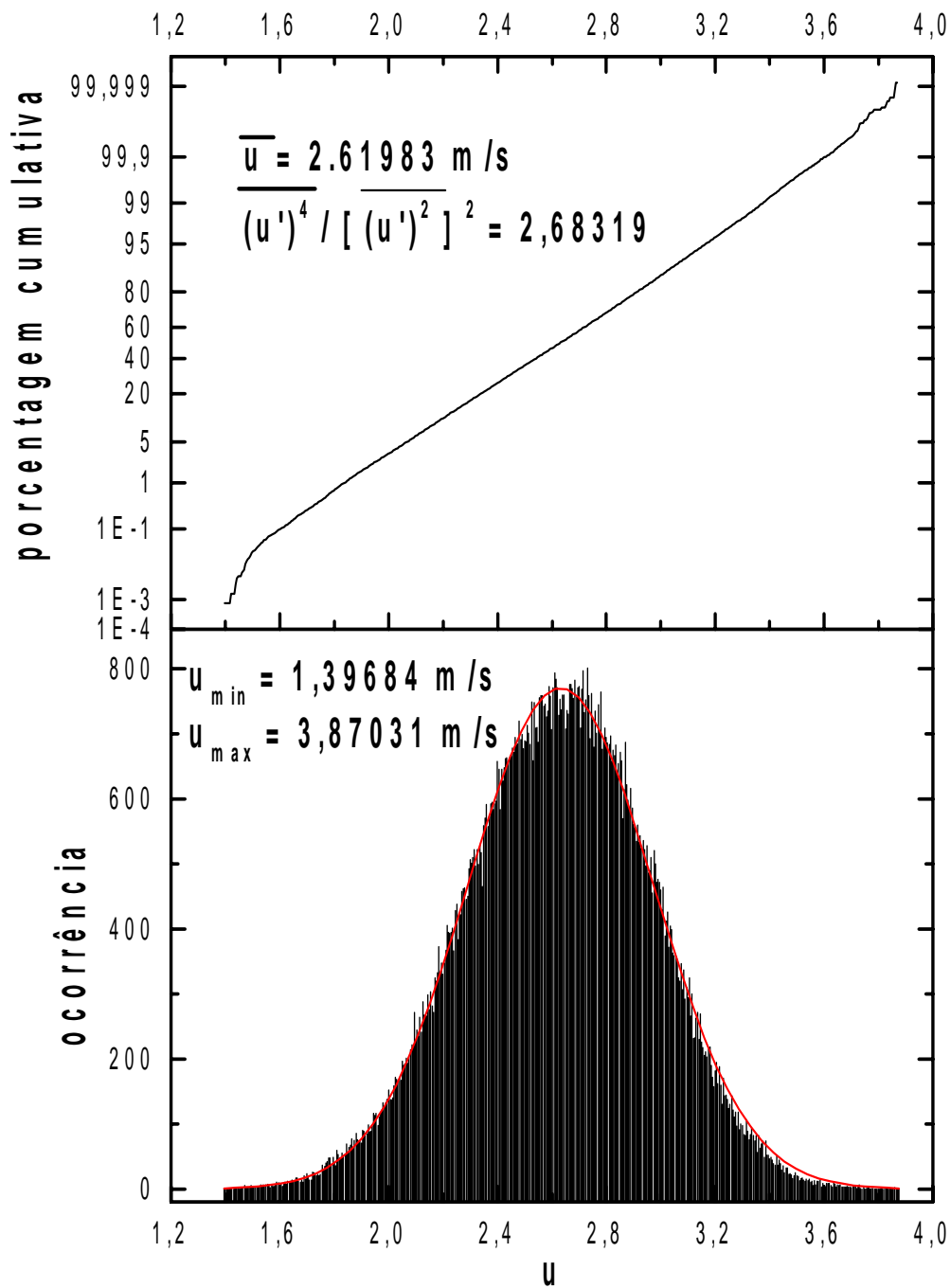


Figura 5.55: Histograma de u no ponto ( $x = 2,5 \text{ cm}$ ,  $y = 15 \text{ mm}$ ).

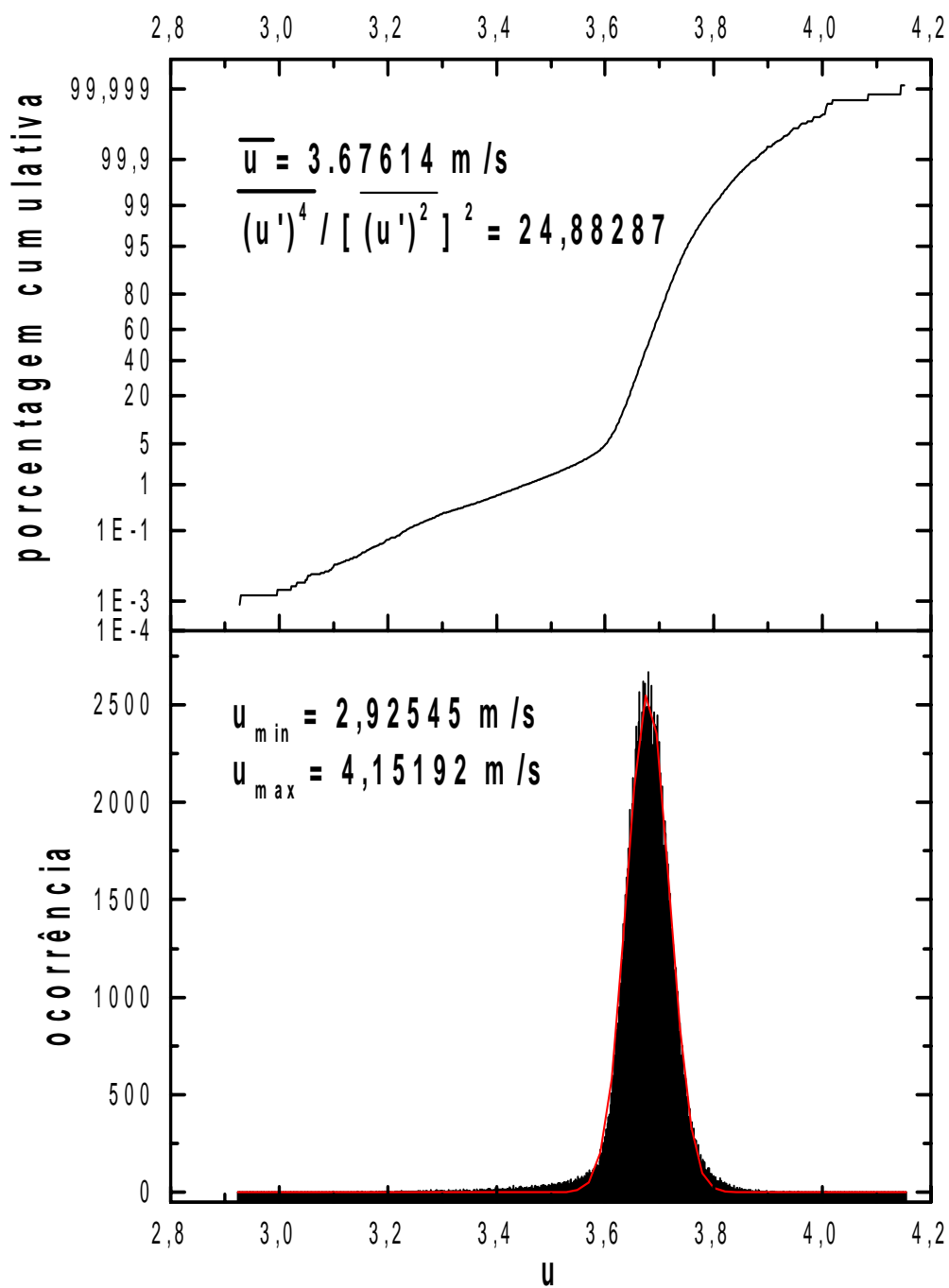


Figura 5.56: Histograma de u no ponto (x = 5,5 cm, y = 106 mm).



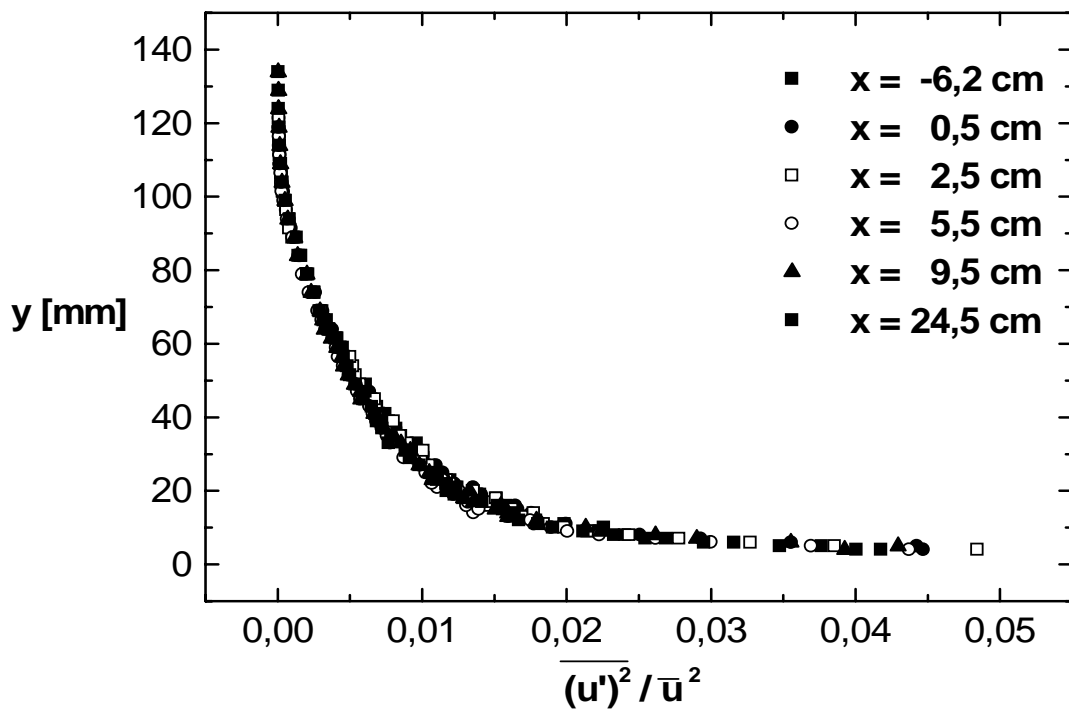


Figura 5.57: Relação entre  $\overline{(u')^2}$  e  $\bar{u}^2$ .

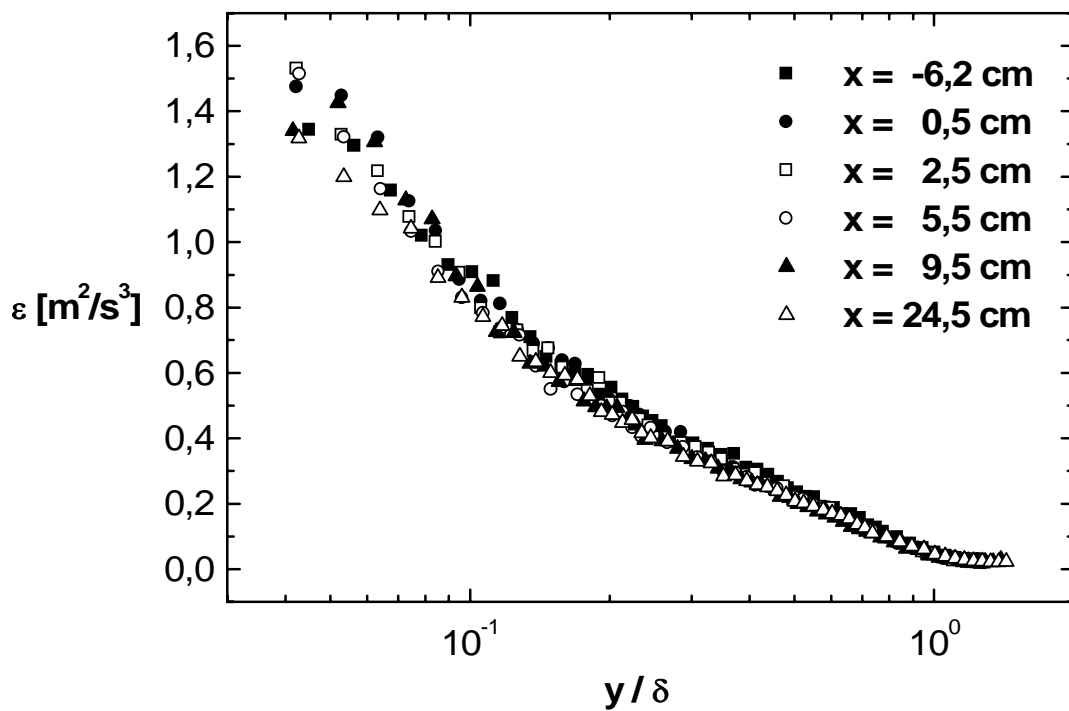


Figura 5.58: Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta.

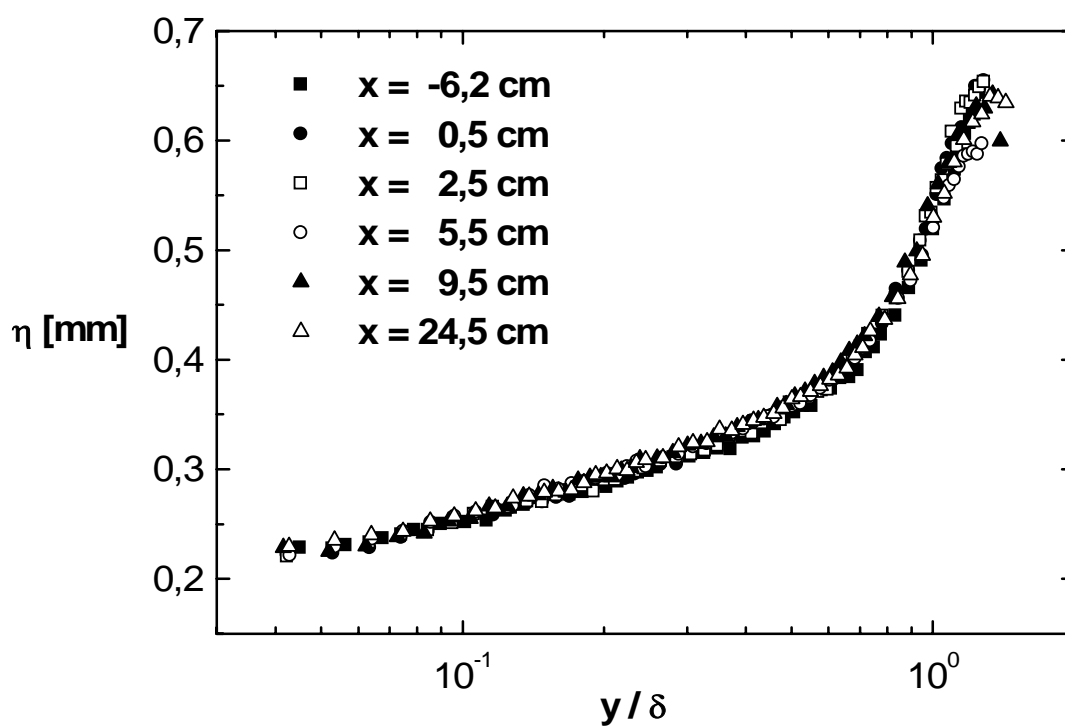


Figura 5.59: Microescala de Kolmogorov de comprimento.

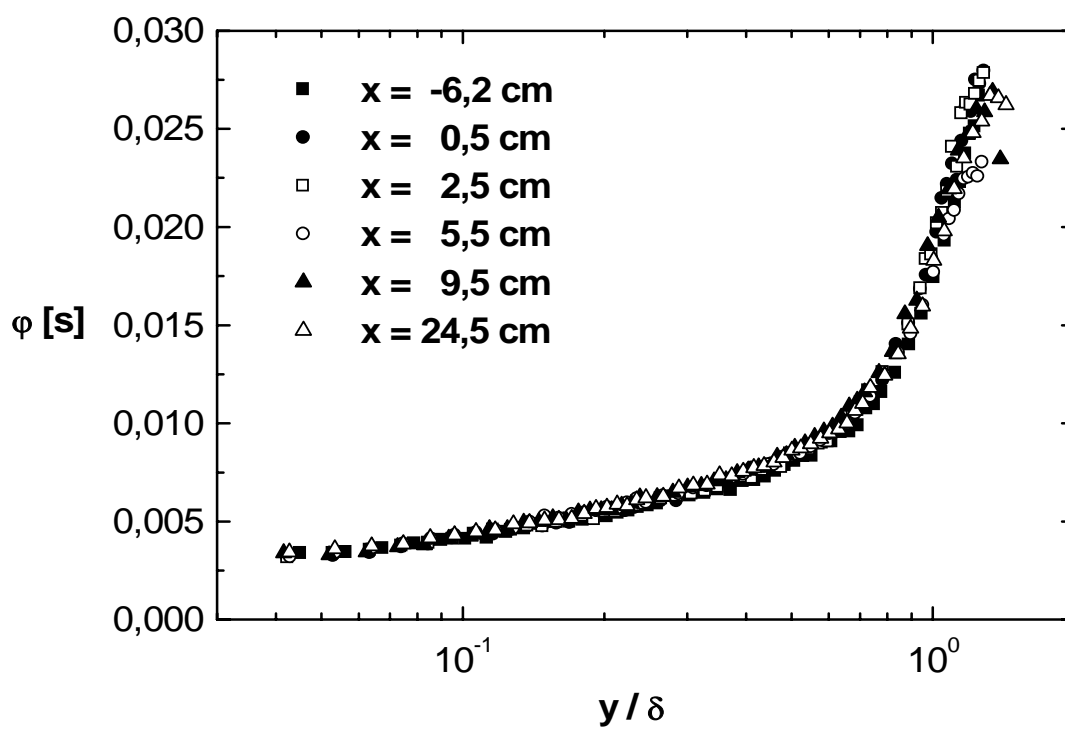


Figura 5.60: Microescala de Kolmogorov de tempo.

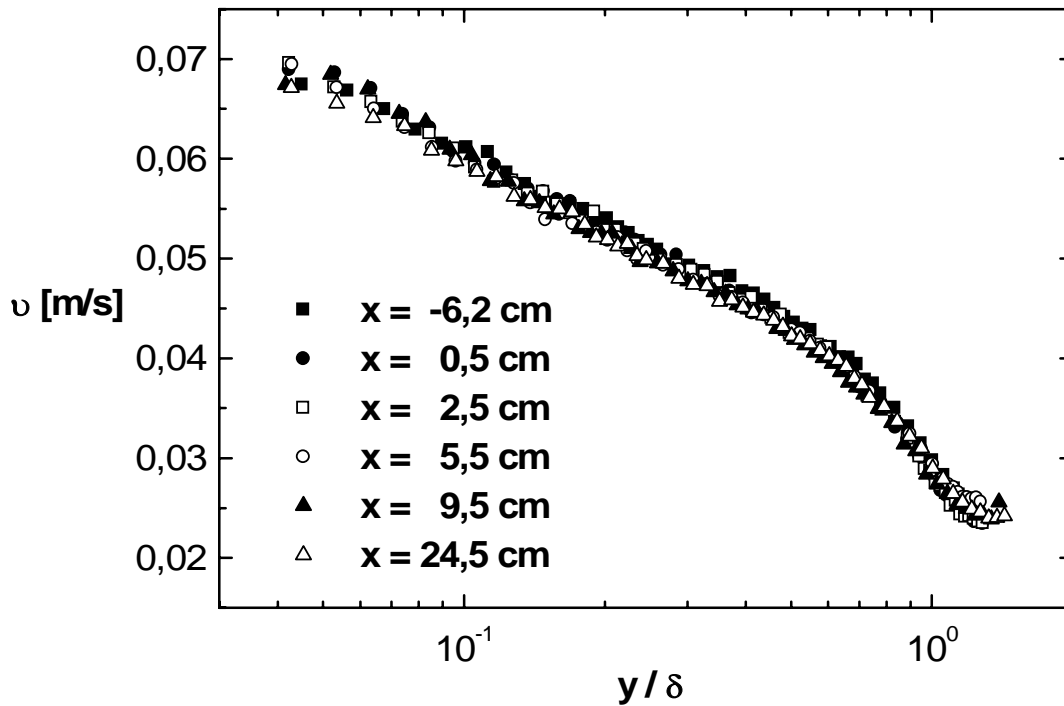


Figura 5.61: Microescala de Kolmogorov de velocidade.

### 5.1.6 Função de Autocorrelação e Espectro de Frequência

As funções de autocorrelação,  $\rho_u(\zeta)$ , e os espectros de frequência,  $S_u(f)$ , foram obtidos mediante os procedimentos descritos na seção 3.6.

As figuras 5.62 a 5.67 apresentam as funções de autocorrelação para alguns pontos dos perfis medidos. Na legenda encontra-se a coordenada  $y$  e a coordenada adimensional,  $y/\delta$ , onde a função foi obtida. Também na legenda, encontra-se o dobro da escala de tempo integral,  $2Ti$ , que é o intervalo de tempo mínimo entre duas medidas instantâneas de velocidade para que essas medidas não estejam correlacionadas. Observa-se que o valor de  $Ti$  é acentuadamente menor fora da camada limite, onde  $y/\delta > 1$ .

As figuras 5.68 a 5.73 apresentam os espectros de frequência para os mesmos pontos onde as funções de autocorrelação foram representadas. Retas na cor vermelha e com inclinação de  $-5/3$ , representativas do espectro de Kolmogorov [112, pp. 265], estão colocadas nos gráficos. Concordando com a escala de tempo integral, observa-se que o nível de energia é acentuadamente menor fora da camada limite,

onde  $y/\delta > 1$ .

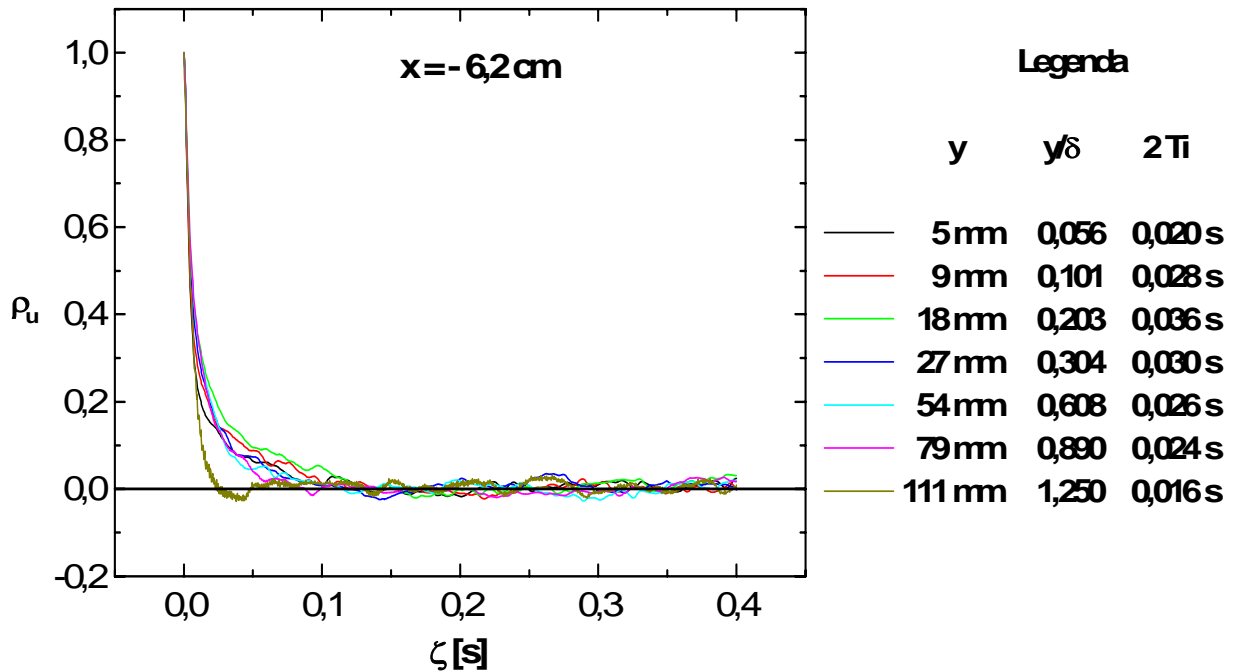


Figura 5.62: Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em  $x = -6,2\text{cm}$ .

## 5.2 Escoamento Sobre Superfície Rugosa

Dos 18 (dezoito) perfis medidos na série de experimentos rugoso-frio (veja seção 3.2), 03 (três) perfis foram medidos sobre a região rugosa. A figura 5.74 mostra o posicionamento dos pontos experimentais em relação à origem do sistema de coordenadas.

Nessa fase do trabalho, tentou-se utilizar o método gráfico de Perry, Lim e Henbest (veja figura 2.10) para determinação do erro na origem,  $\epsilon$ , e da velocidade de atrito,  $u_\tau$ . Observando as figuras 5.75 e 5.76, verifica-se que os valores de  $\epsilon$  para os perfis em  $x = -6,9\text{cm}$  e  $x = -5,7\text{cm}$  seriam negativos caso a entrada de  $\Pi$  fosse em 0,55, sendo que as figuras registram os valores de  $\Pi$  e  $u_\tau$  no caso de  $\epsilon$  ser nulo, o que é inconsistente. Já o perfil em  $x = -2,4\text{cm}$  apresentou valor positivo para  $\epsilon$ , conforme mostrado na figura 5.77.

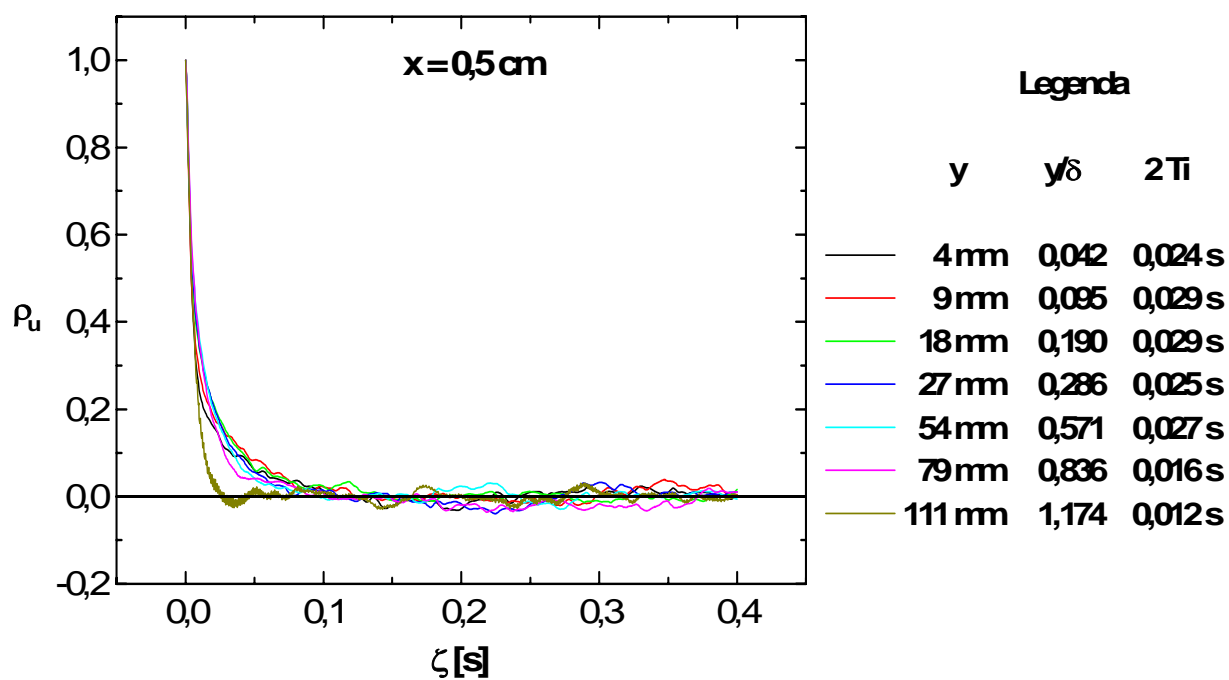


Figura 5.63: Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em  $x = 0,5\text{cm}$ .

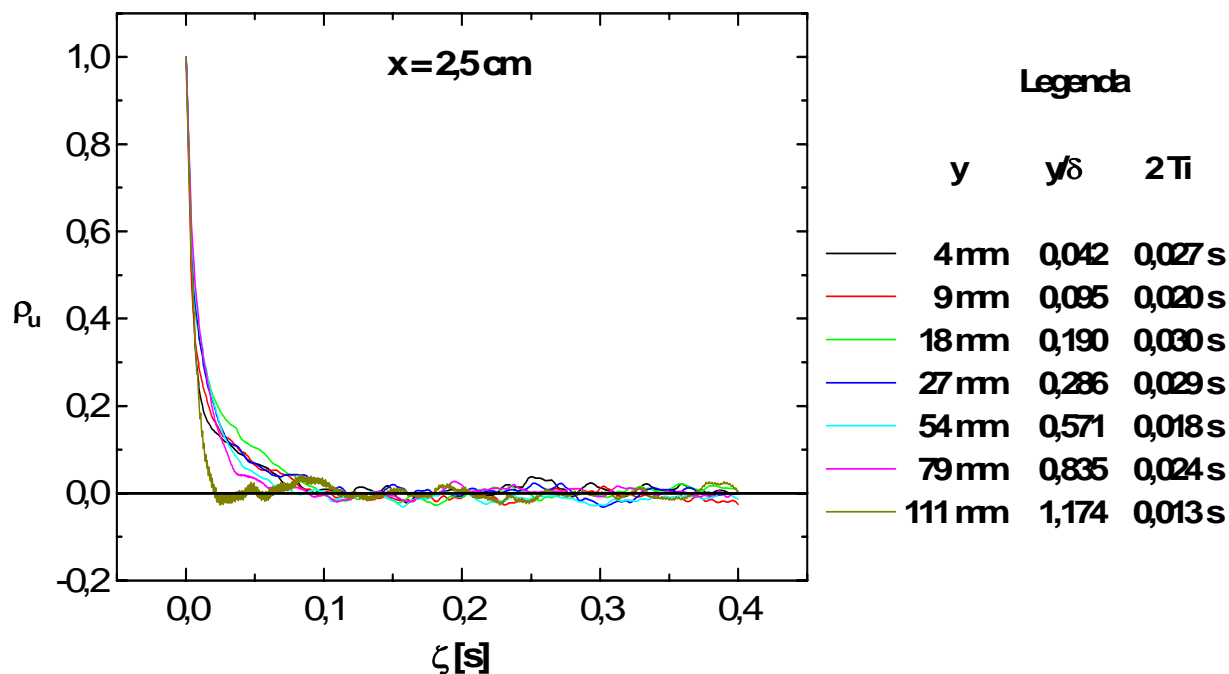


Figura 5.64: Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em  $x = 2,5\text{cm}$ .

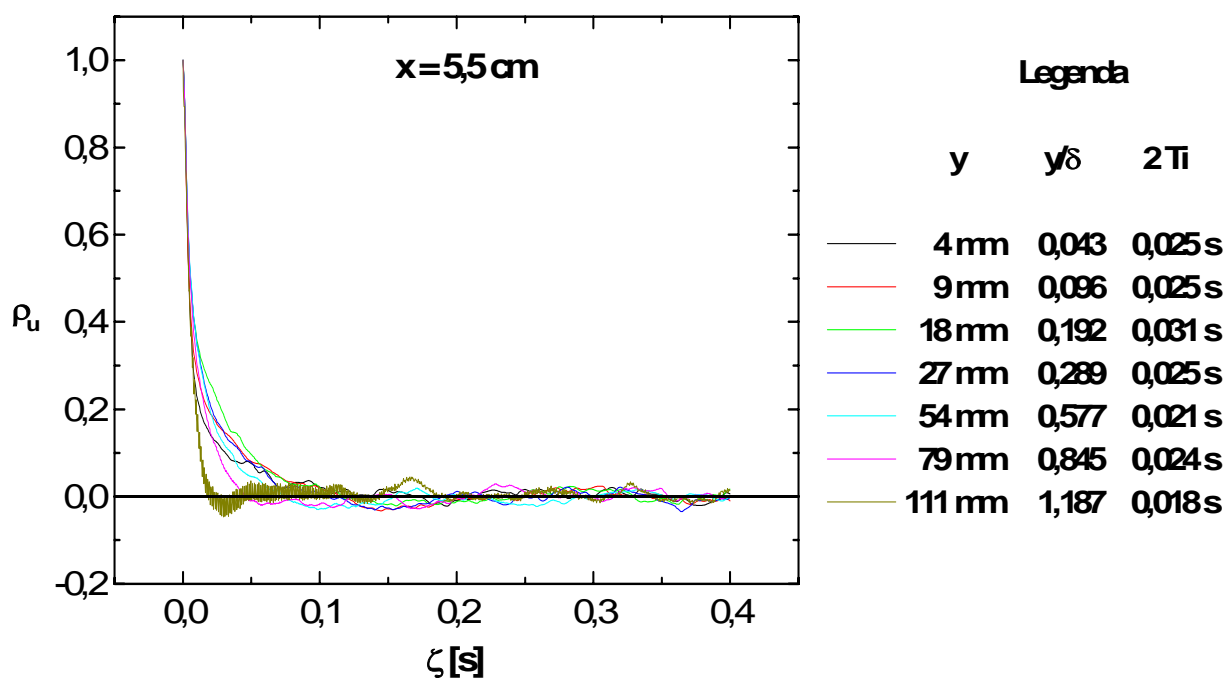


Figura 5.65: Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em  $x = 5,5$  cm.

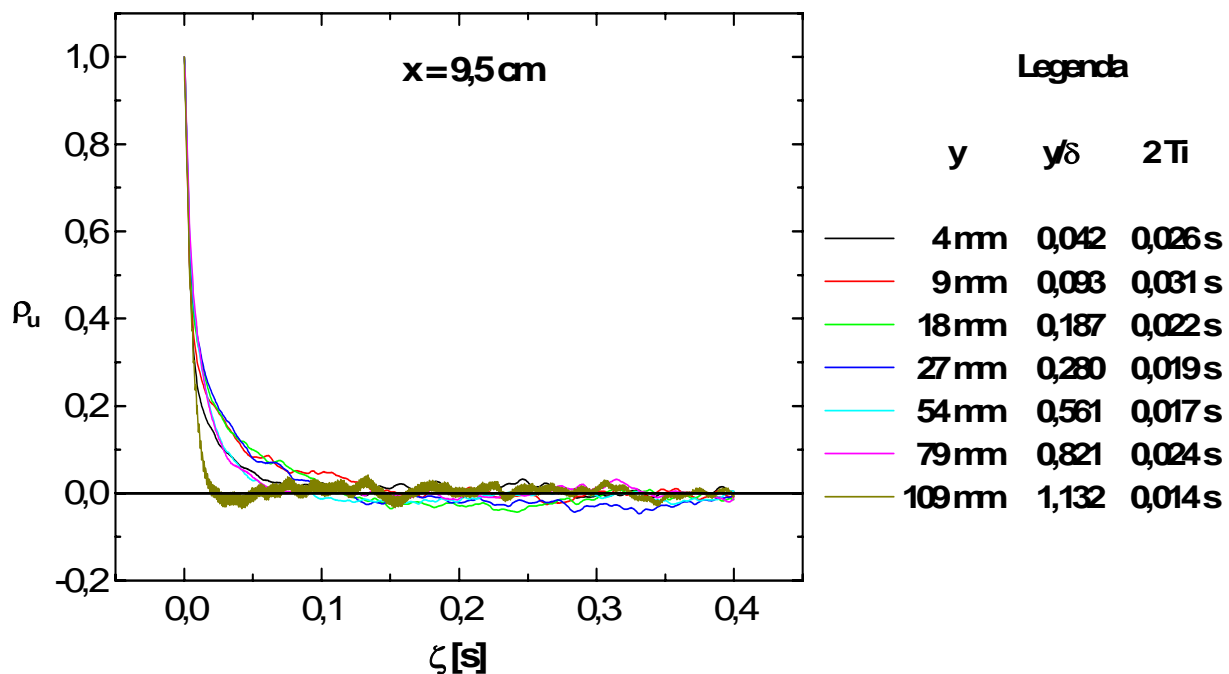


Figura 5.66: Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em  $x = 9,5$  cm.

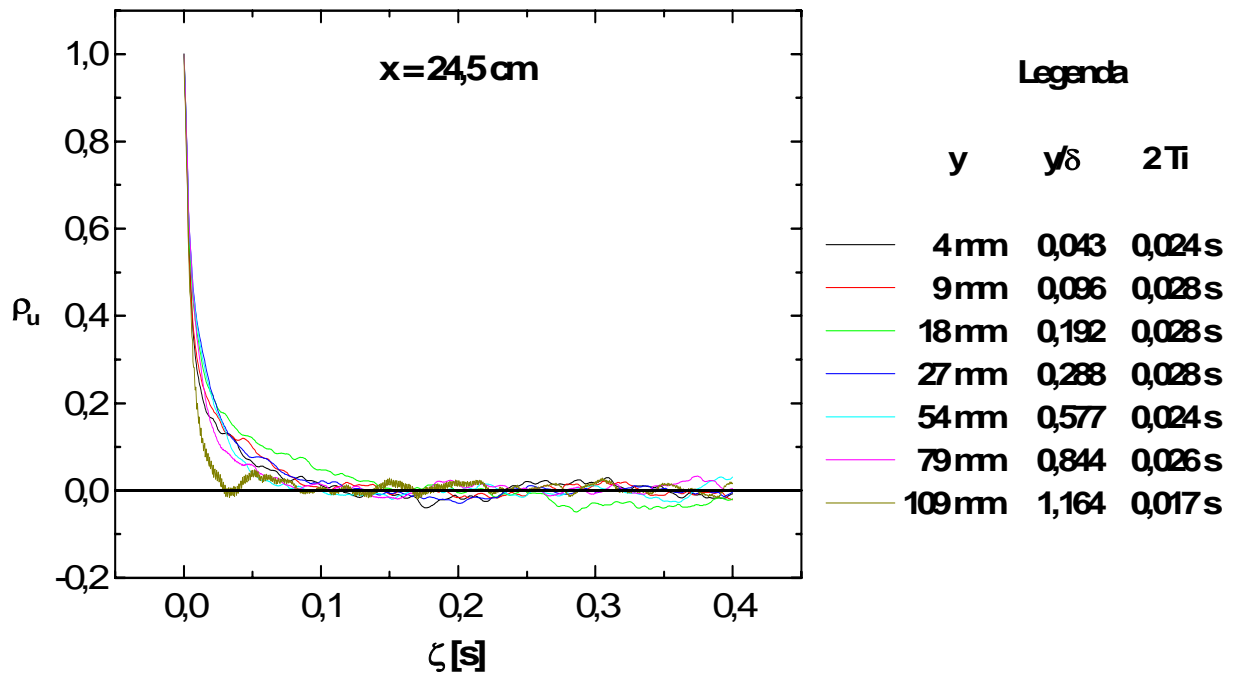


Figura 5.67: Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em  $x = 24,5\text{cm}$ .

Jiménez [57, pp. 187] declara que é muito difícil determinar  $\Pi$  em escoamentos sem uma bem definida região logarítmica, principalmente quando  $\delta/k$  é baixo. Jiménez cita o trabalho de Tani [106], que revisou dados experimentais para diversas superfícies do tipo "k", descobrindo valores de  $\Pi$  variando entre 0 e 0,8 quando  $\delta/k < 60$ .

Os valores de  $\delta/k$  constantes deste trabalho são bem menores que 60 (veja tabela 5.4). Assim, tendo em vista o parágrafo anterior, optou-se por utilizar o método de determinação do erro na origem proposto na seção 2.1, que não necessita que seja conhecido previamente nenhum parâmetro do perfil de velocidade média.

A determinação de  $u_\tau$  foi obtida, juntamente com os parâmetros  $\kappa$ ,  $A$  e  $\Delta\bar{u}$ , de acordo com a técnica descrita na seção 4.3.

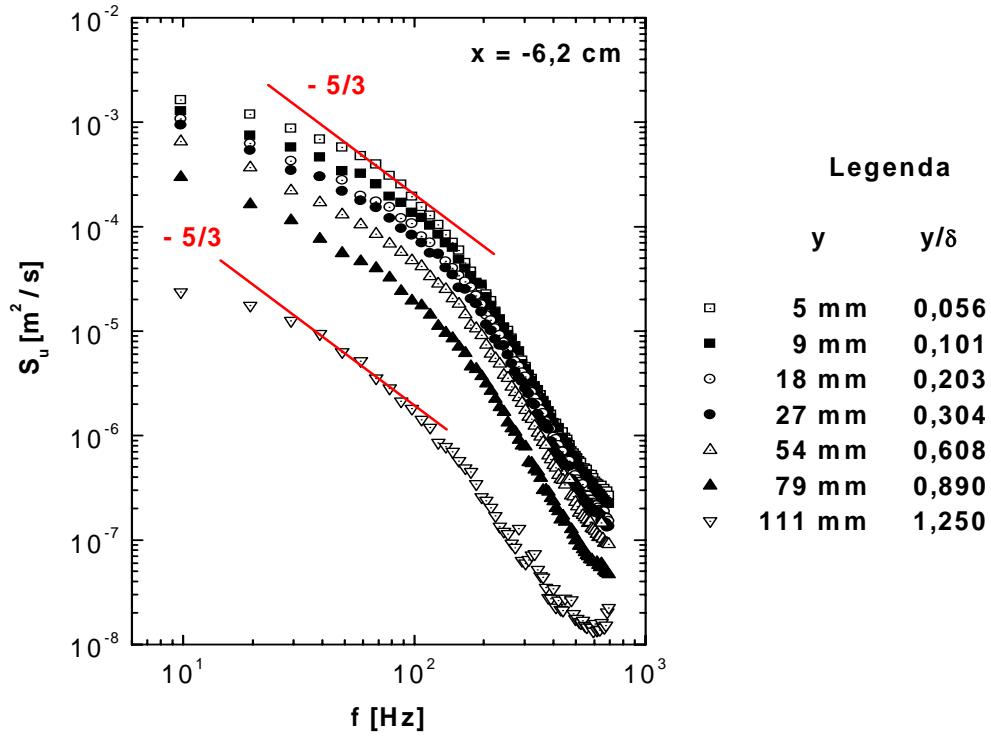


Figura 5.68: Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em  $x = -6,2\text{cm}$ .

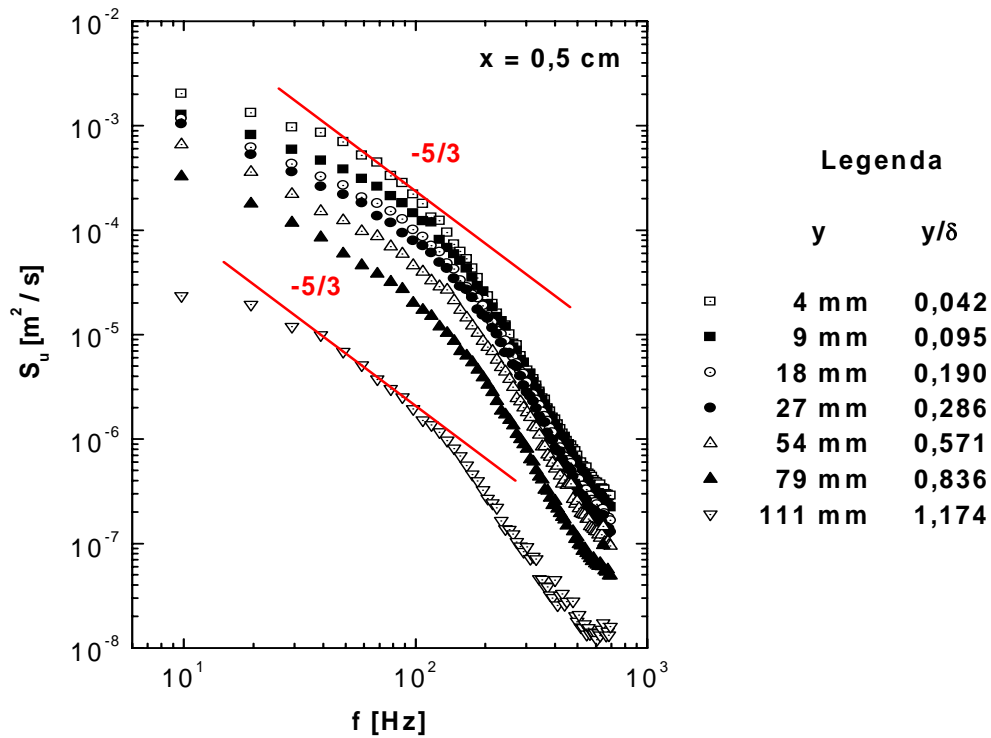


Figura 5.69: Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em  $x = 0,5\text{cm}$ .



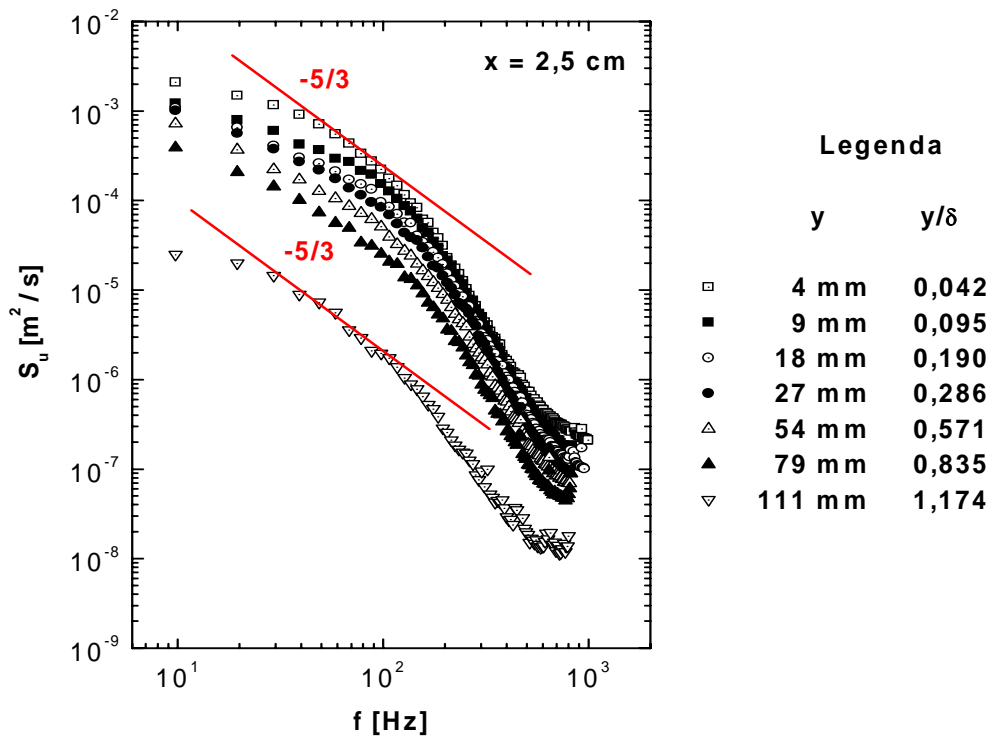


Figura 5.70: Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em  $x = 2,5\text{cm}$ .

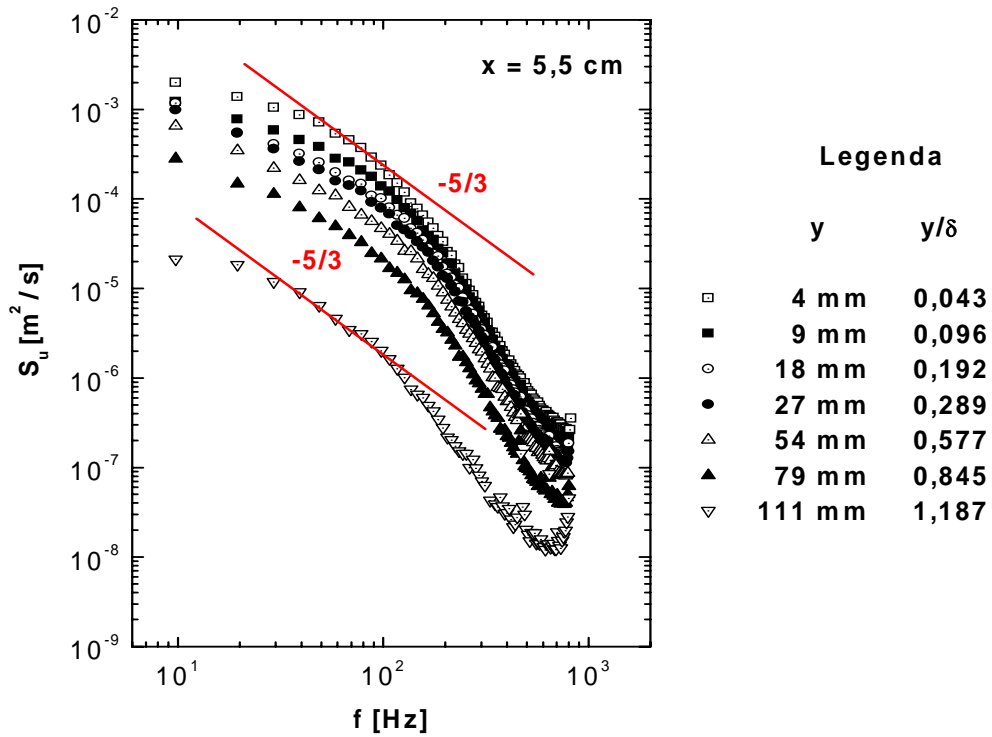


Figura 5.71: Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em  $x = 5,5\text{cm}$ .

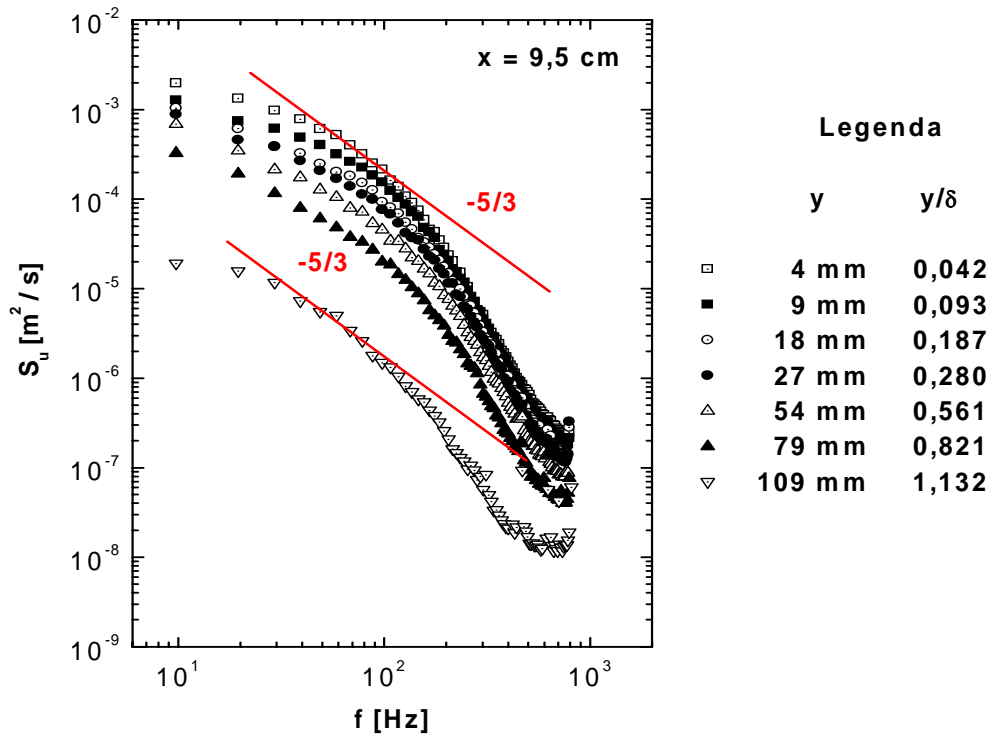


Figura 5.72: Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em  $x = 9,5\text{cm}$ .

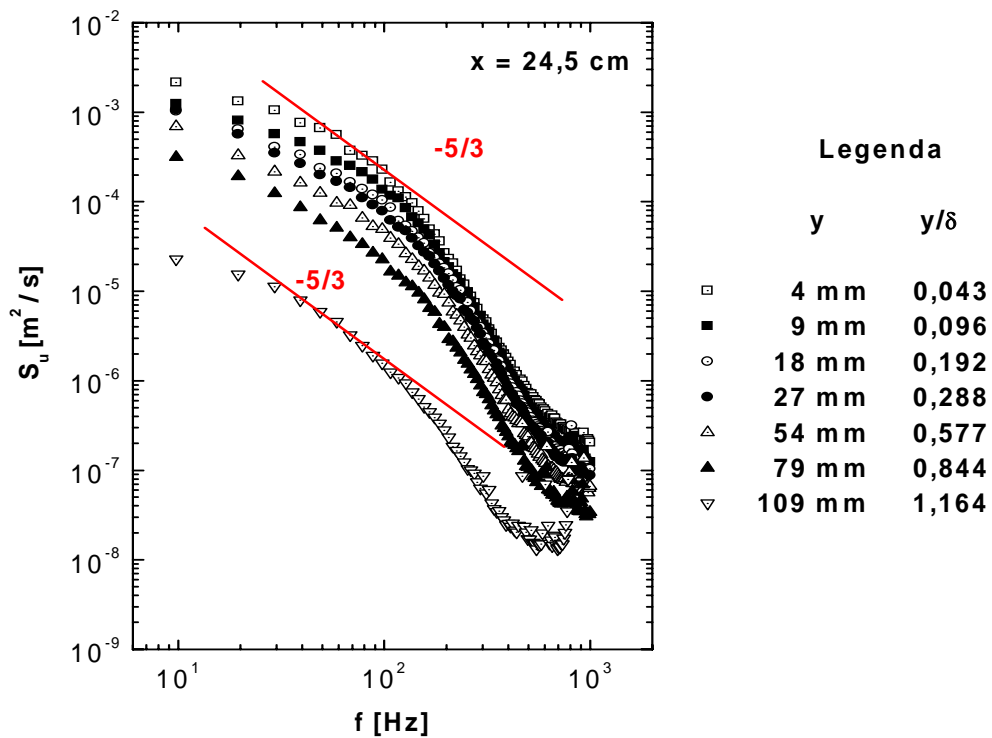


Figura 5.73: Espectro de frequência de alguns pontos do perfil medido em  $x = 24,5\text{cm}$ .

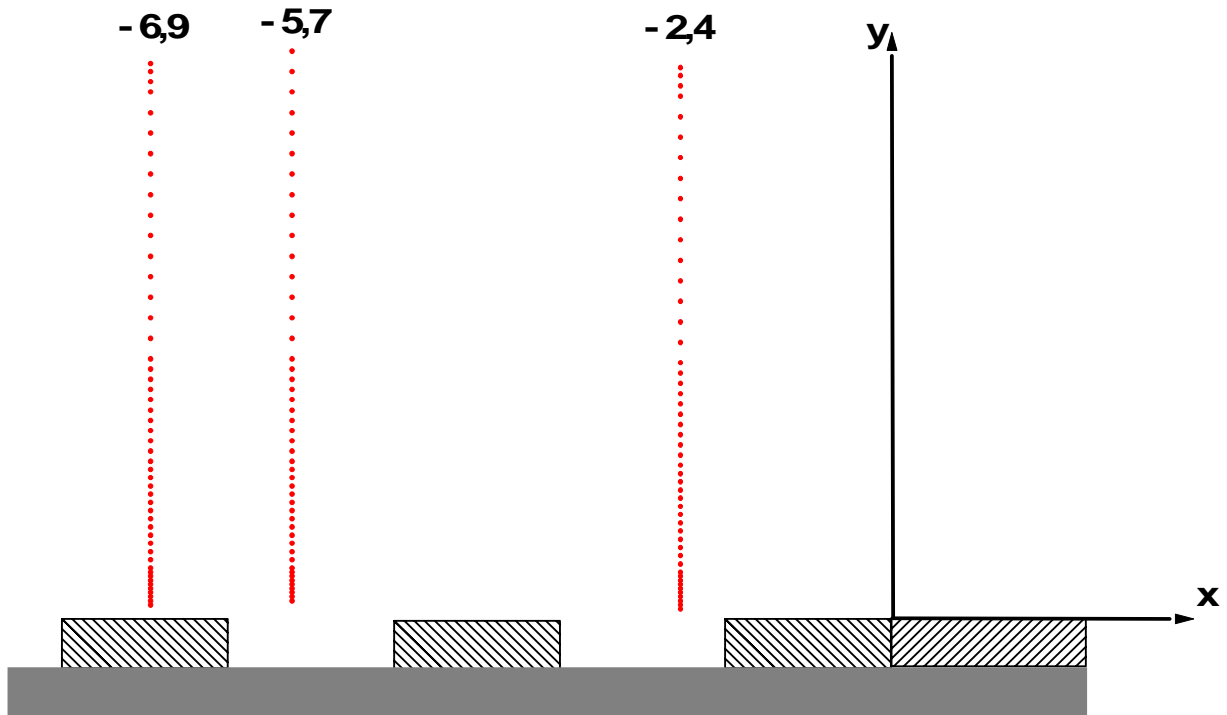


Figura 5.74: Posicionamento dos pontos experimentais no experimento sobre superfície rugosa.

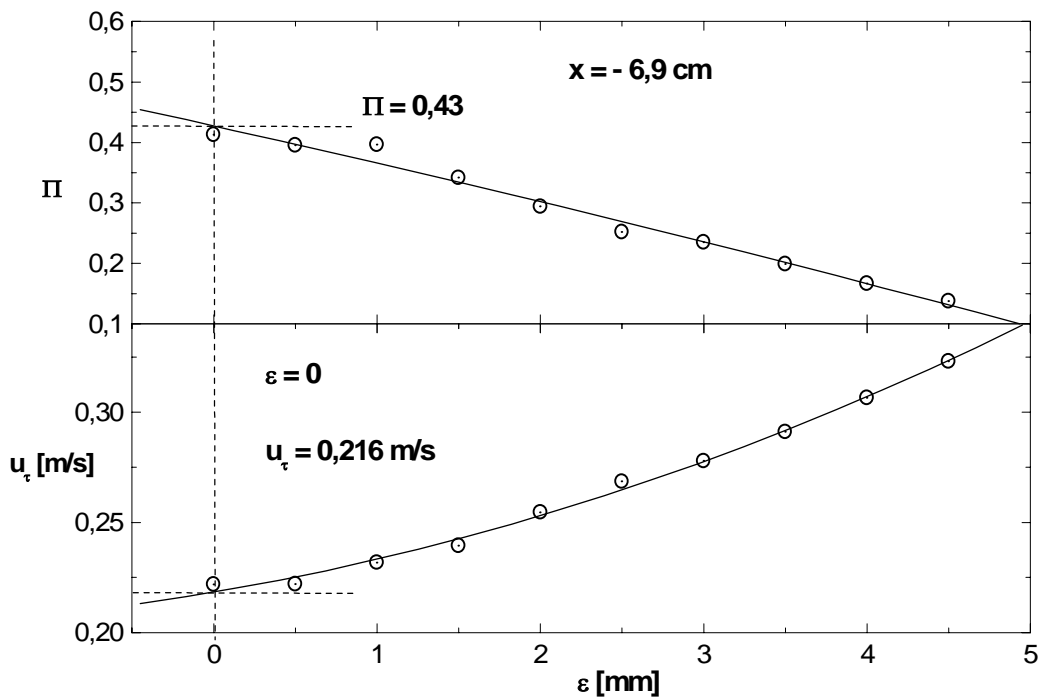


Figura 5.75: Método gráfico de Perry, Lim e Henbest para determinação do erro na origem em  $x = -6,9\text{cm}$ .

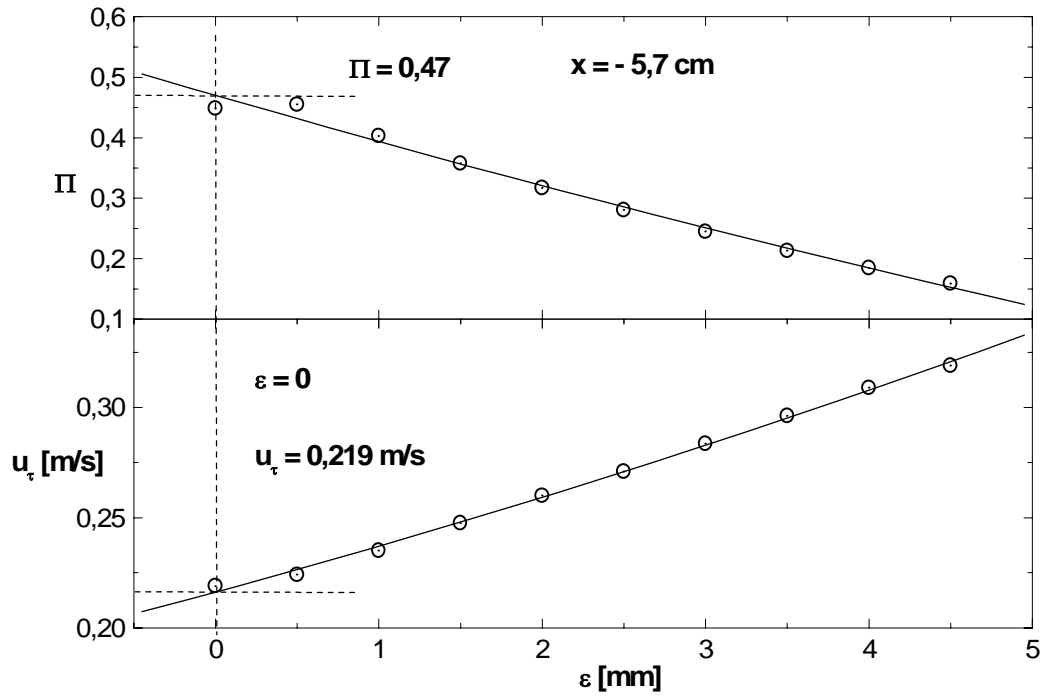


Figura 5.76: Método gráfico de Perry, Lim e Henbest para determinação do erro na origem em  $x = -5,7\text{cm}$ .

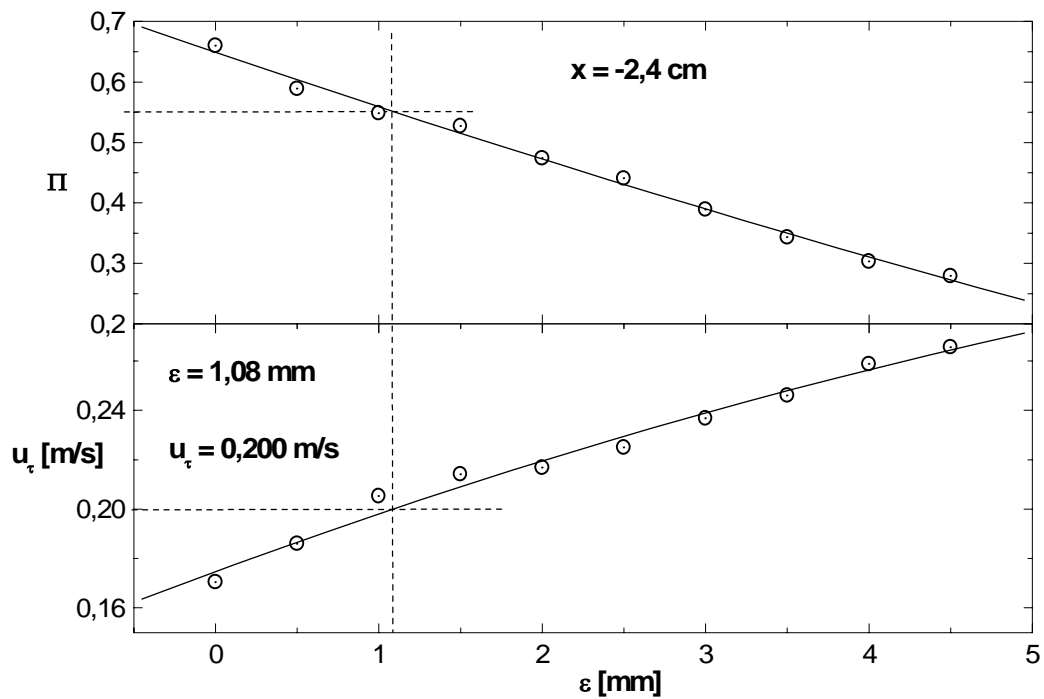


Figura 5.77: Método gráfico de Perry, Lim e Henbest para determinação do erro na origem em  $x = -2,4\text{cm}$ .

A tabela 5.3 apresenta os resultados de  $\epsilon$ ,  $u_\tau$ ,  $\kappa$ ,  $A$ ,  $\Delta\bar{u}$ ,  $\Pi$  e  $A_1$  obtidos.

Tabela 5.3:  $\epsilon$ ,  $u_\tau$ ,  $\kappa$ ,  $A$  e  $\Delta\bar{u}$  da série de experimentos sobre superfície rugosa.

$x$ [cm]	$\epsilon$ [mm]	$u_\tau$ [m/s]	$\kappa$	$A$	$\Delta\bar{u}$	$\Pi$	$A_1$
-6,9	3,272	0,290	0,402	4,73	3,37	0,20	1,14
-5,7	1,513	0,248	0,412	5,07	2,37	0,36	1,88
-2,4	2,680	0,228	0,401	4,98	2,01	0,42	2,21

A tabela 5.4 mostra a posição ( $x$ ), a velocidade do escoamento livre ( $\bar{u}_e$ ), as espessuras de camada limite ( $\delta$ ,  $\delta/k$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ), os respectivos números de Reynolds ( $Re_\delta$ ,  $Re_{\delta_1}$ ,  $Re_{\delta_2}$ ) e o fator de forma ( $H$ ) para esses experimentos sobre superfície rugosa, obtidos de acordo com a seção 3.8. As espessuras de camada limite foram obtidas considerando o erro na origem, ou seja, às coordenadas dos pontos experimentais foi acrescentado o valor de  $\epsilon$ , de modo que  $y = y_T + \epsilon$ .

Tabela 5.4: Dados experimentais locais da série de experimentos sobre superfície rugosa.

$x$ [cm]	$\bar{u}_e$ [m/s]	$\delta$ [cm]	$\delta/k$	$Re_\delta$	$\delta_1$ [cm]	$Re_{\delta_1}$	$\delta_2$ [cm]	$Re_{\delta_2}$	$H$
-6,9	3,87	11,40	23,9	28706	2,83	7135	1,69	4249	1,68
-5,7	3,88	11,60	24,4	29258	2,68	6769	1,66	4182	1,62
-2,4	3,75	10,84	22,8	26407	2,42	5888	1,47	3592	1,64

Observando a tabela 5.4, verifica-se um aumento nas espessuras da camada limite e no fator de forma, quando comparadas com o escoamento sobre superfície lisa (veja tabela 5.1). Como o fator de forma aumentou no escoamento sobre a superfície rugosa, isso significa que o crescimento de  $\delta_1$  foi proporcionalmente maior que o crescimento de  $\delta_2$ . Os resultados de Smalley et al. [102, pp. 595 – 597] também apresentam estas mesmas observações.

### 5.2.1 Velocidade Média

As figuras 5.78 a 5.80 apresentam os intervalos de confiança para as medidas de velocidade média, determinados de acordo com a equação 3.52. As linhas vermelha e azul representam, respectivamente, os limites superior e inferior do intervalo de confiança. Da mesma forma que para superfície lisa, apesar do alto nível de confiança, 99 %, o intervalo de confiança é pequeno, indicando que o tamanho da amostra,  $Nn_u$ , para a determinação da velocidade média foi suficiente (veja equação 3.52).

A figura 5.79, além do intervalo de confiança, compara os resultados com os da superfície lisa em  $x = -6,2\text{ cm}$  em coordenadas físicas, isto é,  $\bar{u}/\bar{u}_e \times y/\delta$ . Devido ao maior arrasto provocado pela superfície rugosa, o perfil de velocidade é menos intenso que o da superfície lisa. Esse resultado concorda com os trabalhos de Krogstad et al. [66, pp. 602] e Krogstad e Antonia [65, 453].

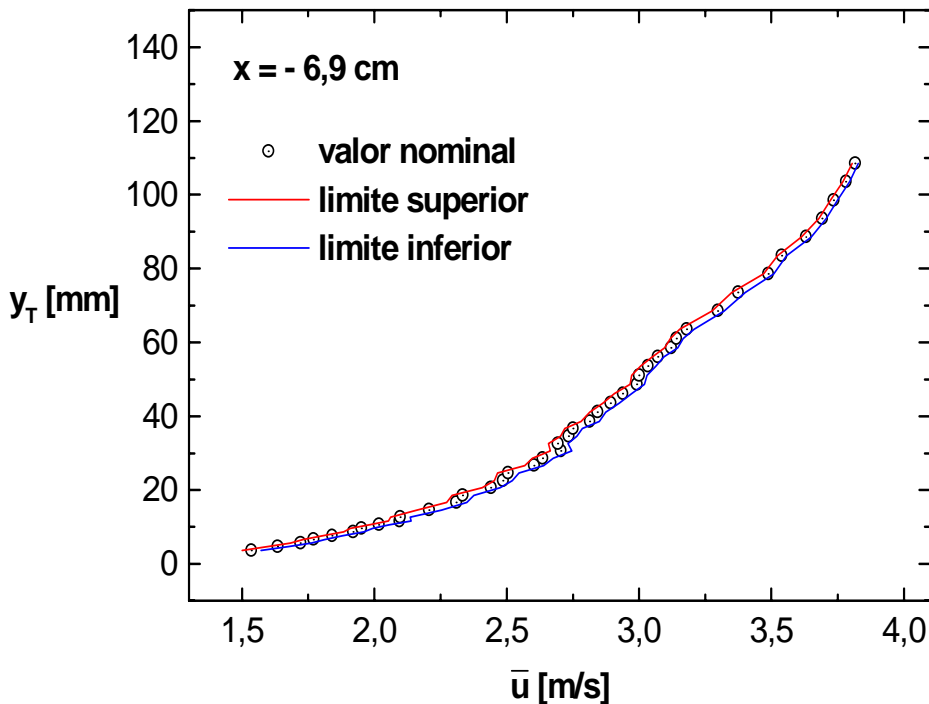


Figura 5.78: Intervalo de confiança para a velocidade média em  $x = -6,9\text{ cm}$ .

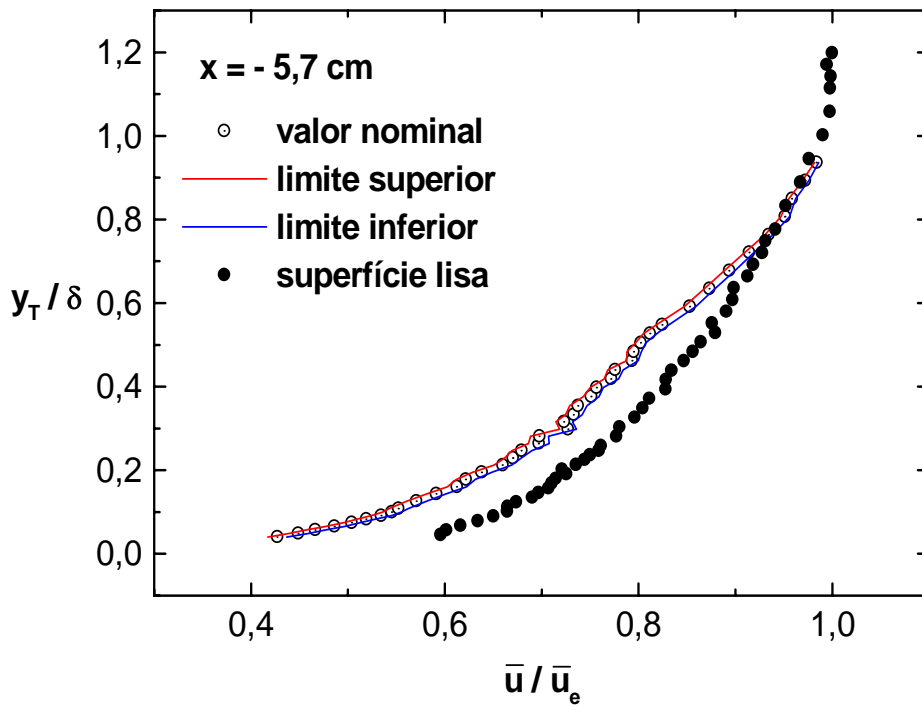


Figura 5.79: Intervalo de confiança para a velocidade média em  $x = -5,7 \text{ cm}$ .

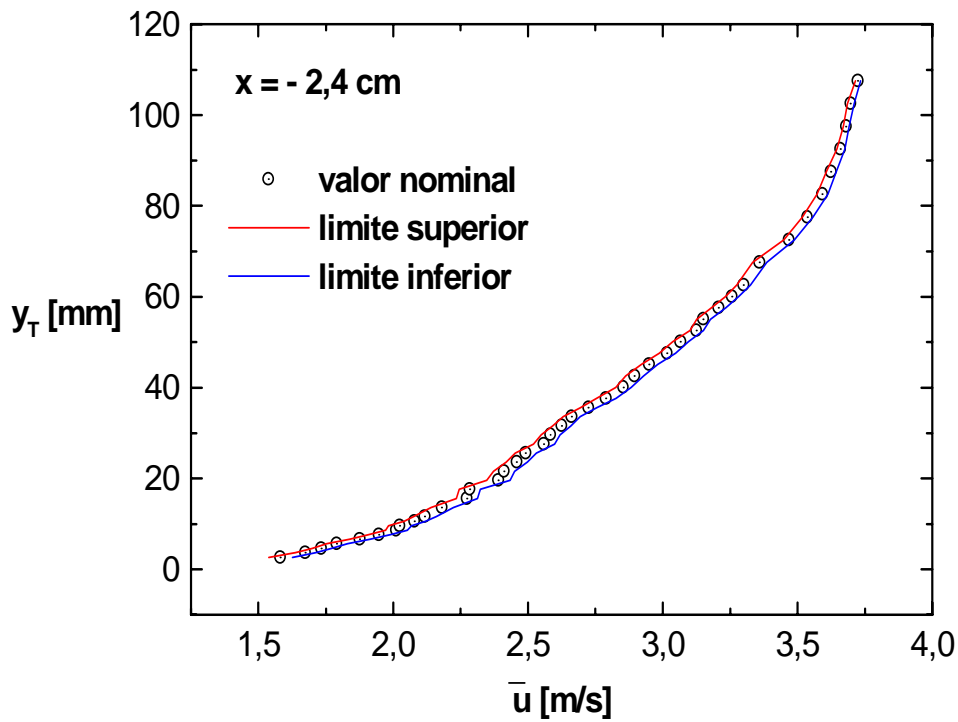


Figura 5.80: Intervalo de confiança para a velocidade média em  $x = -2,4 \text{ cm}$ .

A figura 5.81 mostra a incerteza estatística do valor nominal da velocidade média para os perfis de velocidade medidos sobre a superfície rugosa, comparando com o resultado para superfície lisa em  $x = -6,2\text{cm}$ .

Há um aumento na incerteza para determinação de  $\bar{u}$  quando a superfície é rugosa, chegando em torno de 2,75 % nas proximidades da parede. Apesar do valor da incerteza ainda ser muito baixo, esse resultado indica que, de acordo com a equação 5.1, para obter-se valores de incerteza semelhantes aos da superfície lisa, o tamanho da amostra para obtenção dos dados estatísticos médios para escoamento sobre superfície rugosa deve ser maior, para compensar o aumento da intensidade turbulenta,  $Tu$ , conforme pode ser observado na figura 5.95.

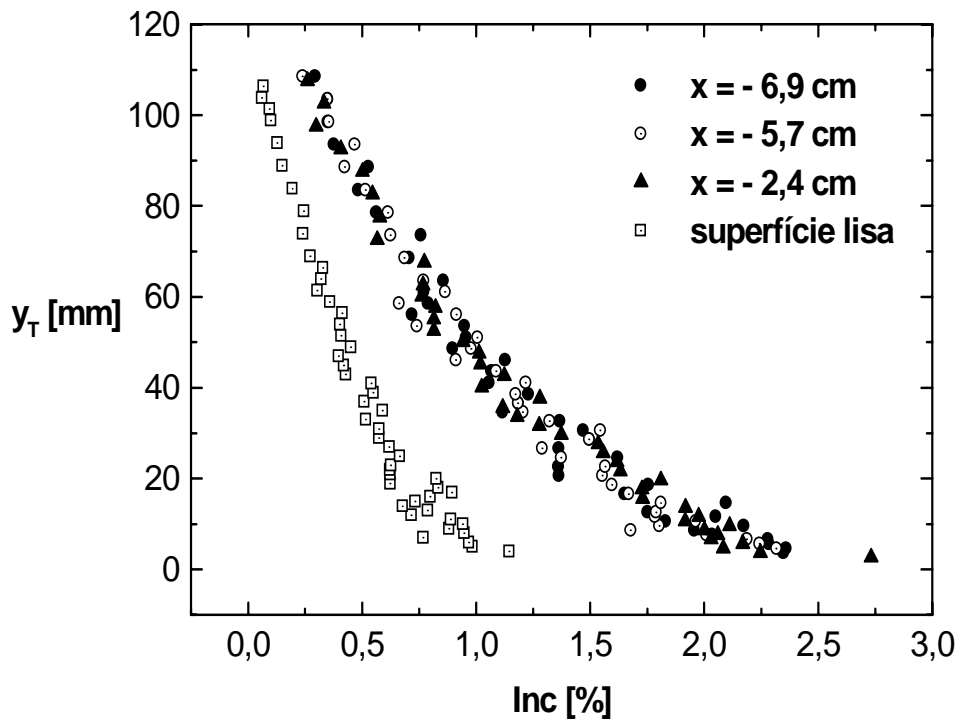


Figura 5.81: Incerteza dos perfis de velocidade média para superfície rugosa.

## 5.2.2 Velocidade de Atrito e Lei da Parede

As figuras 5.82 a 5.84 apresentam os perfis de velocidade média adimensional em coordenadas internas ( $y^+$ ,  $u^+$ ) com a respectiva lei da parede (veja a equação 2.3). A figura 5.83 compara o resultado da superfície rugosa em  $x = -5,7\text{cm}$  com o



da superfície lisa em  $x = -6,2\text{cm}$ . Nesta figura pode ser visualizado o deslocamento para baixo da curva para superfície rugosa em relação à curva da superfície lisa. Esse deslocamento quantifica a função rugosidade (veja figura 2.2). Resultados semelhantes a esses poder ser vistos nos trabalhos de Krogstad e Antonia [65, pp. 453], Antonia e Krogstad [5, pp. 143] e Poggi et al. [94, pp. 37].

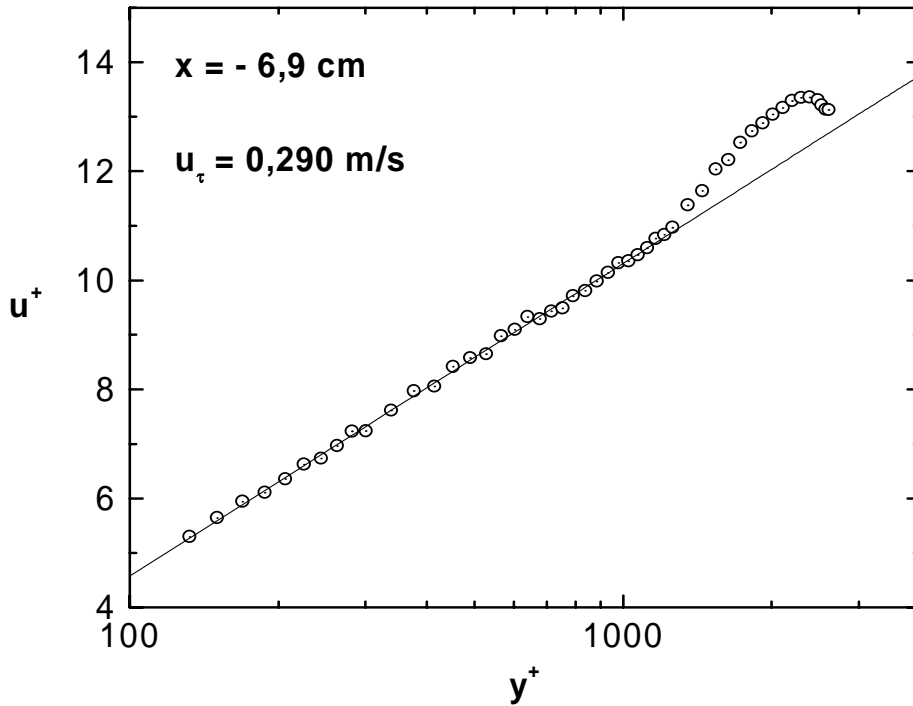


Figura 5.82: Perfil de velocidade média em coordenadas internas em  $x = -6,9\text{ cm}$ .

As figuras 5.85 a 5.87 apresentam o perfil de velocidade adimensional em coordenadas externas  $[y/\delta, (\bar{u}_e - \bar{u})/u_\tau]$  e a respectiva lei da parede (veja a equação 4.9). A figura 5.86 compara o resultado da superfície rugosa em  $x = -5,7\text{ cm}$  com o da superfície lisa em  $x = -6,2\text{ cm}$ . O perfil de velocidade adimensional em coordenadas externas para parede rugosa também recebe um deslocamento para baixo quando  $y/\delta < 0.5$ .

Com a velocidade de atrito é possível obter as espessuras de camada limite de Coles,  $\Delta$ , e os parâmetros de Coles,  $G_c$ , para os perfis de velocidade de acordo, respectivamente, com as equações 4.12 e 4.13. Os resultados estão expostos na tabela 5.5 juntamente com o coeficiente de atrito obtido segundo a equação 4.8.

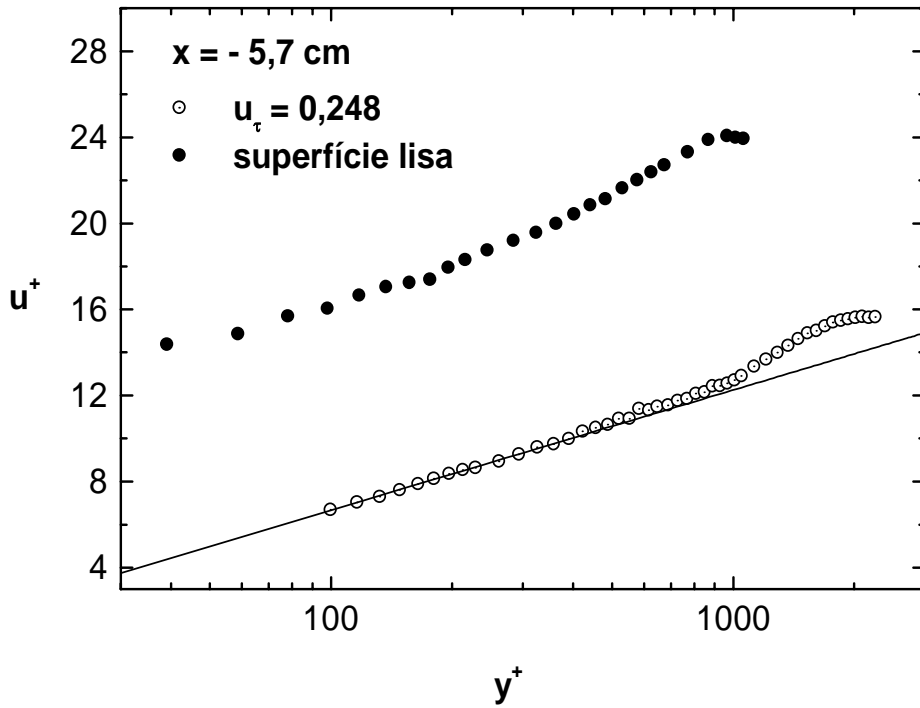


Figura 5.83: Perfil de velocidade média em coordenadas internas em  $x = -5,7 \text{ cm}$ .

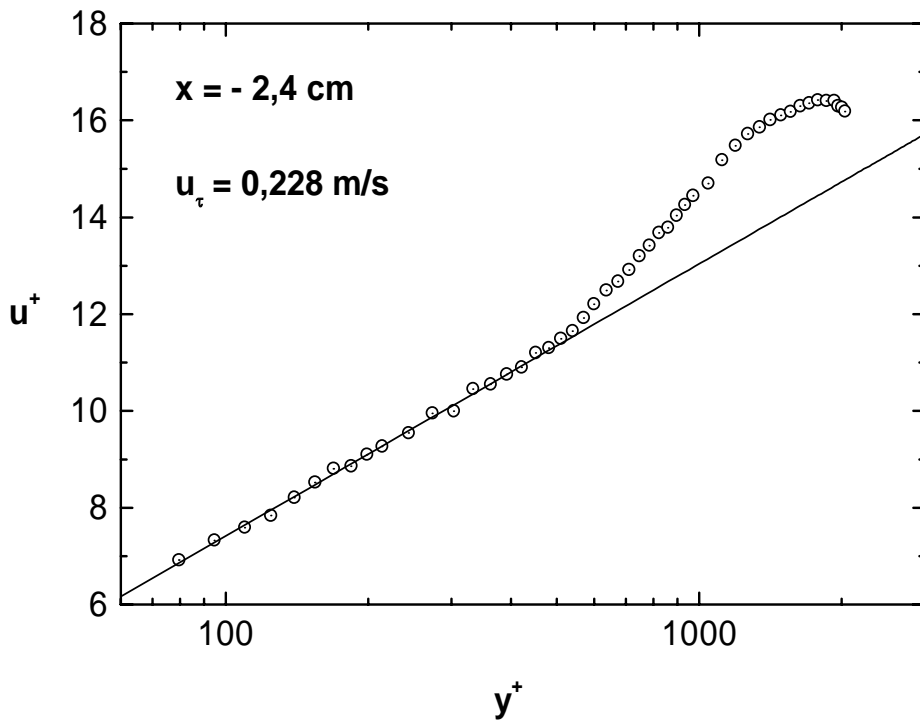


Figura 5.84: Perfil de velocidade média em coordenadas internas em  $x = -2,4 \text{ cm}$ .

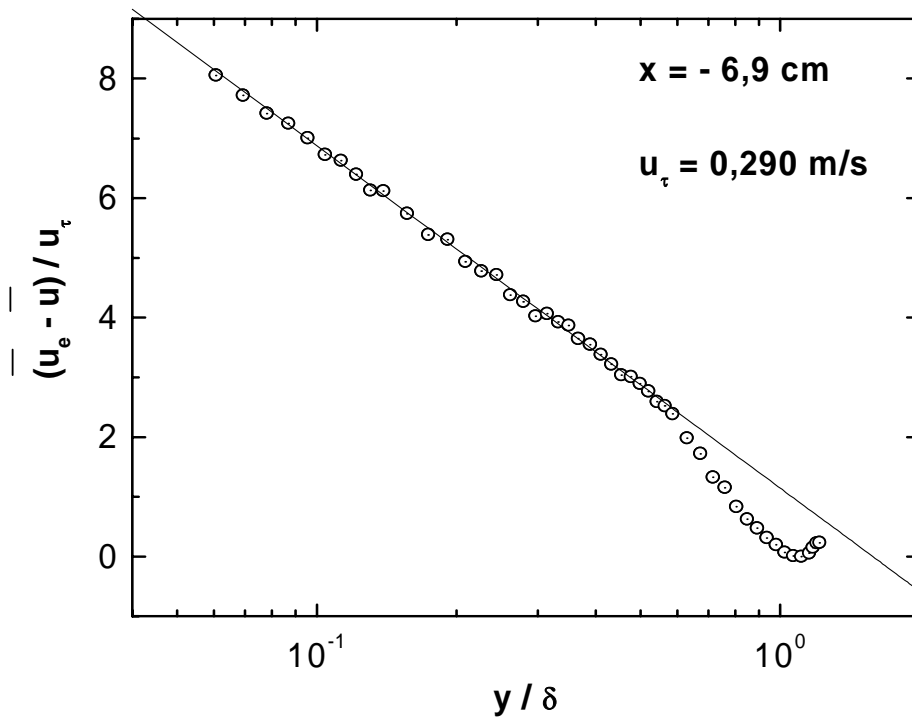


Figura 5.85: Lei da parede em coordenadas externas em  $x = -6,9 \text{ cm}$ .

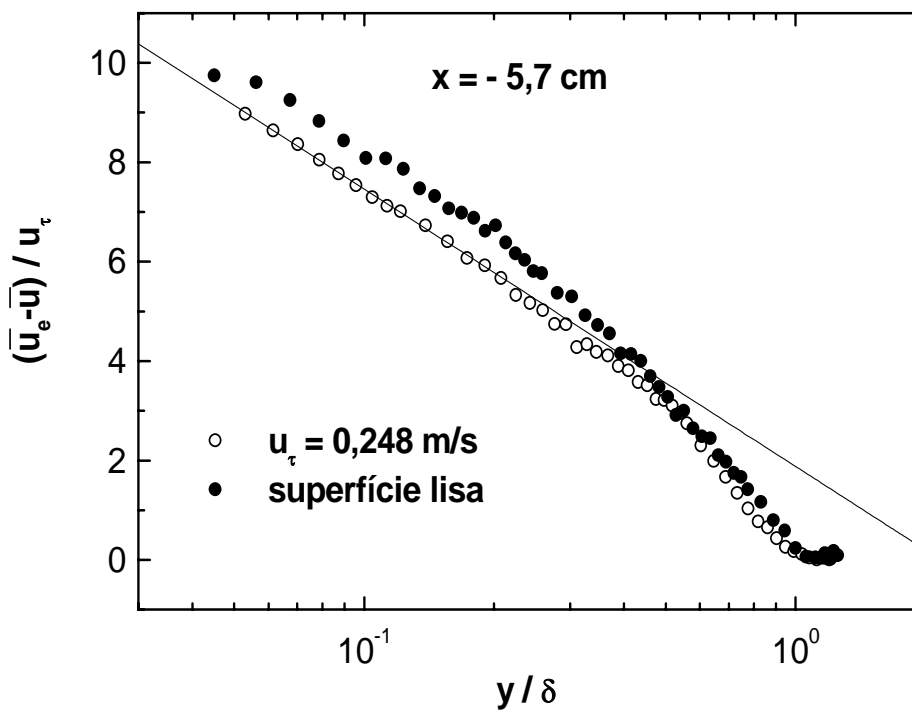


Figura 5.86: Lei da parede em coordenadas externas em  $x = -5,7 \text{ cm}$ .

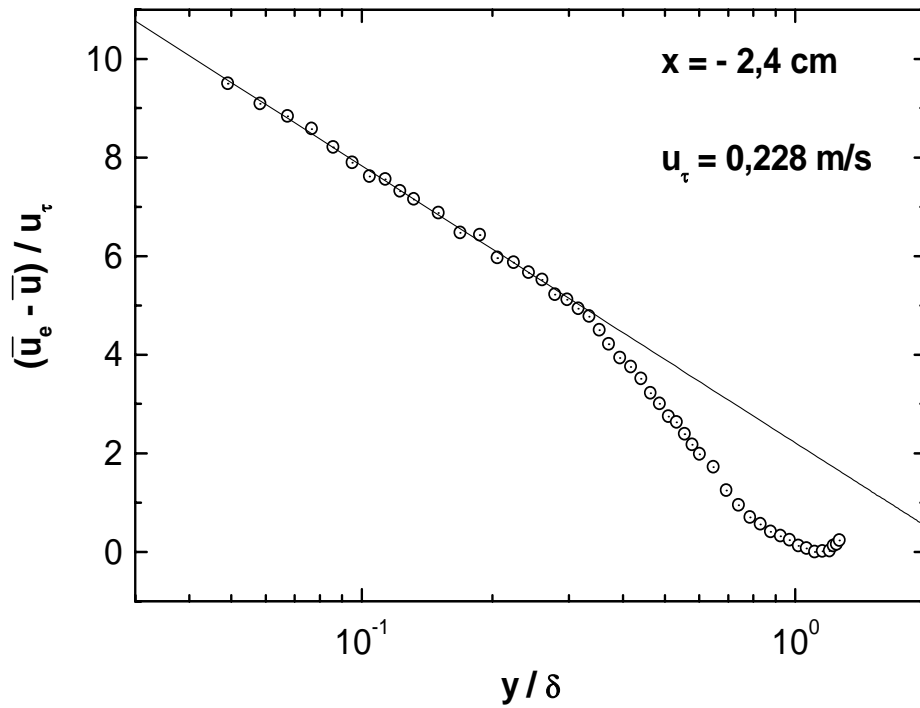


Figura 5.87: Lei da parede em coordenadas externas em  $x = -2,4 \text{ cm}$ .

Tabela 5.5: Espessuras de camada limite e parâmetro de Coles da série de experimentos sobre superfície rugosa.

$x$ [cm]	$c_f$ [m/s]	$\Delta$ [cm]	$G_c$
-6,9	0,01122	0,378	5,40
-5,7	0,00816	0,420	5,98
-2,4	0,00742	0,397	6,40

Apesar do fator de forma,  $H$ , e a espessura de Coles,  $\Delta$  permanecerem praticamente constantes, conforme mostrado, respectivamente nas tabelas 5.4 e 5.5, o parâmetro do perfil de Coles,  $G_c$ , e o coeficiente de atrito,  $c_f$ , apresentaram variações, como pode ser visto na tabela 5.5. Os perfis de velocidade média adimensionalizados apresentam-se praticamente colapsados, como pode ser visto na figura 5.88. Mas os perfis adimensionais em coordenadas externas não colapsaram, como mostra a figura 5.89.

A superfície rugosa foi preparada ao longo de 6 (seis) metros da seção de testes do túnel de vento. Esperava-se que o escoamento apresentasse autopreservação ao percorrer esta distância, justamente na região onde os três perfis foram medidos. Os valores de  $H$  e a figura 5.88 atestam isso. Mas os valores de  $G_c$  apresentam um aumento ao longo de  $x$ , ainda buscando um valor assintótico.

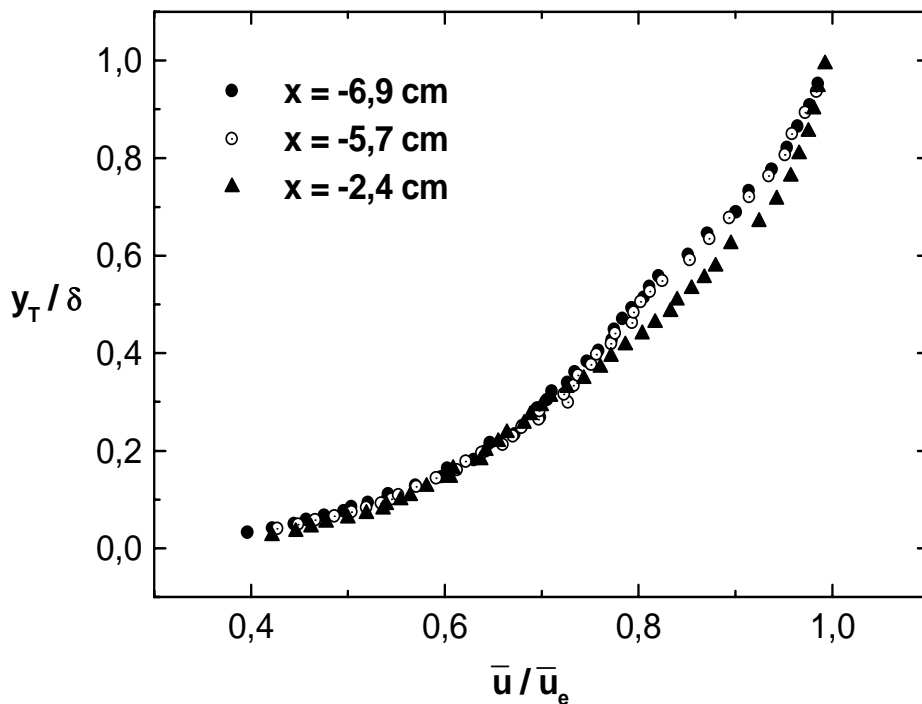


Figura 5.88: Perfis de velocidade em coordenadas físicas no escoamento sobre superfície rugosa.

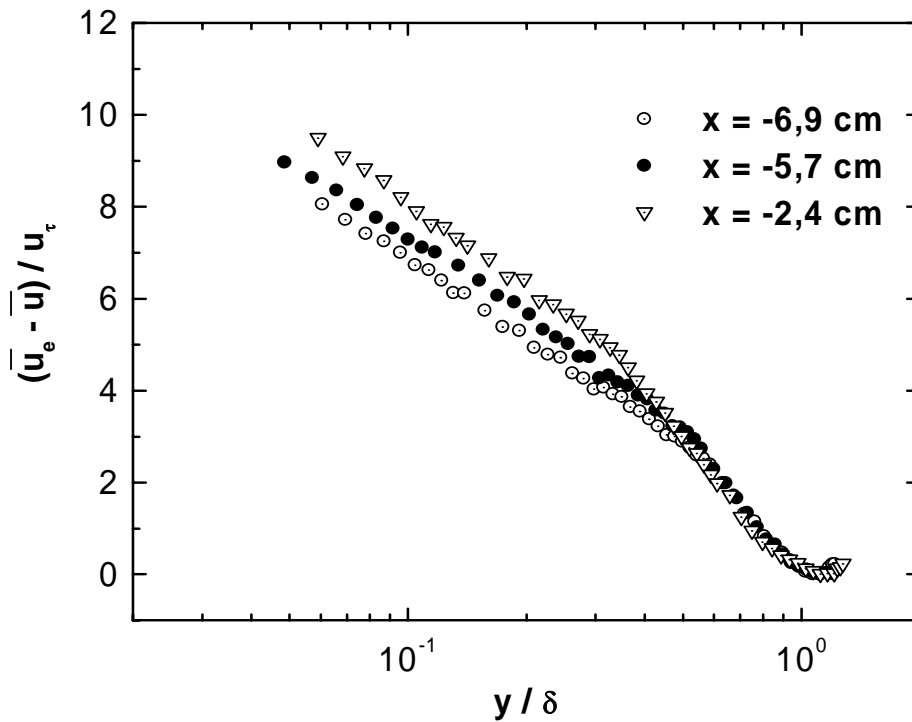


Figura 5.89: Perfis em coordenadas externas no escoamento sobre superfície rugosa.

### 5.2.3 Momento de Segunda Ordem e Intensidade Turbulenta

As figuras 5.90 a 5.92 mostram os momentos de segunda ordem ou variância para todos os pontos medidos sobre superfície rugosa. Cada figura apresenta dois gráficos. O gráfico da direita mostra a variância para cada ponto do perfil, obtida conforme a equação 3.45, e os respectivos intervalos de confiança a 99 %, determinados de acordo com a equação 3.55. O gráfico da esquerda apresenta os dados adimensionalizados, sendo a coordenada  $y_T$  adimensionalizada pela espessura de velocidade da camada limite e a variância pelo quadrado da velocidade de atrito.

A figura 5.91 compara o resultado da superfície rugosa em  $x = -5,7 \text{ cm}$  com o da superfície lisa em  $x = -6,2 \text{ cm}$ . Observando o gráfico da esquerda da figura 5.91, verifica-se que a variância adimensional diminui para a superfície rugosa quando comparada com os valores da lisa.

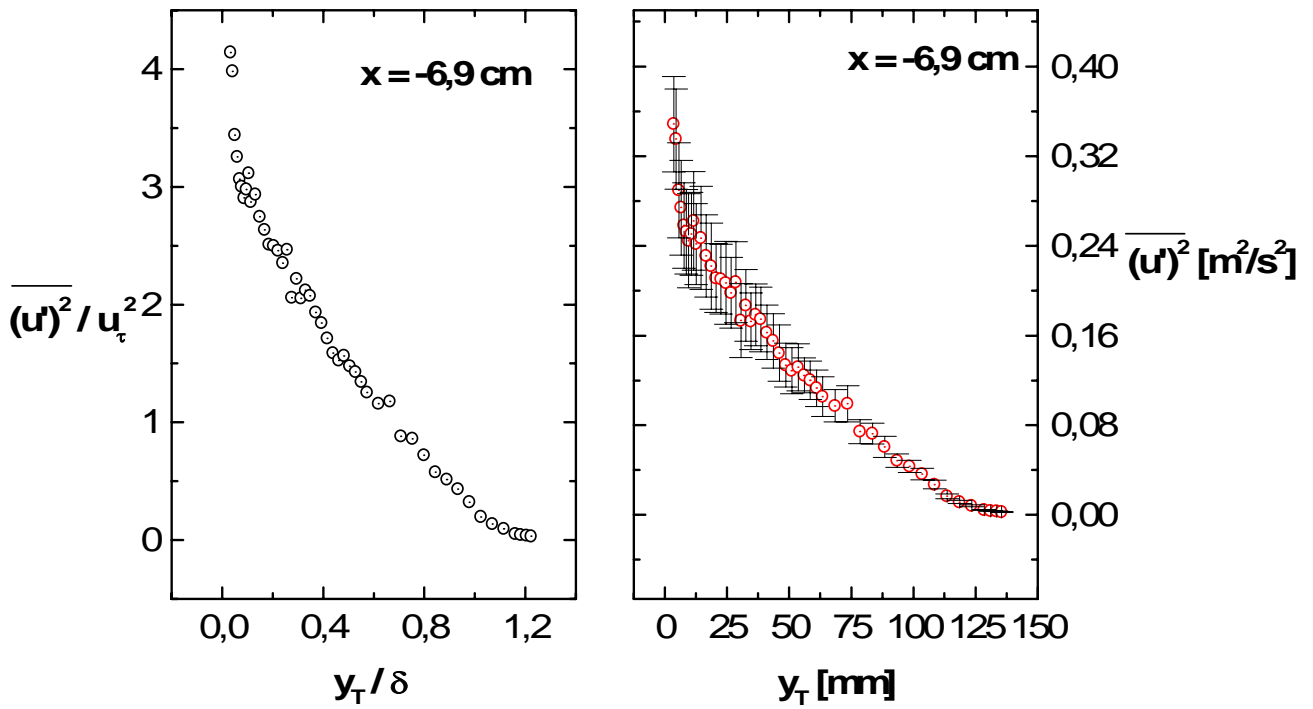


Figura 5.90: Momento de segunda ordem ou variância em  $x = -6,9 \text{ cm}$ .

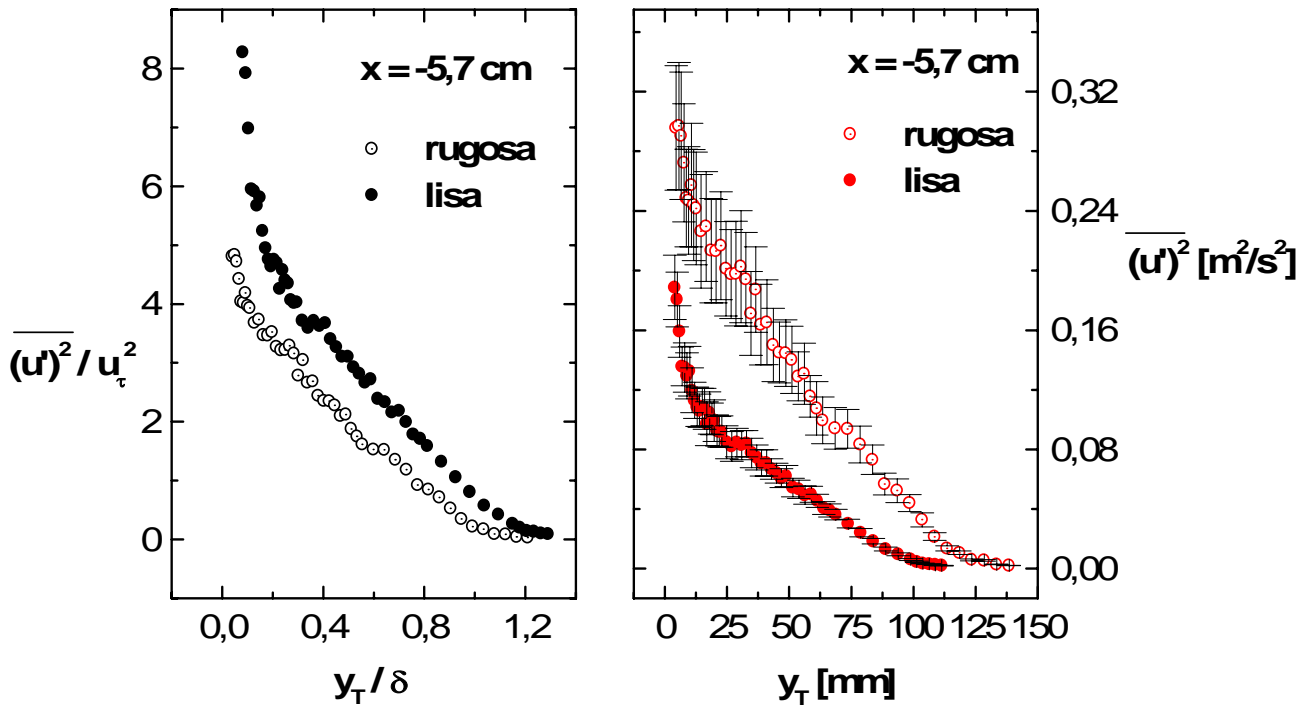


Figura 5.91: Momento de segunda ordem ou variância em  $x = -5,7 \text{ cm}$ .

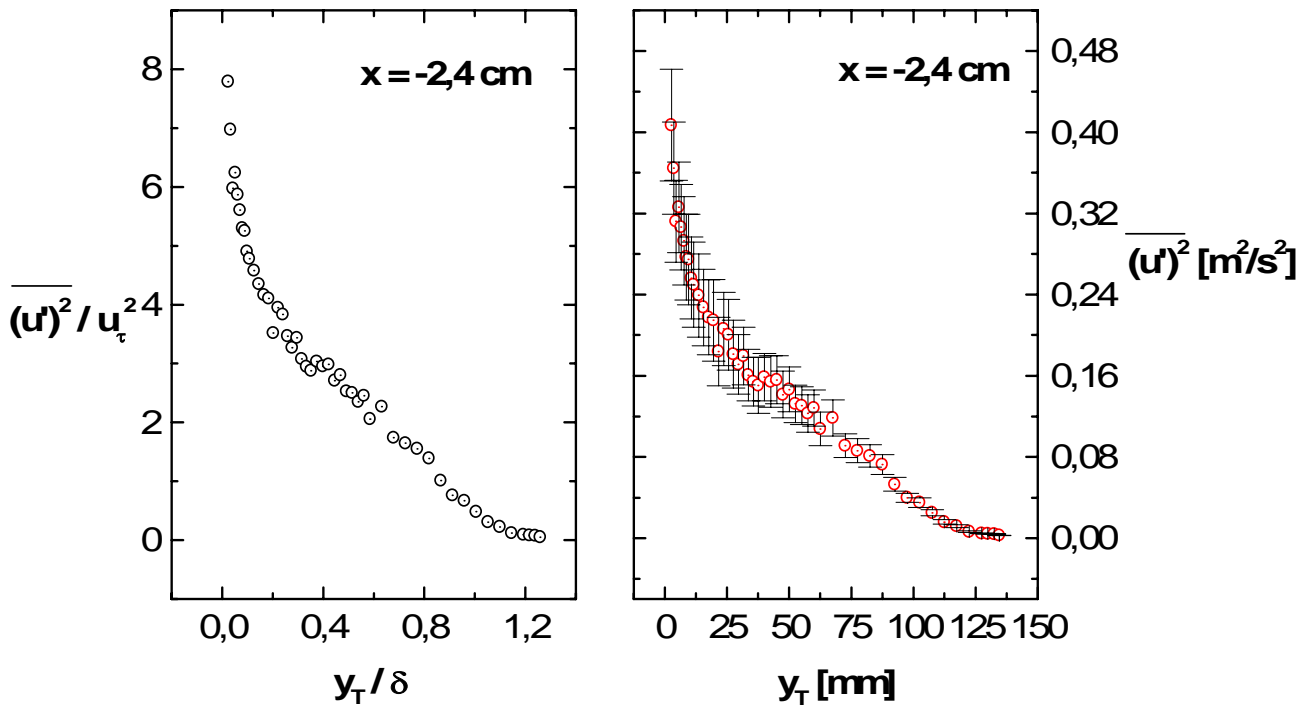


Figura 5.92: Momento de segunda ordem ou variância em  $x = -2,4\text{cm}$ .

Analisando o gráfico da direita da figura 5.91, verifica-se que a variância e o intervalo de confiança aumentam para um mesmo valor de  $y_T$ , tendo como consequência um aumento na incerteza dos resultados de  $\overline{(u')^2}$ . Esse aumento na incerteza de  $\overline{(u')^2}$  pode ser verificado na figura 5.93, que mostra a incerteza estatística do valor nominal da variância para os perfis de velocidade medidos, ou seja, a porcentagem do valor nominal do momento de segunda ordem que corresponde ao intervalo de confiança de 99 %. A incerteza de  $\overline{(u')^2}$  aumenta para a superfície rugosa, aproximando-se de 10 %. Analisando a equação 5.2, esse resultado indica que, semelhante à incerteza de  $\bar{u}$ , para obter-se valores de incerteza para  $\overline{(u')^2}$  semelhantes aos da superfície lisa, o tamanho da amostra para obtenção dos dados estatísticos médios para escoamento sobre superfície rugosa deve ser maior.

As figuras 5.94 a 5.96 apresentam os resultados de intensidade turbulenta considerando a turbulência isotrópica. A figura 5.95 compara o resultado da superfície rugosa em  $x = -5,7\text{ cm}$  com o da superfície lisa em  $x = -6,2\text{ cm}$ . Observa-se que a rugosidade aumenta consideravelmente a intensidade turbulenta, a partir de  $y/\delta = 0,9$ ,



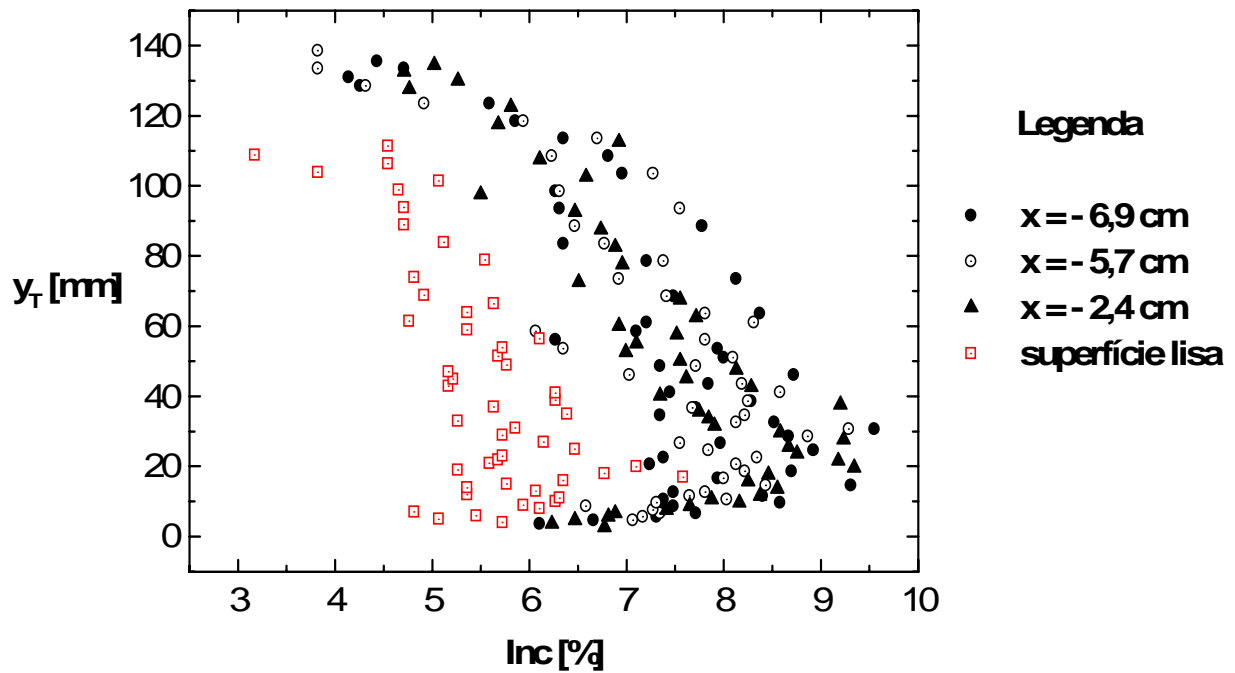


Figura 5.93: Incerteza dos perfis de momento de segunda ordem ou variância para superfície rugosa.

em direção à parede. Esse aumento chega a aproximadamente 50 % no ponto mais próximo da parede, onde  $Tu$  alcança valores em torno de 32 %.

#### 5.2.4 Momentos de Terceira e Quarta Ordem

As figuras 5.97 a 5.99 mostram os momentos de terceira ordem e a assimetria para todos os pontos medidos sobre superfície rugosa. Cada figura apresenta dois gráficos. O gráfico da direita mostra o momento de terceira ordem para cada ponto do perfil, obtido conforme a equação 3.47, e os respectivos intervalos de confiança para uma probabilidade de 99 %, determinados de acordo com a equação 3.58 e o gráfico da esquerda apresenta a assimetria.

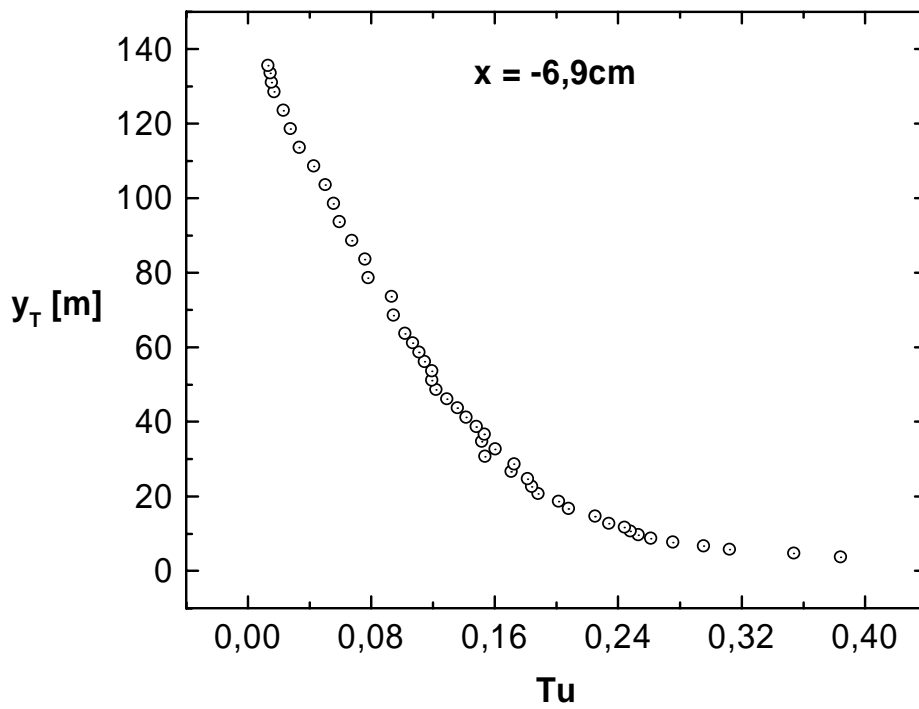


Figura 5.94: Intensidade turbulenta em  $x = -6,9$  cm.

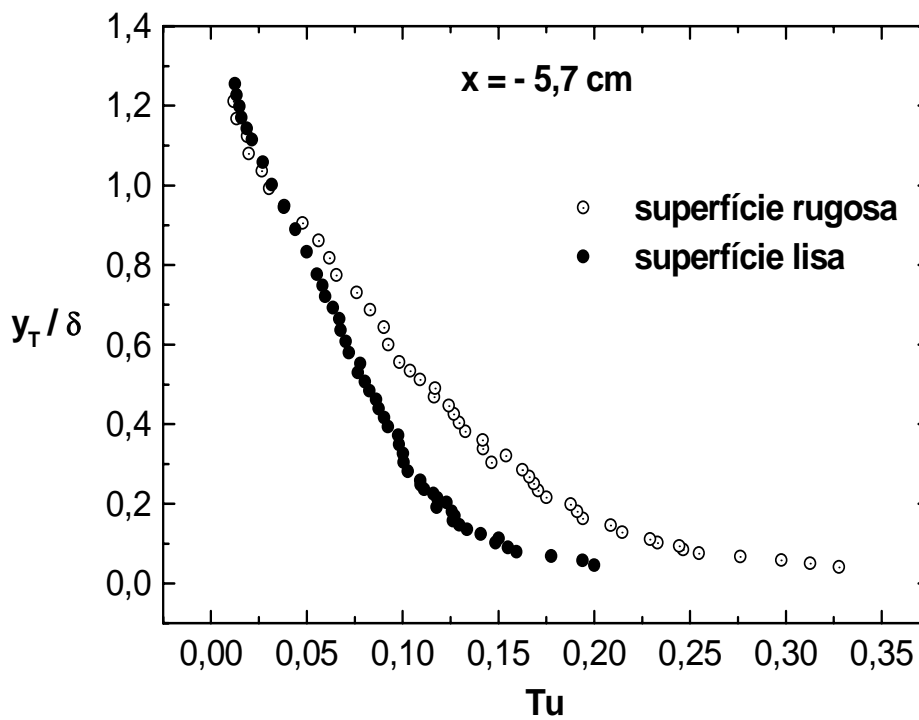


Figura 5.95: Intensidade turbulenta  $x = -5,7$  cm.

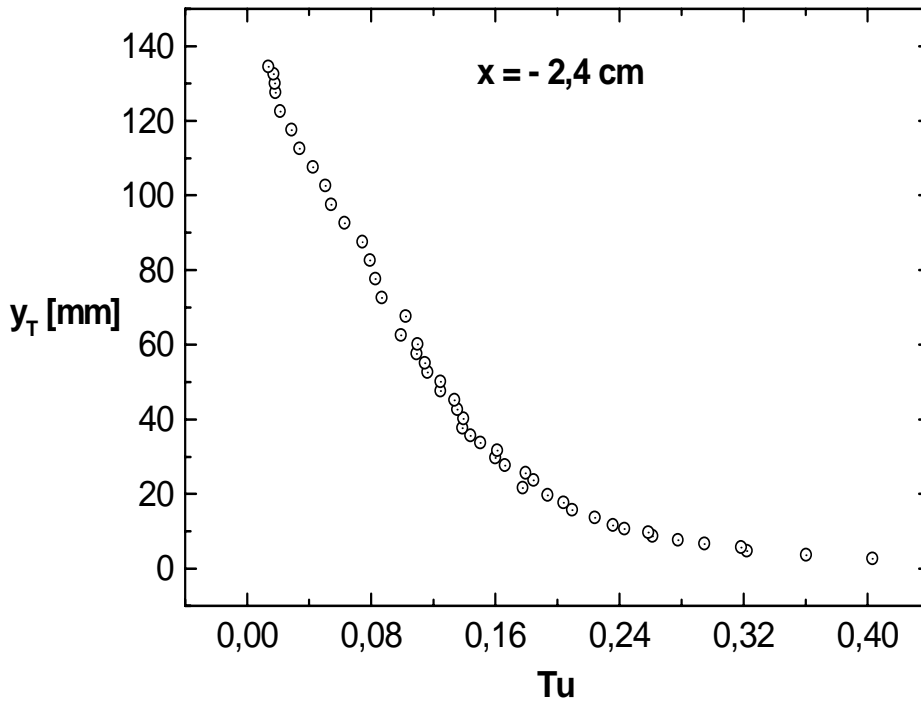


Figura 5.96: Intensidade turbulenta em  $x = -2,4$  cm.

A figura 5.98 compara o resultado da superfície rugosa em  $x = -5,7$  cm com o da superfície lisa em  $x = -6,2$  cm. Observando o gráfico da esquerda da figura 5.98, verifica-se que, a assimetria troca de sinal nas proximidades da parede quando a superfície é rugosa. Isso significa que nos pontos medidos nas proximidades da rugosidade, capturou-se uma quantidade maior de valores instantâneos de  $u$  superiores ao valor médio,  $\bar{u}$ , que de valores de  $u$  inferiores a  $\bar{u}$ . Resultados semelhantes foram obtidos por Krogstad e Antonia [65, pp. 457] [5, pp. 147].

Analisando o gráfico da direita da figura 5.98, verifica-se que o intervalo de confiança aumenta consideravelmente, tendo como conseqüência um aumento na incerteza dos resultados de  $\overline{(u')^3}$ . Esse aumento na incerteza de  $\overline{(u')^3}$  pode ser verificado na figura 5.100, que mostra a incerteza estatística do valor nominal do momento de terceira ordem para os perfis de velocidade medidos, ou seja, a porcentagem do valor nominal do momento de terceira ordem que corresponde ao intervalo de confiança de 99 %. A incerteza de  $\overline{(u')^3}$  aumenta absurdamente nas proximidades da parede. Analisando a equação 5.4, esse resultado indica que, semelhante às

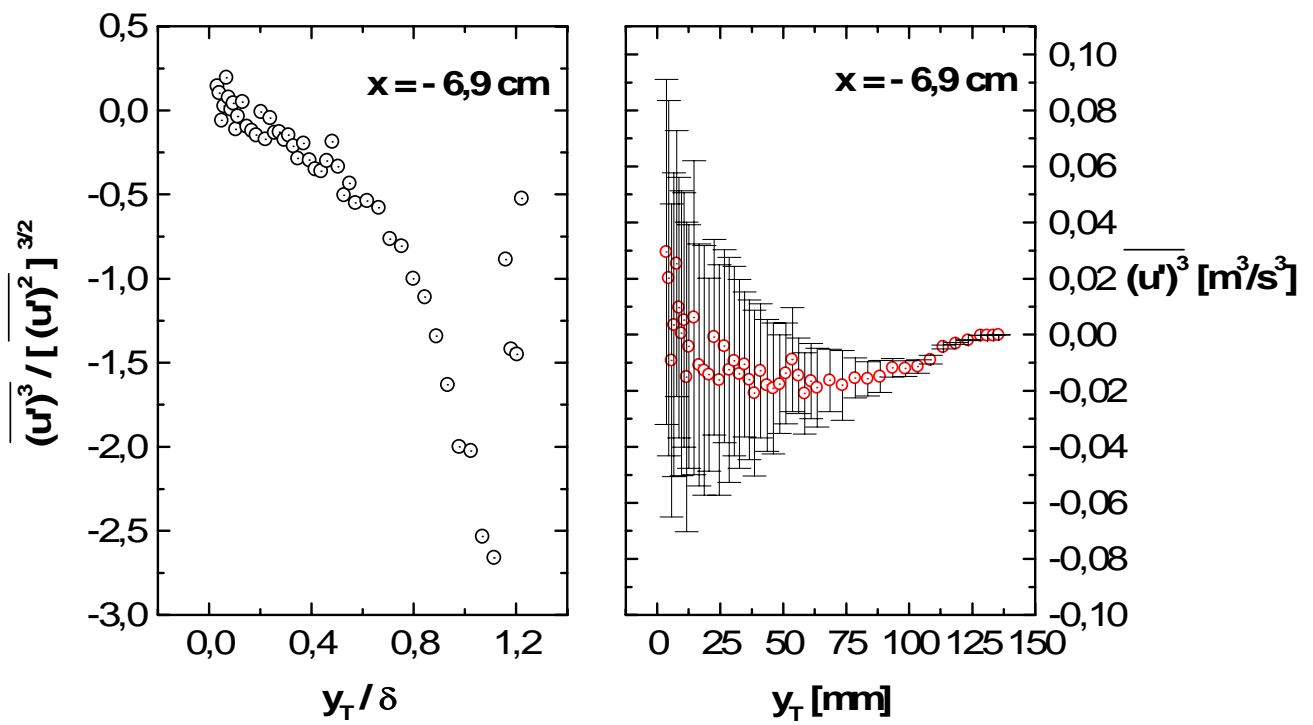


Figura 5.97: Assimetria e momento de terceira ordem em  $x = -6,9 \text{ cm}$ .

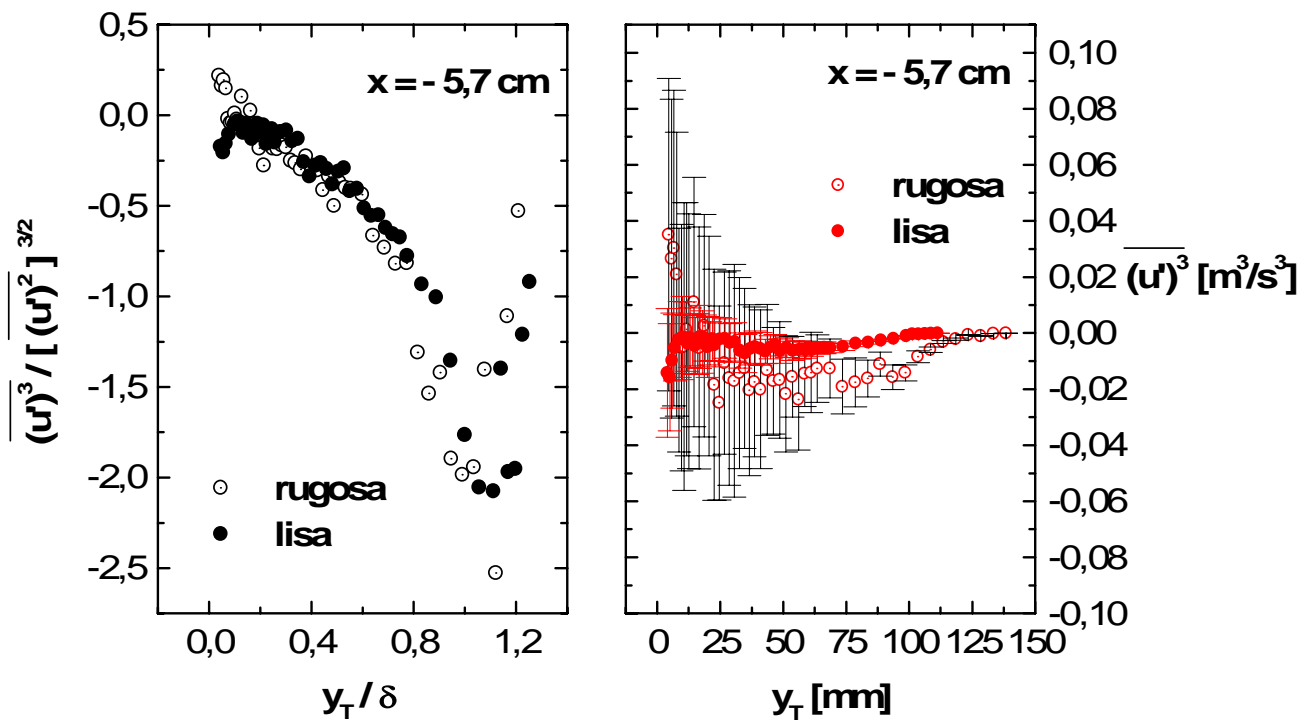


Figura 5.98: Assimetria e momento de terceira ordem em  $x = -5,7 \text{ cm}$ .

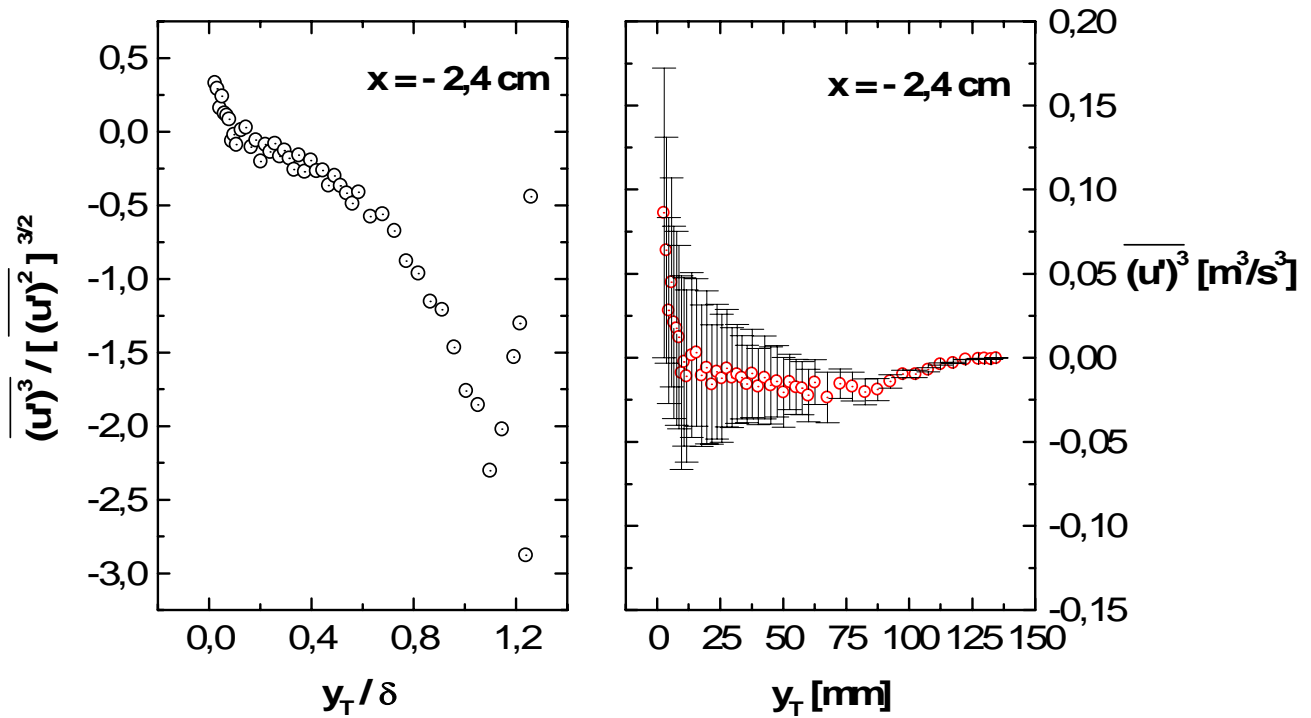


Figura 5.99: Assimetria e momento de terceira ordem em  $x = -2,4\text{cm}$ .

incertezas de  $\bar{u}$  e de  $\overline{(u')^2}$ , para obter-se valores de incerteza para  $\overline{(u')^3}$  semelhantes aos da superfície lisa, o tamanho da amostra para obtenção dos dados estatísticos médios para escoamento sobre superfície rugosa deve ser maior.

As figuras 5.101 a 5.103 mostram os momentos de quarta ordem e o achatamento para os pontos medidos sobre superfície rugosa. Cada figura apresenta dois gráficos. O gráfico da direita mostra o momento de quarta ordem para cada ponto do perfil, obtido conforme a equação 3.48, e os respectivos intervalos de confiança para uma probabilidade de 99 %, determinados de acordo com a equação 3.61. O gráfico da esquerda apresenta o achatamento, que é o momento de quarta ordem adimensionalizado pelo quadrado da variância da distribuição de  $u$ , em função da coordenada  $y_T$  adimensionalizada pela espessura de velocidade da camada limite.

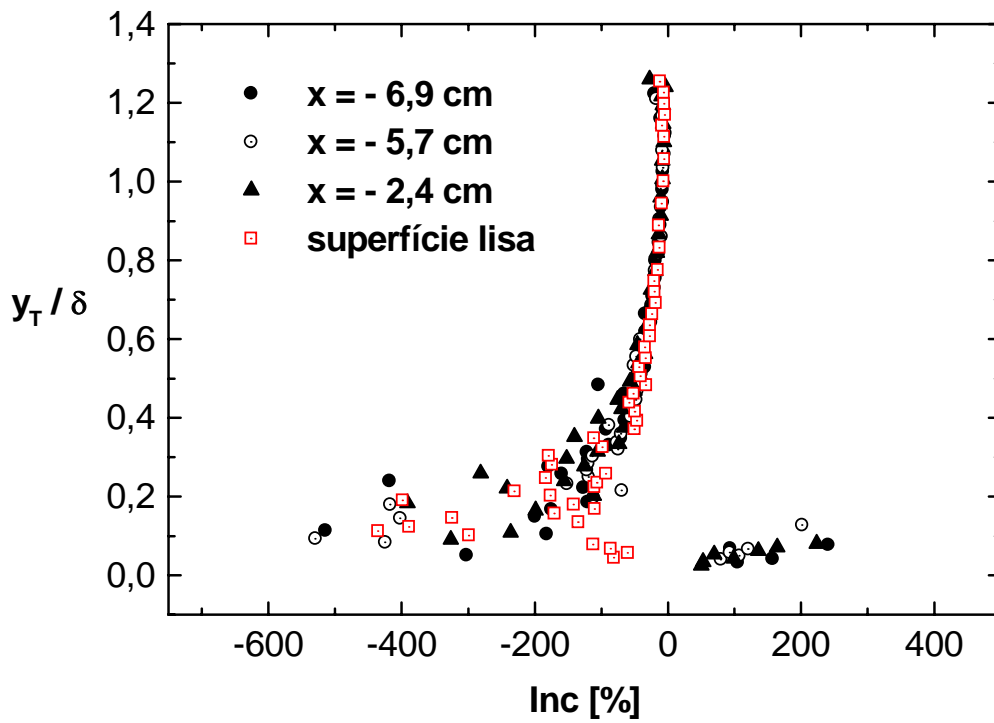


Figura 5.100: Incerteza dos perfis de momento de terceira ordem para superfície rugosa.

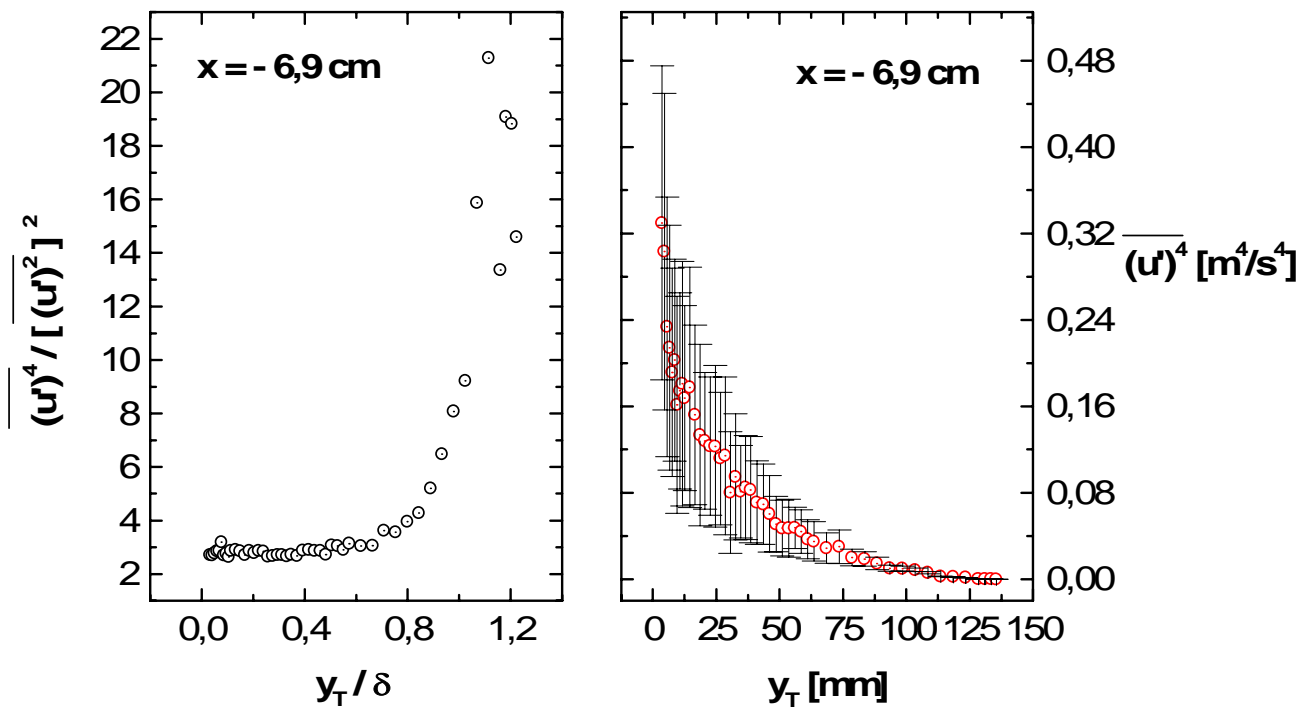


Figura 5.101: Achatamento e momento de quarta ordem em  $x = -6,9$ cm.

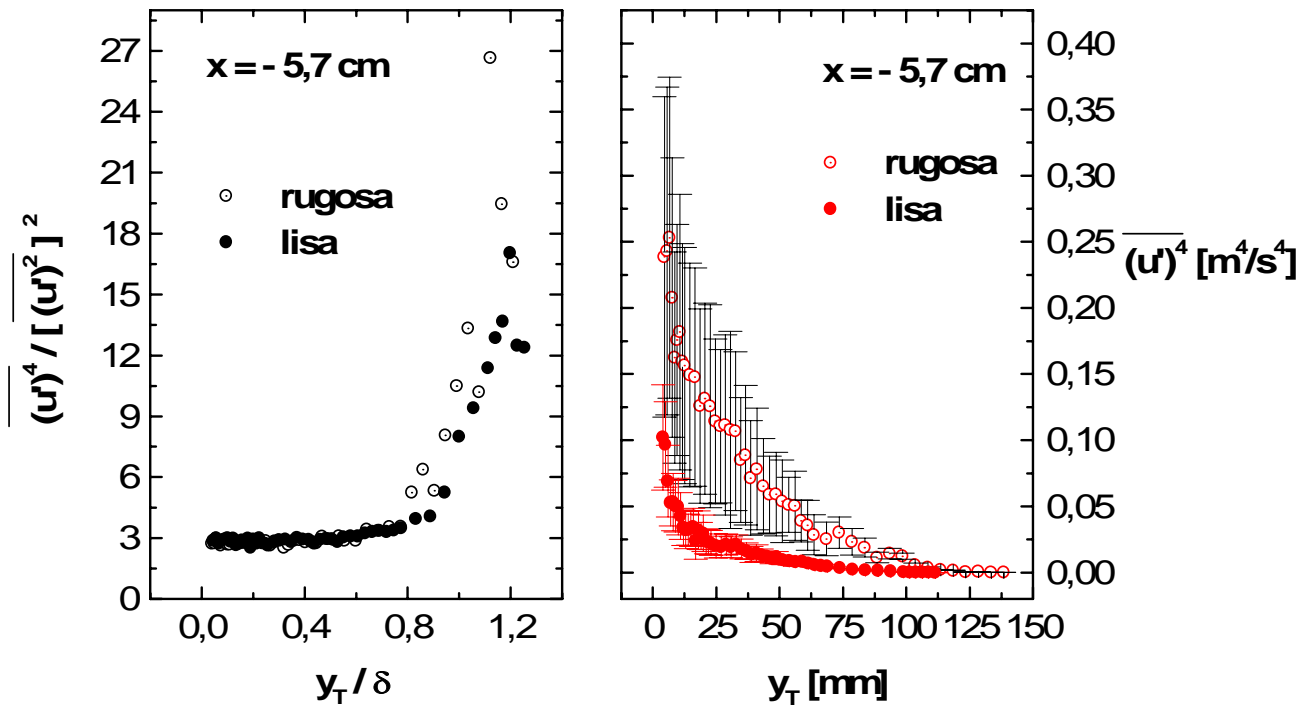


Figura 5.102: Achatamento e momento de quarta ordem em  $x = -5,7\text{cm}$ .

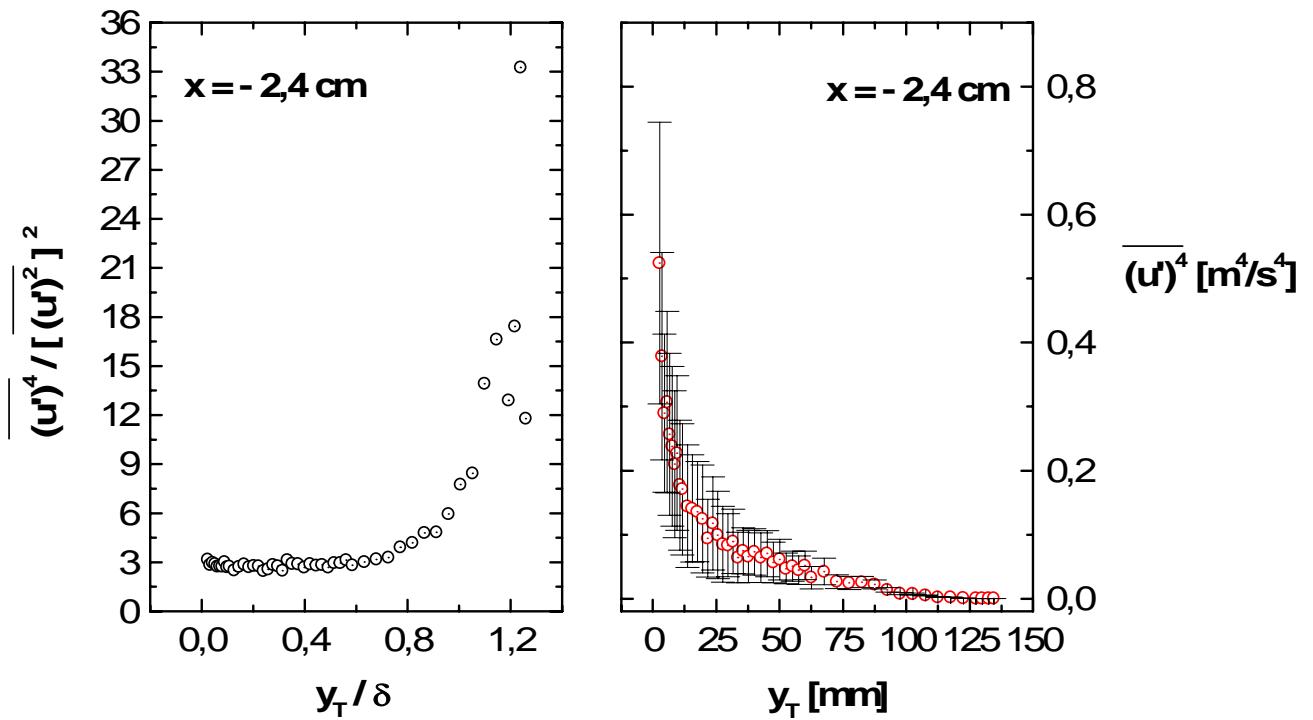


Figura 5.103: Achatamento e momento de quarta ordem em  $x = -2,4\text{cm}$ .

A figura 5.102 compara o resultado da superfície rugosa em  $x = -5,7$  cm com o da superfície lisa em  $x = -6,2$  cm. Observando o gráfico da esquerda da figura 5.102, verifica-se que o achatamento praticamente não é afetado pela presença da rugosidade quando  $y/\delta < 0,8$ . Antonia e Krogstad [5, pp. 148] chegaram a resultados semelhantes.

Analisando o gráfico da direita da figura 5.102, verifica-se que o intervalo de confiança aumenta consideravelmente, tendo como conseqüência um aumento na incerteza dos resultados de  $\overline{(u')^4}$ . Esse aumento na incerteza de  $\overline{(u')^4}$  pode ser verificado na figura 5.104, que mostra a incerteza estatística do valor nominal do momento de quarta ordem para os perfis de velocidade medidos, ou seja, a porcentagem do valor nominal do momento de quarta ordem que corresponde ao intervalo de confiança de 99 %. A incerteza de  $\overline{(u')^4}$  aumenta de forma acentuada nas proximidades da parede, chegando a 35 %. Analisando a equação 5.5, esse resultado indica que, semelhante às incertezas de  $\bar{u}$ , de  $\overline{(u')^2}$  e  $\overline{(u')^3}$ , para obter-se valores de incerteza para  $\overline{(u')^4}$  semelhantes aos da superfície lisa, o tamanho da amostra para obtenção dos dados estatísticos médios para escoamento sobre superfície rugosa deve ser maior, já que o aumento de  $\overline{(u')^2}$  não é significativo (veja figura 5.91).

### 5.2.5 Dissipação Turbulenta

A figura 5.105 mostra  $\overline{(u')^2}/\bar{u}^2$  para justificar o emprego da hipótese de Taylor. Apesar dos valores obtidos serem superiores aos da superfície lisa, ainda são bem menor que a unidade, não ultrapassando a 0,17. Portanto, a hipótese de Taylor também é uma boa aproximação para os resultados experimentais aqui apresentados sobre superfície rugosa.

A taxa de dissipação de energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , para superfície rugosa pode ser vista na figura 5.106. Comparando os resultados com os valores de  $\varepsilon$  para superfície lisa medidos em  $x = -6,2$  cm, verifica-se que a dissipação é um pouco maior no escoamento sobre superfície lisa.



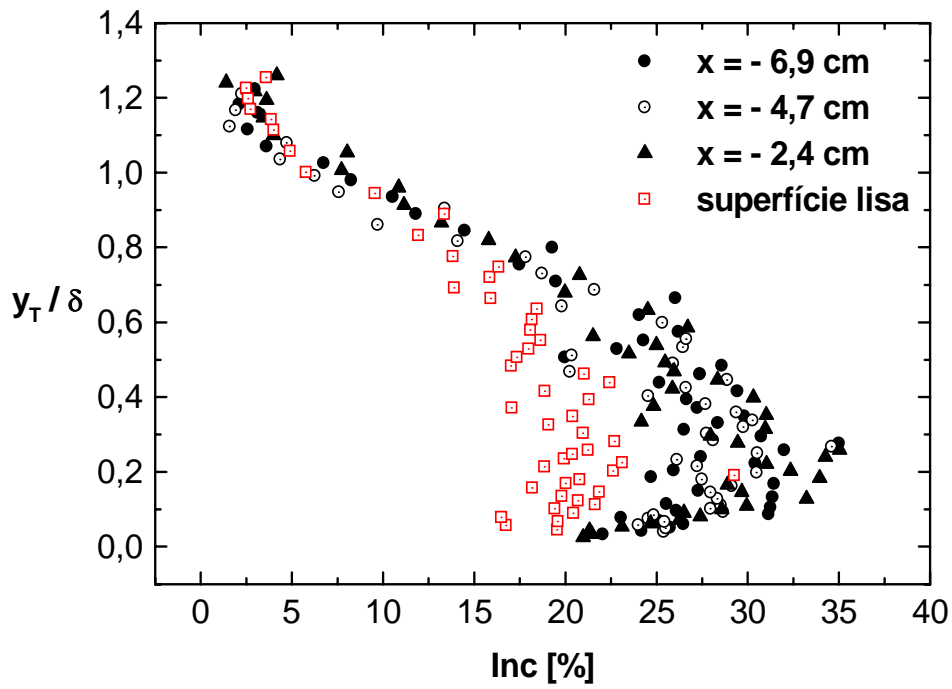


Figura 5.104: Incerteza dos perfis de momento de quarta ordem para superfície rugosa.

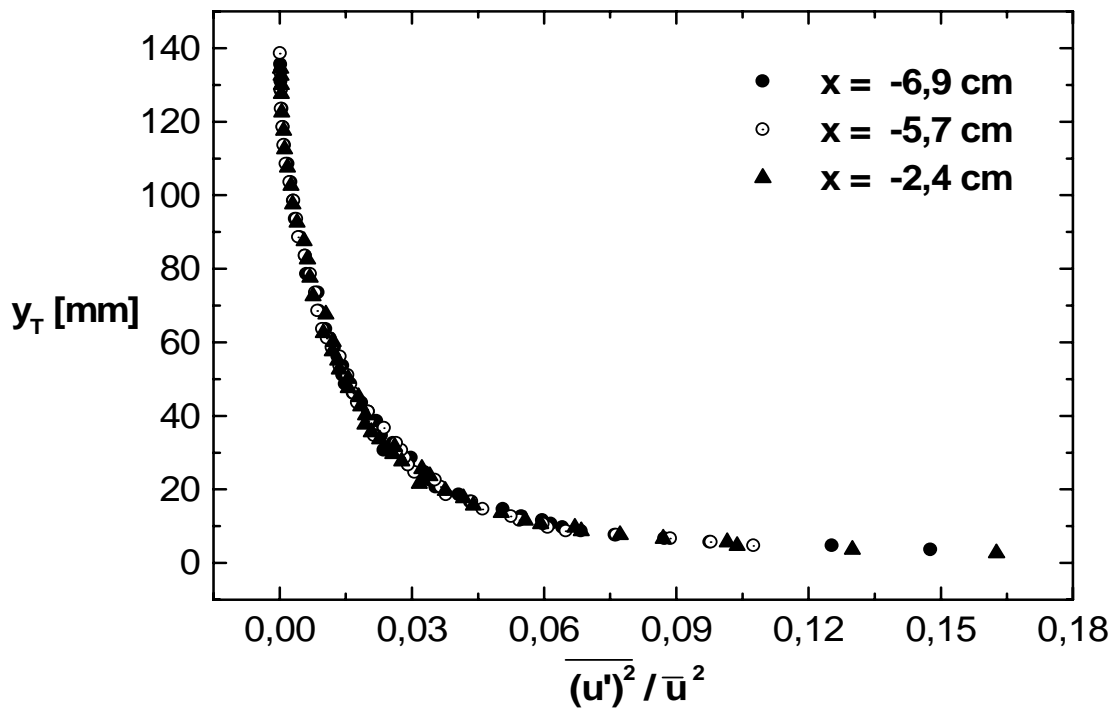


Figura 5.105: Relação entre  $\overline{(u')^2}$  e  $\bar{u}^2$  para superfície rugosa.

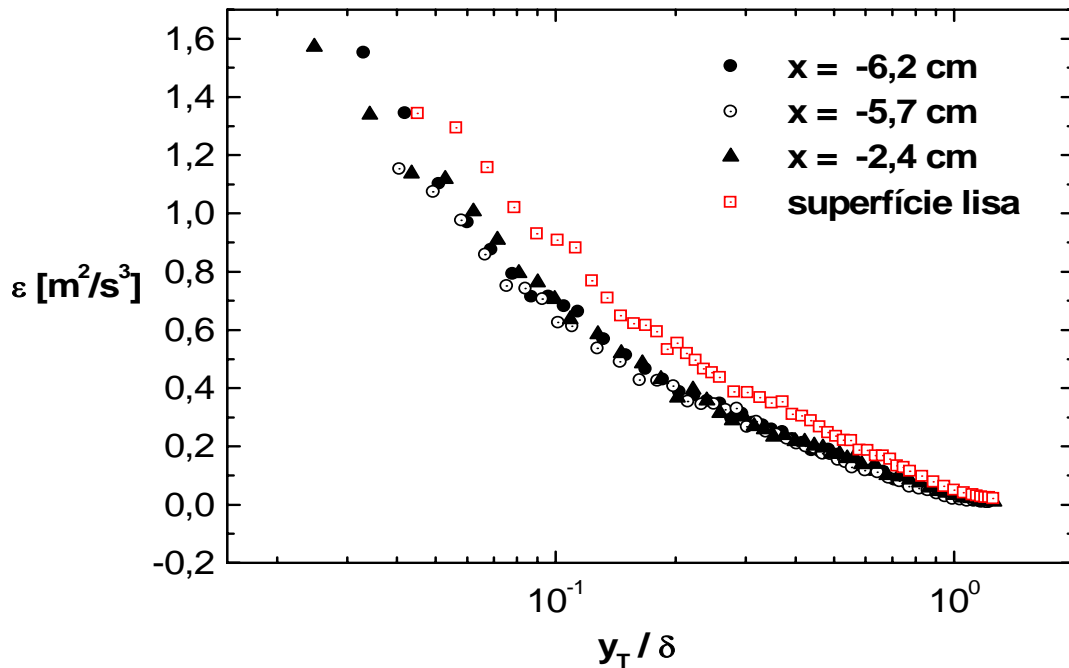


Figura 5.106: Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta para superfície rugosa.

### 5.2.6 Função de Autocorrelação e Espectro de Frequência

As funções de autocorrelação,  $\rho_u(\zeta)$ , e os espectros de frequência,  $S_u(f)$ , aqui apresentados para o escoamento sobre a superfície rugosa são todos de pontos do perfil medido em  $x = -5,7\text{cm}$  de modo que pudessem ser comparados com os resultados do perfil medido sobre superfície lisa em  $x = -6,2\text{cm}$ .

A figura 5.107 apresenta as funções de autocorrelação para alguns pontos do perfil medido em  $x = -5,7\text{cm}$  cujas coordenadas  $y_T$  são iguais ou as mais próximas possível dos pontos registrados na figura 5.62, que apresenta as funções de autocorrelação para o perfil medido sobre superfície lisa em  $x = -6,2\text{cm}$ . Na legenda encontra-se a coordenada  $y_T$ , a coordenada adimensional,  $y_T/\delta$ , e o dobro da escala de tempo integral,  $2Ti$ , onde a função foi obtida.

Apesar das mesmas coordenadas  $y_T$ , os valores de  $y_T/\delta$  na figura 5.107 são menores que na figura 5.62, pois a espessura da camada limite,  $\delta$ , no escoamento sobre superfície rugosa é maior que no escoamento sobre superfície lisa.

As escalas de tempo integral,  $Ti$ , nos pontos medidos sobre superfície ru-

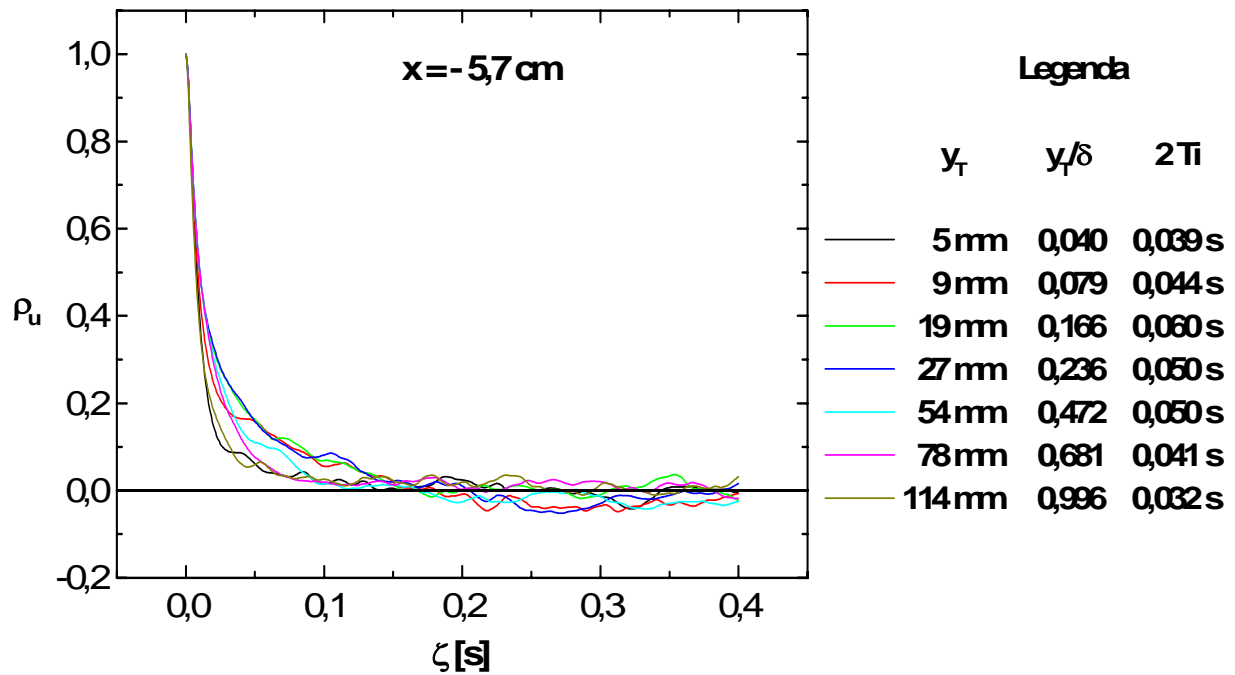


Figura 5.107: Função de autocorrelação de alguns pontos do perfil medido em  $x = -5,7\text{cm}$ .

gosa são maiores que naqueles medidos sobre superfície lisa. Isso trouxe como consequência um menor tamanho de amostra para os dados estatísticos médios,  $Nn$ , nos experimentos sobre superfície rugosa (veja seção 3.7). Daí o fato das incertezas serem maiores no escoamento sobre superfície rugosa, conforme identificado nas seções 5.2.3 e 5.2.4. Portanto, para que medidas realizadas sobre superfície rugosa tenham a mesma faixa de incerteza que aquelas feitas sobre superfície lisa,  $Nn$  deve ser maior. Para isso, o tempo de aquisição de dados,  $t$ , precisa ser maior nos experimentos sobre superfície rugosa que naqueles sobre superfície lisa.

A figura 5.108 apresenta o espectros de frequência para três pontos do perfil medido em  $x = -5,7\text{cm}$ . Os espectros dos pontos com a mesma posição adimensional  $y_T/\delta$  medidos em  $x = -6,2\text{cm}$  nos experimentos sobre superfície lisa também foram colocados no gráfico para comparação. Retas na cor vermelha e com inclinação de  $-5/3$ , representativas do espectro de Kolmogorov [112, pp. 265] também estão colocadas nessa figura.

Comparando os espectros dos pontos medidos sobre superfície rugosa com os

espectros de frequência sobre os pontos medidos sobre superfície lisa, verifica-se que os espectros da superfície rugosa apresentam níveis de energia mais elevados que os da superfície lisa, principalmente na região de baixa frequência ( $f < 100$  Hz), que corresponde aos grandes turbilhões.

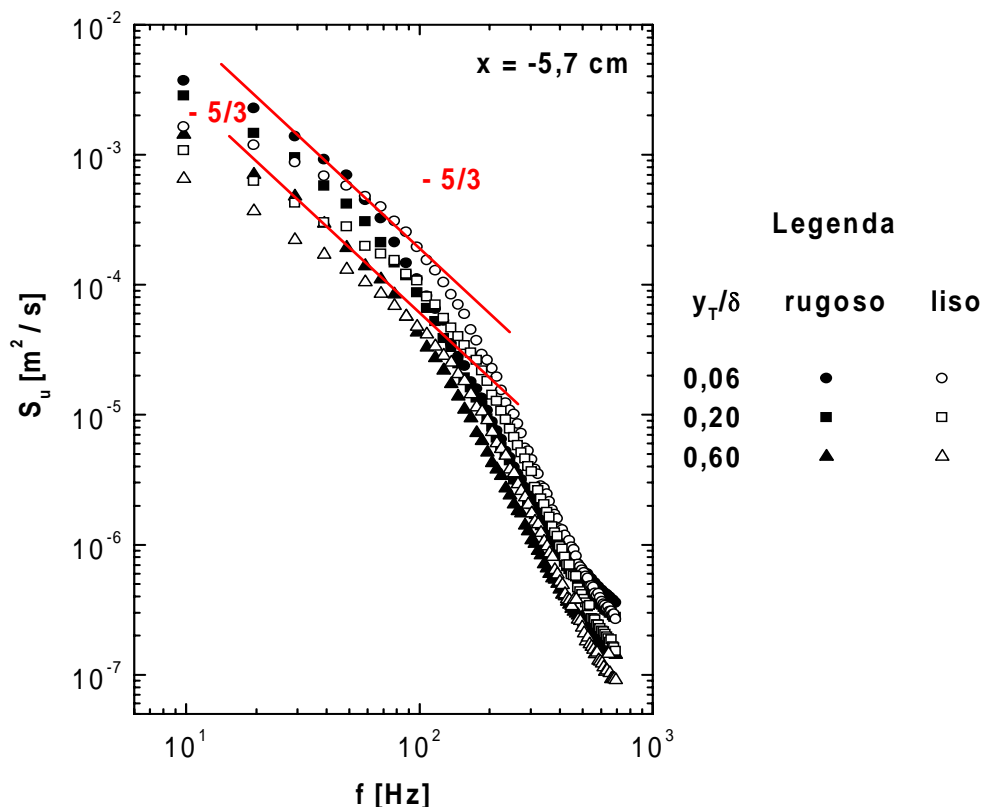


Figura 5.108: Espectro de frequência de pontos do perfil medido sobre superfície rugosa em  $x = -5,7\text{cm}$ .

### 5.3 Escoamento em Transição Rugoso-Liso

Dos 18 (dezoito) perfis medidos na série de experimentos rugoso-frio (veja seção 3.2), 15 (quinze) perfis foram medidos sobre a região lisa. A figura 5.109 mostra o posicionamento dos pontos experimentais em relação à origem do sistema de coordenadas.

O erro na origem foi obtido conforme proposto na seção 2.1 e a determinação de  $u_\tau$  foi obtida, juntamente com os parâmetros  $\kappa$ ,  $A$  e  $\Delta\bar{u}$ , de acordo com a técnica

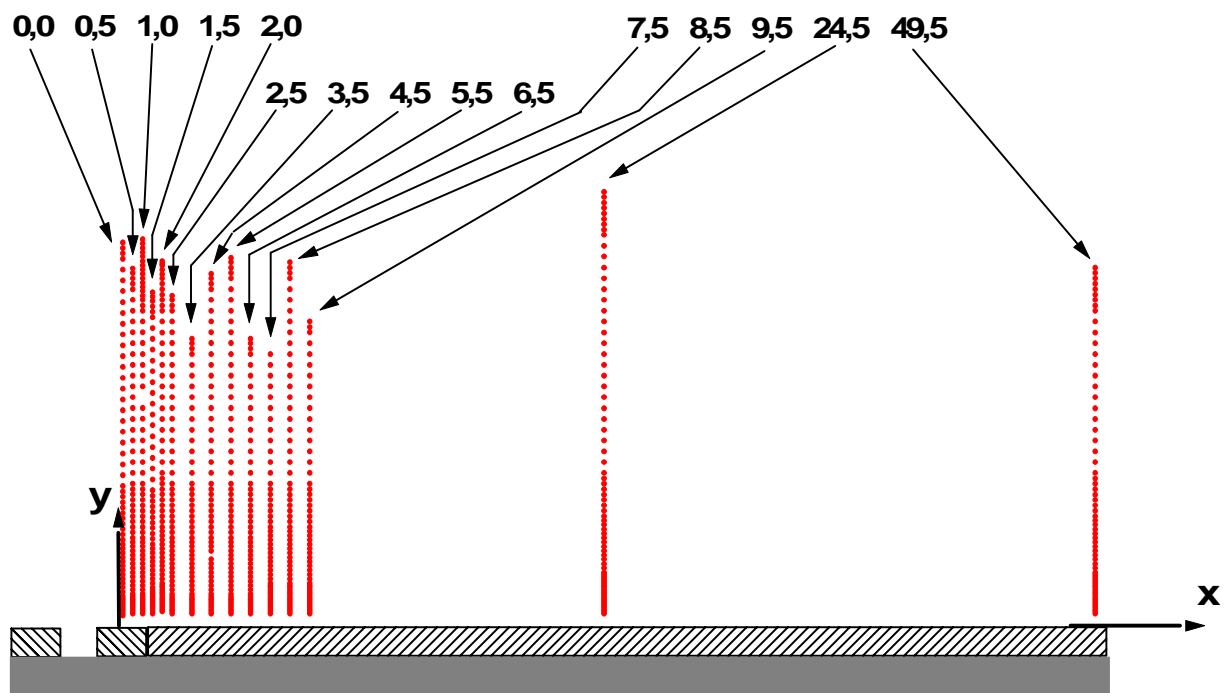


Figura 5.109: Posicionamento dos pontos experimentais no experimento sobre região de transição rugoso-liso.

descrita na seção 4.3.

A tabela 5.6 apresenta os resultados de  $\epsilon$ ,  $u_\tau$ ,  $\kappa$ ,  $A$ ,  $\Delta\bar{u}$ ,  $\Pi$  e  $A_1$  obtidos.

A figura 5.110 mostra a variação do erro na origem ao longo da direção longitudinal do escoamento,  $x$ . As curvas em vermelho e azul são, respectivamente, um ajuste linear e um ajuste exponencial dos dados obtidos, revelando que o erro na origem decresce ao longo de  $x$ , mas seu comportamento é instável nos primeiros 10 cm de superfície lisa, correspondendo a uma distância aproximadamente de uma espessura da camada limite sobre a região rugosa.

A figura 5.111 mostra a variação da função rugosidade ao longo da direção longitudinal do escoamento,  $x$ . As curvas em vermelho e azul são, respectivamente, um ajuste linear e um ajuste exponencial dos dados obtidos, revelando que a função rugosidade também decresce ao longo de  $x$ , mas seu comportamento mostra-se instável nos primeiros 25 cm de superfície lisa, correspondendo a uma distância aproximadamente de duas vezes e meia a espessura da camada limite sobre a região rugosa.

Tabela 5.6:  $\epsilon$ ,  $u_\tau$ ,  $\kappa$ ,  $A$  e  $\Delta\bar{u}$  da série de experimentos sobre superfície em transição rugosa-lisa.

$x$ [cm]	$\epsilon$ [mm]	$u_\tau$ [m/s]	$\kappa$	$A$	$\Delta\bar{u}$	$\Pi$	$A_1$
0,0	0,000	0,180	0,415	5,14	0,85	0,55	2,85
0,5	2,728	0,292	0,424	5,43	3,41	0,17	0,95
1,0	4,531	0,284	0,382	4,06	3,36	—	0,48
1,5	3,114	0,322	0,426	5,49	4,13	0,07	0,46
2,0	3,492	0,259	0,399	4,65	2,79	0,26	—
2,5	4,034	0,254	0,400	4,68	2,64	0,21	1,21
3,5	4,081	0,242	0,385	4,21	2,37	0,15	0,89
4,5	1,266	0,301	0,417	5,22	3,74	0,14	0,79
5,5	0,000	0,267	0,393	4,45	2,93	0,27	—
6,5	0,736	0,266	0,407	4,89	2,76	0,29	—
7,5	3,065	0,296	0,399	4,62	3,52	0,18	1,00
9,5	4,513	0,204	0,542	8,02	1,26	0,83	3,25
24,5	1,601	0,309	0,483	7,07	3,72	0,26	1,19
49,5	0,000	0,138	0,408	4,95	0,00	1,07	5,51

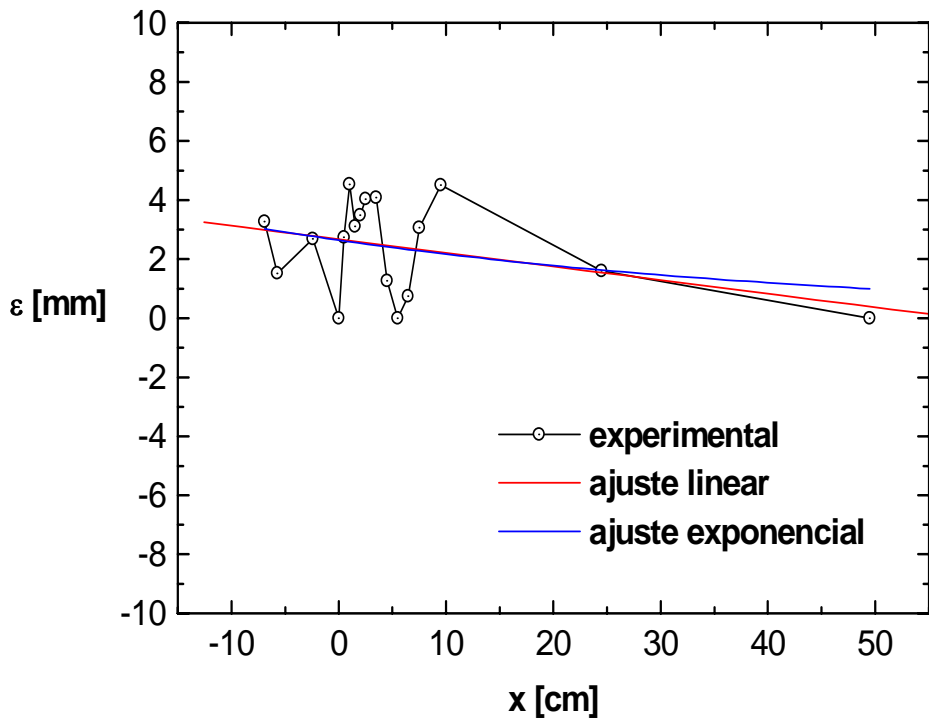


Figura 5.110: Erro na origem para o escoamento em transição rugoso-liso.

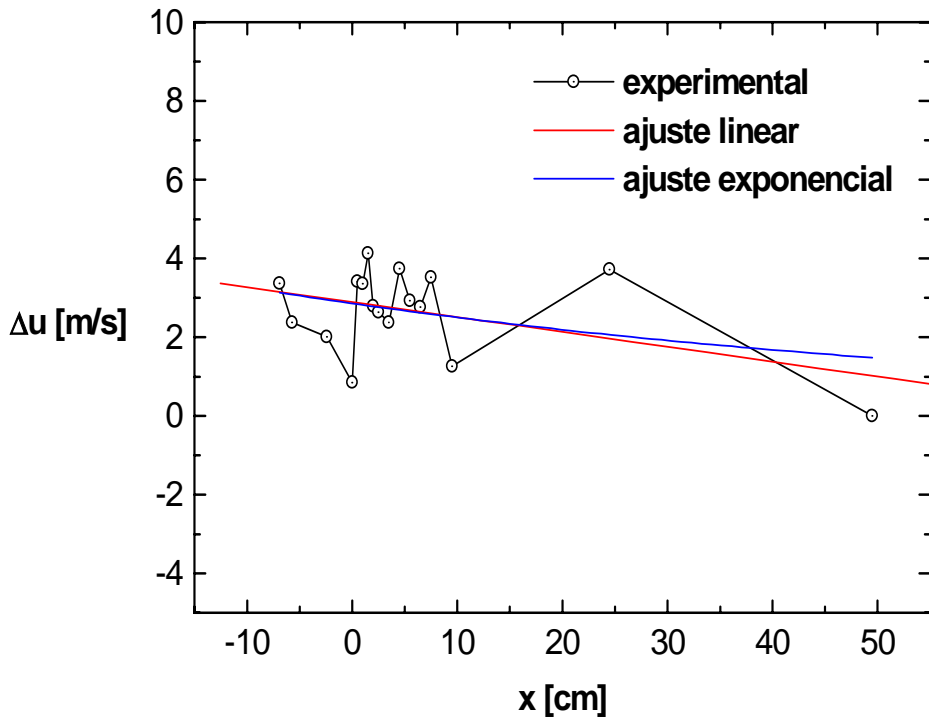


Figura 5.111: Função rugosidade para o escoamento em transição rugoso-liso.

A tabela 5.7 mostra a posição ( $x$ ), a velocidade do escoamento livre ( $\bar{u}_e$ ), as espessuras de camada limite ( $\delta$ ,  $\delta/k$ ,  $\delta_1$ ,  $\delta_2$ ), os respectivos números de Reynolds ( $Re_\delta$ ,  $Re_{\delta_1}$ ,  $Re_{\delta_2}$ ) e o fator de forma ( $H$ ) para esses experimentos, obtidos de acordo com a seção 3.8. Os perfis estão sobre superfície lisa, portanto as espessuras de camada limite foram obtidas sem consideração de erro na origem.

Tabela 5.7: Dados experimentais locais da série de experimentos sobre superfície em transição rugosa-lisa.

$x$ [cm]	$\bar{u}_e$ [m/s]	$\delta$ [cm]	$\delta/k$	$Re_\delta$	$\delta_1$ [cm]	$Re_{\delta_1}$	$\delta_2$ [cm]	$Re_{\delta_2}$	$H$
0,0	3,78	13,25	27,8	32812	2,48	6154	1,69	4185	1,47
0,5	3,77	11,42	24,0	28236	2,44	6029	1,57	3889	1,55
1,0	3,69	11,63	24,4	28115	2,30	5566	1,53	3700	1,50
1,5	3,68	10,99	23,1	26471	2,32	5582	1,51	3649	1,53
2,0	3,71	11,17	23,5	27102	2,47	6001	1,58	3829	1,57
2,5	3,66	11,06	23,2	26442	2,33	5562	1,52	3624	1,53
3,5	3,55	10,54	22,1	24256	2,05	4722	1,35	3114	1,52
4,5	3,84	11,74	24,6	29494	2,56	6431	1,68	4224	1,52
5,5	3,84	11,08	23,3	27832	2,46	6167	1,58	3956	1,56
6,5	3,90	10,40	21,8	26232	2,23	5622	1,44	3640	1,54
7,5	3,84	10,41	21,9	25794	2,16	5348	1,39	3441	1,55
8,5	3,81	11,61	24,4	28838	2,44	6062	1,59	3942	1,54
9,5	3,76	10,89	22,9	26683	2,35	5759	1,55	3789	1,52
24,5	3,90	13,16	27,6	33192	2,62	6596	1,74	4396	1,50
49,5	3,90	12,13	25,5	30620	2,41	6076	1,62	4098	1,48

A figura 5.112 mostra a variação do fator de forma ao longo da direção longitudinal do escoamento,  $x$ . A curva em vermelho é um ajuste dos dados obtidos, revelando que o fator de forma decresce ao longo de  $x$ , sendo este o mesmo comportamento observado por Antonia e Luxton [8, pp. 743].

Ainda observando a figura 5.112 e a tabela 5.7, pode-se verificar que  $H$  apre-



sentada uma região nebulosa, entre  $x = 0\text{cm}$  e  $x = 7,5\text{cm}$ , quando a partir daí seu valor começa a decrescer. Em  $x = 49,5\text{cm}$  o fator de forma ainda não alcançou os valores de superfície lisa, cujos pontos medidos estão representados por um círculo cheio e a ajustagem desses pontos pela reta pontilhada. Esse é um indicativo de que a camada limite ainda não encontrou seu comportamento correspondente à superfície lisa.

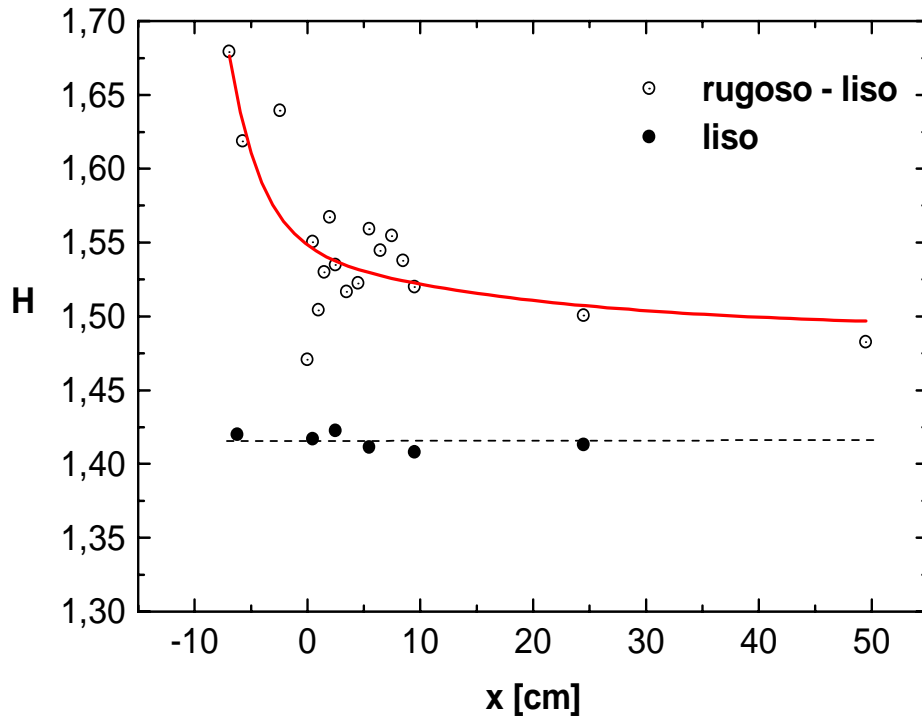


Figura 5.112: Fator de forma para o escoamento em transição rugoso-liso.

### 5.3.1 Velocidade Média

As figuras 5.113 a 5.117 apresentam os perfis de velocidade média em coordenadas adimensionais, comparados com os perfis do escoamento sobre superfície lisa. Observa-se que, apesar do perfil rugoso-liso tender a aproximar-se do perfil liso ao longo da direção  $x$ , na posição  $x = 24,5\text{cm}$  o escoamento ainda guarda uma "história" da superfície rugosa.

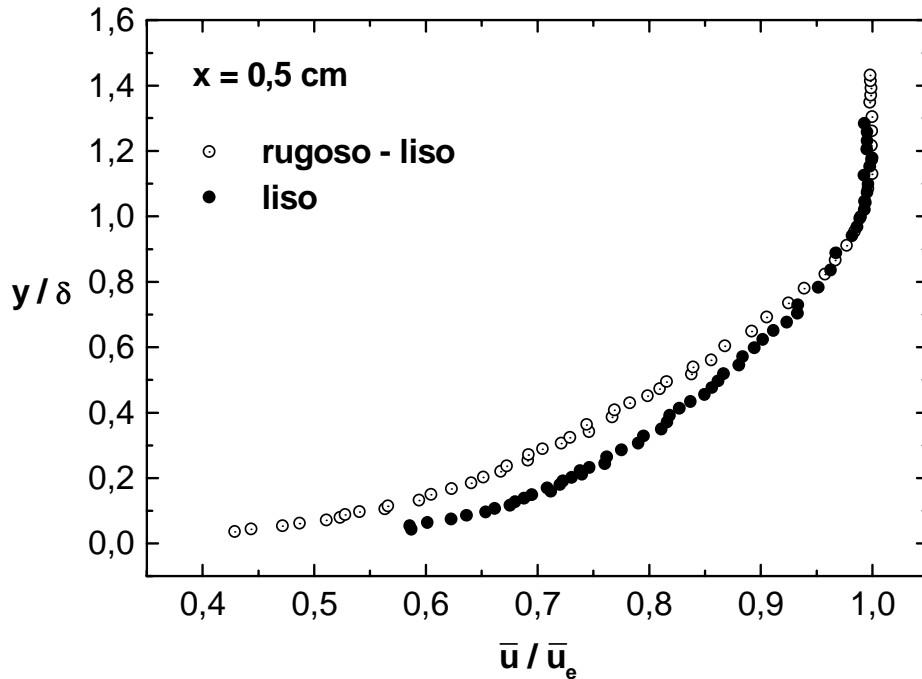


Figura 5.113: Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 0,5$  cm.

A figura 5.118 apresenta os perfis de velocidade média adimensionais superpostos. Os perfis praticamente colapsam, concordando com os valores do fator de forma listados na tabela 5.7, os quais apresentam-se praticamente constantes. Esse resultado é um indicativo de que após a interseção rugoso-liso, o escoamento permanece autopreservado.

### 5.3.2 Intensidade Turbulenta

As figuras 5.119 a 5.123 apresentam os resultados de intensidade turbulenta, considerando novamente a turbulência isotrópica, em  $x = 0,5$  cm,  $x = 2,5$  cm,  $x = 5,5$  cm,  $x = 9,5$  cm e  $x = 24,5$  cm. Em todas as figuras há a comparação com os resultados da superfície lisa nas mesmas posições  $x$ .

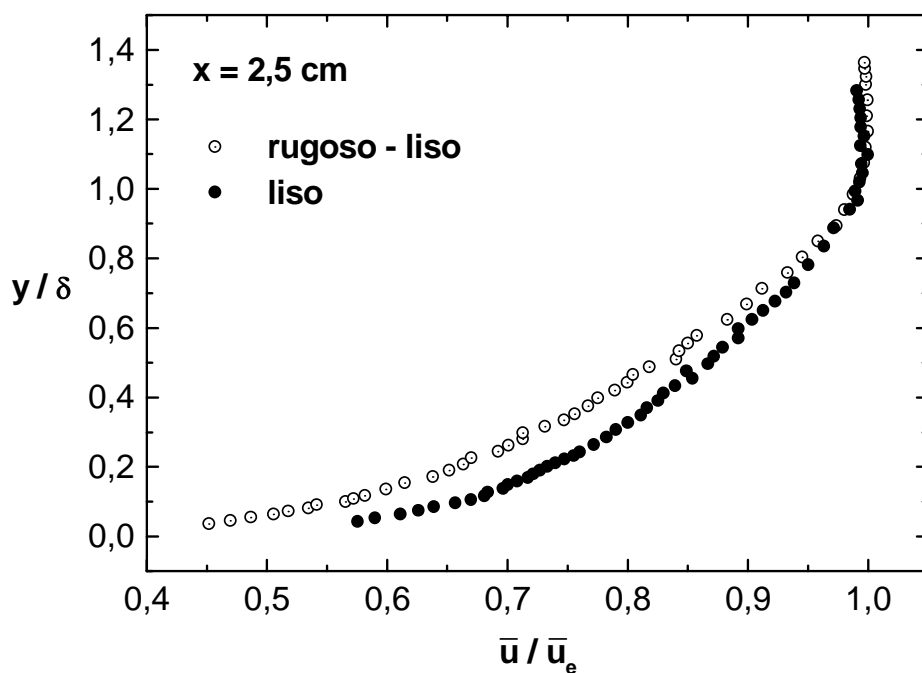


Figura 5.114: Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 2,5 \text{ cm}$ .

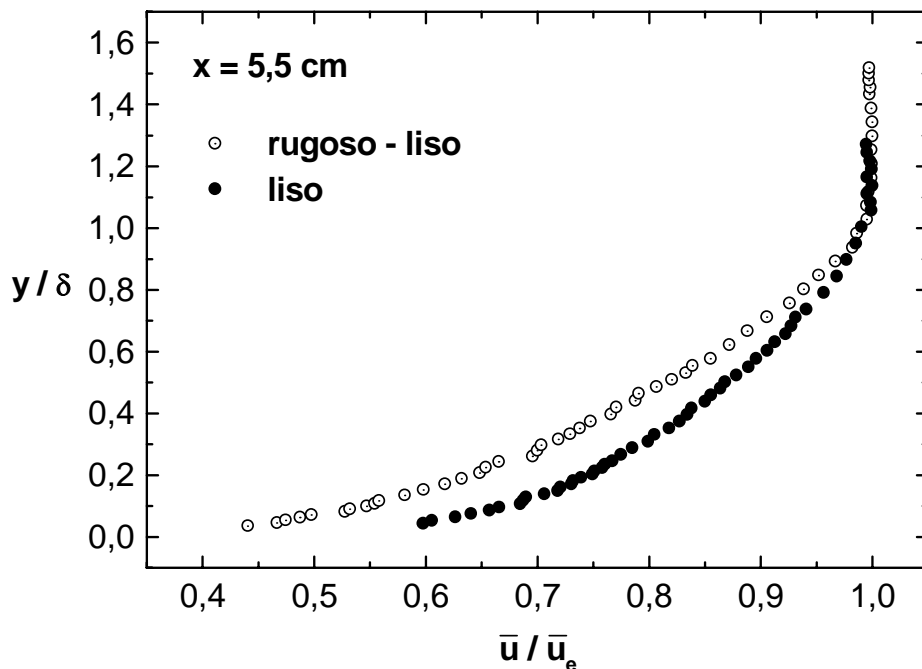


Figura 5.115: Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 5,5 \text{ cm}$ .

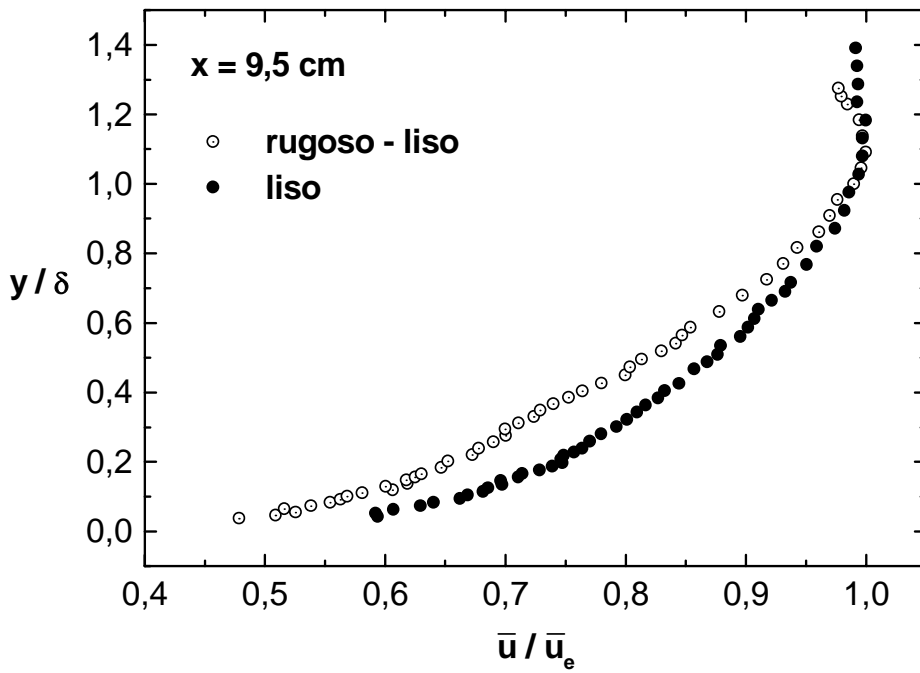


Figura 5.116: Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 9,5 \text{ cm}$ .

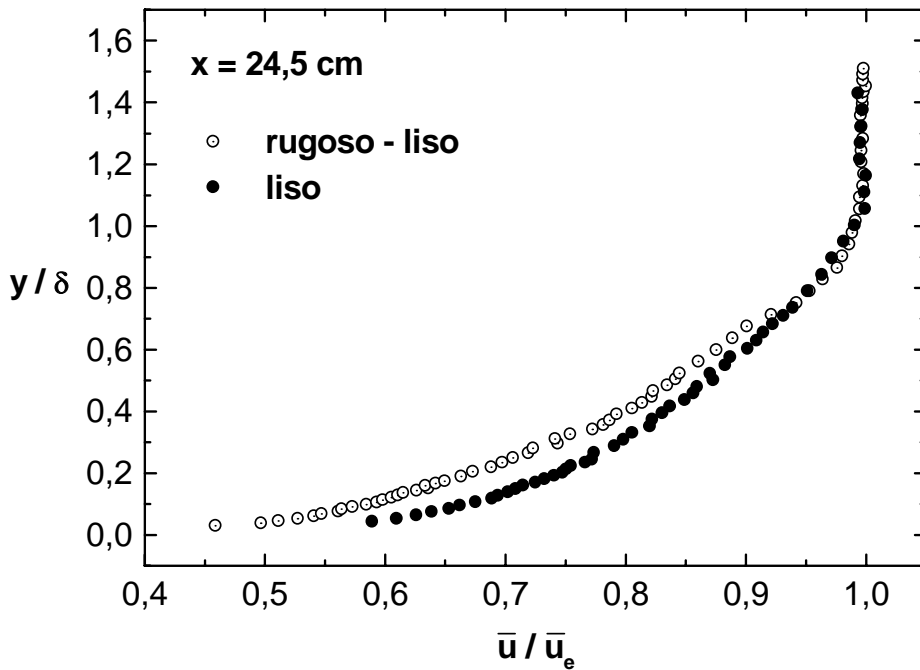


Figura 5.117: Perfil de velocidade média adimensional do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 24,5 \text{ cm}$ .

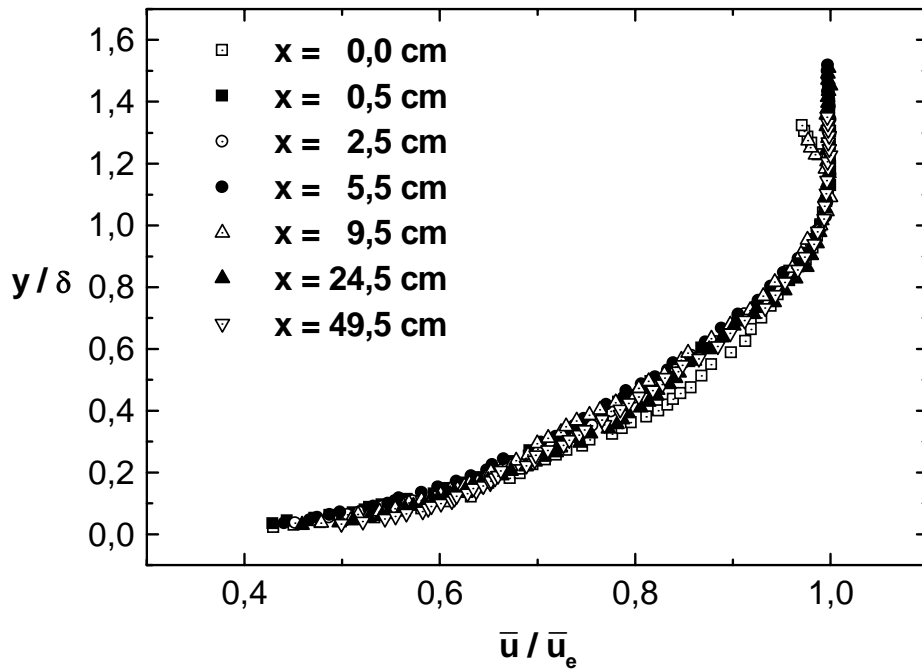


Figura 5.118: Perfis de velocidade em coordenadas físicas no escoamento sobre superfície em transição rugosa-lisa.

A figura 5.119 apresenta, através de uma linha cheia, o perfil de  $Tu$ , na região de superfície rugosa em  $x = -2,4\text{cm}$ . Os pontos vazios, que representam o perfil de  $Tu$  na região de transição rugoso-liso em  $x = 0,5\text{cm}$  praticamente acompanham o perfil da região completamente rugosa, mas na região da parede, já existe uma tendência de  $Tu$  na direção dos valores correspondentes aos da superfície lisa, representados pelos pontos cheios.

Na figura 5.123, observa-se uma acomodação, na região externa da camada limite, do perfil de  $Tu$  rugoso-liso com o perfil da superfície lisa em  $x = 24,5\text{cm}$ , chegando ao colapso em  $x = 49,5\text{cm}$ , cujo perfil de  $Tu$  é representado pela linha cheia. Já na região da parede, verifica-se que  $Tu$  aproximou-se mais dos valores da superfície lisa, mas ainda não os alcança.

Portanto, o desenvolvimento de  $Tu$ , após a interseção da região rugosa com a lisa, mostra que a região interna da camada limite começa a modificar-se primeiro, mas a região externa tende a alcançar mais rapidamente o comportamento de superfície lisa que a região próxima à parede.

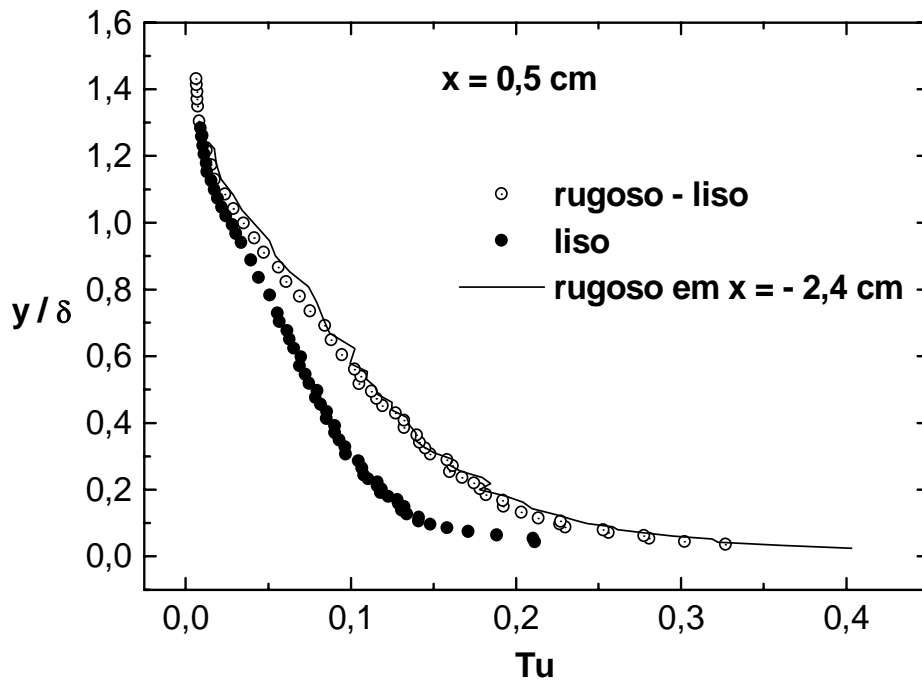


Figura 5.119: Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 0,5$  cm.

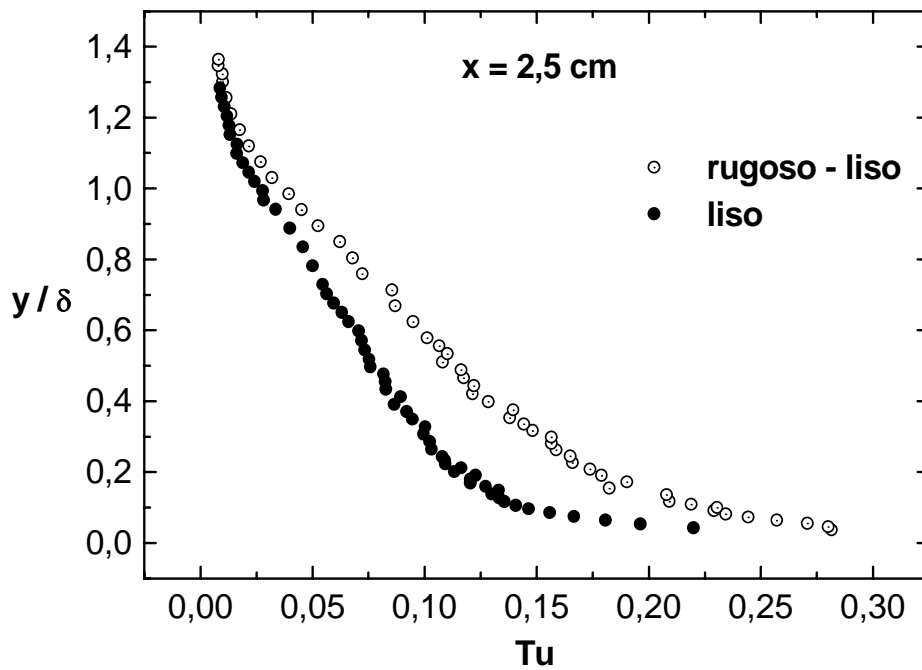


Figura 5.120: Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 2,5$  cm.

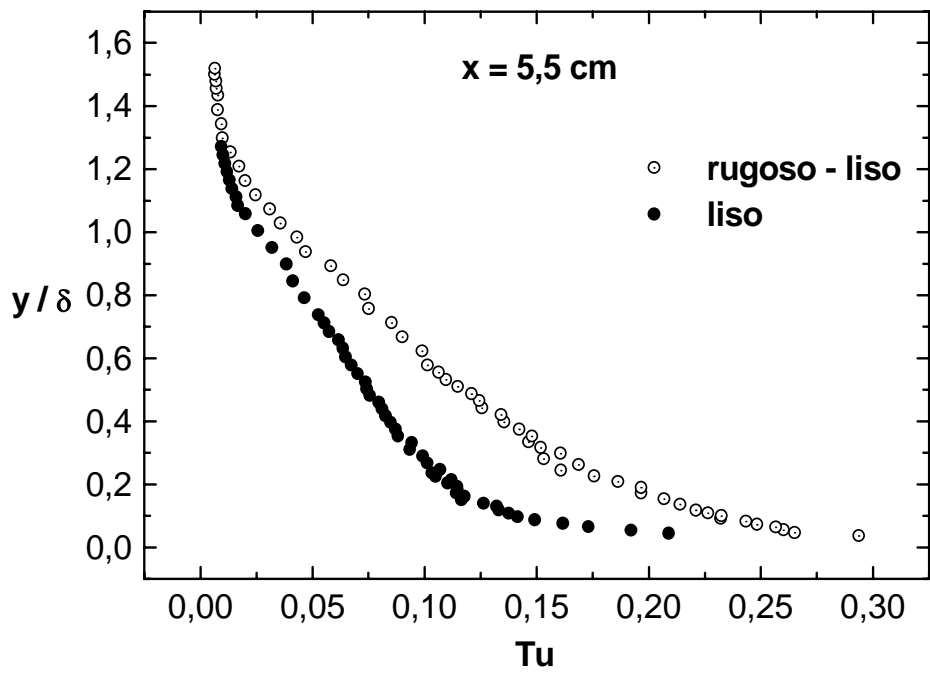


Figura 5.121: Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 5,5$  cm.

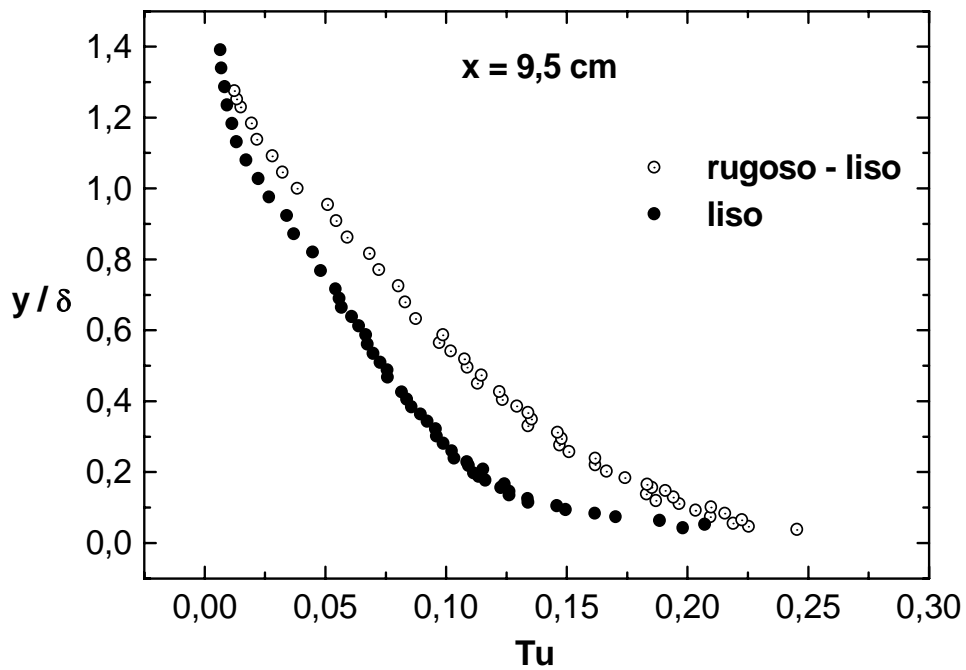


Figura 5.122: Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 9,5$  cm.

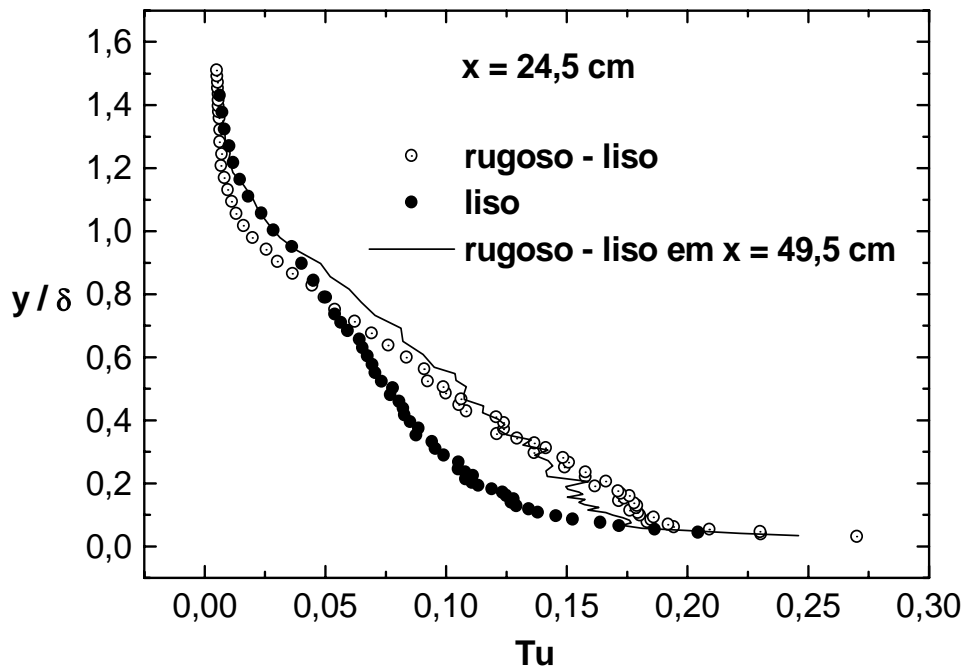


Figura 5.123: Intensidade turbulenta do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 24,5 \text{ cm}$ .

### 5.3.3 Momento de Terceira Ordem

As figuras 5.124 a 5.128 mostram, respectivamente, os perfis de assimetria em  $x = 0,5 \text{ cm}$ ,  $x = 2,5 \text{ cm}$ ,  $x = 5,5 \text{ cm}$ ,  $x = 9,5 \text{ cm}$  e  $x = 24,5 \text{ cm}$ . Cada figura apresenta também o correspondente perfil de assimetria para o escoamento sobre superfície lisa, nas mesmas estações  $x$ .

Em cada figura há um círculo assinalando que a assimetria permanece com o sinal trocado nas proximidades da parede, tendo um comportamento de superfície rugosa, como visto na seção 5.2.4. Somente em  $x = 24,5 \text{ cm}$  é que a assimetria começa a tender para valores de superfície lisa, como pode ser visto na figura 5.128.



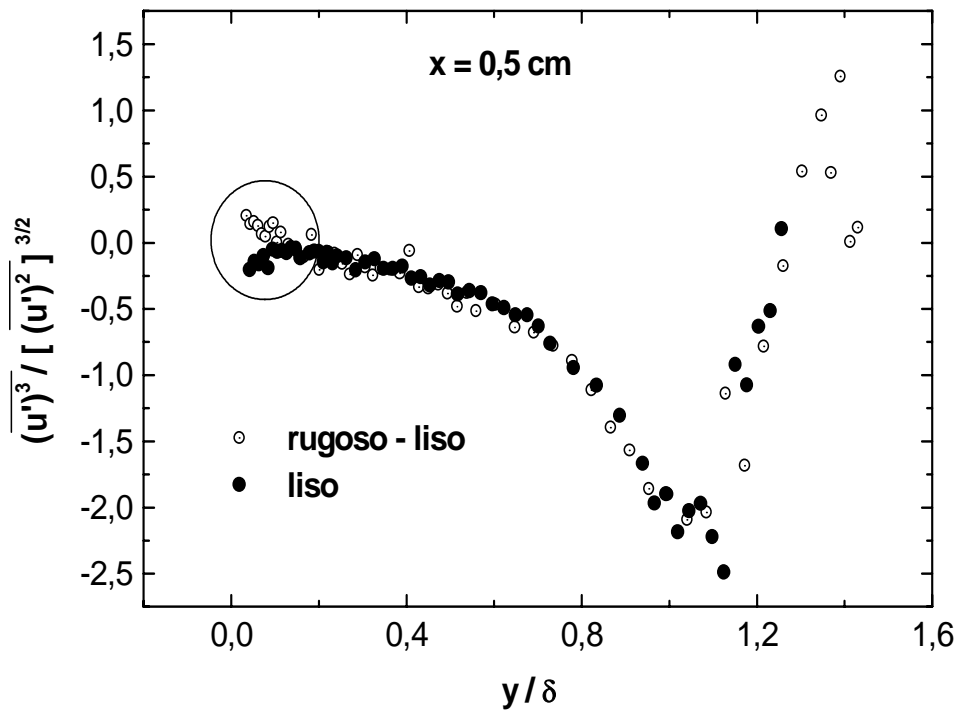


Figura 5.124: Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 0,5$  cm.

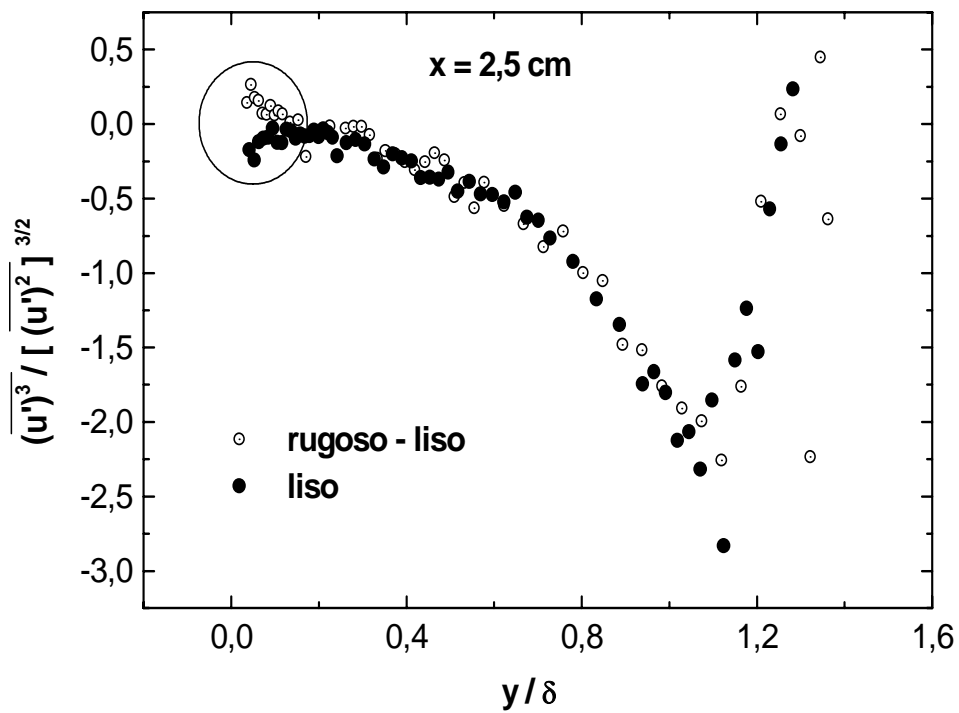


Figura 5.125: Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 2,5$  cm.

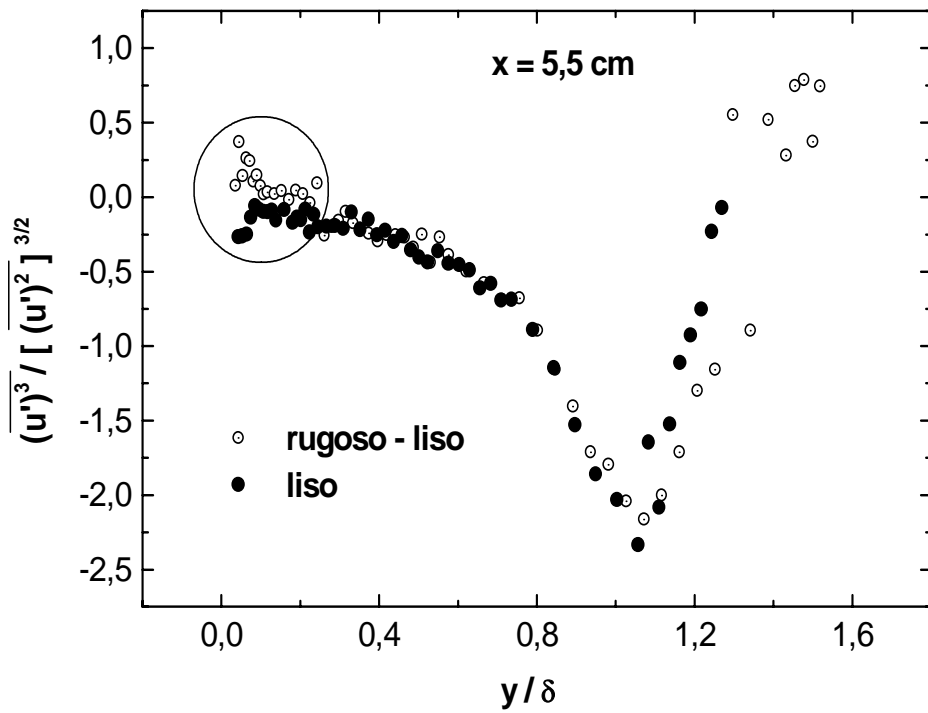


Figura 5.126: Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 5,5 \text{ cm}$ .

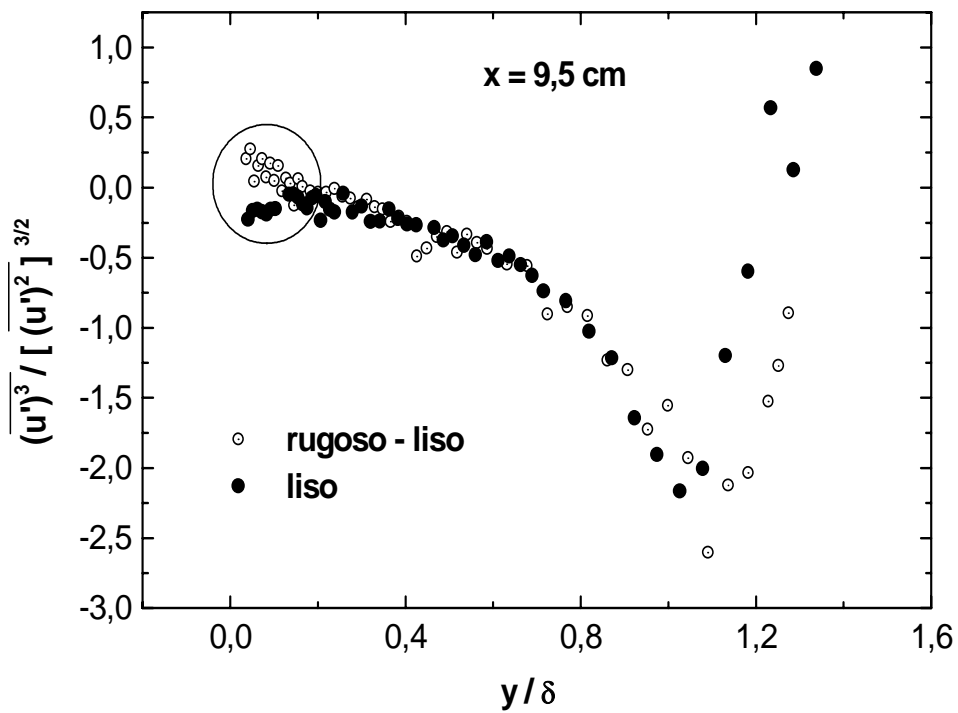


Figura 5.127: Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 9,5 \text{ cm}$ .

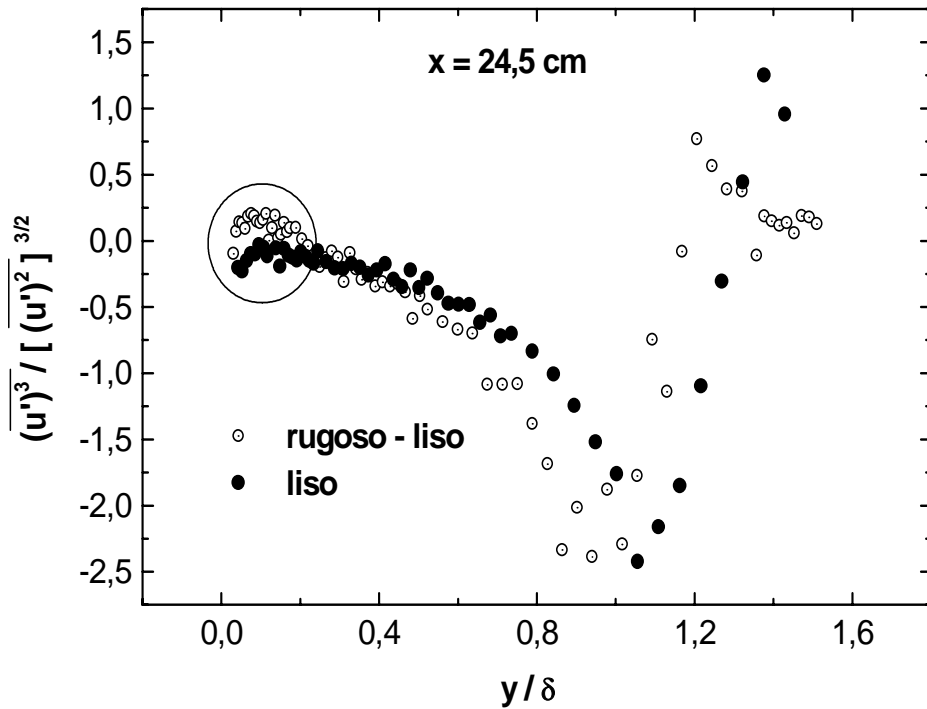


Figura 5.128: Assimetria do escoamento em transição rugoso-liso em  $x = 24,5$  cm.

### 5.3.4 Dissipação Turbulenta

A figura 5.129 mostra perfis da taxa de dissipação de energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$ , para o escoamento em transição rugoso-liso. Observa-se que  $\varepsilon$  vai diminuindo ao longo de  $x$ , começando a entrar em regime a partir de  $x = 24,5$  cm. Isso ocorre porque o escoamento vem da superfície rugosa com uma determinada produção de energia cinética turbulenta, que devido ao seu estado de equilíbrio, iguala-se com a dissipação (quadrado cheio na figura 5.129). Ao passar para a superfície lisa a produção de energia cinética diminui. O comportamento natural do escoamento turbulento é tender para o equilíbrio entre produção e dissipação de energia cinética, mas isso não se passa instantaneamente. Os grandes turbilhões vindos da região rugosa e transportados pelo escoamento médio ainda possuem considerável quantidade de energia cinética turbulenta, de modo que essa energia leva um determinado tempo para ser dissipada nas pequenas escalas. Portanto, até que um novo estado de equilíbrio seja atingido a jusante, a produção decai mais lentamente que a dissipação, daí o escoamento ainda se comportar como se estivesse sentindo a

presença da rugosidade.

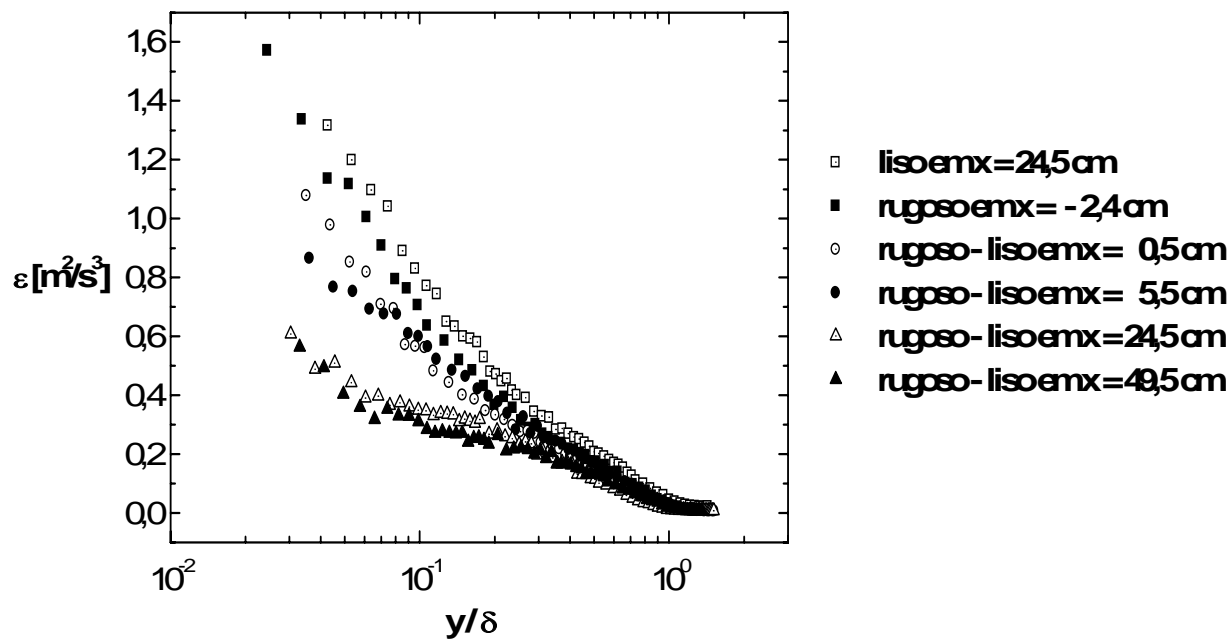


Figura 5.129: Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta para escoamento em transição rugoso-liso.

# Capítulo 6

## Resultados Numéricos

Este capítulo apresenta os resultados da metodologia proposta na seção 4.4 para a determinação de um perfil de velocidade média a montante pela estimativa de parâmetros locais da camada limite, baseada no método de problema inverso. O método mostrou-se plenamente satisfatório ao simular o escoamento sobre superfície lisa, mas por problemas de sensibilidade dos parâmetros, não teve rendimento satisfatório no escoamento sobre superfície rugosa.

### 6.1 Escoamento Sobre Superfície Lisa

Antes de estimar-se os parâmetros da camada limite pela metodologia de problema inverso, conforme o proposto na seção 4.4, procurou-se validar a solução numérica para o problema direto, que é acionado em cada iteração do problema inverso. Além disso, é importante resolver o problema direto para que seja determinado o passo a ser utilizado no processo de marcha na solução numérica das equações parabólicas de camada limite, equações 4.20 e 4.21.

O perfil de velocidade média medido mais a montante, em  $x = -6,2cm$ , foi utilizado como condição inicial para simulação dos outros perfis de velocidade média, medidos em  $x = 0,5cm$ ,  $x = 2,5cm$ ,  $x = 5,5cm$ ,  $x = 9,5cm$  e  $x = 24,5cm$  (veja figura 5.2). O escoamento foi considerado com gradiente de pressão nulo, com velocidade do escoamento livre igual a obtida para o perfil de velocidade utilizado como condição inicial, ou seja,  $\bar{u}_e = 3,64m/s$  (veja tabela 5.1).

As figuras 6.1 a 6.5 apresentam os resultados da simulação direta dos perfis de velocidade média em coordenadas adimensionais  $\bar{u}/\bar{u}_e \times y/\delta$ . Observa-se a boa concordância dos resultados e a conseqüente validação da solução numérica para o problema direto em escoamento sobre superfície lisa.

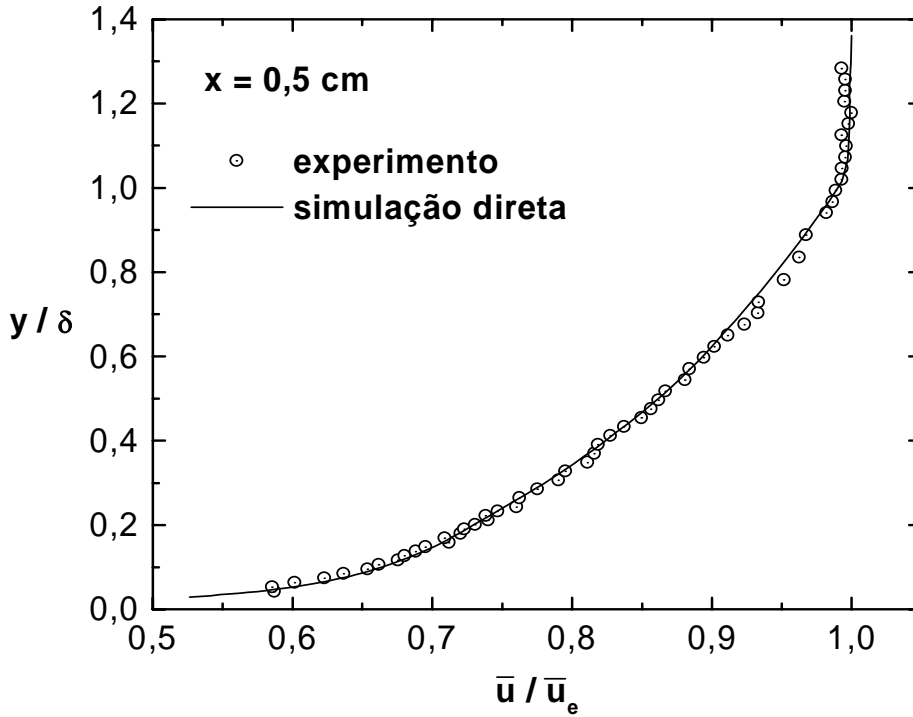


Figura 6.1: Perfil de velocidade adimensional em  $x = 0,5$  cm. Simulação direta.

Validada a solução numérica para o problema direto, passou-se para a estimativa dos parâmetros necessários para a montagem do perfil de velocidade média, que de acordo com a equação 4.19 e para o caso de superfície lisa são:  $u_\tau$ ,  $\delta$ ,  $\kappa$ ,  $A$  e  $\Pi$ .

A análise de sensibilidade foi feita através da determinação dos coeficientes de sensibilidades relativos, conforme a equação 4.46, onde a determinação de  $\partial\bar{u}/\partial p_n$  é numérica, pelo método das diferenças finitas [119, pp. 55–56]. Uma pequena perturbação é dada num parâmetro estimado, ou seja,  $\Delta p$ , e os outros parâmetros são mantidos constantes. Com o parâmetro perturbado avante,  $p_{avante} = p + \Delta p$ , e a ré,  $p_{re} = p - \Delta p$  montam-se perfis de velocidade média de acordo com a equação 4.19, que são utilizados como condição inicial na simulação direta, obtendo-se assim  $\Delta\bar{u} = \bar{u}_{avante} - \bar{u}_{re}$  em todos os pontos onde há dados experimentais disponíveis.

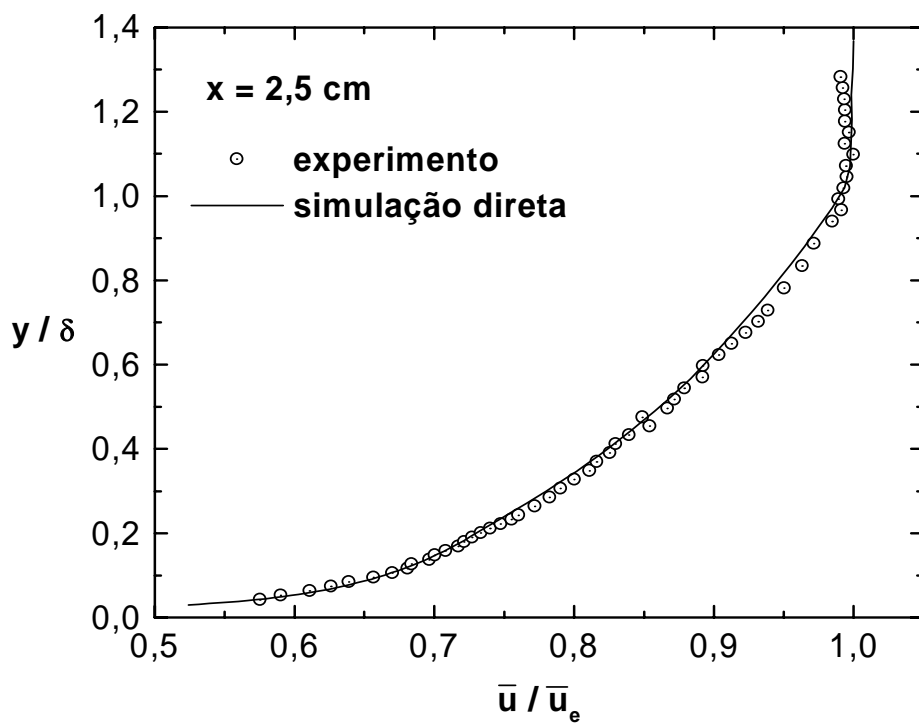


Figura 6.2: Perfil de velocidade adimensional em  $x = 2,5 \text{ cm}$ . Simulação direta.

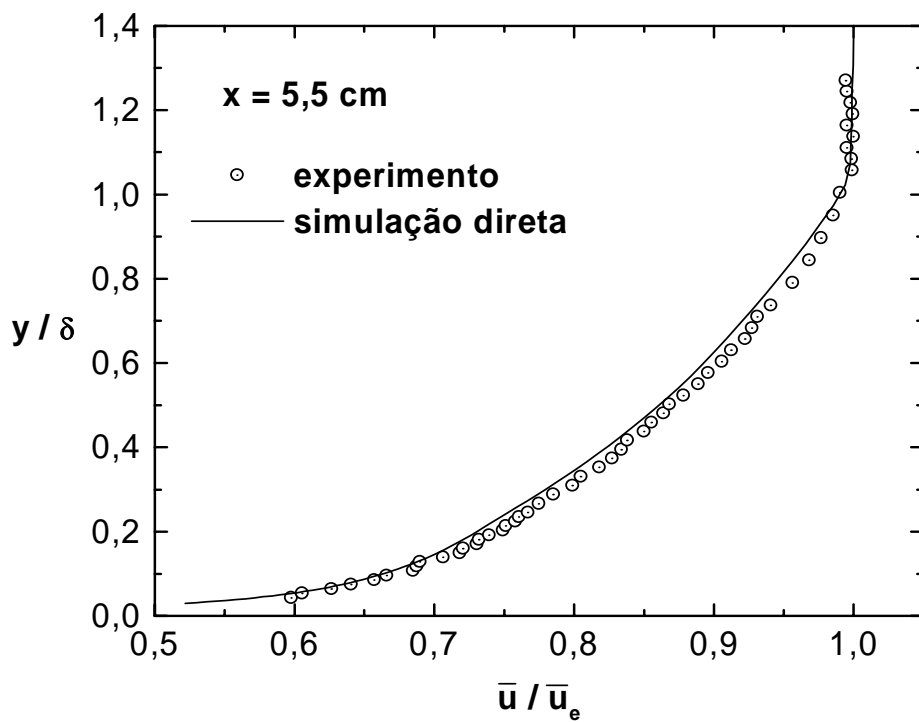


Figura 6.3: Perfil de velocidade adimensional em  $x = 5,5 \text{ cm}$ . Simulação direta.

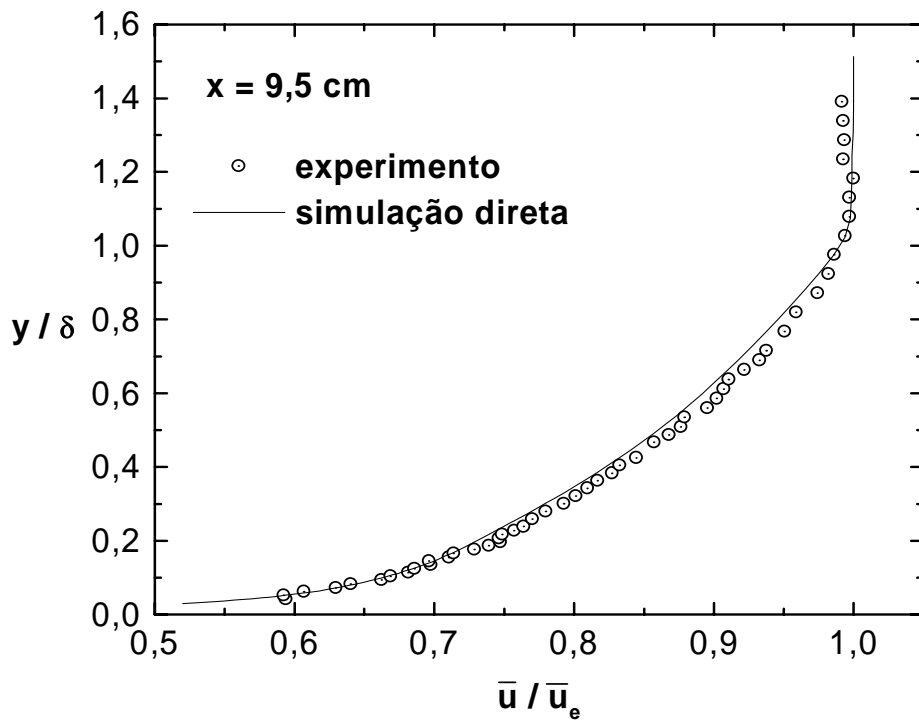


Figura 6.4: Perfil de velocidade adimensional em  $x = 9,5 \text{ cm}$ . Simulação direta.

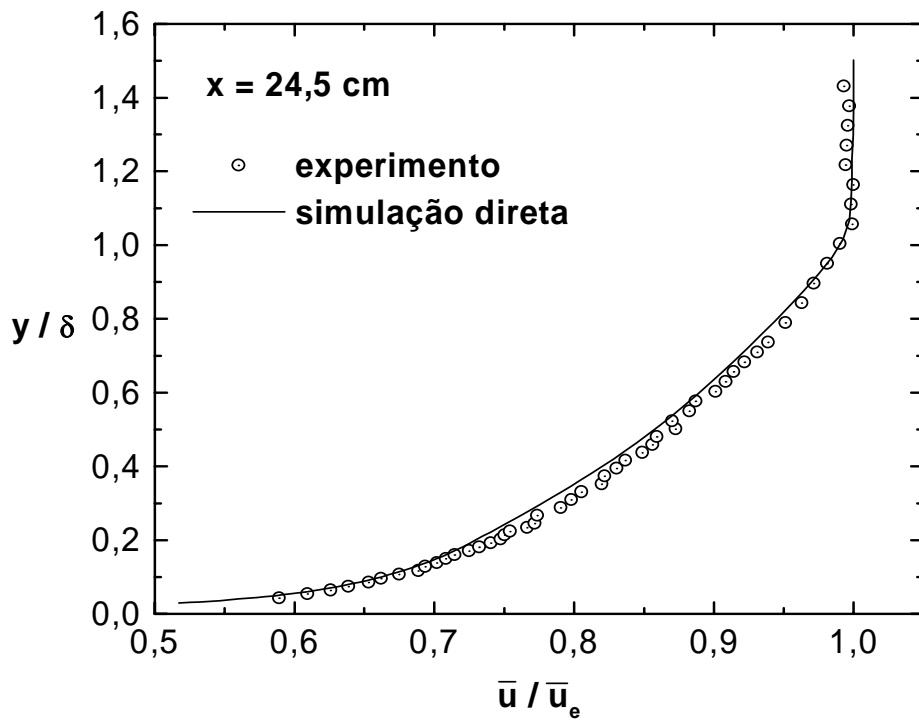


Figura 6.5: Perfil de velocidade adimensional em  $x = 24,5 \text{ cm}$ . Simulação direta.



Assim  $\partial \bar{u} / \partial p_n$  é determinada pela relação:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial p_n} \simeq \frac{\Delta \bar{u}}{2 \Delta p}. \quad (6.1)$$

A figura 6.6 mostra os coeficientes de sensibilidades relativos para a simulação do perfil de velocidade média em  $x = 9,5 \text{ cm}$ , conhecido o perfil em  $x = 24,5 \text{ cm}$ . As linhas representam os coeficientes de sensibilidade calculados analiticamente pela aplicação da equação 4.46 na equação 4.19.

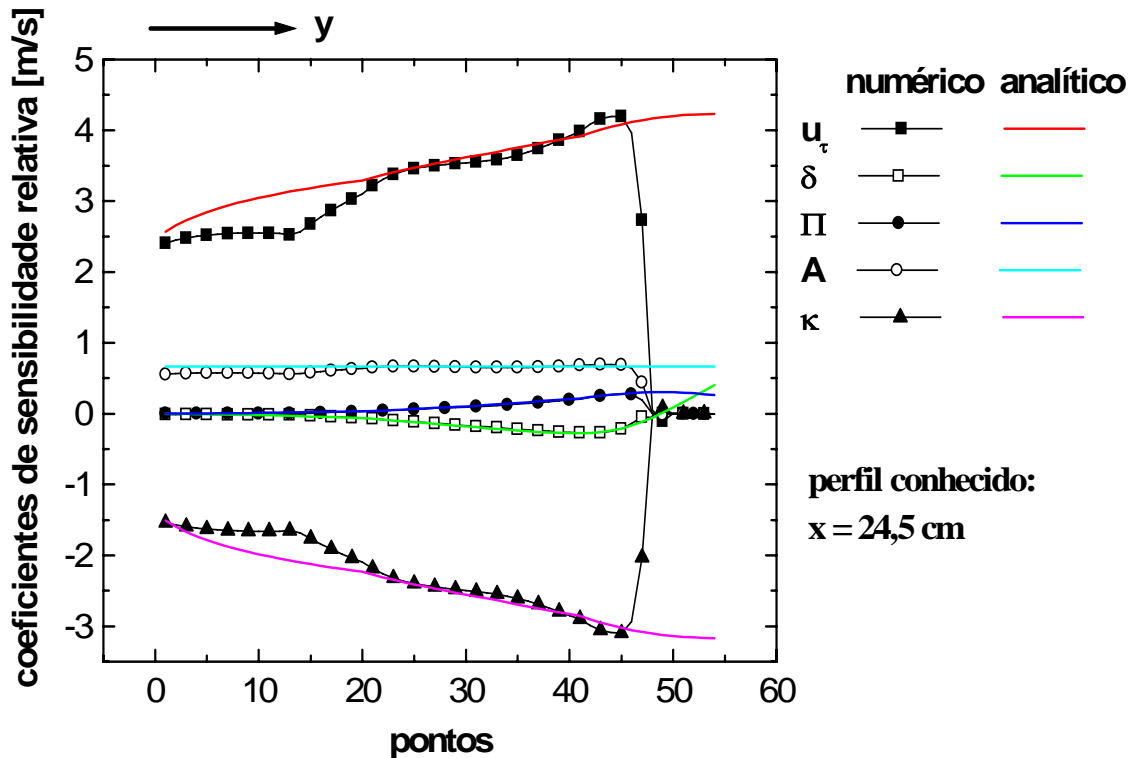


Figura 6.6: Coeficientes de sensibilidade para estimativa do perfil de velocidade em  $x = 9,5 \text{ cm}$ .

Observa-se que os parâmetros  $u_\tau$  e  $\kappa$ , apesar de apresentarem maior sensibilidade, aparentemente não são linearmente independentes, portanto não devem ser estimados simultaneamente. Já os outros parâmetros apresentam baixa sensibilidade e também não devem ser estimados simultaneamente.

Analisando novamente a figura 6.6, verifica-se que a determinação da sensibilidade pelo método numérico não é muito precisa quando comparada com a sensibilidade calculada analiticamente. Assim somente os pontos onde a sensibilidade

numérica se aproxima da sensibilidade analítica devem ser usados na determinação da norma (veja equação 4.32).

A seguir será descrito como o perfil em  $x = 9,5\text{cm}$  foi simulado. Os outros perfis simulados seguiram o mesmo procedimento e por esse motivo será apresentado somente os resultados desses perfis.

Das observações relativas à sensibilidade descritas anteriormente, optou-se por estimar inicialmente  $u_\tau$  e  $A$ , com  $\delta$  sendo a espessura do perfil experimental conhecido em  $x = 24,5\text{cm}$  e  $\kappa$  e  $\Pi$  com seus respectivos valores "universais", 0,41 e 0,55. Os pontos do perfil conhecido utilizados na determinação da norma foram os pontos de 23 a 41.

Obtido  $u_\tau$  e  $A$ , foram estimados  $\kappa$  e  $\delta$ , com  $\Pi = 0,55$  e os pontos de 22 a 41 do perfil conhecido empregados na determinação da norma. Finalmente,  $\Pi$  foi estimado, sendo a norma calculada com os pontos de 20 a 42 do perfil conhecido em  $x = 24,5\text{cm}$ .

Quando mais perfis de velocidade média conhecido são utilizados na determinação da norma, os gráficos de sensibilidade apresentam forma semelhante para cada perfil conhecido, como pode ser observado na figura 6.7. Portanto, os outros perfis de velocidade média foram estimados seguindo as mesmas etapas descritas nos dois parágrafos anteriores.

O programa desenvolvido só permite a utilização de pontos seqüenciais dos perfis de velocidade média conhecido para determinação da norma. Por exemplo, observando a figura 6.7, verifica-se que para a determinação de  $u_\tau$  e  $A$  seria interessante utilizar os pontos de 23 a 41 e de 76 a 94 para cálculo da norma, mas o programa só permite utilizar os pontos de 23 a 94. A inclusão dos pontos 42 a 75 pode causar instabilidade na solução. Quando isso ocorreu, utilizou-se apenas os pontos mais adequados do perfil conhecido mais a montante, no caso os pontos de 23 a 41.

As figuras 6.8 a 6.12 mostram os perfis de velocidade média simulados através do método inverso (linha vermelha), onde os pontos são os dados experimentais e a linha azul representa o perfil de velocidade obtido através da equação 4.19 com os parâmetros determinados de acordo com o método da estimativa de parâmetros,

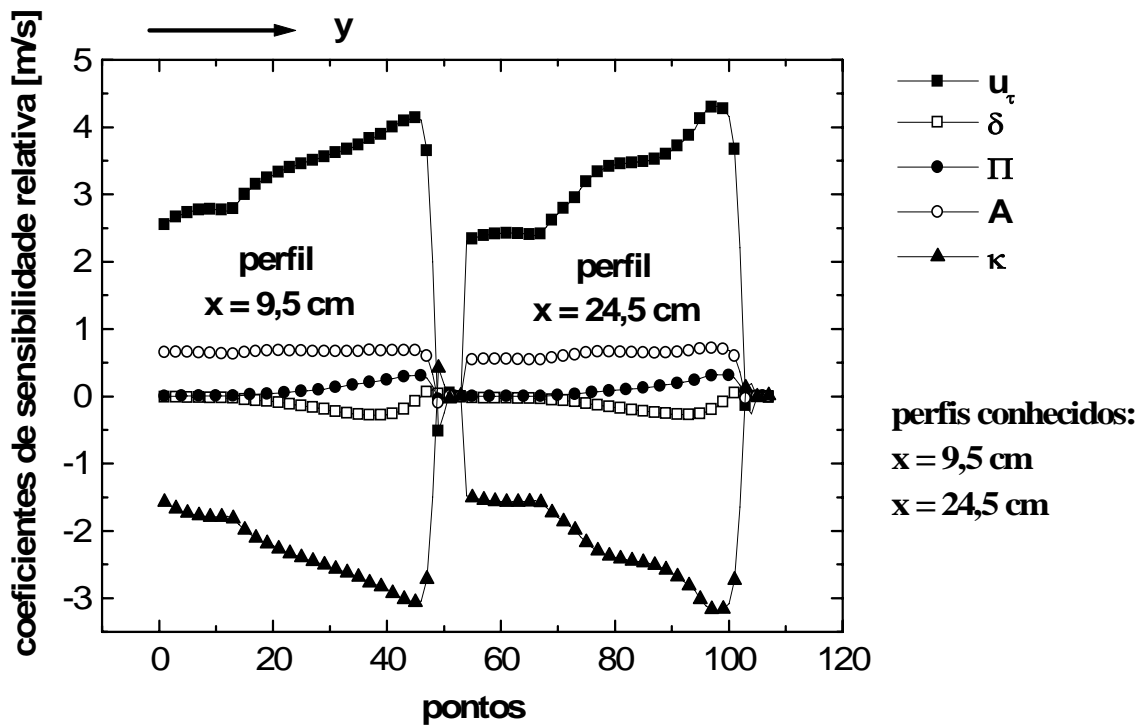


Figura 6.7: Coeficientes de sensibilidade para estimativa do perfil de velocidade em  $x = 5,5$  cm.

proposto na seção 4.3. As linhas pontilhadas limitam o setor correspondente a um erro de 5 % em relação aos dados experimentais.

O método inverso mostra uma boa concordância com os dados experimentais na simulação dos perfis de velocidade média, pois todos os resultados estão dentro de um erro de 5 %, plenamente aceitável numa simulação numérica.

Os perfis em coordenadas internas simulados pelo método inverso podem ser vistos nas figuras 6.13 a 6.17, representado pela linha cheia. Os pontos circulares representam o perfil obtido com a equação 4.19, sendo os parâmetros estimados de acordo com o proposto na seção 4.3.

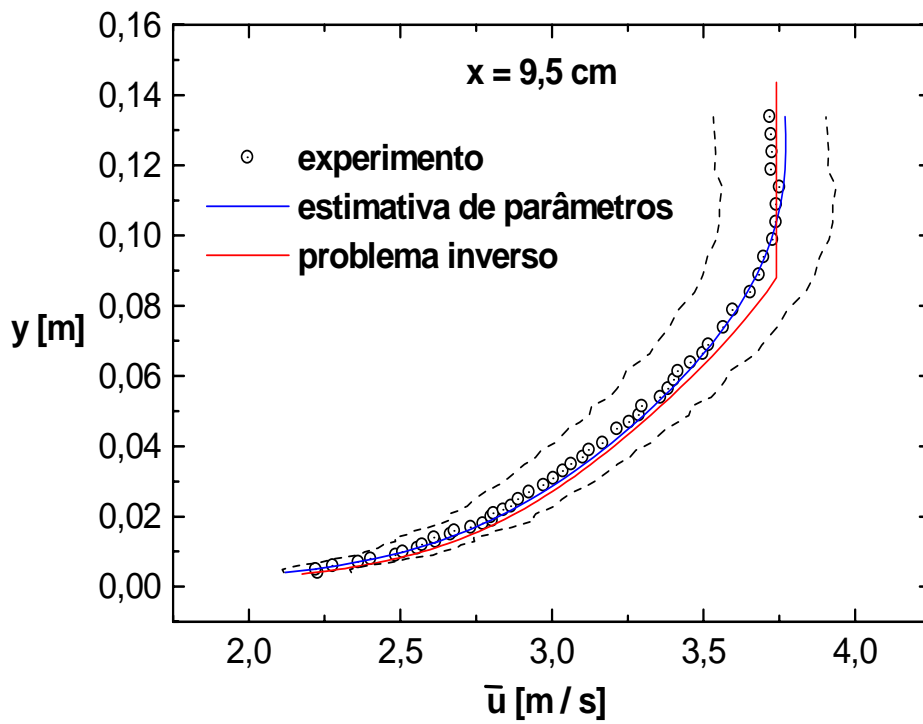


Figura 6.8: Perfil de velocidade média em  $x = 9,5$  cm. Método inverso.

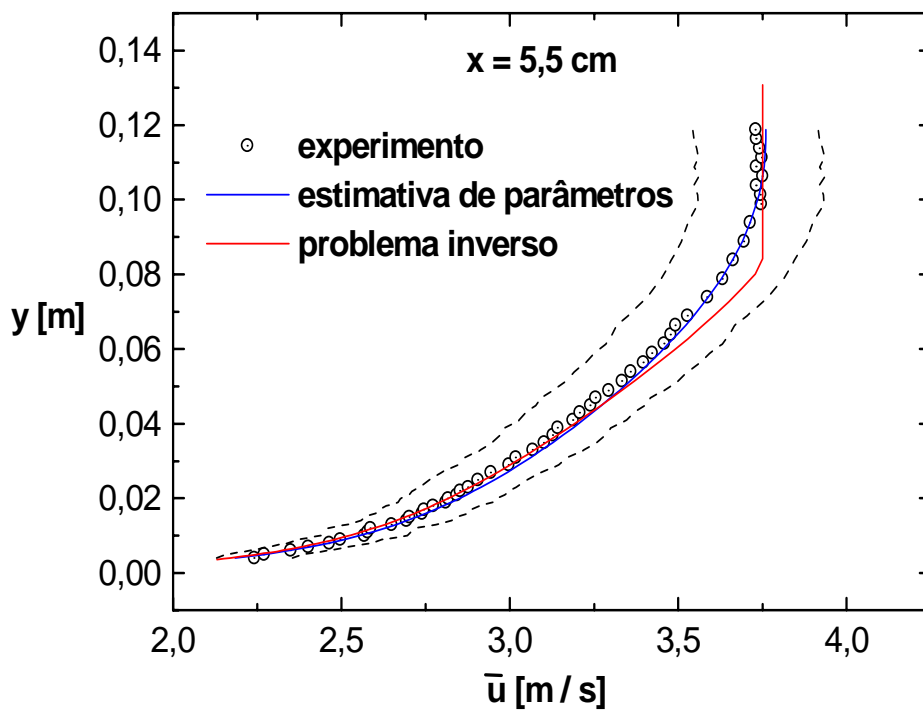


Figura 6.9: Perfil de velocidade média em  $x = 5,5$  cm. Método inverso.

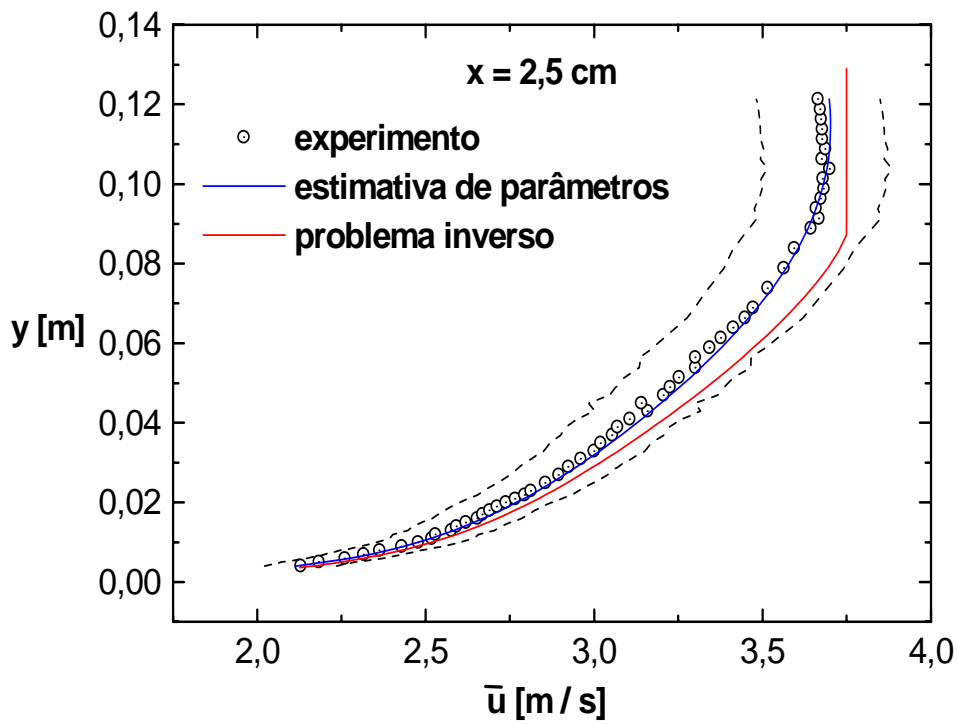


Figura 6.10: Perfil de velocidade média em  $x = 2,5$  cm. Método inverso.

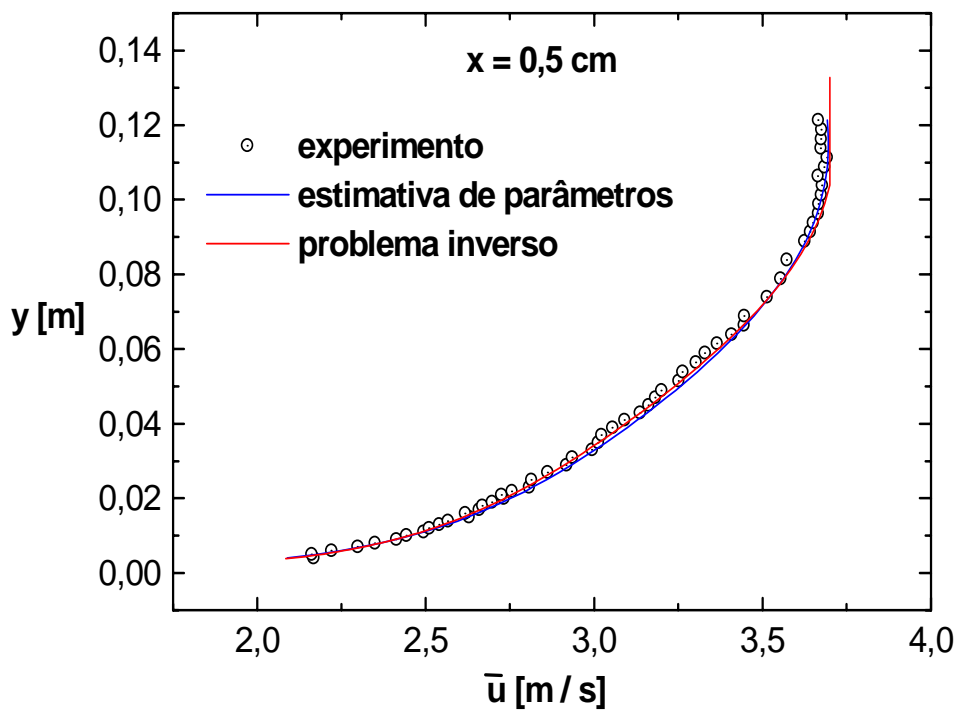


Figura 6.11: Perfil de velocidade média em  $x = 0,5$  cm. Método inverso.

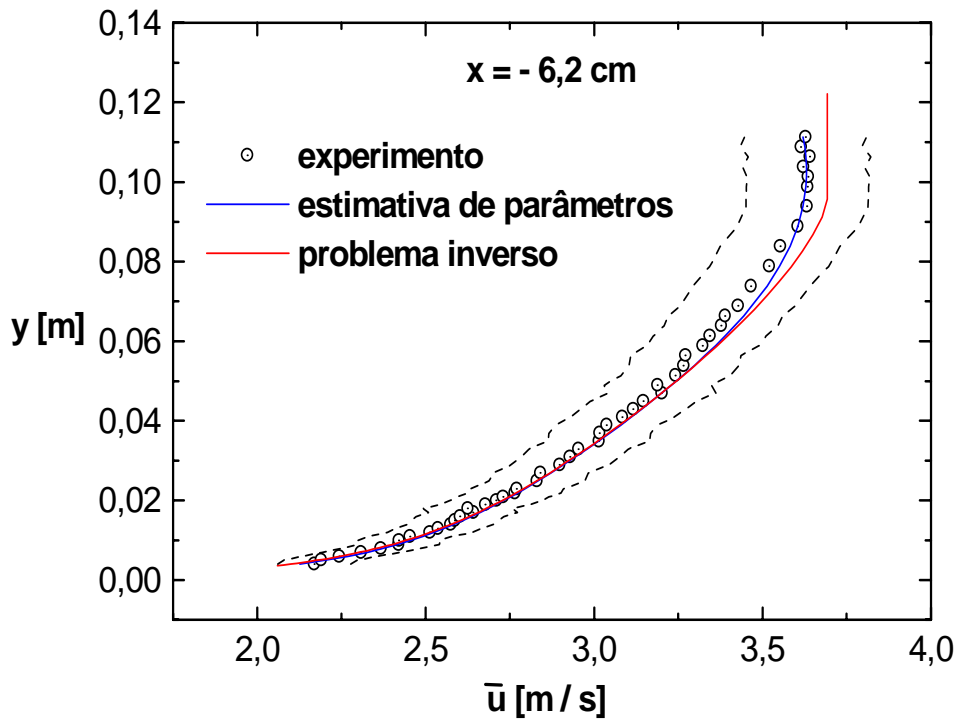


Figura 6.12: Perfil de velocidade média em  $x = -6,2$  cm. Método inverso.

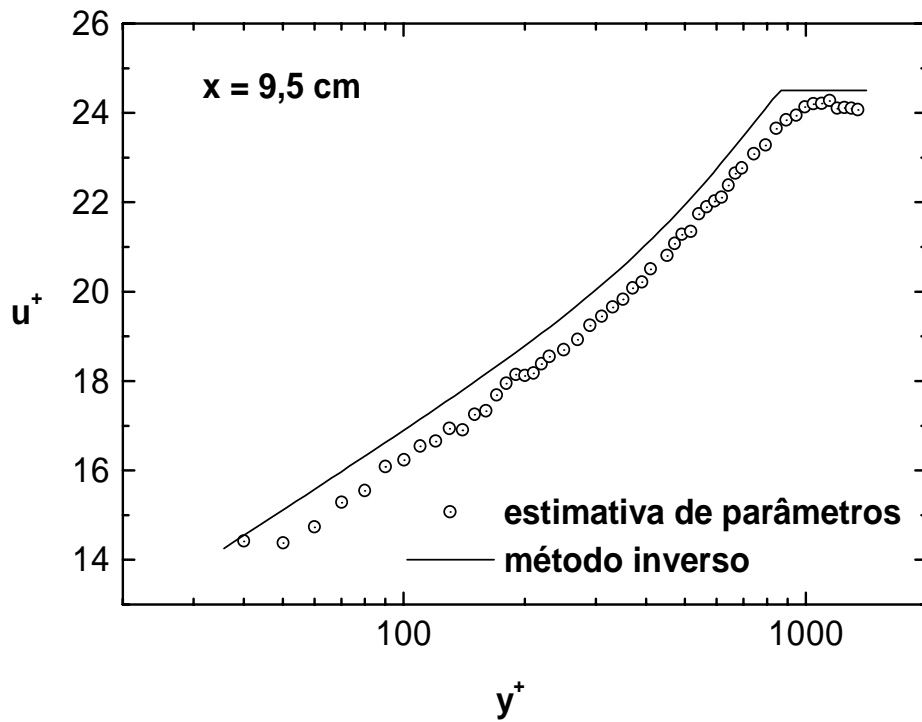


Figura 6.13: Perfil em coordenadas internas em  $x = 9,5$  cm. Método inverso.

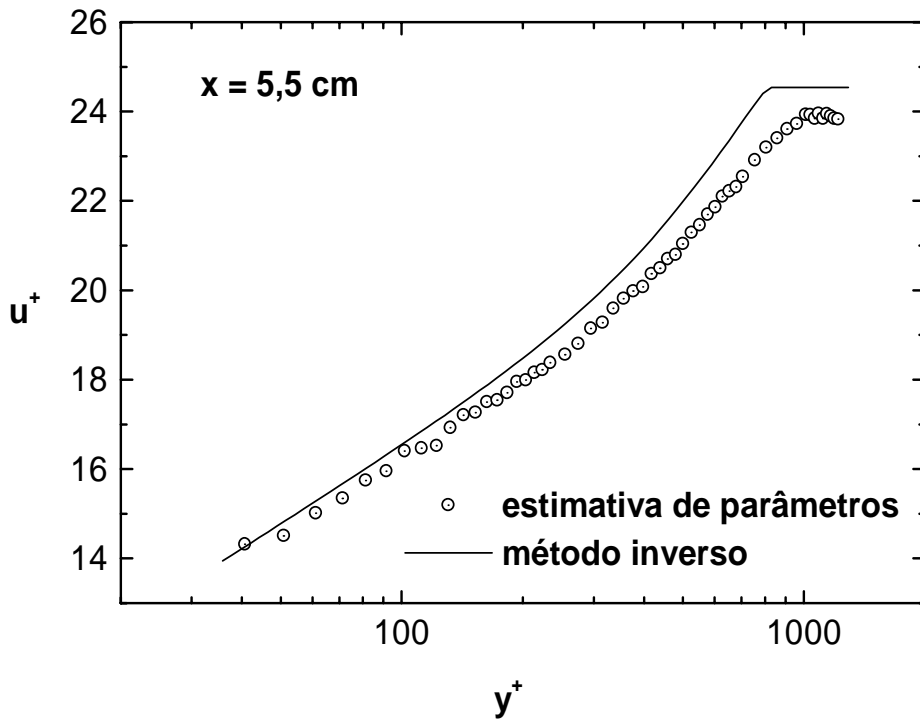


Figura 6.14: Perfil em coordenadas internas em  $x = 5,5$  cm. Método inverso.

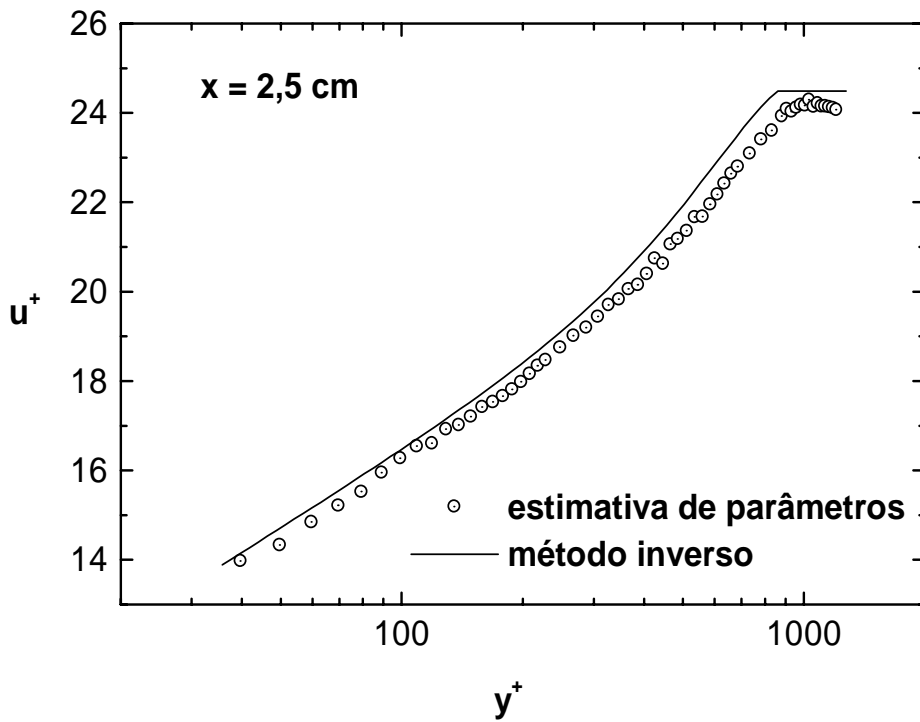


Figura 6.15: Perfil em coordenadas internas em  $x = 2,5$  cm. Método inverso.

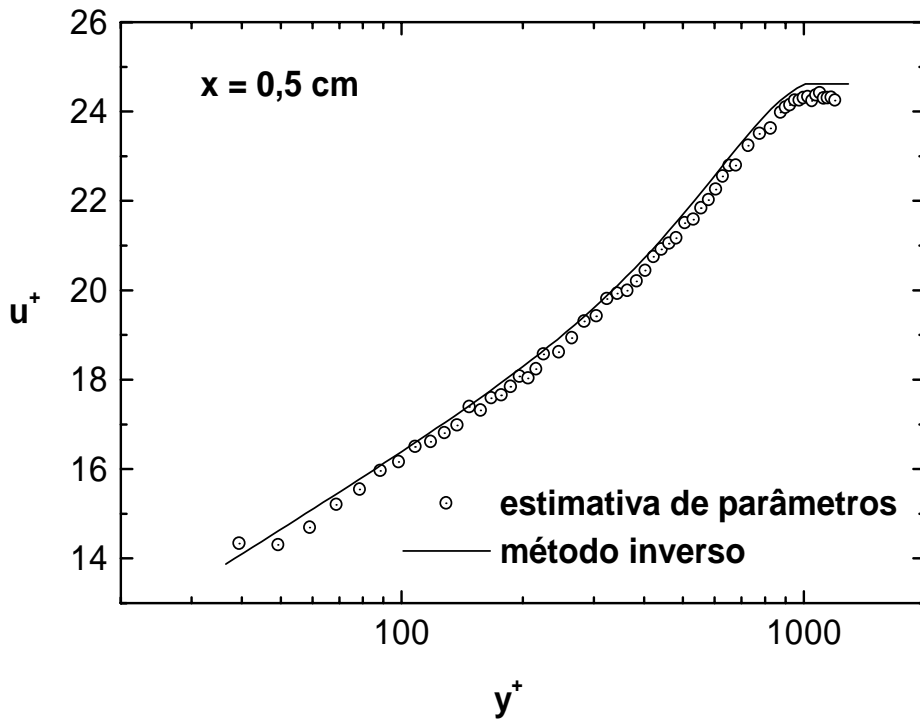


Figura 6.16: Perfil em coordenadas internas em  $x = 0,5$  cm. Método inverso.

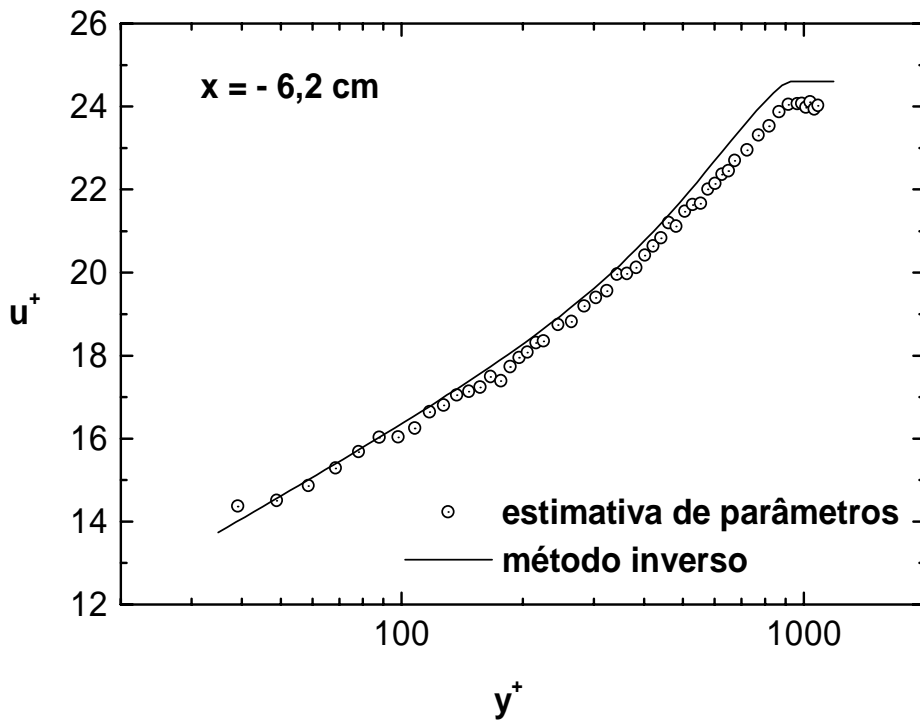


Figura 6.17: Perfil em coordenadas internas em  $x = -6,2$  cm. Método inverso.



A tabela de 6.1 apresenta os intervalos de confiança de 99 % obtidos de acordo com a equação 4.47 para o perfil em  $x = 2,5\text{cm}$ , que apresentou o pior resultado. O desvio padrão dos erros de medição,  $\sigma$ , foi determinado pelo maior valor de incerteza dos pontos experimentais pertencentes aos perfis de velocidade média conhecidos a jusante do perfil estimado, obtido pela equação 5.1 dividido por 2,576. Valores dos parâmetros obtidos por outro método também aparecem nas tabelas, juntamente com a seção onde o método foi apresentado.

Tabela 6.1: Intervalos de confiança dos parâmetros estimados para o perfil em  $x = 2,5\text{ cm}$ .

parâmetro	método	valor estimado	$\sqrt{[J^T J]_{nn}^{-1}}$	$2,576 \sigma$	intervalo de confiança de 99 %
$u_\tau$ [m/s]	seção 4.3	0,1523			
	inverso	0,1531	0,196	0,013	$0,1506 \leq u_\tau \leq 0,1556$
$\delta$ [m]	seção 3.8	0,0946			
	inverso	0,0953	0,385	0,013	$0,0903 \leq \delta \leq 0,1003$
$A$	seção 4.3	4,55			
	inverso	5,10	30,35	0,013	$4,70 \leq A \leq 5,49$
$k$	seção 4.3	0,394			
	inverso	0,408	0,198	0,013	$0,405 \leq k \leq 0,410$
$\Pi$	seção 4.3	0,424			
	inverso	0,589	0,531	0,013	$0,582 \leq \Pi \leq 0,596$

## 6.2 Escoamento Sobre Superfície Rugosa

A figura 6.18 mostra os coeficientes de sensibilidades relativos calculados analiticamente pela aplicação da equação 4.46 na equação 4.19. Observa-se uma sensibilidade quase nula para  $\epsilon$ ,  $\Pi$  e  $\delta$ . Além disso,  $u_\tau$  e  $\kappa$  não se apresentavam linearmente independentes, assim como  $\Delta u$  e  $A$ .

Com todos os problemas de sensibilidade descritos no parágrafo anterior, a determinação dos parâmetros por método inverso para escoamento sobre superfície rugosa não apresentou resultados satisfatórios, principalmente na determinação de  $\epsilon$ .

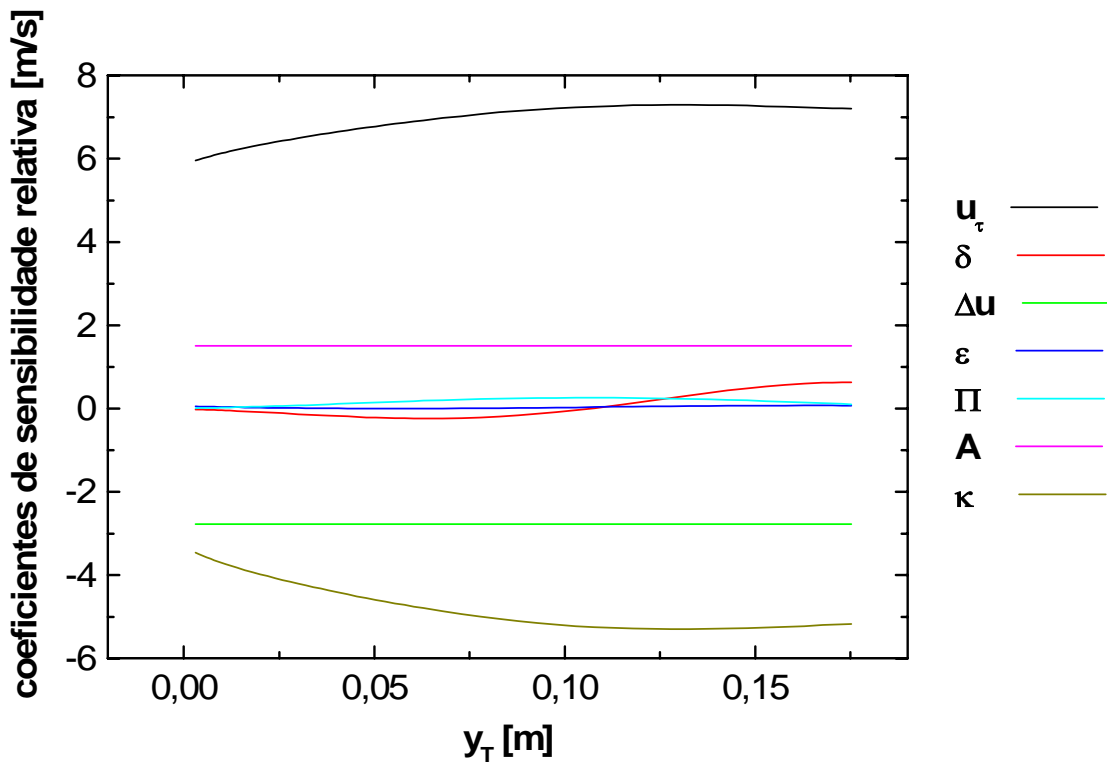


Figura 6.18: Coeficientes de sensibilidade analíticos.

# Capítulo 7

## Conclusão

Neste trabalho foram realizadas medições de dados estatísticos no domínio do tempo e da frequência [ $\rho_u(\zeta)$  e  $S_u(f)$ ], de valores estatísticos médios [ $\bar{u}$ ,  $\overline{(u')^2}$ ,  $Tu$ ,  $\overline{(u')^3}$ ,  $\overline{(u')^4}$ ] e de escalas turbulentas ( $\varepsilon$ ,  $\eta$ ,  $\varphi$  e  $\nu$ ) em diversos perfis distribuídos ao longo da seção de testes do túnel de vento, em duas preparações experimentais distintas. Na primeira, o escoamento desenvolveu-se ao longo dos 10 metros da seção de testes, sobre superfície lisa, onde foram medidos seis perfis experimentais. Na segunda, o escoamento desenvolveu-se ao longo de 6 metros sobre superfície rugosa, passando para superfície lisa nos outros 3 metros restantes da seção de testes. Três perfis experimentais foram medidos sobre a região rugosa e quinze na região lisa, neste trabalho identificada como região de transição rugoso-liso.

Parâmetros locais que definem a lei da parede e a composição da lei da parede com a lei da esteira proposta por Coles [40] foram determinados de três formas diferentes, pelo método gráfico de Clauser, pela estimativa de parâmetro quando o perfil de velocidade média é conhecido e por problema inverso.

O primeiro método, já consagrado na literatura, que pode ser empregado apenas sobre superfície lisa. É um método gráfico, baseado na tentativa e erro, cujo resultado é aproximado e parte-se do princípio que os parâmetros  $k$  e  $A$  sejam universais.

O segundo método é uma das contribuições deste trabalho, podendo ser usado tanto em escoamento sobre superfície lisa como rugosa, desde que seja conhecido o erro na origem. Substitui o método gráfico de Clauser com mais eficiência, por

valer-se de procedimentos numéricos, além de estimar valores para  $\kappa$  e  $A$  que se ajustam melhor aos dados experimentais obtidos.

Já o método do problema inverso, para solução de escoamento externo turbulento, no entendimento deste autor, não encontra similar na literatura. O método mostrou-se promissor em escoamento sobre superfície lisa pois, diferente dos dois anteriores, estima os parâmetros da camada limite numa determinada estação  $x$  sem que seja necessário medir o perfil de velocidade naquela estação, desde que seja conhecido um perfil a jusante. Além disso, possibilita a simulação de um perfil de velocidade média a montante de um ou mais perfis de velocidade média conhecidos, recurso esse que pode ser utilizado em diversas aplicações onde não é possível realizar medidas de velocidade no local de interesse ou onde o processo de medida seja intrusivo e perturbe o escoamento.

A aplicação do método do problema inverso aqui apresentado não mostrou-se satisfatório em escoamento sobre superfície rugosa. Mas este assunto não se esgota aqui, pois mudanças na metodologia do problema inverso (método do gradiente conjugado) e no modelo de turbulência (modelos de duas equações) merecem futuras investigações.

O comprimento da seção de testes do túnel de vento foi suficiente para que a camada limite encontrasse o estado de autopreservação no escoamento sobre superfície lisa, comprovado pela uniformidade das quantidades integrais calculadas,  $H$ ,  $G_c$  e  $\Delta$  (veja tabelas 5.1 e 5.2), e pela similaridade dos perfis de velocidade média adimensionalizados por parâmetros locais (veja figura 5.22) e dos perfis de lei da parede em coordenadas externas (veja figura 5.23).

No escoamento sobre superfície rugosa, o estado de autopreservação não foi alcançado. Os dados constantes das tabelas 5.4 e 5.5 e das figuras 5.88 e ?? mostram isso. Portanto, uma região rugosa de maior comprimento é necessária.

No escoamento em transição rugoso-liso, um novo estado de autopreservação não foi alcançado até o último perfil medido em  $x = 49,5\text{cm}$ . Prolongando a ajustagem dos dados de  $H$ , constantes da figura 5.112, pode-se supor que o escoamento encontraria valores de fator de forma para superfície lisa somente numa distância de 124 cm da interface rugoso-liso. A figura 7.1 mostra o prolongamento

do ajuste de  $H$ , representado pela linha vermelha, sendo a linha pontilhada correspondente ao ajuste de  $H$  obtido no escoamento sobre superfície lisa. Essa distância corresponde a, aproximadamente, 12 vezes a espessura da camada limite medida na última estação sobre a região rugosa, ou seja, em  $x = -2,4$  cm. Esse resultado aproxima-se do trabalho de Antonia e Luxton [8, pp. 738], que encontrou um valor de 16 vezes a espessura da camada limite.

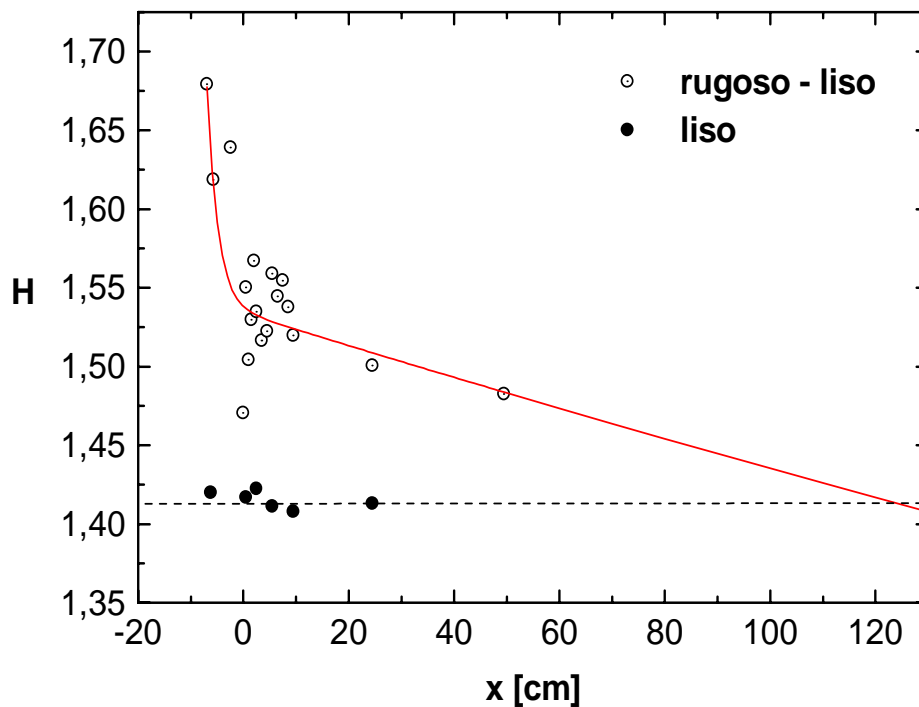


Figura 7.1: Extrapolação do fator de forma para o escoamento em transição rugoso-liso.

Os valores de incerteza obtidos mostraram que o tempo de aquisição de dados de anemometria em escoamento sobre rugosa deve ser maior que aquele utilizado em superfície lisa.

O desenvolvimento da intensidade turbulenta,  $Tu$ , após a interseção da região rugosa com a lisa, mostrou que a região interna da camada limite começou a modificar-se primeiro, mas a região externa tendeu a alcançar mais rapidamente o comportamento de superfície lisa que a região próxima à parede. Esse comportamento foi confirmado pela análise da assimetria.

A investigação do comportamento da camada limite térmica com a mudança brusca de rugosidade na parede e o emprego do método de problema inverso para superfície rugosa são aqui colocados como sugestão para trabalhos futuros.

# Bibliografia

- [1] ALEKSEEV, A. K. "Freestream Parameter Estimation Using Heat Flux Measurements". *AIAA Journal*, v. 35, n. 7, pp. 1238–1240, 1997.
- [2] ALIFANOV, O. M. *Inverse Heat Transfer Problems*. New York, Springer-Verlag, 1994.
- [3] ANDERSON Jr., J. D. *Fundamentals of Aerodynamics*. 2 ed. Singapore, McGraw-Hill, Inc, 1991.
- [4] ANTONIA, R. A. and KROGSTAD, P. A. "Scaling of the Bursting Period in Turbulent Rough Wall Boundary Layers". *Experiments in Fluids*, v. 15, pp. 82–84, 1993.
- [5] ANTONIA, R. A. and KROGSTAD, P. A. "Turbulent Structure in Boundary Layers Over Different Types of Surface Roughness". *Fluid Dynamics Research*, v. 28, pp. 139–157, 2001.
- [6] ANTONIA, R. A. and LUXTON, R. E. "Energy Balance in a Turbulent Boundary Layer on a Rough Wall". *Physics of Fluids*, v. 14, n. 5, pp. 1027–1029, 1971.
- [7] ANTONIA, R. A. and LUXTON, R. E. "The Response of a Turbulent Boundary Layer to a Step Change in Surface Roughness, Part 1. Smooth to Rough". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 48, n. 4, pp. 721–761, 1971.
- [8] ANTONIA, R. A. and LUXTON, R. E. "The Response of a Turbulent Boundary Layer to a Step Change in Surface Roughness, Part 2. Rough to Smooth". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 53, n.4, pp. 737–757, 1972.

- [9] ANTONIA, R. A. and RAUPACH, M. R. "Spectral Scaling in a High Reynolds Number Laboratory Boundary Layer". *Boundary Layer Meteorology*, v. 65, pp. 289–306, 1993.
- [10] ANTONIA, R. A. and WOOD, D. H. "Calculation of a Turbulent Boundary Layer Downstream of a Small Step Change in Surface Roughness". *Aeronautical Quarterly*, v. 26 (Aug), pp. 202–210, 1975.
- [11] AVELINO, M. R. *Caracterização da Camada Limite Turbulenta Sujeita a Variações Abruptas de Propriedades na Superfície*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2000.
- [12] AVELINO, M. R. and SILVA FREIRE, A. P. "On the Displacement in Origin for Turbulent Boundary Layers Subjected to Sudden Changes in Wall Temperature and Roughness". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 45, pp. 3143–3153, 2002.
- [13] BANDYOPADHYAY, P. R. "Rough-Wall Turbulent Boundary Layers in the Transition Regime". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 180, pp. 231–266, 1987.
- [14] BANDYOPADHYAY, P. R. and WATSON, R. D. "Structure of Rough-Wall Turbulent Boundary Layers". *Physics of Fluids*, v. 31, n. 7, pp. 1877–1883, 1988.
- [15] BARENBLATT, G. I. "Scaling Laws for Fully Developed Shear Flows. 1. Basic Hypothesis and Analysis". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 248, pp. 513, 1993.
- [16] BECK, J. V. and ARNOLD, K. *Parameter Estimation in Engineering and Science*. New York, Wiley & Sons, 1977.
- [17] BECK, J. V., BLACKWELL, B. and St. CLAIR, C. R. *Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problem*. New York, Wiley & Sons, 1985.
- [18] BENDAT, J. S. and PIERSOL, A. G. *Random Data - Analysis and Measurement Procedures*. 2 ed. New York, John Wiley & Sons, 1986.



- [19] BERGSTROM, D. J., TACHIE, M. F. and BALACHANDAR, R. "Application of Power Laws to Low Reynolds Number Boundary Layers on Smooth and Rough Surface". *Physics of Fluids*, v. 13, n. 11, pp. 3277–3284, 2001.
- [20] BOKAR, J. C. and ÖZISIK, M. N. "An Inverse Analysis for Estimating the Time-Varying Inlet Temperature in Laminar Flow Inside a Parallel Plate Duct". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 38, pp. 39–45, 1995.
- [21] BRADSHAW, P., FERRISS, D. H. and ATWELL, A. N. "Calculation of Turbulent Boundary Layer Development Using the Turbulent Energy Equation". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 28, pp. 593, 1967.
- [22] BRASIL, W. M. *Simulação Numérica para Camada Limite Turbulenta Compressível com Modelo Algébrico e  $\kappa$ - $\epsilon$* . Tese de M.Sc., IME, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1998.
- [23] BRASIL, W. M. and SU, J. "Solução Numérica de Camada Limite Turbulenta Compressível Usando Modelo Algébrico e  $\kappa$ - $\epsilon$ ". In : *Proceedings of the 7th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences*, pp. 939–944, Rio de Janeiro, Oct. 1998.
- [24] BRASIL, W. M. and SU, J. "Estudo Comparativo de Camada Limite Turbulenta Compressível Usando Modelo Algébrico e  $\kappa$ - $\epsilon$ ". In : *Anais da I Escola de Primavera de Transição e Turbulência*, v. II, pp. 409–417, Rio de Janeiro, Set. 1998.
- [25] BRASIL, W. M., GUERRA, D. R. S., SU, J. et al. "An Inverse Problem for the Estimation of Upstream Velocity Profiles in an Incompressible Turbulent Boundary Layer". In : *Proceedings of the 2th International Conference on Computational Heat and Mass Transfer*, paper 103, Rio de Janeiro, Oct. 2001.
- [26] BRASIL, W. M., SU, J. and SILVA FREIRE, A. P. "An Inverse Problem for the Estimation of Upstream Velocity Profiles in an Incompressible Turbulent

- Boundary Layer”. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 47, n. 6–7, pp. 1267–1274, 2004.
- [27] BRASIL, W. M., SU, J. and SILVA FREIRE, A. P. ”Estimation of Upstream Velocity Profiles in an Incompressible Turbulent Boundary Layer Via Universal Laws”. In : *Proceedings of the 9th Brazilian Congress of Thermal Engineering and Sciences*, paper CIT02–0107, Caxambu, Oct. 2002.
- [28] BRASIL, W. M., SU, J. and SILVA FREIRE, A. P. ”Inverse Analysis of Turbulent Boundary Layers”. In : *Anais da III Escola de Primavera de Transição e Turbulência*, paper ETT2002–A10 , Florianópolis, Set. 2002.
- [29] BRUUN, H. H. *Hot-Wire Anemometry*. Oxford, Oxford University Press, 1995.
- [30] CATALDI, M. *Simulação de Camadas Limite Estratificadas em Túnel de Vento*. Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2002.
- [31] CEBECI, T. ”An Inverse Boundary Layer Method for Compressible Laminar and Turbulent Boundary Layers”. *J. Aircr.*, v. 13, pp. 709–717, 1976.
- [32] CEBECI, T. and CHANG, K. C. ”Calculation of Incompressible Rough-Wall Boundary-Layer Flows”. *AIAA Journal*, v. 16, n. 7, pp. 730–735, 1978.
- [33] CEBECI, T. and SMITH, A. M. O. *Analysis of Turbulent Boundary Layers*. New York, Academic Press, 1974.
- [34] CEBECI, T., BERKANT, N., SILIVRI, I. et al. ”Turbulent Boundary Layers With Assigned Wall Shear”. *Comput. Fluids*, v. 3, pp. 37–49, 1975.
- [35] CHIEN, K. Y. ”Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows With a Low-Reynolds-Number Turbulence Model”. *AIAA Journal*, v. 20, n. 1, pp. 33–38, 1982.
- [36] CHRISTOPH, G. H. and PLETCHER, R. H. ”Prediction of Rough-Wall Skin Friction and Heat Transfer”. *AIAA Journal*, v. 21, n. 4, pp. 509–515, 1983.

- [37] CLAUSER, F. H. "Turbulent Boundary Layer in Adverse Pressure Gradients". *Journal of Aeronautical Sciences*, v. 21, pp. 91, 1954.
- [38] COLEMAN, H. W., MOFFAT, R. J. and KAYS, W. M. "The Accelerated Fully Rough Turbulent Boundary Layer". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 82, n. 3, pp. 507–528, 1977.
- [39] COLEMAN, H. W., PIMENTA, M. M. and MOFFAT, R. J. "Rough-Wall Turbulent Heat Transfer with Variable Velocity, Wall Temperature, and Blowing". *AIAA Journal*, v. 16, n. 1, pp. 78–82, 1978.
- [40] COLES, D. "The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layers". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 1, pp. 191–226, 1956.
- [41] COOLEY, J. W. and TURKEY, J. W. "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series". *Mathematics of Computation*, v. 19, pp. 297–301, 1965.
- [42] EINSTEIN, H. A. and EL-SAMNI, E. A. "Hydrodynamic Forces on a Rough Wall". *Reviews of Modern Physics*, v. 21, n. 3, pp. 520–524, 1949.
- [43] FOX, R. W. and McDONALD, A. T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 5 ed. Rio de Janeiro, LTC Editora, 2001.
- [44] FURUYA, Y., MIYATA, M. and FUJITA, H. "Turbulent Boundary Layer and Flow Resistance on Plates Rhoughened by Wires". In *ASME paper 76-FE-6*, 1976.
- [45] GEORGE, W. K. and CASTILLO, L. "Zero-Pressure-Gradiente Turbulent Boundary Layers". *Applied Mechanic Review*, v. 50, pp. 689, 1997.
- [46] GESSNER, F. B. and MOLLER, G. L. "Response Behaviour of Hot Wires in Shear Flow". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 47, n.3, pp. 449–468, 1971.
- [47] GOWEN, R. A. and SMITH, J. W. "Turbulent Heat Transfer from Smooth and Rough Surfaces". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 11, pp. 1657–1673, 1968.

- [48] HAMA, F. R. "Boundary Layer Characteristics for Smooth and Rough Surfaces". *Trans. Soc. Naval Archit. Marine Engrs*, v. 62, pp. 333–358, 1954.
- [49] HENSEL, E. *Inverse Theory and Application to Engineers*. Englewood, Prentice–Hall, 1991.
- [50] HINZE, J. O. *Turbulence*. 2 ed., McGraw-Hill, 1975.
- [51] HOSNI, M. H., COLEMAN, H. W. and TAYLOR, R. P. "Measurements and Calculation of Rough-Wall Heat Transfer in the Turbulent Boundary Layer". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 34, n. 4/5, pp. 1067–1082, 1991.
- [52] HOSNI, M. H., COLEMAN, H. W. and TAYLOR, R. P. "Measurements and Calculation of Fluid Dynamic Characteristics of Rough-Wall Turbulent Boundary-Layer Flows". *Journal of Fluid Engineering - Transactions of the ASME*, v. 115 (Sep), pp. 383–388, 1993.
- [53] HSU, P. -T, CHEN, C. -K. and YANG, Y. -T. "A 2-D Inverse Method for Simultaneous Estimation of the Inlet Temperature and Wall Heat Flux in a Laminar Circular Duct Flow". *Numerical Heat Transfer, Part A*, v. 34, pp. 731–745, 1998.
- [54] HUANG, C. H. and CHEN, W. C. "A Three-Dimensional Inverse Forced Convection Problem in Estimating Surface Heat Flux by Conjugate Gradient Method". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, pp. 3171–3181, 2000.
- [55] HUANG, C. H. and ÖZISIK, M. N. "Inverse Problem of Determining Unknown Wall Heat Flux in Laminar Flow Through a Parallel Plate Duct". *Numerical Heat Transfer, Part A*, v. 21, pp. 55–70, 1992.
- [56] IYENGAR, A. K. S. and FARELL, C. "Experimental Issues in Atmospheric Boundary Layer Simulations: Roughness Length and Integral Length Scale Determination". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v. 89, n. 11–12, pp. 1059–1080, 2001.

- [57] JIMÉNEZ, J. "Turbulent Flows over Rough Walls". *Annu. Rev. Fluid Mech.*, v. 36, pp. 173–196, 2004.
- [58] KATOH, K., CHOI, K. S. and AZUMA, T. "Heat-Transfer Enhancement and Pressure Loss by Surface Roughness in Turbulent Channel Flows". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 43, pp. 4009–4017, 2000.
- [59] KELLER, H. B. and CEBECI, T. "An Inverse Problem in Boundary-Layer Flows: Numerical Determination of Pressure Gradient for a Given Wall Shear". *J. Comput. Phys.*, v. 10, pp. 151–161, 1972.
- [60] KING, L. V. "On the Convection of Heat for Small Cylinders in a Stream of Fluid: Determination of the Convection Constants of Small Platinum Wires with Applications to Hot-Wire Anemometry". *Phil. Trans. Roy. Soc.*, v. A, n. 214, pp. 373–432, 1914.
- [61] KLEBANOFF, P. S. "Characteristics of Influence in a Boundary Layer With Zero Pressure Gradient". *NACA Report 1247*, 1955.
- [62] KOH, Y. M. "Turbulent Flow Near a Rough Wall". *Journal of Fluid Engineering - Transactions of the ASME*, v. 114 (Dec), pp. 537–542, 1992.
- [63] KOTEY, N. A., BERGSTROM, D. J. and TACHIE, M. F. "Power Laws for Rough Wall Turbulent Boundary Layers". *Physics of Fluids*, v. 15, n. 6 (Jun), pp. 1396–1404, 2003.
- [64] KROGSTAD, P. A. and ANTONIA, R. A. "Structure of Turbulent Boundary Layer on Smooth and Rough Walls". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 277, pp. 1–21, 1994.
- [65] KROGSTAD, P. A. and ANTONIA, R. A. "Surface Roughness Effects in Turbulent Boundary Layers". *Experiments in Fluids*, v. 27, n. 5, pp. 450–460, 1999.
- [66] KROGSTAD, P. A., ANTONIA, R. A. and BROWNE, L. W. B. "Comparison Between Rough- and Smooth-Wall Turbulent Boundary Layers". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 245, pp. 599–617, 1992.

- [67] KUNDU, P. K. *Fluid Mechanics*. San Diego, Academic Press, 1990.
- [68] LEVENBERG, K. "A Method for the Solution of Certain Nonlinear Problems in Least-Squares". *Quarterly Applied Mathematics*, v. 2, pp. 164–168, 1944.
- [69] LI, H. -Y. and YAN, W. -M. "Identification of Wall Heat Flux for Turbulent Forced Convection by Inverse Analysis". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 46, pp. 1041–1048, 2003.
- [70] LIGRANI, P. M. and MOFFAT, R. J. "Thermal Boundary Layers on a Rough Surface Downstream of Steps in Wall Temperature". *Boundary Layer Meteorology*, v. 31, pp. 127–147, 1985.
- [71] LIGRANI, P. M. and MOFFAT, R. J. "Structure of Transitionally Rough and Fully Rough Turbulent Boundary Layers". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 162, pp. 69–98, 1986.
- [72] LIGRANI, P. M., KAYS, W. M. and MOFFAT, R. J. "A Heat Transfer Prediction Method for Turbulent Boundary Layers Developing Over Rough Surfaces With Transpiration". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 24, n. 4, pp. 774–778, 1981.
- [73] LIU, F. B. and ÖZISIK, M. N. "Inverse Analysis of Transient Turbulent Forced Convection Inside Parallel-Plate Ducts". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 39, n. 12, pp. 2615–2618, 1996.
- [74] LIU, F. B. and ÖZISIK, M. N. "Simultaneous Estimation of Fluid Thermal Conductivity and Heat Capacity in Laminar Duct Flow". *Journal of the Franklin Institute*, v. 333(B), n. 4, pp. 583–591, 1996.
- [75] LOMAS, C. G. *Fundamentals of Hot Wire Anemometry*. Cambridge, Cambridge University Press, 1986.
- [76] MACHADO, H. A. and ORLANDE, H. R. B. "Inverse Analysis for Estimating the Timewise and Spacewise Variation of the Wall Heat Flux in a Parallel Plate Channel". *International Journal for Numerical Methods for Heat and Fluid Flow*, v. 7, n. 7, pp. 696–710, 1997.

- [77] MARQUARDT, D. W. "An Algorithm for Least Squares Estimation of Non-linear Parameters". *J. Soc. Ind. Appl. Math.*, v. 11, pp. 431–441, 1963.
- [78] MAZOUZ, A., LABRAGA, L. and TOURNIER, C. "Anisotropy Invariants of Reynolds Stress Tensor in a Duct Flow and Turbulent Boundary Layer". *Journal of Fluids Engineering - Transactions of the ASME*, v. 120 (Jun), pp. 280–284, 1998.
- [79] MÖLLER, S. V. "Experimentação em Turbulência". In : *Anais da II Escola Brasileira de Primavera Transição e Turbulência*, pp. 63–97, Uberlândia, Dez. 2000.
- [80] MOORE, W. L. *An Experimental Investigation of the Boundary Layer Development Along a Rough Surface*. PhD thesis, University of Iowa, USA, 1951.
- [81] MOUTSOGLOU, A. "An Inverse Convection Problem". *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME*, v. 111, pp. 37–43, 1989.
- [82] MOUTSOGLOU, A. "Solution of an Elliptic Inverse Convection Problem Using a Whole Domain Regularization Technique". *AIAA Journal Thermophysics*, v. 4, pp. 341–349, 1990.
- [83] MULHEARN, P. J. "A Wind-Tunnel Boundary-Layer Study of the Effects of a Surface Roughness Change: Rough to Smooth". *Boundary-Layer Meteorology*, v. 15, pp. 3–30, 1978.
- [84] MULHEARN, P. J. "Turbulent Flow over a Periodic Rough Surface". *Physics of Fluids*, v. 21, n. 7, pp. 1113–1115, 1978.
- [85] MURIO, D. A. *The Modification Method and the Numerical Solution of Ill-Posed Problems*. New York, Wiley & Sons, 1993.
- [86] NARAYANA, P. A. A. "An Investigation of Turbulent Boundary Layer on a Flat Plate with a Small Step Change in Surface Roughness". *Aeronautical Quarterly*, v. 31 (Nov), pp. 221–237, 1980.

- [87] NIKURADSE, J. "Stromungsgesetze in Rauhen Rohren". *V.D.I. Forshungsheft*, v. 361, 1933.
- [88] PATEL, V. C. "Perspective: Flow at High Reynolds Number and Over Rough Surfaces - Achilles Hell of CFD". *Journal of Fluids Engineering - Transactions of the ASME*, v. 120 (Sep), pp. 434–444, 1998.
- [89] PATEL, V. C. and YOON, J. Y. "Application of Turbulence Models to Separated Flow Over Rough Surfaces". *Journal of Fluids Engineering - Transactions of the ASME*, v. 117 (Jun), pp. 234–241, 1995.
- [90] PERRY, A. E. and JOUBERT, P. N. "Rough-Wall Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 17, n. 2, pp. 193–211, 1963.
- [91] PERRY, A. E., LIM, K. L. and HENBEST, S. M. "An Experimental Study of the Turbulence Structure in Smooth- and Rough-Wall Boundary Layers". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 177, pp. 437–466, 1987.
- [92] PERRY, A. E., SCHOFIELD, W. H. and JOUBERT, P. N. "Rough Wall Turbulent Boundary Layer". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 37, n. 2, pp. 383–413, 1969.
- [93] PIMENTA, M. M., MOFFAT, R. J. and KAYS, W. M. "The Structure of a Boundary Layer on a Rough Wall with Blowing and Heat Transfer". *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME*, v. 101, n. 2, pp. 193–198, 1979.
- [94] POGGI, D., PORPORATO, A. and RIDOLFI, L. "Analysis of the Small-Scale Structure of Turbulence on Smooth and Rough Walls". *Physics of Fluids*, v. 15, n. 1, pp. 35–46, 2003.
- [95] ROTTA, J. C. "Turbulent Boundary Layers in Incompressible Flow". *Progress in Aerospace Science*, v. 2, pp. 1–219, 1962.
- [96] SCHLICHTING, H. "Experimentelle Untersuchungen zum Rauigkeitsproblem". *Ingenieur-Archiv*, v. VII, n. 1, pp. 1–34, 1936.



- [97] SCHLICHTING, H. *Boundary-Layer Theory*. 6 ed., McGraw-Hill, 1968.
- [98] SCHLICHTING, H. and GERSTEN, K. *Boundary-Layer Theory*. 8 ed. Berlin, Springer-Verlag, 2000.
- [99] SCHULTZ, M. P. and MYERS, A. "Comparison of Three Roughness Function Determination Methods". *Experiments in Fluids*, v. 35, pp. 372–379, 2003.
- [100] SHAFI, H. S. and ANTONIA, R. A. "Anisotropy of the Reynolds Stresses in a Turbulent Boundary Layer on a Rough Wall". *Experiments in Fluids*, v. 8, n. 3, pp. 213–215, 1995.
- [101] SHAFI, H. S. and ANTONIA, R. A. "Small-Scale Characteristics of a Turbulent Boundary Layer over Rough Wall". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 342, pp. 263–293, 1997.
- [102] SMALLEY, R. J., ANTONIA, R. A. and DJENIDI, L. "Self-Preservation of Rough-Wall Turbulent Boundary Layers". *European Journal of Mechanics B - Fluids*, v. 20, n. 5, pp. 591–602, 2001.
- [103] SMITS, A. J. and WOOD, D. H. "The Response of Turbulent Boundary Layers to Sudden Perturbations". *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 17, pp. 321–358, 1985.
- [104] SU, J. and SILVA NETO, A. J. "Two-Dimensional Inverse Heat Conduction Problem of Source Strength Estimation in Cylindrical Rods". *Applied Mathematical Modelling*, v. 25, pp. 861–872, 2001.
- [105] SU, J., LOPES, A. B. and SILVA NETO, A. J. "Estimation of Unknown Wall Heat Flux in Turbulent Circular Pipe Flow". *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, v. 27, n. 7, pp. 945–954, 2000.
- [106] TANI, I. *Turbulence Boundary Layer Development over Rough Surfaces*. In "Perspectives in Turbulence Studies". ed. HU Meir, P Bradshaw, Berlin, Springer-Verlag, pp. 223–249, 1977.

- [107] TARADA, F. "Prediction of Rough-Wall Boundary Layers Using a Low Reynolds Number  $\kappa - \epsilon$  Model". *International Journal of Heat and Fluid Flow*, v. 11, n. 4, pp. 331–345, 1990.
- [108] TAYLOR, R. P., COLEMAN, H. W. and HODGE, B. K. "Prediction of Turbulent Rough-Wall Skin Friction Using a Discrete Element Approach". *Journal of Fluids Engineering - Transactions of the ASME*, v. 107, n. 2, pp. 251–257, 1985.
- [109] TAYLOR, R. P., COLEMAN, H. W. and HODGE, B. K. "Prediction of Heat Transfer in Turbulent Flow Over Rough Surfaces". *Journal of Heat Transfer - Transactions of the ASME*, v. 111 (May), pp. 568–572, 1989.
- [110] TAYLOR, R. P., TAYLOR, J. K., HOSNI, M. H. et al. "Relaxation of the Turbulent Boundary Layer After an Abrupt Change From a Rough to Smooth Wall". *Journal of Fluid Engineering - Transactions of the ASME*, v. 115 (Sep), pp. 379–382, 1993.
- [111] TAYLOR, R. P., TAYLOR, J. K., HOSNI, M. H. et al. "The Turbulent Thermal Boundary Layer With an Abrupt Change From a Rough to a Smooth Wall". *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 36, n. 1, pp. 141–146, 1993.
- [112] TENNEKES, H. and LUMLEY, J. L. *A First Course in Turbulence*. Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology, 1972.
- [113] TIKHONOV, A. N. and ARSENIN, V. Y. *Solutions of Ill-Posed Problems*. Washington – DC, Winston & Sons, 1977.
- [114] TOWNSEND, A. A. *The Structure of Turbulent Shear Flow*. 2 ed. Cambridge, Cambridge University Press, 1976.
- [115] VAN DRIEST, E. R. "On Turbulent Flow Near a Wall". *Journal of the Aeronautical Sciences*, November, pp. 1007–1011, 1956.
- [116] WILCOX, D. C. *Turbulence Modeling for CFD*. La Cañada, DCW Industries, 1994.

- [117] WOOD, D. H. and ANTONIA, R. A. "Measurements in a Turbulent Boundary Layer Over a d-Type Surface Roughness". *Journal of Applied Mechanics - Transactions of the ASME*, v. 42, n. 3, pp. 591–597, 1975.
- [118] YAGLOM, A. M. and KADER, B. A. "Heat and Mass Transfer Between a Rough Wall and Turbulent Fluid Flow at High Reynolds and Péclet Numbers". *Journal of Fluid Mechanics*, v. 62, n. 3, pp. 601–623, 1974.
- [119] ÖZISIK, M. N. and ORLANDE, H. R. B. *Inverse Heat Transfer*. New York, Taylor & Francis, 2000.