

**CARACTERIZAÇÃO DA CAMADA LIMITE  
TURBULENTA SUJEITA A VARIAÇÕES  
ABRUPTAS DE PROPRIEDADES NA SUPERFÍCIE**

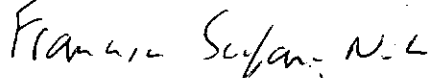
**MILA ROSENDAL AVELINO**

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA

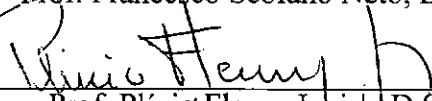
Aprovada por,



Prof. Atila P. Silva Freire, Ph.D.



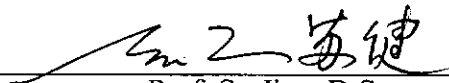
Prof. Francesco Scofano Neto, D.Sc.



Prof. Plínio Fleury Júnior, D.Sc.



Prof. Roberto de Souza, D.Sc.



Prof. Su Jian, D.Sc.

**RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL  
JULHO DE 2000**

AVELINO, MILA ROSENDAL

Caracterização da Camada Limite Turbulenta Sujeita a Variações Abruptas de Propriedades na Superfície [Rio de Janeiro] 2000

XII, 203p. 29,7cm(COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Mecânica, 2000)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Turbulência

I. COPPE/UFRJ II. Título(série)

Para Maria Rosendahl, que está  
sempre comigo em pensamento.

Este trabalho foi realizado com o incentivo e a ajuda de muitas pessoas maravilhosas e talentosas, e nunca poderia agradecer a todas, mas gostaria de agradecer especialmente àquelas a quem devo muito.

Sou especialmente grata ao Prof. Dr. Atila P. Silva Freire, que sugeriu o tema desta tese, me orientando desde a sua concepção, e sendo fonte de estímulo e motivação, sempre fornecendo idéias valiosas.

Agradeço ao Prof. Dr. Roberto de Souza, que generosamente compartilhou comigo seus conhecimentos e entusiasmo sobre o trabalho experimental, revelando-se um extraordinário tutor.

Ao Prof. Dr. Su Jian, bom amigo e professor, agradeço as sugestões construtivas e atenção dispensada desde o primeiro momento, no IME, em que tive a oportunidade de ter contato com sua sabedoria e a generosidade deste mestre.

Ao Prof. Dr. Francesco Scofano Neto, agradeço a colaboração na realização da parte experimental, sempre atendendo acolhedoramente as intermináveis solicitações de empréstimo de instrumentação para a realização dos experimentos.

Agradeço ao Prof. Dr. Plynio Fleury Junior, pelo incentivo em minha carreira acadêmica na UERJ.

Devo minha gratidão ao Roberto G. Neves pelo amor, paciência e apoio que demonstrou durante a realização da minha pesquisa.

Mais do que tudo, quero agradecer ao meus pais, José Alberto e Zeny, que sempre me deram muita força durante o doloroso processo do aprendizado e continuam a me inspirar com sua paixão pela ciência.

Aos amigos e pessoas queridas, profissionais competentes, que me ajudaram de várias maneiras e cujas contribuições silenciosas nunca serão conhecidas. Muita gratidão a todos vocês!

Aos recursos que obtive do Programa de Pós-Graduação da CAPES.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## **Caracterização da Camada Limite Turbulenta Sujeita a Variações Abruptas de Propriedades na Superfície**

Mila Rosendal Avelino

Julho/2000

Orientador: Atila P. Silva Freire

Programa: Engenharia Mecânica

Este estudo utiliza argumentos assintóticos e heurísticos para desenvolver expressões para a região logarítmica para escoamentos de camada limite térmica e cinética que se desenvolvem sobre superfícies com variação brusca de rugosidade e de temperatura. Um dos objetivos deste trabalho é o desenvolvimento de uma formulação para a descrição do perfil de velocidade e de temperatura nas regiões internas de um escoamento turbulento. A teoria usa o conceito de deslocamento da origem, e traça uma analogia entre as leis da parede para camadas limite térmica e cinética. Outra proposta é investigar experimentalmente as características de camadas limite turbulentas sujeitas a variação brusca de rugosidade e de temperatura. Os experimentos realizados em túnel de vento são utilizados para validação das novas expressões propostas através de comparação com os dados experimentais especialmente obtidos para a validação física da formulação proposta. São apresentados resultados de coeficiente de atrito, perfis de velocidade e de temperatura simulados pela implementação das novas expressões como condição de contorno para o modelo  $\kappa - \epsilon$ . Os valores da tensão na parede e do deslocamento da origem para as camadas limite térmica e cinética são estimados pelos métodos de Perry e Joubert(1963) e Perry et al.(1987), apresentando razoável concordância entre si. Para verificar se o escoamento atinge um segundo estágio de equilíbrio, também são apresentados parâmetros integrais como o fator de Clauser, a espessura de quantidade de movimento, a espessura de deslocamento e de entalpia. A analogia de Reynolds é testada, apresentando resultados bastante coerentes.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

## **Characterization of the Turbulent Boundary Layer Subjected to Sudden Changes in Surface Properties**

Mila Rosendal Avelino

July/2000

Advisor: Atila P. Silva Freire

Department: Mechanical Engineering

The present work uses asymptotic and heuristic arguments to develop a theory for the description of turbulent boundary layer flows over surfaces with a sudden change in roughness and temperature. The work is concerned with the development of a new formulation to preview the near wall velocity and temperature profiles. The theory uses the concept of displacement in origin and an analogy between the logarithmic laws for the velocity and the temperature profiles is accessed. A particular interest of this study is to investigate experimentally the characteristics of the turbulent boundary layers developing over surfaces which present a sudden change in surface properties. The results are compared with velocity and temperature profiles extracted from a set of wind tunnel experiments carried out with the propose to validate the new formulation. These expressions are adopted as a boundary condition for a  $\kappa - \epsilon$  modelling of the external flow. Results of friction coefficient, and velocity and temperature profiles are resented. The skin-friction coefficient and the error in origin for both the velocity and the temperature profiles was calculated according to the chart methods of Perry and Joubert(1963) and Perry et al(1987). The results are found to be in good agreement. To characterise the self-preserving state, all global parameters characterising the velocity and the temperature fields are presented, including Clauser factor, momentum thickness, displacement thickness, and enthalpy thickness. Also, the Reynolds analogy is tested, presenting good agreement.

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Revisão bibliográfica</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Caracterização experimental</b>	<b>21</b>
3.1	Descrição do aparato experimental . . . . .	23
3.2	Auto-preservação da camada limite turbulenta . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Análise Teórica</b>	<b>48</b>
4.1	A camada limite turbulenta de velocidade . . . . .	49
4.2	A camada limite térmica turbulenta . . . . .	74
4.3	O deslocamento da origem para a camada limite de velocidades . . . . .	83
4.4	O deslocamento da origem para a camada limite de temperatura . . . . .	94
4.5	A determinação da tensão na parede . . . . .	101
4.6	Analogia de Reynolds . . . . .	117
<b>5</b>	<b>Análise Numérica</b>	<b>125</b>
5.1	Modelos algébricos . . . . .	126
5.2	Modelos de uma equação . . . . .	129
5.3	Modelos de duas equações: Modelo $\kappa - \epsilon$ . . . . .	132
5.4	A simulação numérica . . . . .	135
<b>6</b>	<b>Conclusão</b>	<b>157</b>
<b>7</b>	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>162</b>

<b>A</b>	<b>Análise da Incerteza de Medição</b>	<b>174</b>
A.1	Procedimento de cálculo . . . . .	178
A.2	Calibração do transdutor de pressão . . . . .	190
A.3	Análise da incerteza de medição de velocidade . . . . .	197
A.4	Análise da incerteza de medição de temperatura . . . . .	205



## Lista de símbolos ou nomenclatura

- $a$  - parâmetro da teoria de Ligrani et al.(1983)(=0,003943)
- $A$  - constante característica da geometria do escoamento (=5,0)
- $A_0$  - constante de calibração do anemômetro
- $b$  - parâmetro da teoria de Ligrani et al.(1983)(=0,3830)
- $B$  - parâmetro característico da geometria do escoamento
- $B_0$  - constante de calibração do anemômetro
- $c_p$  - calor específico à pressão constante
- $c_D$  - constante do modelo algébrico (=0,09)
- $c_\mu$  - constante do modelo  $\kappa - \epsilon$  (=0,09)
- $c_{e1}$  - constante do modelo  $\kappa - \epsilon$  (=1,44)
- $c_{e2}$  - constante do modelo  $\kappa - \epsilon$  (=1,92)
- $C$  - parâmetro característico do tipo de rugosidade na lei da parede proposta por Hama(1954)
- $C1$  - parâmetro relativo às condições do escoamento
- $C_i$  - constante característica do tipo de rugosidade na lei da parede
- $C_f$  - coeficiente de atrito
- $D$  - tipo de superfície; indica também uma função de escala do elemento rugoso
- $E$  - diferença de potencial
- $G$  - fator de Clauser
- $H$  - fator de forma de von Kármán
- $I$  - intensidade de corrente elétrica
- $k$  - condutividade térmica
- $k_t$  - condutividade térmica turbulenta
- $K$  - tipo de superfície; indica também uma função de escala do elemento rugoso
- $L$  - comprimento de escala da camada limite
- $l_c$  - velocidade característica, normalmente o comprimento de mistura
- $L_c$  - caminho livre médio das partículas de fluido
- $n$  - expoente na equação de calibração do anemômetro (=0,45)
- $N$  - constante de proporcionalidade entre  $\Delta$  e  $\delta$

- $p$  - pressão na região externa da camada limite
- $Pr$  - número de Prandtl molecular
- $Pr_t$  - número de Prandtl turbulento
- $P_j$  - parâmetro que fornece o resultado da medição experimental
- $\bar{q}$  - fluxo de calor médio
- $Q$  - taxa de transferência de calor por unidade de área
- $q_w$  - fluxo de calor na parede
- $r$  - comprimento característico da rugosidade da teoria de Ligrani et al.(1983)
- $R$  - resistência do fio quente
- $S_r$  - índice de precisão absoluto
- $S$  - comprimento do topo da rugosidade na direção do escoamento
- $St$  - número de Stanton
- $t'$  - flutuação de temperatura
- $t$  - variável aleatória da distribuição de Student
- $\bar{t}'$  - média da flutuação de temperatura
- $t_\tau$  - temperatura de atrito
- $\bar{T}$  - temperatura média
- $T_\infty$  - temperatura ambiente
- $T_e$  - temperatura no escoamento potencial
- $T_w$  - temperatura da parede inferior da seção de testes
- $u$  - velocidade instantânea na direção longitudinal
- $u'$  - flutuação de velocidade na direção longitudinal
- $\bar{u}$  - velocidade média na direção longitudinal
- $\bar{u}'$  - média da flutuação de velocidade na direção longitudinal
- $u^+$  - velocidade adimensionalizada com variáveis externas,  $= u/U_\infty$
- $u_c$  - velocidade característica normalmente a velocidade de atrito
- $u_\tau$  - velocidade de atrito
- $U$  - velocidade característica da camada limite
- $U_w$  - velocidade na região adjacente à parede
- $U_\infty$  - velocidade do escoamento potencial

$U_r$  - incerteza dos resultados

$\bar{v}$  - velocidade média na direção transversal

$\overline{v'}$  - média da flutuação de velocidade transversal

$V$  - velocidade média

$x$  - direção longitudinal

$\bar{X}$  - média das amostras do parâmetro

$y$  - direção transversal

$y^+$  - distância transversal ao escoamento adimensionalizada com variáveis externas

$y_0$  - comprimento característico da rugosidade

$y_T$  - distância medida a partir do topo dos elementos rugosos

$w$  - comprimento da cavidade na direção do escoamento

$W$  - função universal de Coles(1956)

$\Delta$  - parâmetro de equilíbrio de Clauser

$\Delta^+$  - comprimento característico proporcional à espessura da camada limite

$\Delta_h$  - parâmetro de equilíbrio de Clauser para a temperatura

$\Delta p$  - variação de pressão

$\Delta T$  - variação de temperatura

$\frac{\Delta u}{u_r}$  - função rugosidade

$\beta$  - erro sistemático

$\delta$  - espessura da camada limite

$\delta^*$  - espessura de deslocamento da camada limite

$\delta_h$  - espessura de entalpia

$\delta_t$  - espessura da camada limite térmica

$\epsilon$  - taxa de dissipação de energia cinética por unidade de massa

$\epsilon$  - deslocamento da origem para a camada limite cinética

$\epsilon_t$  - deslocamento da origem para a camada limite térmica

$\eta$  - função arbitrária, indica a região de validade das equações

$\theta$  - espessura de quantidade de movimento

$\vartheta_j$  - coeficiente dimensional de sensibilidade absoluta

$\vartheta'_j$  - na forma adimensional, o coeficiente de sensibilidade,

$\kappa$  - energia cinética turbulenta

$\kappa$  - constante de von Kármán

$\kappa_t$  - constante de von Kármán para a lei da parede térmica

$\lambda$  - passo entre rugosidades

$\Lambda$  - medida local do atrito na parede

$\mu$  - viscosidade molecular

$\mu_t$  - viscosidade turbulenta

$\nu$  - viscosidade cinemática

$\nu_t$  - viscosidade cinemática turbulenta

$\phi$  - parâmetro de equilíbrio do escoamento

$\Pi$  - parâmetro de Coles

$\Pi_0$  - parâmetro de Coles

$\rho$  - massa específica do fluido

$\sigma$  - desvio padrão

$\sigma_\kappa$  - constante do modelo  $\kappa - \epsilon$  (=1,0)

$\sigma_\epsilon$  - constante do modelo  $\kappa - \epsilon$  (=1,3)

$\tau_{ij}$  - tensor de Reynolds

$\tau_t$  - tensão turbulenta

$\tau_w$  - tensão na parede

# Capítulo 1

## Introdução

O tratamento teórico de condições de contorno complexas em camadas limite turbulentas tem sido um grande desafio para a ciência da mecânica dos fluidos. De fato, um grande número de estudos teóricos e experimentais foi, e continua sendo, dedicado a investigações do modo como variações superficiais provocam mudanças nas propriedades locais e globais das camadas limite, em particular, o efeito que descontinuidades abruptas nas condições superficiais provocam nessas propriedades tem atraído muita atenção nos últimos 30 anos. Ainda, em sua maioria, os estudos dizem respeito à resposta da camada limite turbulenta a variações na natureza da rugosidade superficial. Outro aspecto de importância tem sido as variações na temperatura e no fluxo de calor superficial provocados pelo albedo e outras condições meteorológicas não-uniformes.

O estudo das variações que ocorrem numa camada limite turbulenta sujeita a perturbações súbitas no seu estado de equilíbrio possui, portanto, relevância histórica. Por sua inquestionável importância no estudo da micrometeorologia, ou mais contemporaneamente, por questões tecnológicas relacionadas ao arrefecimento de componentes eletrônicos e outras aplicações, esse tema tem atraído continuado interesse.

De especial importância tem sido os estudos experimentais dedicados à simulação controlada de escoamentos naturais. Camadas limite turbulentas com relativamente pequenas escalas que se desenvolvem sobre superfícies rugosas podem ser utilizadas para simular a camada limite atmosférica; deste modo, fenômenos que ocorrem em

regiões próximas à superfície da terra, como a dispersão de poluentes em zonas urbanas e os esforços exercidos por brisas e ventos fortes sobre edificações, podem ser cuidadosamente examinados (veja, por exemplo, Ligrani et al.(1979, 1983)).

Este trabalho, propõe-se a estudar escoamentos de camada limite turbulenta que se desenvolvem sobre terrenos planos que apresentem uma variação brusca nas condições superficiais. Em particular, o foco será sobre escoamentos que apresentem variações abruptas das propriedades de uma superfície extensivamente uniforme para outra. Dois tipos de variações serão tratadas aqui: variações na rugosidade e na temperatura superficial. O trabalho apresentará tratamentos do problema de ordem experimental, numérico e teórico. Um dos aspectos importantes será a determinação experimental do deslocamento da origem para as camadas limite de velocidade e de temperatura. No conhecimento da autora, isto será feito aqui pela primeira vez.

Como objetivo deste trabalho podemos, então enunciar:

1. A interpretação do comportamento da camada limite turbulenta quando sujeita a variações abruptas nas condições de contorno superficiais.
2. O desenvolvimento de uma formulação para a descrição do perfil de velocidade e de temperatura nas regiões internas de um escoamento turbulento que seja capaz de capturar os efeitos residuais quando o fluido passa de um tipo de superfície para outra.
3. A validação das novas teorias propostas através de comparação com dados experimentais especialmente obtidos para este fim.
4. A implementação das duas funções de parede propostas como condição de contorno do modelo  $\kappa - \epsilon$ , para simulação numérica de escoamentos sujeitos a variações bruscas de rugosidade e de temperatura superficiais.

A nova expressão para a região logarítmica da camada limite turbulenta será proposta pelo uso do conceito de deslocamento da origem, juntamente com alguns argumentos assintóticos. Paralelamente, experimentos realizados para validar os resultados teóricos serão apresentados. A existência de uma distribuição logarítmica

de velocidades na região próxima à parede é adotada em muitos métodos de cálculo e em análises de escoamentos de camada limite turbulenta. Este fato tem sido verificado por uma grande quantidade de dados experimentais, sob as mais diversas condições de escoamento, e muitos modelos turbulentos tem sido propostos para descrever este fenômeno analiticamente.

O Capítulo 3 apresenta uma breve descrição das instalações experimentais utilizadas. Esta descrição incluirá tanto os equipamentos utilizados para a medição dos perfis de velocidade quanto de temperatura. Este Capítulo apresenta também, medições de velocidade média, intensidade turbulenta e de temperatura média; os dados foram obtidos em dez diferentes estações localizadas ao longo da seção de trabalho. A superfície inferior do túnel de vento era composta por seções de vidro e de aço inoxidável. Nas regiões onde aquecimento era aplicado, o chão era composto por duas placas que podiam ser aquecidas independentemente. O aquecimento foi obtido pelo efeito Joule provocado por resistências elétricas. As modalidades diferentes de superfície rugosas foram obtidas através de arranjos geométricos compostos a partir de barras-chatas de alumínio. Tipicamente, nos experimentos realizados, uma placa lisa de vidro com um metro de comprimento era seguida por uma superfície rugosa com dois metros de comprimento. Ainda neste Capítulo, é realizada uma análise do estado de equilíbrio do escoamento, estimando valores de parâmetros globais das camadas limite obtidas experimentalmente, como a espessura de quantidade de movimento, a espessura de deslocamento da origem, a espessura de entalpia, o fator de forma de von Kármán e os fatores de Clauser para perfis de velocidade e de temperatura.

Uma descrição detalhada da análise de incerteza dos resultados experimentais é apresentada no Apêndice A. O texto do apêndice foi elaborado com base na norma americana ANSI/ASME(1985) PTC 19.1 enfatizando a importância da análise da incerteza de medição no planejamento e na realização de experimentos e foi elaborado como uma interpretação da norma americana citada, aplicada aos experimentos realizados em túnel de vento, que adotem configuração semelhante àquela utilizada aqui - instrumentação e parâmetros envolvidos.

O desenvolvimento de uma formulação para a descrição do perfil de velocidade e de temperatura nas regiões internas de um escoamento turbulento é apresentado no Capítulo 4, que inclui ainda a determinação experimental do deslocamento da origem.

Uma vez obtida a nova formulação, o Capítulo 5 trata da implementação das duas funções de parede propostas como condição de contorno do modelo  $\kappa - \epsilon$ , para simulação numérica de escoamentos sujeitos a variações bruscas de rugosidade e de temperatura superficiais.



# Capítulo 2

## Revisão bibliográfica

Antes que passemos a uma breve revisão bibliográfica sobre o assunto ora em pauta, faremos uma, também breve, revisão sobre os fundamentos teóricos que levam à classificação das superfícies rugosas como do tipo  $K$  ou  $D$ . Este aspecto, o da classificação das superfícies, é de particular importância em nosso estudo tendo em vista os principais desenvolvimentos teóricos obtidos nos últimos 30 anos. Contrariamente aos primeiros estudos de escoamentos sobre superfícies rugosas obtida por superfícies ditas do tipo “grão de areia”, a maioria dos estudos recentes lida com superfícies trabalhadas mecanicamente e, portanto, com uma geometria bem definida. Superfícies desse tipo são ultimamente bastante utilizadas por possibilitarem o isolamento dos vários tipos de efeitos dos elementos rugosos sobre o escoamento.

Os conceitos fundamentais e idéias relativos ao escoamento de um fluido sobre uma superfície rugosa foram estabelecidos por Nikuradse(1933) que investigou o escoamento em tubulações com rugosidade do tipo de grão de areia. Nikuradse descobriu que, a altos números de Reynolds, o escoamento próximo à parede torna-se independente da viscosidade, sendo uma função da escala da rugosidade  $K$ , do diâmetro da tubulação  $D$ , assim como do número de Reynolds. Nikuradse também descobriu que, para a região da esteira, as leis universais se aplicam para o escoamento médio, independentemente das condições da parede. Os efeitos da rugosidade são, portanto, restritos a uma camada fina adjacente à parede.

De argumentos dimensionais e de uma analogia com a lei da parede de Prandtl,

Nikuradse propôs escrever

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{K} + B \left[ \frac{Ku_\tau}{\nu} \right], \quad (2.1)$$

onde todos os símbolos acima possuem seu significado tradicional;  $u$  representa a velocidade instantânea,  $u_\tau$  é a velocidade de atrito,  $\kappa$  é a constante de von Kármán ( $=0,41$ ),  $\nu$  é a viscosidade cinemática,  $K$  é uma função de escala da rugosidade e o parâmetro  $B$  apresenta uma dependência funcional do termo entre colchetes.

Após vinte anos de estudos com poucos avanços, a equação (2.1) foi escrita de modo alternativo por Clauser(1954), como

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + A - \frac{\Delta u}{u_\tau} \left[ \frac{Ku_\tau}{\nu} \right]. \quad (2.2)$$

onde  $\Delta u/u_\tau$  representa a função rugosidade e o parâmetro  $A$  possui valor constante para escoamento sobre superfície lisa. Segundo Coles(1956), após a análise de mais de seiscentos diferentes experimentos, obteve  $A = 5,0$ .

Neste mesmo ano, e com base em um extensivo programa experimental, Hama(1954) mostrou que

$$\frac{\Delta u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{Ku_\tau}{\nu} + C, \quad (2.3)$$

o que imediatamente vem confirmar que as expressões (2.1) e (2.2) são equivalentes, porém escritas de modo alternativo.

Os escoamentos que obedecem equações com a forma das equações (2.1) a (2.3) são típicos de superfícies do tipo  $K$ . Escoamentos, por outro lado, que são aparentemente insensíveis à escala característica  $K$ , mas dependem de alguma outra escala global do escoamento são ditos do tipo  $D$ , em uma especial deferência aos

escoamentos realizados no interior de tubulações conforme apresenta Nikuradse; o  $D$  neste caso fica associado ao diâmetro interno de uma tubulação. No caso de rugosidades do tipo  $D$ , a superfície é geometricamente caracterizada por uma série de ranhuras muito próximas, que permitem o estabelecimento de um padrão de escoamento onde estruturas vorticiais estáveis se formam no interior das rugosidades. Para descrever a porção do perfil de velocidade que se desvia da lei logarítmica podemos considerar que imediatamente acima da cabeça dos elementos rugosos, o escoamento médio é independente das escalas características associadas ao escoamento próximo à parede. Deste modo, a equação (2.2) pode ser reescrita como

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + A - \frac{\Delta u}{u_\tau} \left[ \frac{Du_\tau}{\nu} \right]. \quad (2.4)$$

A princípio, não existe qualquer razão para que as funções que aparecem nas equações (2.2) e (2.4) tenham a mesma forma. De fato, as duas escalas distintas utilizadas para a representação das rugosidades dos tipos  $K$  e  $D$  sugerem que não pode ser construído um único arcabouço teórico para a descrição de ambos os tipos de rugosidade.

Moore(1951), entretanto, mostrou que é possível escrever uma lei de similaridade em uma forma universal, se a origem das medições dos perfis de velocidade for deslocada para abaixo do topo dos elementos rugosos. A esta prática denominou-se “deslocamento da origem”. Sucessivos métodos detalhados para se determinar o deslocamento da origem são descritos em vários trabalhos, por exemplo, em Perry e Joubert(1963), Perry e Abel(1977) e em Perry et al.(1986). O deslocamento da origem é normalmente representado por,  $\varepsilon$ .

Deste modo, uma expressão válida para qualquer tipo de rugosidade pode ser escrita fazendo

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{(y_T + \varepsilon)u_\tau}{\nu} + A - \frac{\Delta u}{u_\tau}, \quad (2.5)$$

onde,

$$\frac{\Delta u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\varepsilon u_\tau}{\nu} + C_i, \quad (2.6)$$

e  $C_i, i = K, D$ ; são constantes características do tipo de rugosidade.

A dificuldade encontrada com a formulação acima descrita é que, a princípio, não se conhece o valor de  $\varepsilon$  para uma dada geometria de superfície. O entendimento do fenômeno, com uma posterior formulação definitiva a respeito do comportamento de  $\varepsilon$ , tem deste modo, motivado a realização de vários trabalhos experimentais e teóricos. O trabalho que ora se desenvolve, se insere neste contexto. Ao longo de toda a exposição futura trataremos não apenas dos aspectos elucidados acima, mas também de sua extensão ao campo de temperaturas. De fato, é comum a presença de variações de outras propriedades concomitantemente com a rugosidade. Em alguns casos, a mudança de rugosidade vem acompanhada de variações de alguma grandeza escalar, como a temperatura ou o fluxo escalar na superfície, Avelino et al.(1997, 1999b), Avelino e Silva Freire(1998). Dentre os vários interesses despertados pelo assunto, o desenvolvimento de expressões universais para a descrição do escoamento de um fluido junto à região completamente turbulenta adjacente a uma parede tem sido tema de grande interesse na modelagem da turbulência por modelos diferenciais de duas equações, Launder e Spalding(1974), e outros problemas. Para uma revisão geral do assunto, veja, por exemplo, Bonnet et al.(1998) e Silva Freire et al.(1998). Como aplicações específicas deste enfoque, podemos citar alguns trabalhos relacionados a problemas que envolvem injeção normal de fluido na parede. O artifício da sucção na parede foi adotado no estudo de Coleman et al.(1977) para produzir um gradiente de pressão favorável acelerando o escoamento e levando a camada limite completamente rugosa ao estado de equilíbrio. Em Floryan(1997) a sucção na parede foi utilizada para simular a rugosidade superficial, induzindo um novo tipo de instabilidade caracterizada pelo surgimento de vórtices. Extensões da

lei da parede para escoamentos sujeitos à transpiração de fluido na superfície também foram propostas em Avelino(1996, 2000) e Avelino et al.(1995, 1996, 1998b, 1999a). O propósito deste trabalho é obter soluções analíticas locais, válidas em regiões próximas aos elementos rugosos, seguindo a metodologia adotada em pesquisas anteriores.

Uma séria dificuldade que repousa sobre a maioria dos estudos que lidam com variações de temperatura superficial é a ausência de medições dos escalares ativos, temperatura e umidade. Isto é particularmente verdade em micrometeorologia, onde os perfis de vento e temperatura da camada limite são necessários para classificar a estabilidade atmosférica e estimar os fluxos de calor sensível, vapor d'água e quantidade de movimento. Exemplos de trabalhos que abordam este tema são Krader(1981), Panofsky(1972), Businger et al.(1971), Dyer(1974), Wyngaard(1990) e Garrat(1980). Businger et al.(1971) realizou observações na camada limite atmosférica através de uma torre meteorológica, onde foi possível medir os perfis de velocidade e temperatura. Seus resultados foram utilizados para calcular constantes experimentais como o número de Richardson, a constante de von Kármán e o comprimento de Obukhov, e estes valores foram comparados com os seus valores universais, encontrando grande coerência entre eles para diferentes estados de estabilidade atmosférica. Businger et al.(1971) também estimou através de perfis experimentais os fluxos de calor e momento próximos à superfície. Garrat(1980) utilizou duas torres meteorológicas sobre superfícies com diferentes rugosidades ( $z_0$  variando de 0,4 a 0,9 m e  $z/z_0$  variando de 5 até 85. Nestes experimentos foram estudadas as implicações da variação da rugosidade nos fluxos de calor e de quantidade de movimento próximo à parede. Foi proposto também um novo comprimento característico para a região de transição entre a subcamada turbulenta e a região externa da camada limite, sendo este também função da rugosidade do terreno. Em Dyer(1974), foram encontradas, por argumentos dimensionais e empíricos, expressões para o fluxo de calor na parede para diferentes graus de estabilidade atmosférica. Wyngaard(1990) modelou o fluxos de escalares na camada limite atmosférica utilizando simulação de grandes escalas e simulação numérica

direta, para camadas limite atmosféricas estáveis e instáveis e com diferentes tipos de rugosidade na superfície, com o objetivo de melhorar a parametrização do transporte de gases traço na atmosfera. Em Mulhearn(1977) atenção especial é dada à região de transição que se estabelece imediatamente após a variação da condição superficial, através da proposição de relações analíticas entre fluxos superficiais e variações de perfis de quantidades médias. O trabalho de Smits e Wood(1985) apresenta uma revisão bibliográfica de trabalhos que abordam o comportamento de camadas limite turbulentas sujeitas à perturbações súbitas.

Em túneis de vento, algumas investigações para avaliar os efeitos que uma variação brusca na rugosidade e na temperatura superficial exercem sobre o escoamento foram realizadas. Alguns destes estudos, entretanto, sofrem da impossibilidade de se reproduzir corretamente o acoplamento entre fluxos superficiais de energia sob a forma de radiação de calor latente, tão importantes em escoamentos atmosféricos reais. Os trabalhos de Gowen e Smith(1968), Healzer et al.(1974), Ligrani et al.(1979) e Taylor et al.(1989) tratam de escoamentos sobre superfícies rugosas uniformemente aquecidas e serão usados aqui para estender a formulação anteriormente estabelecida para a velocidade para o campo de temperatura. A pesquisa de Ligrani e Moffat(1985) apresenta, de forma inovadora, resultados para uma variação brusca tanto na rugosidade quanto na temperatura na parede. Estes dados experimentais são os mais importantes para aplicações meteorológicas, fornecendo resultados para o fluxo de calor superficial; eles serão utilizados extensivamente na presente análise.

Passemos agora a uma descrição mais detalhada dos importantes trabalhos de Nikuradse(1933) e de Clauser(1954).

Como vimos no início deste capítulo, um dos experimentos mais importantes sobre camadas limite que se desenvolvem sobre superfícies rugosas foi realizado por Nikuradse em 1933. O autor estudou o comportamento de escoamentos em tubulações que possuíam rugosidade superficial do tipo de grão de areia. Nikuradse observou a existência de uma lei logarítmica que poderia ser aplicada para prever o comportamento do perfil de velocidades dependendo das características

da rugosidade. Ele observou que o efeito da rugosidade na forma do perfil de velocidades é, analogamente à viscosidade, restrito a uma região fina, adjacente à superfície. Desta forma, um coeficiente de viscosidade modificado,  $\nu_e$ , poderia ser adotado para levar em conta os efeitos da rugosidade. Pensou-se que este conceito seria universalmente válido para descrever o comportamento tanto de escoamentos externos quanto em escoamentos internos, desde que fossem respeitados os parâmetros característicos da geometria da rugosidade. Nessa linha, são exemplos trabalhos para placas rugosas sem gradiente externo de pressão, ou a análise de Prandtl e Schlichting(1934). Anteriormente a 1951 pouco trabalho experimental tinha sido realizado neste campo. Neste sentido, a análise de Nikuradse era, sem dúvida, a mais importante sobre o assunto.

Moore, em 1951, obteve um avanço significativo para o problema de escoamentos sobre superfícies rugosas através da análise de um conjunto de resultados experimentais obtidos para camadas limite sem gradiente externo de pressão. A rugosidade utilizada consistia de paralelepípedos colocados lado a lado e transversalmente ao escoamento. A relação entre a distância estabelecida entre os elementos rugosos e a altura utilizados foi determinada ser igual a 4. Foram utilizados três dimensões diferentes de paralelepípedos com alturas de 0,31 cm, 1,2 cm e 3,8 cm. Moore(1951) dedicou-se a validar as equações obtidas por Prandtl e Schlichting para as propriedades globais do escoamento, que se baseavam na distância do bordo de ataque da placa. A posição do bordo de ataque é sempre mal definida, não deixando claro sobre o que ocorre quando a espessura da camada limite é muito menor do que a altura dos elementos rugosos. Um vez que a Lei Logarítmica só é válida para distâncias da placa da ordem de  $0,15\delta$ , é possível que os elementos rugosos tenham penetrado na camada limite a uma distância muito inferior a esta, próxima do início da placa.

Investigações experimentais de camadas limite turbulentas sobre rugosidades construídas a partir de telas de fios foram realizados por Krogstad et al.(1992) e por Krogstad e Antonia(1994, 1999) e Shafi e Antonia(1997). Estes autores mostraram que a estrutura da turbulência é sensivelmente diferente, em vários aspectos, da

turbulência existente sobre camadas limite sobre superfície lisa.

Uma questão sempre presente diz respeito ao cálculo do coeficiente local de atrito na parede. É um procedimento que conduz a resultados imprecisos utilizar expressões para o cálculo do coeficiente de atrito com base em um comprimento característico variável, como a espessura da camada limite  $\delta$ , a menos que seja adotada uma teoria integral, como em Coles(1956), assim, da lei da esteira e da definição de espessura de deslocamento,  $\delta^*$ , pode-se obter um comprimento característico  $\Delta$  onde

$$\Delta^+ = \frac{U\delta^*}{u_\tau} = c^{te} \delta, \quad (2.7)$$

$U$  é a velocidade característica do escoamento de camada limite. Como  $\Delta^+$  é proporcional a  $\delta$ , e pode ser obtido da teoria integral, seria aceitável substituir o parâmetro  $\Delta^+$  na equação do atrito.

Da análise do perfil de uma camada limite, Moore(1951) observou que a Lei da Esteira para um escoamento sobre uma superfície rugosa é idêntica à Lei da Esteira para uma parede lisa, desde que a origem virtual, ou seja, o deslocamento da origem, e a espessura da camada limite  $\delta$  se localizassem à mesma distância abaixo do topo dos elementos rugosos. Com uma definição mais precisa da variável  $\Delta^+$ , Clauser(1954) obteve a seguinte lei para o atrito, incluindo os efeitos da rugosidade

$$\sqrt{\frac{2}{C_f}} = \frac{1}{\kappa} \ln(Re_{\delta^*}) - \frac{\Delta U}{u_\tau} + D, \quad (2.8)$$

onde  $Re_{\delta^*} = U\delta^*/\nu$ . A variável  $D$  depende do atrito e da distribuição de pressão e é aproximadamente constante quando não há gradiente de pressão. Assume-se que a função  $\Delta U/u_\tau$  não é afetada por gradientes externos de pressão.

Clauser, analisando os dados obtidos por Moore(1951) com base na equação (2.8), determinou  $\Delta U/u_\tau$ , encontrando uma função exclusiva de número de Reynolds local



da rugosidade,  $Ku_\tau/\nu$ . Este resultado foi comparado com os resultados de Ramd (ablud Perry e Joubert, 1963), que já havia em seus experimentos utilizado um padrão de rugosidade idêntico e aplicado a seus dados à mesma equação. Em 1954, Hama confirmou as idéias de Clauser executando experimentos em camadas limite obtidas sem gradientes externos de pressão e com rugosidade superficial construída a partir de telas de fios. A existência de uma lei logarítmica e de uma lei da esteira foi fortemente confirmada e as variações resultantes de  $\Delta U/u_\tau$  foram comparadas com os dados de Sarpkaya (Hama 1954). Novamente obteve-se uma função exclusiva de  $Ku_\tau/\nu$ .

Estudos para a camada limite com gradiente de pressão adverso foram realizados por Perry e Joubert(1963) e por Schofield(1975). O trabalho de Perry e Joubert(1963) propõe uma extensão do método gráfico de Clauser(1954) para o cálculo do deslocamento da origem e do coeficiente de atrito. Embora um pouco difícil de ser utilizado, pois este método permite a obtenção de diversas combinações de deslocamento da origem e de coeficiente de atrito que fornecem uma boa interpolação dos dados experimentais, este método se tornou o mais popular para o cálculo do coeficiente de atrito em escoamentos sobre superfícies rugosas. De fato, este método pode não fornecer valores precisos de  $\varepsilon$  e de  $C_f$ , mas ele certamente localiza uma faixa estreita de ocorrência desses valores.

No trabalho realizado por Antonia e Luxton(1971), a estrutura e o crescimento da camada limite interna que se forma após uma variação brusca da rugosidade superficial em escoamento sem gradiente externo de pressão são analisados experimentalmente. Observa-se que na região próxima à variação da rugosidade, a estrutura da camada limite interna é muito diferente da estrutura da camada externa, que permanece inafetada. A taxa de crescimento da camada interna é aproximadamente a mesma da camada limite sem gradiente de pressão, enquanto o nível de turbulência dentro da camada interna é alto, pois há alta taxa de produção de energia cinética turbulenta próximo à parede rugosa. Nas vizinhanças do degrau de rugosidade, Antonia e Luxton(1971, 1972) deduziram, com base nos resultados para o comprimento de mistura e na análise da equação da energia turbulenta,

que o escoamento na camada interna não está em equilíbrio; assim, o conceito de similaridade da camada interna não continua mais válido nesta região. A camada limite turbulenta passa de um estado inicial de auto preservação, referente à superfície lisa, para um segundo estágio de auto-preservação, na superfície rugosa, após a variação nas vizinhanças do degrau.

As variações que ocorrem numa camada limite turbulenta sujeita a perturbações súbitas no estado de auto-preservação foram objeto de estudo de inúmeros trabalhos teóricos e experimentais. A maior parte destes estudos foi revista por Tani(1968).

Nesses trabalhos foram investigadas perturbações aplicadas na parede, como descontinuidade nas condições superficiais, e perturbações aplicadas no escoamento de corrente livre, como variações bruscas no gradiente externo de pressão. Nas investigações referentes ao primeiro tipo de perturbação, grande parte dizia respeito à resposta da camada limite turbulenta a uma variação no tipo da rugosidade superficial. Este fato certamente se dá por força da relevância deste tema em estudos associados à micrometeorologia.

As teorias existentes e os métodos de cálculo para escoamentos sujeitos a variações na rugosidade superficial requerem que a espessura da rugosidade, ou a espessura da camada interna, sejam pequenas em comparação com o comprimento de escala total da camada limite, Bradshaw, Ferris e Atwell(1967) e Taylor(1969a, 1969b). Elliot(1958) estudou o aumento da espessura da camada interna quando o escoamento passa para um terreno com maior rugosidade, propondo que este aumento não depende da velocidade do escoamento e é fracamente influenciado pelas condições de estabilidade atmosférica. O aumento da espessura da camada interna obedece a uma lei de potência, sendo proporcional a potência de  $4/5$  na direção do escoamento. Em Townsend(1965, 1966) foi realizado um estudo sobre variações abruptas na rugosidade da superfície, e seus efeitos nos perfis de velocidade e temperatura em camadas limite que satisfazem a condição dinâmica de auto-preservação. As variações nos perfis de temperatura foram encontrados pela combinação da variação da rugosidade na parede e da variação dos fluxos de calor na superfície. Os resultados foram obtidos em laboratório e comparados com dados

atmosféricos reais apresentando boa coerência. Taylor(1969a, 1969b) utilizando um modelo baseado no comprimento de mistura, relacionou o cisalhamento das tensões turbulentas com a variação da rugosidade na parede na camada limite interna, e comparou seus resultados com valores experimentais. Panofsky e Townsend(1963,1984) descreveram o comportamento dos perfis de vento com a variação da rugosidade na superfície em uma atmosfera neutra, considerando que apenas o escoamento da camada interna é afetado por estas variações e que no escoamento acima da camada limite, nem os perfis de velocidade e nem as tensões de Reynolds sentem tais variações. Os resultados obtidos foram comparados com dados de camadas limite experimentais obtidas em túnel de vento, apresentando grande coerência. Também foram propostos perfis de velocidade potencial e dos parâmetros de tensão para estas situações. Essas teorias podem ser razoavelmente aplicadas na camada limite atmosférica se apenas uma extensão limitada do escoamento após a variação na rugosidade for considerada. Para caracterizar bem o fenômeno, Bradley(1968), Rider et al.(1963) e Garratt(1978) realizaram medições em situações de escoamento real.

Escoamentos sobre superfícies que apresentam uma variação abrupta de rugosidade ocorrem com frequência na natureza. Chamberlain(1983) estudou velocidade do vento sobre superfícies cobertas por mar, areia e neve e mostrou que o aumento do deslocamento da origem, implica numa diminuição progressiva da velocidade de atrito.

A estrutura da camada limite atmosférica é similar à camada limite gerada em um túnel de vento de alta intensidade turbulenta, com regiões interna e externa distintas, Wright et al.(1998). A região interna do escoamento é influenciada principalmente pelas características físicas do terreno enquanto na região externa, diferentemente de qualquer camada limite gerada em laboratório, a rotação da Terra é de fundamental importância. Este fato deve ser ressaltado, uma vez que a força de coriolis provoca variação da direção do vento com a altura. A topografia afeta diretamente a estrutura da camada limite atmosférica, mas também a rugosidade superficial influencia a variação da velocidade média e a direção do vento com a

altura.

A modelagem do escoamento sobre terrenos onde há uma variação brusca na rugosidade, também foi estudada por Elliott(1958), Taylor(1969c), Panofsky e Dutton(1984) e Degrazia e Moraes(1992) que consideraram perfis de velocidade e coeficientes de atrito dentro da região interna da camada limite. Panofsky e Dutton(1984) mostraram uma maneira direta de se estimar os fluxos de calor e de momento na parede, através dos perfis de velocidade e temperatura, dependendo do nível de estabilidade atmosférica e do tipo de rugosidade na superfície. Degrazia e Moraes(1992) propuseram a criação de um modelo baseado na teoria espectral da densidade de energia para flutuações de velocidade, visando simular os coeficientes de difusão turbulentos lateral e vertical sobre superfícies com variação na rugosidade. Os resultados do modelo foram comparados com dados experimentais e concluíram que, para uma atmosfera idealizadamente estável, a turbulência é igualmente eficiente para o transporte de quantidade de movimento, calor e gases contaminantes. As pesquisas realizadas por Claussen(1987), Maryon(1989) e Russell e Takle(1989) investigaram numericamente os efeitos de variação da rugosidade na superfície sobre toda a camada limite, e não somente na camada interna, apesar do trabalho de Claussen (1987) não ter levado em conta a rotação da Terra. Trabalhos numéricos posteriores abordando o problema da variação brusca da rugosidade superficial também foram realizados por Rao et al.(1974a, 1974b) e Jensen(1978), sendo que este último incluiu efeitos de coriolis e da camada limite planetária.

A turbulência está fortemente relacionada ao espectro de flutuação de velocidade. Em Panofsky et al.(1982) foram analisados escoamentos sobre colinas, escarpas e diferentes terrenos complexos e observou-se que os componentes da flutuação da velocidade vertical tendem a atingir o equilíbrio com o terreno local medidos sobre diversos tipos de terrenos complexos. No trabalho de Kaimal et al.(1972), espectros de velocidade e temperatura apresentam resultados consistentes com a lei do espectro de Komogorov. Uma representação espectral da estrutura vortical da turbulência na camada limite convectiva modelada por funções trigonométricas ortogonais nos estudos de Berkowicz e Prahm(1984), apresentam boa concordância do modelo com

medições ao longo de toda a camada limite.

Trabalhos experimentais simulando o escoamento sobre superfícies com variação brusca de rugosidade em túneis de vento, foram realizados por Compton e Eaton(1977). Importantes trabalhos de revisão da adaptação da camada limite atmosférica à variação da rugosidade superficial podem ser encontrados em Garratt(1990) e Kaimal e Finnigan(1994).

Os estudos de convecção local em um túnel de vento oferecem condições favoráveis à experimentação. Trabalhos com variação de rugosidade são apresentados em Antonia e Luxton(1971) e em Wood e Antonia(1975). Eles descrevem uma variação de liso para rugoso. Medições mais recentes de camada limite turbulenta são realizados em Debora e Eaton(1997), os autores examinam o comportamento da turbulência em camadas limite tridimensionais com gradiente de pressão. Estes dados, juntamente com os de Gartshore e Croos(1977), Mulhearn (1978) e Jackson(1978) oferecem aplicação direta na atmosfera.

Existem duas razões principais para simulação da camada limite atmosférica em um túnel de vento. A primeira razão refere-se ao auxílio no entendimento de escoamentos na atmosfera, o que requer colaboração entre engenheiros e meteorologistas. A segunda razão encontrada possibilita a solução de problemas de engenharia como: a previsão de carregamento do vento em estruturas, a previsão da maneira como as estruturas afetam o vento e o estudo da dispersão de particulados e outras fontes de poluição do ar (Plate 1982). Critérios para simulação da camada limite atmosférica são discutidos em Cermak(1971, 1975) e em Hunt e Fernholtz(1975). Devemos nos dedicar a medições em túnel de vento para compreender a resposta da turbulência à convecção local quando sujeitas a variações na superfície.

A turbulência se faz presente nos fluxos atmosféricos de uma maneira geral, atuando como grande variação de escala, podendo ser observada desde os fluxos dentro da camada limite atmosférica até as variações climáticas globais, Wyngaard(1992).

Os principais estudos relativos à turbulências atmosféricas estão associados às

pequenas escalas, existindo diversos voltados à modelagem do fluxo atmosférico no interior de plantações e florestas, Flesh e Wilson(1992), Raupach et al.(1996) e Bottema et al.(1998). O trabalho de Flesh e Wilson(1992) propõe um modelo bidimensional de simulação-trajetória para descrever as concentrações médias e os fluxos resultantes de uma superfície vegetada. O modelo proposto foi baseado no critério que considera a turbulência como sendo não-gaussiana, o que é uma situação típica de superfícies com vegetação. Em Raupach et al.(1996) é realizado um levantamento dos diversos tipos de modelagem dos termos turbulentos logo acima de uma superfície vegetada, e alguns resultados são comparados com experimentos realizados em túneis de vento, encontrando boa coerência. Já em Bottema et al.(1998) o valor da rugosidade efetiva de uma superfície ( $z_0$ ) de paisagens florestais é estimado experimentalmente com o intuito de fornecer esta informação como condição de contorno para modelos numéricos de turbulência. Experimentos de brisa no rio Amazonas foram realizados em Oliveira e Fitzjarrald(1994) para prever a intensidade e a estrutura espacial da brisa induzida pelo rio, em contraste com aquela observada na Amazônia Central.

No que se refere à modelagem atmosférica de maneira geral os fenômenos ocorridos dentro da camada limite atmosférica são geralmente parametrizados e fornecem ao modelo apenas informações em forma de fluxo, comprometendo muitas vezes a qualidade da previsão do tempo, por exemplo, para uma região de terreno irregular. A base teórica assim apresentada por inúmeras publicações tenta simular o escoamento de camada limite atmosférica sobre superfícies irregulares de diferentes rugosidades, devemos alertar que os efeitos da topografia e da rugosidade nos balanços de quantidade de movimento e de massa, onde detectamos Dawkins e Davies(1981), e de energia, os estudos de Jianmin e Daggupaty(1998).

A teoria da similaridade e argumentos adimensionais aplicados à camada limite atmosférica permitem a obtenção de formas funcionais de funções de similaridade universais para a camada limite atmosférica Zilitinkevich(1989). Em Sorbjan(1986) é proposta a utilização da teoria da similaridade, como extensão da teoria de Monin-Obukhov, em camadas limite atmosférica em conjunto com

dados experimentais, visando a obtenção de funções universais para diferentes condições de estabilidade atmosférica e o trabalho de Byun (1991) determina funções de similaridade da camada superficial para a camada limite planetária. A abordagem assintótica é uma ferramenta muito utilizada para descrever a turbulência também na camada limite atmosférica, Holtslag e Nieuwstadt(1986). Uma revisão bibliográfica sobre este assunto pode ser encontrada nos trabalhos de Wyngaard(1973).

Várias medições também foram realizadas em túneis de vento. Para escoamentos turbulentos com variação das propriedades da superfície de lisa para rugosa e de rugosa para lisa, podemos citar os trabalhos de Clauser(1956), Plate e Hidy(1967), Makita(1968), Antonia e Luxton(1971) e Taylor(1969a). Tendo em vista a exposto no início deste parágrafo, podemos dizer que é improvável que os métodos de previsão mencionados acima possam ser aplicados a estes últimos experimentos, uma vez que, em todos os casos, a camada interna representa uma porção significativa da espessura total da camada limite.

Tani(1968),após grande consideração sobre as informações fornecidas pelos experimentos acima, concluiu que o escoamento se reajusta rapidamente à nova condição superficial, mas que a tensão na parede, após a variação, cresce muito antes de retornar lentamente para seu valor de equilíbrio. Apesar desta conclusão ser sustentada qualitativamente numa primeira aproximação pelas medidas disponíveis, Tani concluiu que ainda existe a necessidade de medições adicionais quantitativas de tensão viscosa na parede, na região imediatamente após a variação. Nas medições referidas, a tensão na parede foi obtida tanto por extrapolação da medições da tensão de Reynolds quanto da inclinação do perfil mono-logarítmico da distribuição de velocidades. A precisão das medições das correlações de flutuação de velocidades,  $\overline{-v'w'}$  perto da parede normalmente não é boa, e como extrapolação envolve uma derivação de dados, não pode-se esperar que o cálculo do coeficiente de atrito seja preciso quando esta técnica for adotada.

Mesmo para camadas limite com auto-preservação, Perry, Schofield e Joubert(1969), torna-se necessário conhecer a posição efetiva da parede e o valor

da função rugosidade, ou da velocidade de atrito,  $\Delta u/u_\tau$ , antes que o coeficiente de atrito possa ser determinado.

Em casos de escoamentos onde há equilíbrio, próximo à variação da rugosidade, os fundamentos desta técnica são suspeitos, e, de qualquer forma, tanto a origem efetiva quanto a função rugosidade devem ser funções da posição do escoamento. Muitos trabalhos assumem a existência de uma distribuição logarítmica de velocidade média na região próxima à parede como evidência de que a camada imediatamente após a variação da superfície seja uma camada em equilíbrio (na forma descrita por Townsend(1965)). Todas as teorias mencionadas acima fazem esta hipótese, mas não existe evidência experimental de equilíbrio disponível até o momento.

Dos resultados experimentais relacionados acima, somente os de Logan e Jones (1963) em uma tubulação e Makita(1968) em um canal, contém medições de intensidades turbulentas e da tensão turbulenta. Estes experimentos deveriam fornecer uma descrição razoável do comportamento do escoamento, seguindo a variação de superfície, mas este quadro é apresentado inconveniente da variação de pressão brusca que acompanha a variação de rugosidade em escoamentos completamente desenvolvido em tubulações, Su et al.(1999).

Com relação ao trabalho, já abordado, de Antonia e Luxton(1971) foi investigado o campo de escoamento após uma variação de rugosidade superficial. De um número limitado de medições turbulentas, induziu-se que a estrutura da camada interna, na região próxima à parede, não depende da camada externa, enquanto o comprimento de escala integral na camada interna era significativamente reduzido, se comparados ao comprimento na superfície lisa. A conclusão obtida por Tani (1968), que a tensão na parede sobe e depois decai gradualmente até atingir seu valor final, com o reajuste às novas condições superficiais sendo rápido, é sustentado pelas medições de Antonia e Luxton(1971, 1972) de tensão na parede.



# Capítulo 3

## Caracterização experimental

Este estudo é dedicado ao comportamento de escoamentos de camadas limite turbulentas de velocidade e de temperatura que se desenvolvem sobre superfícies que apresentam variação súbita de rugosidade e de temperatura. Com base em argumentos assintóticos e heurísticos será desenvolvida no Capítulo 4 uma teoria para a descrição destes tipos de escoamentos. Utilizando o conceito de deslocamento da origem, a teoria propõe uma nova expressão para o perfil de temperatura na região completamente turbulenta da camada limite que será, no Capítulo 5, utilizado como condição de contorno para o modelo  $\kappa - \epsilon$ .

Este Capítulo trata da simulação experimental em túnel de vento de escoamentos de camada limite turbulenta que se desenvolvem sobre três tipos de rugosidade superficial distintas acompanhadas de variação brusca de temperatura simultânea. Dos três padrões de rugosidade estudados, dois podem ser classificados como rugosidades do tipo  $K$ , enquanto o terceiro tipo de rugosidade apresenta um comportamento distinto dos outros dois. Acredita-se que a geometria do terceiro padrão de rugosidade possa ser classificado como rugosidade do tipo  $D$ , entretanto estudos comparativos dos perfis obtidos sobre esta superfície com perfis de camada limite do tipo  $D$  são necessários para fazer esta classificação com precisão.

Um interesse particular deste estudo consiste na caracterização experimental dos perfis de velocidade e de temperatura para geometria proposta e na determinação experimental do deslocamento da origem para os casos onde há variação brusca das propriedades na superfície. De fato, a determinação experimental do deslocamento

na origem tanto para os perfis de camada limite para velocidade quanto para os perfis de camada limite para temperatura constituem uma etapa fundamental no desenvolvimento deste trabalho. Os perfis obtidos nesta seção, na simulação em túnel de vento serão utilizados no Capítulo 4 na validação das novas leis de parede propostas.

A estrutura deste capítulo é apresentada em duas seções: Na primeira, é apresentada uma descrição do procedimento experimental adotado para a caracterização da camada limite turbulenta sobre uma superfície rugosa com variação de temperatura. Na segunda seção, é realizada a análise do estado de equilíbrio do escoamento. Também são estimados valores de espessura de quantidade de movimento, espessura de deslocamento da origem, espessura de entalpia, fator de forma de von Kármán e fator de Clauser para velocidade e para temperatura.

Na próxima seção faremos uma breve descrição das instalações experimentais utilizadas. Esta descrição incluirá tanto os equipamentos utilizados para a medição dos perfis de velocidade quanto de temperatura.

Antes de passar a um estudo mais aprofundado das questões relativas ao cálculo do deslocamento da origem e do coeficiente de atrito, é preciso fazer a qualificação dos escoamentos gerados artificialmente no túnel de vento. Esta qualificação se dará por parâmetros globais da camada limite como será visto na seção 3.2.

Cuidado especial foi dedicado à qualidade dos resultados encontrados. Uma descrição detalhada da análise de incerteza dos resultados é apresentada no Apêndice A. O texto do apêndice foi elaborado com base em textos clássicos sobre a análise de incerteza, Kline(1985a, 1985b), e na norma americana ANSI/ASME(1985) PTC 19.1. O texto apresentado no Apêndice A enfatiza a importância da análise da incerteza de medição no planejamento e na realização de experimentos e pretende servir de guia para futuros experimentos realizados em túnel de vento, envolvendo a medição de velocidades e de temperatura.

### 3.1 Descrição do aparato experimental

Os experimentos foram realizados em um túnel de vento com alta intensidade turbulenta, instalado no Laboratório de Mecânica da Turbulência do PEM/COPPE/UFRJ. O túnel é de circuito aberto com uma seção de testes de dimensões: 670 mm de largura, 670 mm de altura e 3.000 mm de comprimento.

A velocidade do escoamento principal em que os experimentos são conduzidos pode ser variada em um intervalo contínuo de 0 a 3,0m/s. A parede inferior da seção de testes é constituída por uma superfície de vidro, seguida por duas placas de aço inoxidável que podem ser aquecidas independentemente. O aquecimento das placas é promovido pelo efeito Joule em duas resistências elétricas, permitindo a elevação da temperatura na parede até 110°C para velocidades de escoamento na faixa de 3,0m/s. A parede superior do túnel pode ser ajustada para produzir um gradiente de pressão nulo ao longo da superfície de teste.

As superfícies rugosas são formadas por cavidades transversais ao escoamento, obtidas através de três diferentes configurações construídas a partir de barras retangulares de alumínio. Em todas as disposições adotadas, que envolviam tipos mistos de superfícies, o primeiro elemento rugoso sempre foi caracterizado por uma cavidade abaixo do nível da superfície lisa. Uma descrição detalhada da geometria das superfícies rugosas será apresentada posteriormente nesta seção.

As medições foram realizadas com velocidade de corrente livre na faixa de 3,0m/s. O gradiente de pressão na direção do escoamento foi reduzido a valores próximos de zero através do ajuste da inclinação da parede superior da seção de testes, de acordo com a leitura das oito tomadas de pressão igualmente espaçadas, realizadas em um manômetro multi-tubo Elven com 10° de inclinação e precisão de  $\pm 0,07$  mm de coluna d'água. Um esquema da seção de testes e a configuração do experimento são apresentados na figura (3.1).

Perfis de velocidade média e de intensidade turbulenta foram medidos usando a técnica de anemometria de fio quente, uma das técnicas mais utilizadas no estudo

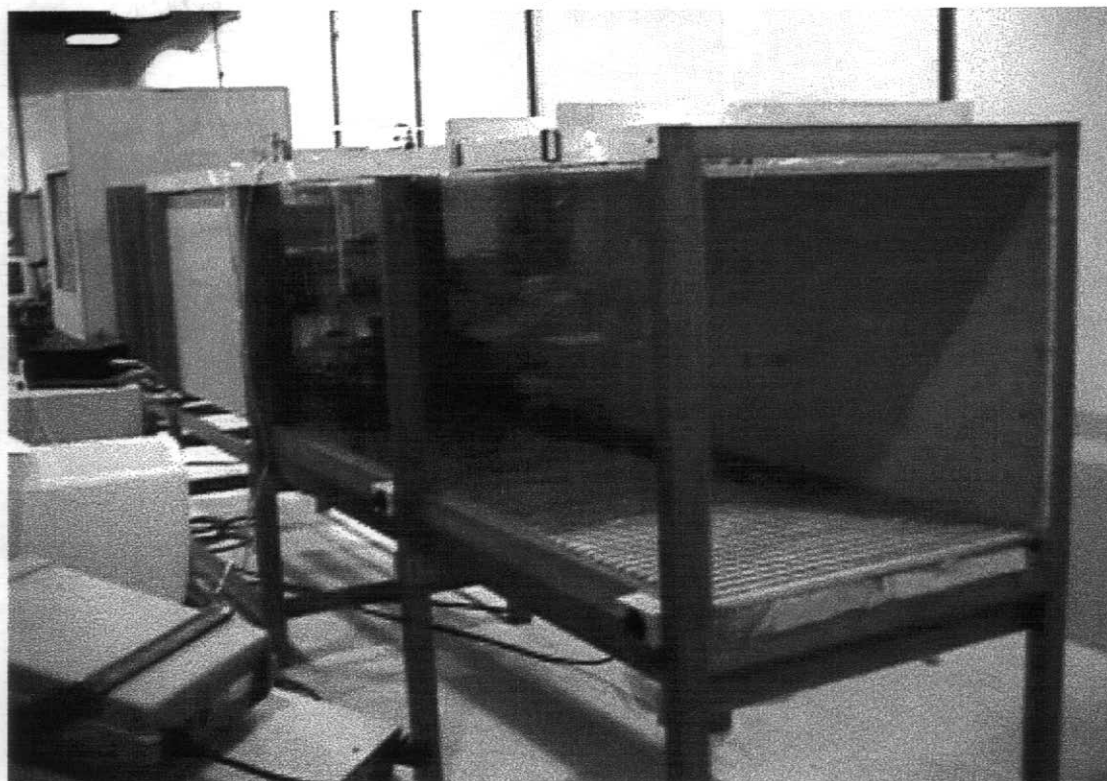


Figura 3.1: Geometria da seção de testes com superfície rugosa e sistema de coordenadas.

de escoamentos turbulentos de gases. As principais vantagens são o custo inferior ao de outros dispositivos que se aplicam ao mesmo fim, como a anemometria a laser-Doppler, e a velocidade de resposta em frequência para escoamentos com altas velocidades. O tamanho reduzido do sensor e a sensibilidade nas medições também representam fatores relevantes para a escolha desta técnica para a medição da velocidade.

O fio quente é um elemento termoresistivo cujo objetivo é a medição da velocidade do escoamento. O fio aquecido troca calor com o escoamento e como as flutuações no campo de velocidades provocará flutuações na resistência elétrica, desta forma pode-se medir o componente longitudinal da velocidade.

A anemometria a fio quente pode ser dividida em duas classes distintas com relação ao seu funcionamento: corrente constante e temperatura constante. O nome sugere o princípio de funcionamento e para ambas as classes de anemometria utiliza-se o mesmo sensor, sendo que o princípio de funcionamento difere pelo circuito

eletrônico a ser utilizado, influenciando, naturalmente no resultado obtido como resposta. Os sistemas que utilizam o circuito com temperatura constante são adotados para medições do campo de velocidades, enquanto os circuitos que mantêm a temperatura do fio constante são indicados para medições do campo de temperatura.

O balanço de energia para o fio termoresistivo pode ser expresso na forma

$$I^2 = A_0 + B_0U^n, \quad (3.1)$$

onde  $I$  representa a intensidade de corrente elétrica,  $A_0$  e  $B_0$  são constantes a serem determinadas pela calibração do sensor,  $U$  é a velocidade e o expoente  $n$  pode ser calculado através do processo de calibração do fio quente.

Pela lei de Ohm,  $E = RI$ , onde:  $E$  é a diferença de potencial,  $R$  é a resistência do fio do sensor e  $I$  é a corrente elétrica. Substituindo-se esta relação na equação (3.1) a voltagem na saída do sistema pode ser diretamente relacionada à velocidade instantânea do escoamento pela lei de King,

$$E^2 = A_0 + B_0U^n. \quad (3.2)$$

Foi utilizado um sensor de camada limite fabricado pela DISA, modelo 55P15 horizontal, com aproximadamente 1,25mm de comprimento e diâmetro 3  $\mu\text{m}$ , de tungstênio. Um desenho do sensor de camada limite está apresentado na figura(3.2) Este sensor é do tipo considerado apropriado para o uso em camadas limite. O sensor foi usado com um anemômetro KAURI, operando a temperatura constante, com taxa de superaquecimento do fio equivalente a 0,7. Foram ainda adotados os seguintes equipamentos de suporte: um tubo de Pitot DWYER No.160-18, com aproximadamente 8,0mm de diâmetro externo e 45,72cm de comprimento, um manômetro eletrônico, um posicionador de sensores com controle automático e sensibilidade de  $\pm 0,02$  mm.

Os fios são normalmente confeccionados de ligas de tungstênio, platina e níquel. É necessário que o fio apresente resistência mecânica mínima para resistir a possíveis

impactos de partículas, impurezas ou poeira que podem ser lançados contra o fio pelo escoamento e ao mesmo tempo seja fino o suficiente apresentando resistência elétrica adequada e capacidade térmica extremamente baixa para fornecer a resposta às flutuações turbulentas de velocidade, sem inércia térmica. Os sensores apresentam fios de comprimento da ordem de 1 a 2 mm e 2 a  $5\mu\text{m}$  de diâmetro.

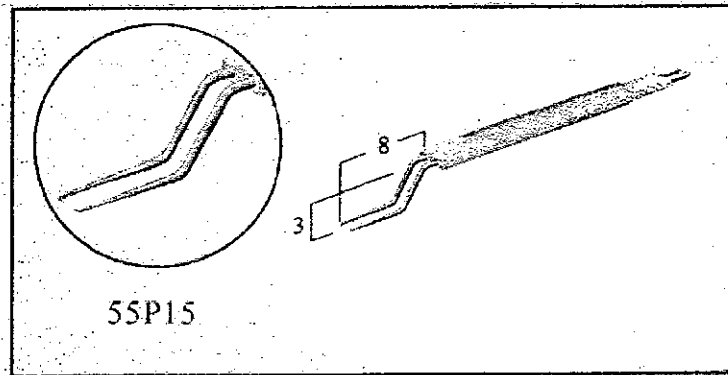


Figura 3.2: Desenho esquemático do fio quente de camada limite tipp 55P15 fabricado pela DISA.

O sinal resultante da medição foi fornecido a uma placa de aquisição de dados fabricada pela Data Translation, modelo DT2812. A placa de aquisição é um conversor analógico/digital AD de 12bits, de média velocidade com 8 canais de entrada.

Por ser um conversor de 12 bits, sua faixa de atuação é de 0 a 4095, fornecendo voltagens de 0 a 10 volts. Para conversão da saída de dados para volts, deve-se usar uma linearização, assim, o valor lido deve ser multiplicado por 10 volts e dividido por 4095 para obter o valor da voltagem.

O código computacional de aquisição e tratamento de dados utilizado neste trabalho foi desenvolvido no Laboratório de Mecânica da Turbulência do PEM/COPPE/UFRJ para medição de velocidades em túnel de vento utilizando técnicas de medição de velocidades baseadas na transferência de calor entre o escoamento e um elemento resistivo, podendo, portanto, ser utilizadas com anemometria de fio ou de filme quente ou termistores.

O anemômetro é calibrado utilizando o tubo de Pitot como instrumento de referência, instalando-se o sensor de fio-quente próximo ao tubo de Pitot dentro do túnel de vento. É obtida uma curva de calibração de  $E^2$  versus  $V^{0,45}$ . Esta curva deve incluir o ponto de  $E_0$  relativo à velocidade nula e a equação da calibração (3.2) passa a ser escrita na forma,

$$E^2 = E_0^2 + B_0 U^n. \quad (3.3)$$

A intensidade turbulenta pode ser obtida derivando a equação (3.3), o que fornece

$$2E dE = nB_0 U^{n-1} dV. \quad (3.4)$$

Substituindo o valor de  $B_0$  da equação (3.3) na equação (3.4),

$$2E dE = n \frac{E^2 - E_0^2}{U^n} U^{n-1} dV. \quad (3.5)$$

ou

$$\frac{dV}{V} = \frac{2E dE}{n(E^2 - E_0^2)} \quad (3.6)$$

Pelo método dos mínimos quadrados, são determinadas as constantes de calibração  $A_0$  e  $B_0$ , da relação funcional do anemômetro, equação (3.2). O expoente da velocidade pode variar dependendo do sensor, entretanto a literatura atesta 0,45 como valor ótimo para  $n$ .

Após a determinação das constantes de calibração, a medição propriamente dita tem início. A velocidade média é obtida pelo tratamento do sinal de aquisição das voltagens fornecidas diretamente após a ponte de Weathestone, sem processamento analógico/digital. A intensidade turbulenta é obtida pela relação

$$IT = \frac{\sqrt{\overline{u'^2}}}{U_\infty}, \quad (3.7)$$

onde  $\overline{u'^2}$  é a média dos quadrados das flutuações de velocidade na direção longitudinal e  $U_\infty$  é a velocidade no escoamento de corrente livre.

Foram examinadas estações a cada 20 cm. A origem do sistema de coordenadas foi situada no início da seção de testes, como pode ser observado na figura (3.1). Ao tomar os dados de velocidades foram consideradas 30000 amostras.

Para reduzir as perturbações provocadas pela variação da pressão com a mudança de rugosidade e minimizar o efeito que o primeiro elemento rugoso introduz no escoamento, o nível da superfície rugosa foi rebaixado de tal forma que o topo dos elementos rugosos ficasse alinhado com o nível da superfície lisa.

Foram estudadas quatro configurações experimentais. A configuração utilizada como referência consistia de uma superfície lisa, composta por duas placas de vidro, sendo seus respectivos comprimentos 1,0 metro e 2,0 metros. A largura das duas placas foi de 0,67 metros, o equivalente à largura da seção de testes, o que minimiza os efeitos de tridimensionalidade.

As configurações com superfícies rugosas foram obtidas através de três combinações diferentes das barras retangulares de alumínio colocadas a jusante do primeiro trecho de 1,0 metro de superfície lisa de vidro. A primeira rugosidade, aqui chamada do tipo I, foi obtida dispondo-se barras retangulares de 4,76mm de altura por 15,88mm de largura intercaladas, uma a uma, com barras de 9,53mm de altura por 15,88mm de largura. A rugosidade do tipo II foi obtida dispondo-se duas barras retangulares de altura 4,76mm e 15,88mm de largura para cada barra de 9,53 mm de altura por 15,88mm de largura. A rugosidade do tipo III foi obtida intercalando-se, uma a uma, barras retangulares de 15,88mm de altura por 4,76mm de largura com barras de 9,53 mm de altura por 15,88mm de largura. Uma fotografia ilustrativa da configuração rugosa do tipo I está apresentada na figura (3.3) As três configurações rugosas são mostradas na figura (3.4), onde  $y_T$  representa a distância medida a partir





Figura 3.3: Foto

Tabela 3.1: Características geométricas da rugosidades.

Tipo	$K$ (mm)	$w$ (mm)	$S$ (mm)	$\lambda$ (mm)	$w/K$
I	4,77	15,88	15,88	31,76	3,33
II	4,77	31,76	15,88	47,64	6,66
III	6,35	15,88	4,76	20,64	2,5

do topo dos elementos rugosos e  $\varepsilon$  é o deslocamento da origem, donde podemos fazer  $y = y_T + \varepsilon$ . Os detalhes da geometria considerada também são mostrados na Tabela (3.1).

Um dos parâmetros utilizados para a classificação de rugosidades em um ou outro tipo é a relação entre a altura da rugosidade e o comprimento da cavidade na direção do escoamento. Portanto, como descrito acima, obteve-se três tipos diferentes de rugosidade a partir de diferentes variações geométricas das barras retangulares: a rugosidade tipo I, com passo  $\lambda = 31,76$  mm, a rugosidade tipo II, com passo  $\lambda = 47,64$  mm e a rugosidade tipo III, com passo  $\lambda = 20,64$  mm. Da literatura, sabemos que normalmente a relação  $w > 3K$  caracteriza uma rugosidade do tipo  $K$ , onde  $K$  representa a altura da cavidade rugosa e  $(w = \lambda - S)$ . Estas geometrias

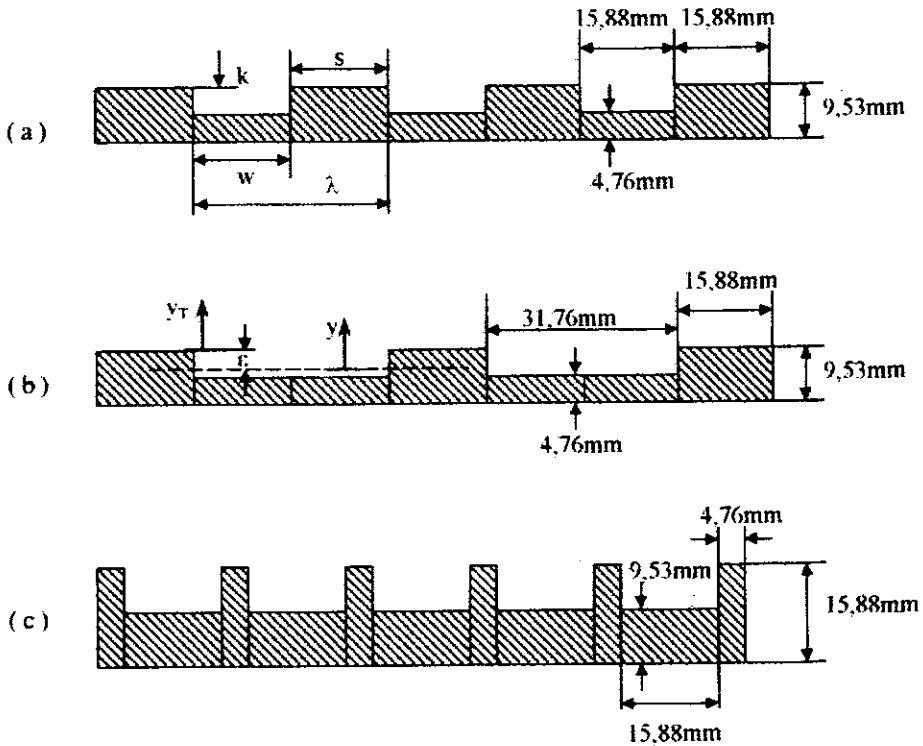


Figura 3.4: Desenho esquemático das configurações rugosas: (a) Rugosidade I, (b) Rugosidade II, (c) Rugosidade III.

são ligeiramente diferentes daquelas usadas por Hama(1954), Moore(1951), Perry e Joubert(1963), Perry et alli(1969) e Bandyopadhyay(1987) onde  $w = 3K$ . Em particular, as superfícies rugosas dos tipos I e II consideradas neste trabalho apresentam a face superior dos elementos rugosos,  $S$ , relativamente extensa. Este fato pode adicionar características ao problema ora em estudo bastante diferentes das características dos problemas estudados pelos autores acima citados, onde os elementos rugosos eram relativamente “curtos”.

De fato, as geometrias definidas pelas rugosidades I e II se aproximam daquelas adotadas por Moore(1951) e por Perry e Joubert(1963), pois a razão  $w/K$  fica respectivamente igual a 3,33 e a 6,66. A rugosidade II apresenta uma relação de  $w/K = 6,66$ , de modo que, a princípio, deveria representar bem uma rugosidade do tipo  $K$ . A rugosidade do tipo III apresenta uma relação de  $w/K = 2,5$ ,deveria representar bem uma rugosidade do tipo  $D$ .

As estações medidas foram executadas perpendicularmente à parede e no plano central do túnel. Os perfis de velocidade média para o escoamento foram obtidos com um único fio quente e um anemômetro de temperatura constante.

Os perfis de temperatura foram tomados utilizando-se micro-termopares do tipo *K* e uma placa de aquisição de dados da PICOLOG, com oito canais. Para a medição da temperatura, o sensor contendo o micro-termopar foi deslocado com o auxílio do mesmo posicionador utilizado nos perfis de velocidade.

As primeiras investigações de transferência de calor e massa entre uma parede rugosa e um escoamento turbulento foram realizadas a mais de setenta anos atrás. Durante todos estes anos, uma quantidade considerável de trabalhos experimentais tem sido dedicada a este tema, mas somente um número reduzido de estudos se dedicou à variação brusca da rugosidade concomitantemente com a variação de temperatura. Entretanto é impossível afirmar que o problema da transferência de calor e massa sobre superfícies rugosas esteja completamente resolvido.

Esta parte do trabalho é dedicada à caracterização da camada limite térmica que se desenvolve sobre superfícies caracterizadas por rugosidades bidimensionais, ou seja, os elementos rugosos tem mesma dimensão da largura da seção de testes do túnel de vento, evitando efeitos de tridimensionalidade. As superfícies rugosas utilizadas para o estudo da camada limite térmica foram as mesmas preparadas para a camada limite de velocidade, alocando-se as barras chatas de alumínio regularmente repetidas para criar os três tipos de rugosidades descritos com detalhes na Seção 3.1.

A figura (3.5) apresenta um diagrama esquemático da configuração adotada nos experimentos com variação da temperatura superficial estudados neste trabalho. A temperatura do parede inferior da seção de testes,  $T_w$ , apresenta elevação brusca 100 cm a jusante de uma superfície lisa, mantida à temperatura ambiente  $T_e$ . Desta forma, a camada limite térmica tem início em  $x = 100$  cm e se desenvolve nos próximos 200 cm da seção de trabalho.

O fornecimento de calor à superfície inferior da seção de trabalho de dá por intermédio de resistências elétricas instaladas embaixo da superfície. O sistema de

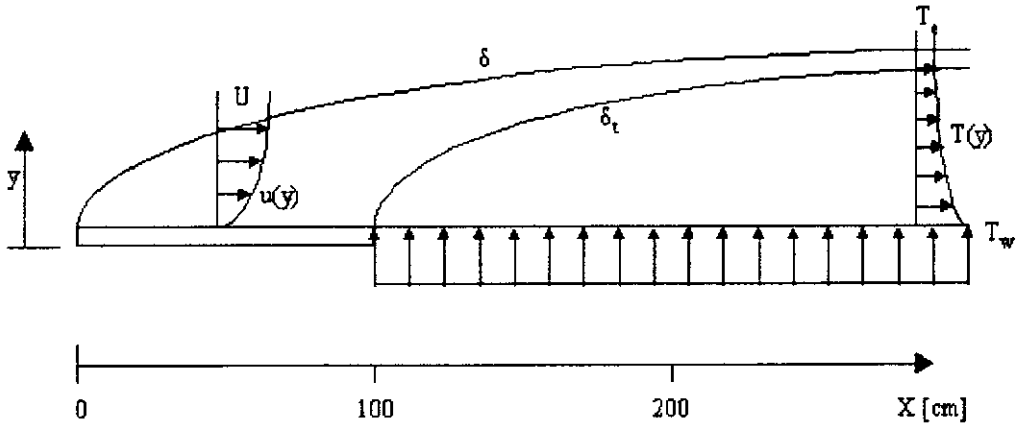


Figura 3.5: Geometria da seção de testes com superfície rugosa e sistema de coordenadas.

aquecimento é constituído de duas seções de mesma largura da seção de trabalho, com 100 cm de comprimento cada uma. O controle da temperatura de cada seção de aquecimento é realizado através de um termostato.

A distribuição de temperaturas na superfície da seção de testes do túnel medidas em diferentes datas, com velocidade do escoamento constante está apresentada na figura (3.6).

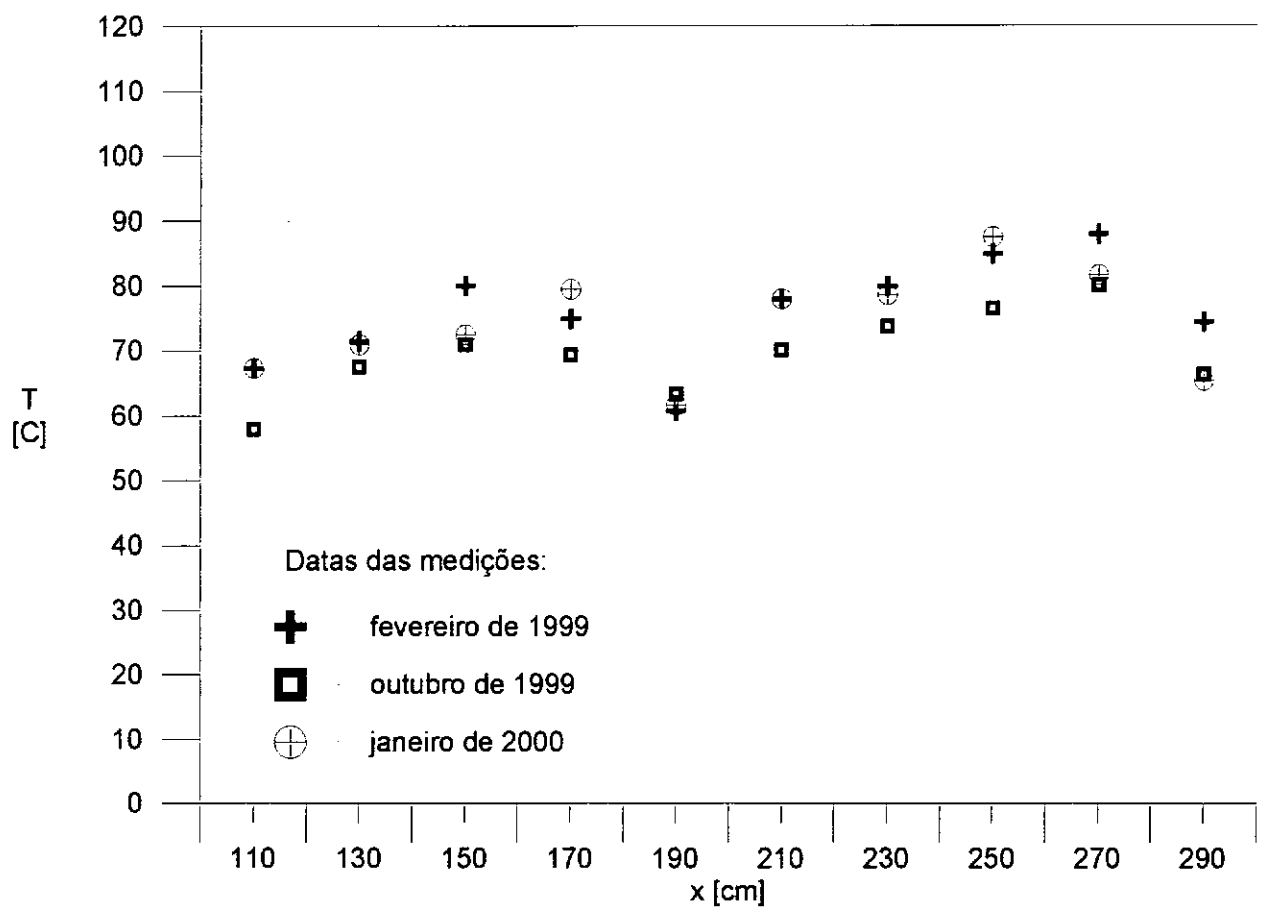


Figura (3.6) - Distribuição de temperaturas na superfície do túnel.

## 3.2 Auto-preservação da camada limite turbulenta

Antes de passar a um estudo mais aprofundado das questões relativas ao cálculo do deslocamento da origem e do coeficiente de atrito, é preciso fazer a qualificação dos escoamentos gerados artificialmente no túnel de vento. Esta qualificação se dará por parâmetros globais da camada limite como será visto a seguir.

Em dois trabalhos clássicos, Clauser(1954, 1956) desenvolveu estudos para casos particulares de escoamentos turbulentos em equilíbrio. Os escoamentos são ditos em equilíbrio quando a taxa local de geração de energia cinética turbulenta é igual a taxa local de sua dissipação.

Por argumentos de similaridade, é possível se verificar que a grandeza  $\phi$  deve ser utilizada como parâmetro de equilíbrio do escoamento, definida como

$$\phi = \frac{\delta^* dp}{\tau_w dx} \quad (3.8)$$

onde  $\tau_w$  é a tensão na parede,  $dp/dx$  é o gradiente de pressão e  $\delta^*$  é a espessura de deslocamento, que substitui a espessura da camada limite devido a maior precisão decorrente de sua definição, conforme mencionado no capítulo 2.

Com considerável sucesso experimental, Clauser(1954) provou que apesar de uma camada limite apresentar gradiente de pressão variável na direção longitudinal, se o parâmetro  $\phi$  apresentar comportamento constante, pode-se admitir que o escoamento está em equilíbrio turbulento.

O parâmetro mais importante para a caracterização do equilíbrio em um escoamento foi proposto por Clauser e é definido por

$$\Delta = \int_0^\infty \frac{U_\infty - \bar{u}}{u_\tau} dy = \delta^* \Lambda \quad (3.9)$$

onde  $\Lambda = \sqrt{2/C_f}$  é a medida local do atrito na parede.

A auto-preservação para o campo de escoamento médio pode ser, também, observada pela deflexão do perfil de velocidades. O parâmetro de deflexão do perfil foi definido por Clauser, na forma

$$G = \frac{1}{\Delta} \int_0^{\infty} \left( \frac{U_{\infty} - \bar{u}}{u_{\tau}} \right)^2 dy. \quad (3.10)$$

Para uma camada limite em equilíbrio o fator de Clauser  $G$  deverá permanecer constante. Na literatura, valores de  $G$  encontrados para perfis de velocidade universais em paredes rugosas com gradiente de pressão nulo variam entre 6,0 e 7,0.

Muitos métodos de caracterização de camadas limite turbulentas utilizam relações entre as espessuras características dos escoamentos de camada limite. Uma relação útil é obtida pela razão entre as espessuras de deslocamento  $\delta^*$  e de quantidade de movimento  $\theta$  através do fator de forma de von Kármán, definido como a razão entre as espessuras de deslocamento e de quantidade de movimento,

$$H = \frac{\delta^*}{\theta}. \quad (3.11)$$

onde as espessuras de deslocamento  $\delta^*$  e de quantidade de movimento  $\theta$  encontram-se em suas definições clássicas.

Após atingir o estado de auto-preservação, a espessura de deslocamento e a espessura de quantidade de movimento aumentam quase linearmente com  $x$ , exceto próximo à variação das condições da superfície, implicando que a partir da estação onde o fator de forma de von Kármán  $H$  atinge valores aproximadamente constantes, um segundo estado de equilíbrio terá sido atingido. O fator de forma de von Kármán pode ser relacionado ao fator de Clauser  $G$  através da expressão

$$H = \left( 1 - \frac{G}{\Lambda} \right)^{-1}. \quad (3.12)$$

As distribuições das quantidades integrais da camada limite, espessura da quantidade de movimento, espessura do deslocamento da origem, espessura da camada limite e o fator de forma de von Kármán são mostrados nas figuras (3.8)a (3.11) para os casos de escoamento sobre superfície lisa e rugosidades do tipo I, II e III, respectivamente. Para todos os casos com superfície rugosa considerados, lembramos que os elementos rugosos começam a partir da posição  $x = 100$  cm, sendo precedidos por 1 metro de superfície lisa.

Valores de  $G$  para os quatro casos considerados são apresentados na figura (3.7), indicando que, no escoamento sobre a superfície lisa,  $G$  assume valores aproximadamente constantes a partir da estação  $x = 170$  cm; para o escoamento sobre a superfície com rugosidade do tipo I,  $G \approx 7,00$  a partir de  $x = 150$  cm; na rugosidade do tipo II,  $G \approx 6,0$  a partir da estação  $x = 190$  cm; para o caso III, um estado de equilíbrio é atingido com valores de  $G$  da ordem de 6,6 em  $x=170$  cm. Note que o cálculo do fator  $G$  requer o conhecimento prévio do coeficiente de atrito na parede, ainda desconhecido neste estágio.

Na realidade, o cálculo de  $C_f$  será feito em seção específica pois ele depende, por sua vez, do cálculo do deslocamento da origem. Como os resultados referentes à validação das propriedades da camada limite estão sendo apresentados nesta seção, resolvemos adiantar os valores obtidos para  $G$ . Os valores de  $G$  encontrados na literatura para perfis de velocidade universais em paredes lisas ou rugosas com gradiente de pressão nulo variam de 6,0 a 7,0.

O fator de forma  $H$  atinge valores aproximadamente constantes após  $x = 170$  cm para o escoamento sobre superfície lisa,  $x = 190$  cm para o escoamento sobre superfície com rugosidade I,  $x = 210$  cm para o escoamento sobre superfície com rugosidade II e  $x = 170$  cm para o escoamento sobre superfície com rugosidade III. A partir das estações onde o fator de forma de von Kármán atinge valores constantes, a regressão linear mostrou que representa adequadamente as quantidades integrais nestas regiões, onde o  $H$  atinge valores constantes. Os fatores de forma  $H = \delta^*/\theta$  na parede lisa, apresentados na figura (3.8) diminuem de um valor de 1,84 até



aproximadamente 1,63 em  $x = 170$  cm, e mantém este valor até  $x = 290$  cm. Nas superfícies rugosas I e II, para valores superiores a  $x = 250$  cm, observa-se um acréscimo de  $H$ .

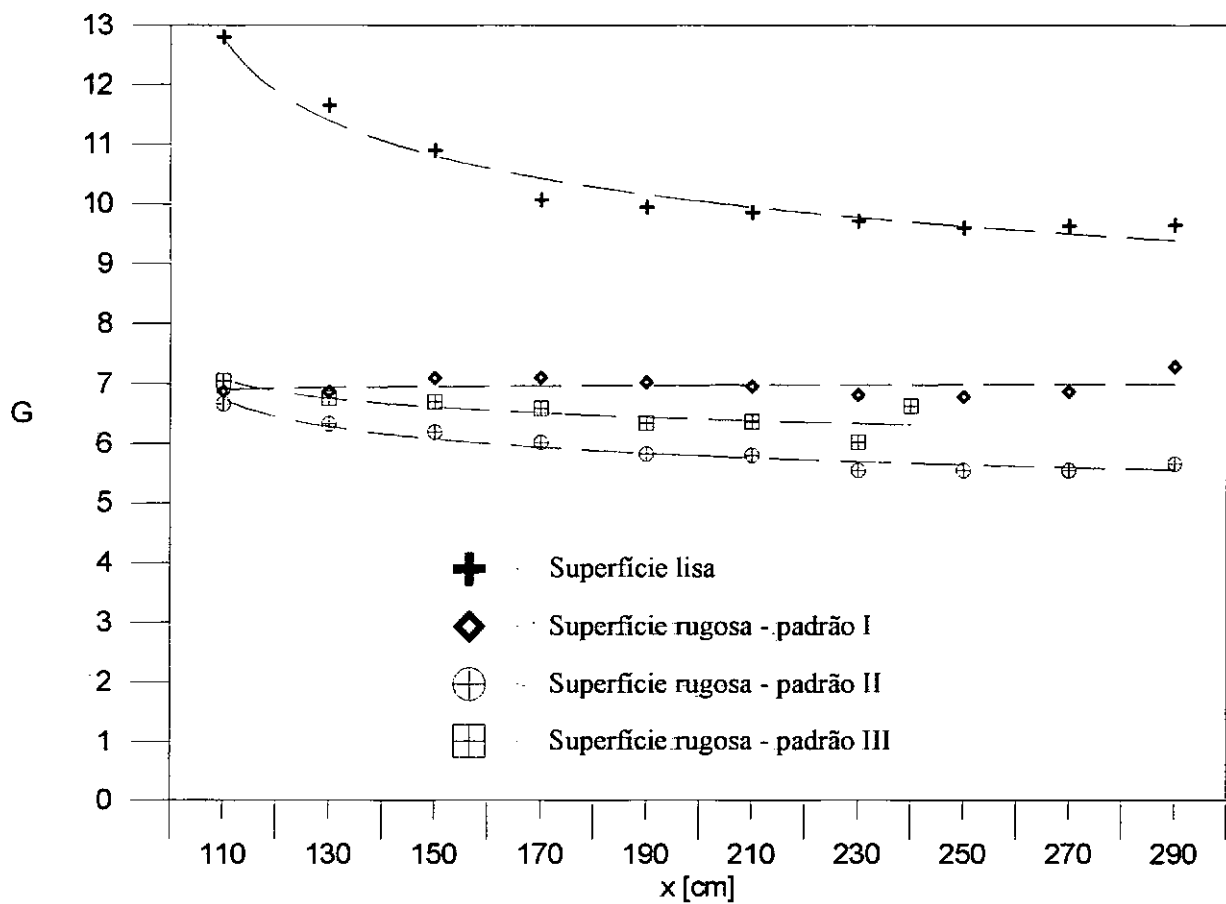


Figura (3.7) - Distribuição do fator de Clauser.

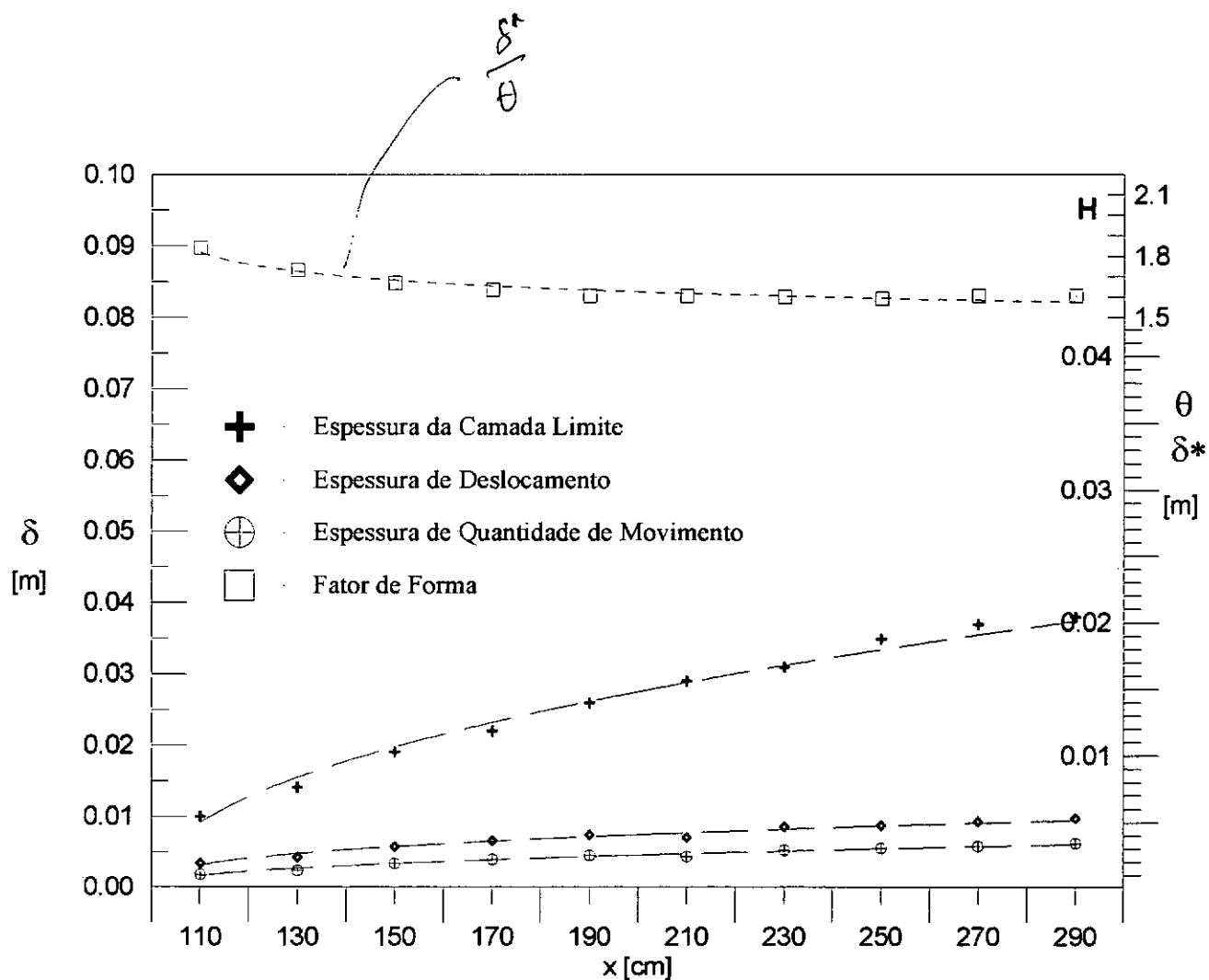


Figura (3.8) - Distribuição das quantidades integrais do campo de velocidades para o escoamento sobre superfície lisa.

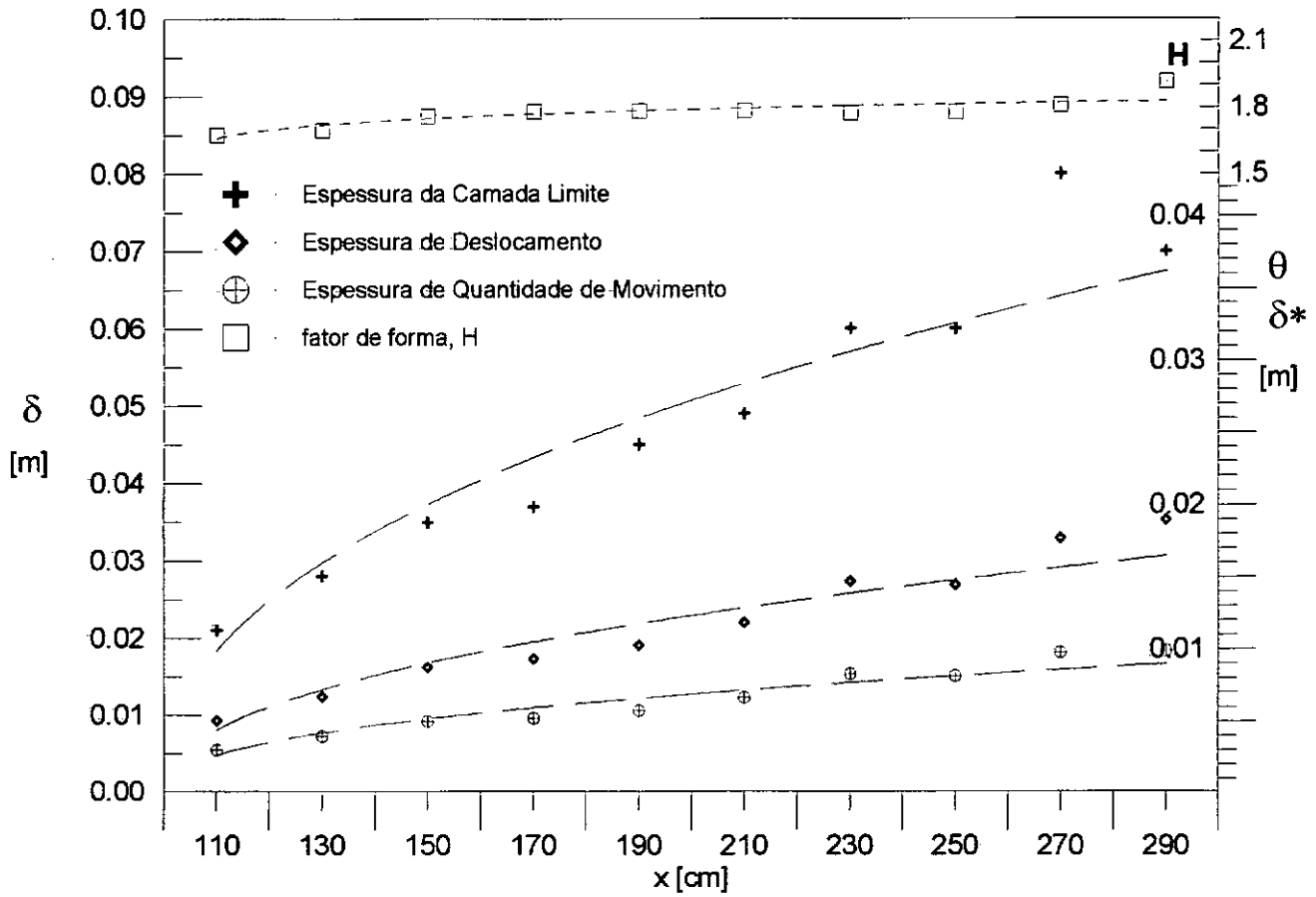


Figura (3.9) - Distribuição das quantidades integrais do campo de velocidades para o escoamento sobre superfície com rugosidade I.

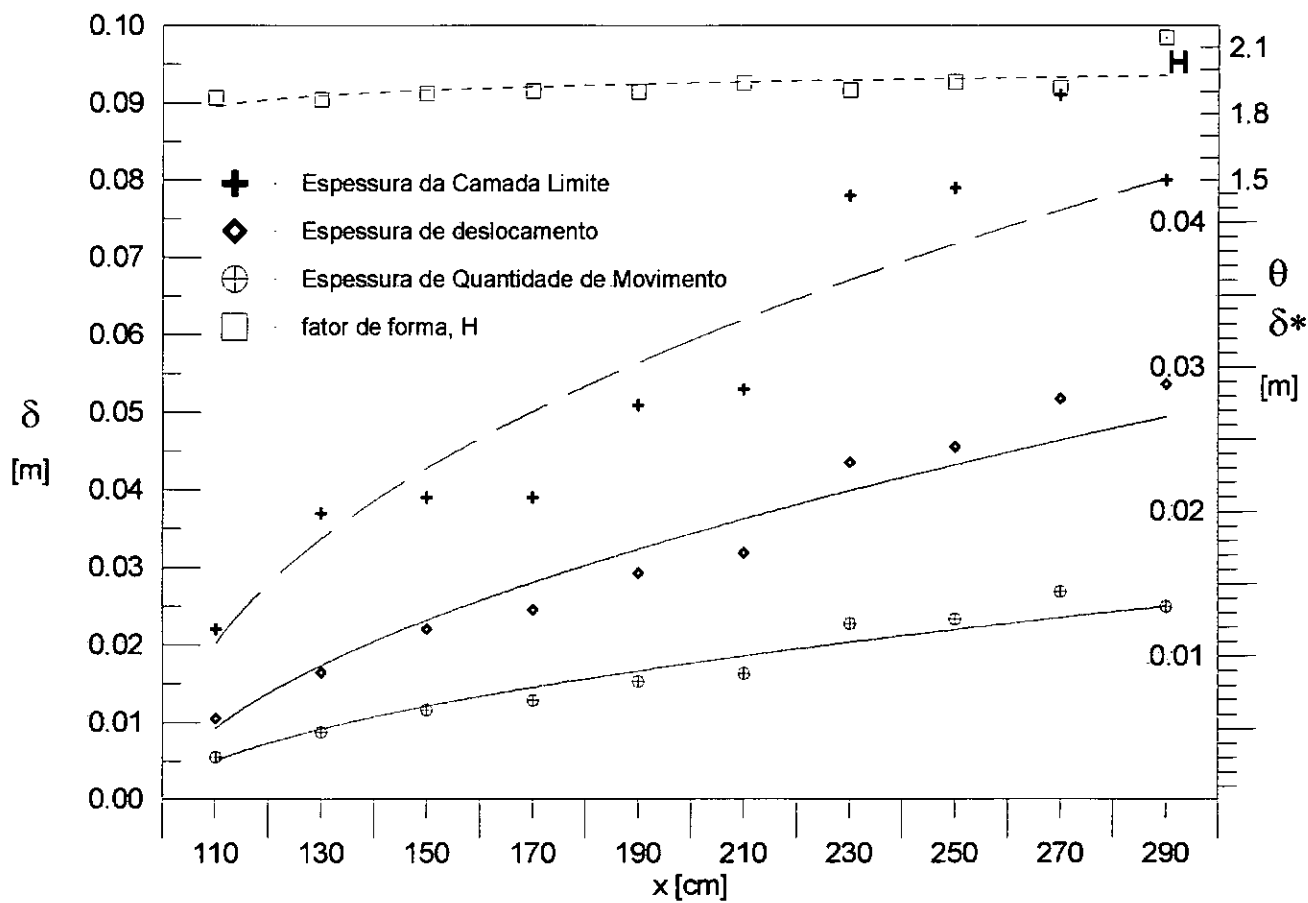


Figura (3.10) - Distribuição das quantidades integrais do campo de velocidades para o escoamento sobre superfície com rugosidade II.

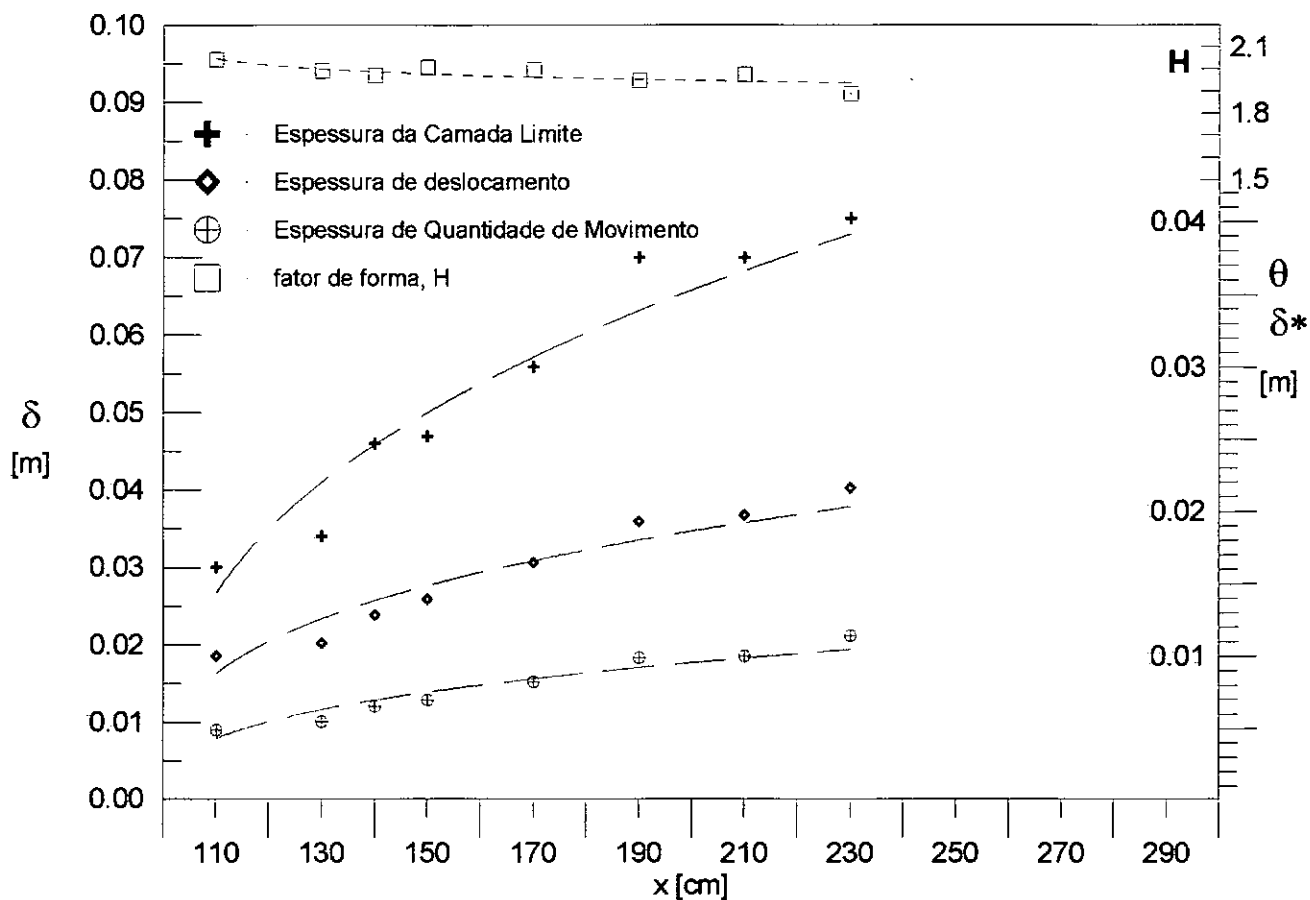


Figura (3.11) - Distribuição das quantidades integrais do campo de velocidades para o escoamento sobre superfície com rugosidade III.

A análise do equilíbrio da camada limite de temperatura foi realizada de forma análoga a da camada limite de velocidade. O fator de Clauser foi adaptado para a camada limite térmica partindo-se da definição do parâmetro de equilíbrio de Clauser, equação (3.9). Fazendo uma analogia entre as camadas limite térmica e cinética, e substituindo-se a espessura de quantidade de movimento  $\delta^*$  pela espessura de entalpia  $\delta_h$ , encontra-se um novo parâmetro de equilíbrio de Clauser,

$$\Delta_h = \delta_h \Lambda \quad (3.13)$$

O fator de Clauser adaptado para a camada limite de temperatura, através da substituição do parâmetro  $\Delta$ , definido na equação (3.9) pelo parâmetro  $\Delta_h$ , conforme definido pela equação (3.2) são apresentados nas figuras (3.12) a (3.15).

As distribuições das quantidades integrais da camada limite de temperatura: espessura da camada limite térmica e espessura de entalpia são mostrados nas figuras (3.12) a (3.15), juntamente com o fator de Clauser para temperatura, para os casos de escoamento sobre superfície lisa e rugosidades do tipo I, II e III, respectivamente. Para todos os casos com superfície rugosa considerados, lembramos que o aquecimento tem início simultaneamente aos elementos rugosos, começando a partir da posição  $x = 100$  cm, sendo precedidos por 1 metro de superfície lisa e fria.

Valores de  $G$  para o caso liso é apresentado na figura (3.12), indicando que, no escoamento sobre a superfície lisa,  $G$  assume valores aproximadamente constantes a partir da estação  $x = 170$  cm. Para os casos rugosos, o fator de Clauser parece precisar de mais tempo para atingir um valor constante. Somente o caso liso parece ter atingido o estágio de auto preservação.

Já os parâmetros globais da camada limite de temperatura apresentam comportamento linear após  $x = 200$  cm para o escoamento sobre superfície lisa,  $x = 210$  cm para o escoamento sobre superfície com rugosidade I,  $x = 210$  cm para o escoamento sobre superfície com rugosidade II e  $x = 190$  cm para o escoamento sobre superfície com rugosidade III.

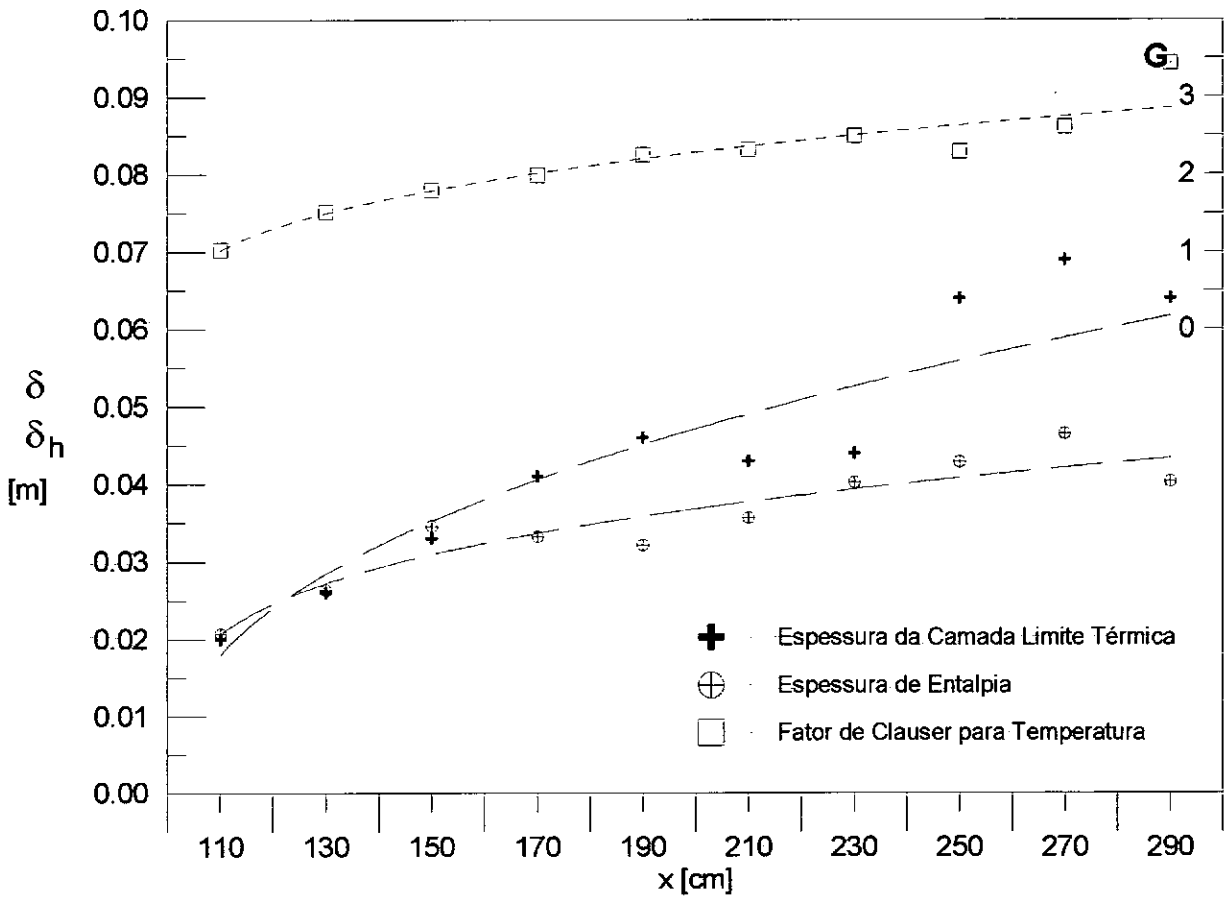


Figura (3.12) - Distribuição das quantidades integrais do campo de temperaturas para o escoamento sobre superfície lisa.



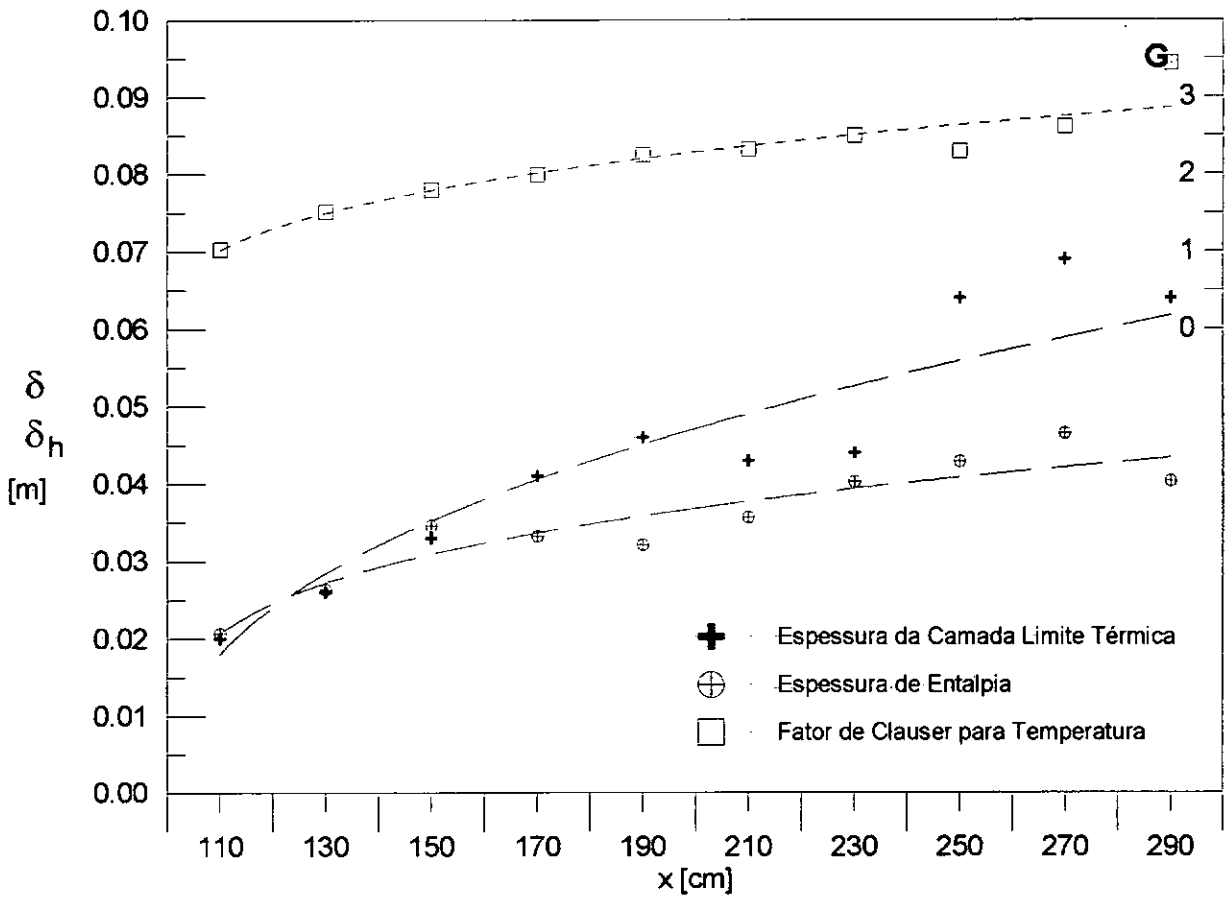


Figura (3.13) - Distribuição das quantidades integrais do campo de temperaturas para o escoamento sobre superfície com rugosidade I.

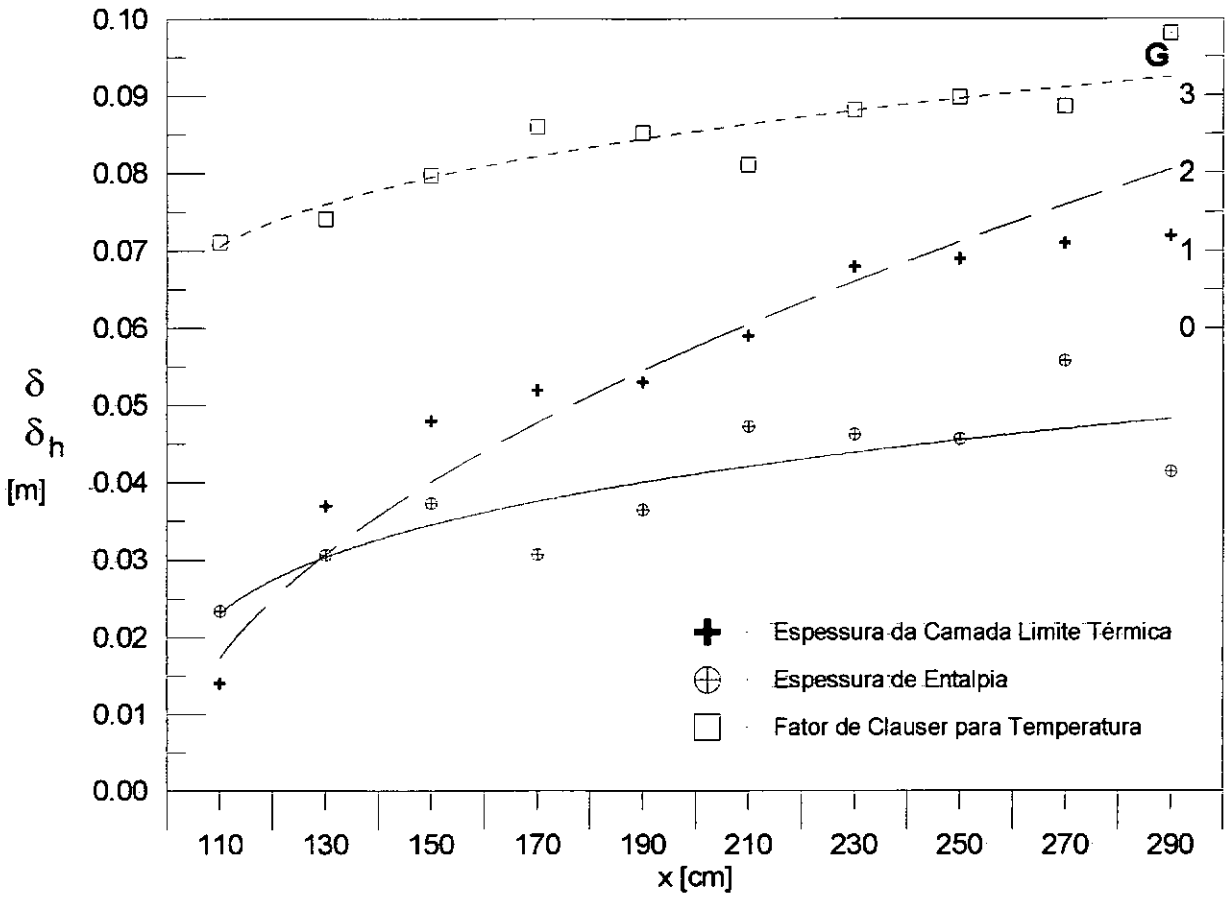


Figura (3.14) - Distribuição das quantidades integrais do campo de temperaturas para o escoamento sobre superfície com rugosidade II.

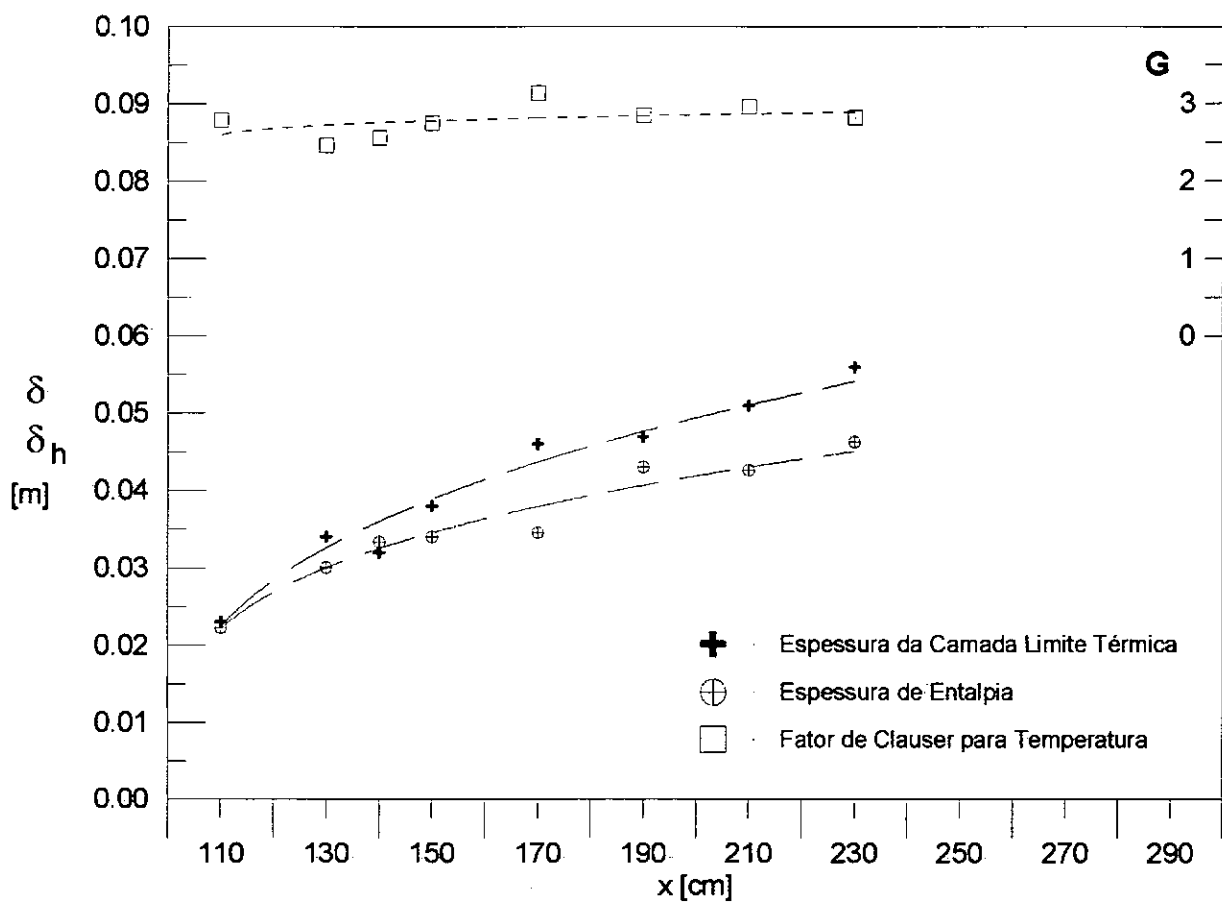


Figura (3.15) - Distribuição das quantidades integrais do campo de temperaturas para o escoamento sobre superfície com rugosidade III.

# Capítulo 4

## Análise Teórica

Este capítulo tratará de escoamentos que se desenvolvem sobre superfícies que apresentam uma variação brusca de um tipo de rugosidade uniforme para outro. Na discussão a seguir, simplificaremos o problema considerando que a variação de rugosidade na superfície se dá abruptamente e que a linha de descontinuidade seja transversal à direção escoamento, identificada como a direção  $x$ .

As mudanças que se originam na camada de ar em contato com a superfície são difundidas verticalmente para cima pela turbulência, fazendo com que os efeitos da nova condição superficial provoquem um crescimento contínuo da camada interna. De fato, os efeitos da variação da rugosidade superficial são transmitidos em todas as direções por forças de pressão, associadas com a deflexão das linhas de corrente. Uma região particular onde as forças de pressão são relevantes é a da vizinhança da descontinuidade. Isso leva a uma dificuldade na descrição de escoamentos que sofrem mudanças súbitas nas condições de parede, pois a maioria das teorias não leva em conta os efeitos de pressão.

Um dos principais objetivos desse trabalho, como dito anteriormente, é a caracterização das propriedades da camada limite turbulenta junto a uma descontinuidade das condições de contorno na parede. Tendo em vista os argumentos do capítulo anterior com relação à dificuldade em se conhecer o comportamento do deslocamento da origem para os perfis de velocidade e de temperatura, dedicaremos especial atenção a este aspecto do problema. Desta forma, estaremos buscando a descrição das propriedades de camadas limite turbulentas após uma variação súbita

da rugosidade e da temperatura superficiais.

Nosso estudo é ainda fortemente motivado pela observação feita por outros autores onde a taxa de variação das propriedades do escoamento varia consideravelmente de um caso distinto para outro. Como exemplo, citamos as investigações sobre escoamentos com variação brusca de rugosidade de Antonia e Luxton(1971, 1972), Mulhearn(1977), Ligrani e Moffat(1986) e Bandyopadhyay(1987, 1988).

No texto a seguir, investigaremos as camadas limite cinética e térmica para quatro configurações superficiais distintas. Será apresentada uma comparação direta entre os dados colhidos e a estrutura teórica da turbulência. O trabalho apresenta medições de perfis de velocidade média e de temperatura média obtidos em um túnel de vento. Também são estimados valores de deslocamento da origem para os perfis de velocidade e de temperatura, de coeficiente de atrito e número de Stanton.

Para analisar a estrutura da camada limite turbulenta é necessário estimar a ordem de grandeza dos termos envolvidos no escoamento. É apresentada a estrutura assintótica da camada limite turbulenta de velocidade e realizada uma analogia para a camada limite térmica, para obter uma lei da parede para escoamentos que se desenvolvem sobre superfícies rugosas com transferência de calor.

## 4.1 A camada limite turbulenta de velocidade

Esta seção será dedicada à caracterização da camada limite turbulenta que se desenvolve sobre superfícies rugosas. São apresentadas as equações que regem o movimento, bem como as hipóteses adotadas. Também será apresentada uma análise assintótica da estrutura da camada limite turbulenta.

Adotando-se o procedimento convencional, denominamos as quantidades médias de velocidade e pressão por  $u_i$  e  $p$  respectivamente. As flutuações das quantidades turbulentas são representadas por  $u'_i$ .

Todos os comprimentos e velocidades encontrados nas equações foram adimensionalizados utilizando quantidades características do escoamento externo.

As equações do movimento para escoamento de fluido incompressível assumem, então, a forma

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \tau_{ij} \right), \quad (4.2)$$

onde  $Re$  é o número de Reynolds e o tensor de Reynolds,  $\tau_{ij}$ , pode ser escrito como

$$\tau_{ij} = -\overline{u'_i u'_j}, \quad (4.3)$$

onde a barra denota uma média no tempo.

Com auxílio de técnicas assintóticas, será apresentada nesta seção a estrutura assintótica da camada limite. Para demonstrar a estrutura da camada limite turbulenta é necessário estimar a ordem de grandeza dos termos envolvidos no escoamento.

As maiores escalas que ocorrem num escoamento são determinadas pelas próprias dimensões do corpo, como uma velocidade característica,  $U_\infty$ , para o escoamento e o comprimento,  $L$ , do corpo.

Medidas das grandezas médias do escoamento não fornecem informações suficientes para a solução de problemas mais complexos que envolvam turbulência, dados de flutuações das quantidades turbulentas tornam-se, portanto, necessários. Os resultados experimentais obtidos por Andersen(1972) e por Orlando(1974) analisando a turbulência fornecem valores, não só das grandezas médias do escoamento, mas também das flutuações turbulentas.

Na região próxima à parede, sabemos que a tensão turbulenta assume valores equivalentes aos da tensão local. Desta forma, torna-se razoável assumir que  $O(u') = O(v') = O(u_\tau)$ , onde

$$u_{\tau} = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho_w}}. \quad (4.4)$$

Logo, a velocidade característica na região interna do escoamento é da ordem da velocidade de atrito,  $u_{\tau}$ . A dedução da ordem dos termos de flutuação turbulenta consiste de um fato experimental.

A estrutura assintótica da camada limite turbulenta, adota o conceito de camada limite composta por três regiões distintas. Esta descrição foi apresentada por Silva Freire e Hirata(1990), incluindo na camada limite uma terceira região, onde dominam os efeitos da turbulência. As três subcamadas serão comentadas nesta seção, com relação à velocidade e ao comprimento característicos.

Uma análise cuidadosa da estrutura da camada limite turbulenta leva à conclusão de que há três regiões distintas. Uma região interna, onde os efeitos viscosos dominam, uma região externa, onde prevalecem os efeitos de inércia e uma terceira região, ocupando uma posição intermediária entre a camada viscosa e a região externa da camada limite. Nesta região, os efeitos da turbulência exercem considerável influência sobre o escoamento. Esta estrutura, divide a camada limite turbulenta em três subcamadas distintas, a saber: bem próxima à parede, uma região denominada subcamada viscosa, onde prevalecem os efeitos viscosos; a seguir, a viscosidade deixa de exercer sua influência, e toma lugar a turbulência, seus efeitos passam a influenciar o escoamento gradualmente, até que exercem domínio total, dando lugar à região completamente turbulenta do escoamento; finalmente, na porção externa da camada limite, tem lugar uma outra camada denominada região da esteira. Nesta região, são os efeitos de inércia que vão governar.

Analisando a ordem relativa dos termos da equação da quantidade de movimento na direção longitudinal, encontra-se para cada uma das três camadas distintas, as respectivas escalas características.

Na região próxima à parede, também chamada região interna, encontramos a subcamada viscosa e a região completamente turbulenta. Estas duas camadas

tendem para uma determinada região, onde os efeitos das tensões laminares e turbulentas possuem o mesmo grau de importância. Na transição da subcamada viscosa para a região completamente turbulenta, há um instante onde as forças viscosas se equivalem aos efeitos da turbulência. Para este instante, fazemos

$$O(\text{termos viscosos}) = O(\text{termos turbulentos}),$$

ou ainda, da equação da quantidade de movimento na direção longitudinal, considerando os termos de mesma ordem, escrevemos

$$O\left(\nu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right) = O(\overline{u'v'}). \quad (4.5)$$

Na região interna, a velocidade característica é da ordem da velocidade de atrito,  $u_\tau$ , e o comprimento característico na direção transversal apresenta a mesma ordem de grandeza da espessura da subcamada viscosa,  $\hat{\delta}$ . Utilizando estas informações, o resultado da análise assintótica da equação (4.5) fornece a espessura procurada,  $\hat{\delta}$ . Assim,

$$\hat{\delta} = O\left(\frac{\nu}{u_\tau}\right). \quad (4.6)$$

É importante notar que o perfil de velocidades nesta região do escoamento apresenta comportamento linear, ou seja,

$$u^+ = y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}, \quad (4.7)$$

onde  $u^+ = u/u_\tau$ .

A uma distância  $\hat{\delta}$  da parede, os efeitos da viscosidade vão se tornando cada vez menos influentes, enquanto os efeitos das tensões turbulentas tornam-se importantes



e passam a dominar completamente o escoamento. O perfil de velocidades encontrado nesta região, não será mais linear.

Ainda na região interna do escoamento, os efeitos da inércia começam a surgir, porém só exercerão influência considerável na porção externa do escoamento de camada limite. O limite da região turbulenta será naquele instante de equilíbrio onde os termos de inércia e as tensões turbulentas apresentem mesma importância. Partindo desta condição de equilíbrio, será possível estabelecer a espessura da região completamente turbulenta. Desta forma, o limite superior da região turbulenta será aquele onde

$$O(\text{termos de inércia}) = O(\text{termos turbulentos}).$$

Agrupando os termos de mesma ordem de grandeza da equação da quantidade de movimento, teremos

$$O\left(\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right) = O\left(\frac{\partial}{\partial y}(-\overline{u'v'})\right). \quad (4.8)$$

O comprimento característico considerado aqui, para a solução assintótica, será a espessura da camada turbulenta. Assim, fazendo a análise assintótica e resolvendo para  $\bar{\delta}$ , pode-se obter

$$\bar{\delta} = O\left(\frac{u_\tau^2}{U_\infty^2} L\right), \quad (4.9)$$

onde  $\bar{\delta}$  é a espessura da região completamente turbulenta.

Esta escala é representativa da região intermediária às duas outras subcamadas, determinando a região do escoamento onde os efeitos da turbulência dominam o escoamento.

O perfil de velocidades nesta região apresenta um comportamento expresso por

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y u_\tau}{\nu}\right) + A, \quad (4.10)$$

onde  $A = 5,0$ .

A expressão (4.10) é a lei da parede, que tem validade na região completamente turbulenta, também denominada região logarítmica.

A última região, a região da esteira, constitui a maior porção do escoamento de camada limite. Aqui, os efeitos de inércia prevalecem sobre os turbulentos e dominam o escoamento. Esta camada é delimitada pela espessura da camada limite,  $\delta$ . O perfil de velocidades foi obtido por Coles(1956), que propôs escrever a expressão para o perfil de velocidades como

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y u_\tau}{\nu}\right) + c^{te} + \frac{\Pi}{\kappa} W\left(\frac{y}{\delta}\right), \quad (4.11)$$

onde a função universal de Coles pode ser aproximada por

$$W = 1 - \cos\left(\frac{\pi y}{\delta}\right), \quad (4.12)$$

onde  $\Pi = 0,55$ .

A expressão (4.11) é conhecida como a lei da esteira. O comprimento característico adotado é a espessura da camada limite,  $\delta$ , enquanto a velocidade característica será a velocidade do escoamento fora da camada limite,  $U_\infty$ .

A estrutura assintótica da camada limite turbulenta composta por estas três regiões distintas foi primeiramente introduzida na literatura por Silva Freire e Hirata(1990).

Uma vez apresentadas as equações do movimento, as hipóteses assintóticas e a estrutura da camada limite turbulenta, a modelagem assintótica completa

do problema depende agora, somente, da especificação do domínio de validade das equações apresentadas e da determinação de equações intermediárias para a velocidade, energia cinética turbulenta e sua taxa de dissipação. Estas equações intermediárias, serão a base da análise assintótica para determinação das funções de parede que serão utilizadas como condição de contorno do problema. Estes são os dois objetivos desta seção.

Desde que a formulação de função de parede é aplicada à região do escoamento completamente turbulenta, o domínio de validade da lei da parede está restrito a esta subcamada específica da camada limite. A região onde os efeitos turbulentos governam é definida pelo domínio

$$D = \{\eta \mid \text{ord}(1/u_\tau Re) < \text{ord}(\eta) < \text{ord}(u_\tau^2)\}, \quad (4.13)$$

onde  $\eta$  representa a região de validade das equações aproximadas e  $Re$  é o número de Reynolds. Mais detalhes a respeito da natureza da função  $\eta$  são encontrados em Kaplun(1967).

O resultado acima pode ser facilmente obtido através da aplicação do método de Kaplun às equações do movimento. De fato, Silva Freire e Hirata(1990) e Silva Freire et alli(1995) mostraram que a região interna da camada limite apresenta uma estrutura assintótica de duas camadas definidas, com duas equações principais. Uma região definida no domínio onde

$$\text{ord}(\eta) = \text{ord}(u_\tau^2), \quad (4.14)$$

e a segunda região definida por

$$\text{ord}(\eta) = \text{ord}\left(\frac{1}{u_\tau Re}\right), \quad (4.15)$$

dentro do domínio do escoamento. Para mais detalhes no método de Kaplun e sobre a estrutura assintótica da camada limite turbulenta, o leitor pode consultar as duas referências citadas anteriormente.

Quando um fluido escoia sobre uma superfície rugosa, o perfil de velocidades desenhado em função de abcissas logarítmicas tem seu coeficiente linear diminuído. Este fato, de amplo conhecimento geral, pode ser observado na figura (4.1). Note que o ramo esquerdo das curvas relativas à superfície lisa possui uma concavidade para baixo, enquanto que as curvas relativas à superfície rugosa possuem uma concavidade para cima. Esse comportamento será fundamental no estabelecimento de um procedimento para o cálculo do deslocamento da origem.

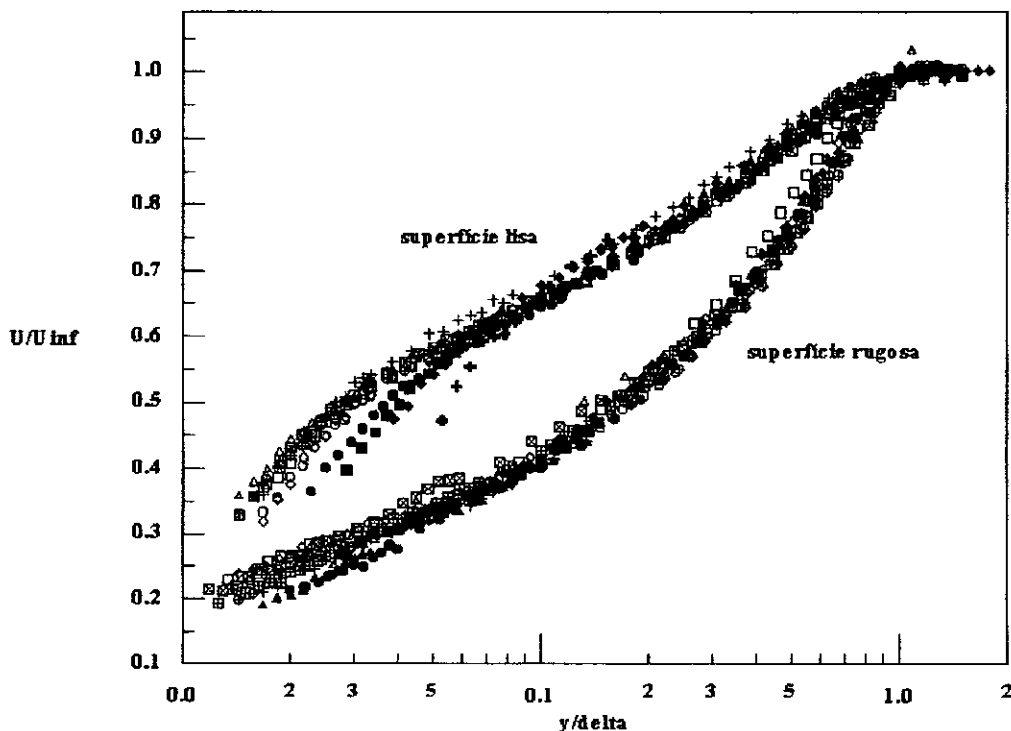


Figura 4.1: Desenvolvimento do perfil de velocidades. Dados de Avelino(1998).

A lei logarítmica que descreve o perfil de velocidades permanece válida para paredes rugosas, exceto pela constante  $A$ , que agora passa a ser uma função das características da superfície rugosa. Para o caso liso, temos

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + A, \quad (4.16)$$

onde  $u_\tau$  é a velocidade de atrito,  $\kappa$  é a constante de von Kármán(=0,41),  $\nu$  é a viscosidade cinemática e  $A$  é uma constante independente da rugosidade superficial(=5,0).

Como a constante  $A$  passa a ser uma função da geometria da rugosidade; podemos de um modo geral escrever

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu_\tau}{\nu} + A - \frac{\Delta u}{u_\tau}, \quad (4.17)$$

onde a função rugosidade  $\Delta u/u_\tau$  descreve a variação do perfil de velocidade média sobre superfície lisa para a nova condição da superfície rugosa. A equação (4.17) pode ser escrita na forma

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{y_0} + C1, \quad (4.18)$$

onde  $C1$  é um parâmetro que varia com as condições do escoamento e  $y_0$  é um comprimento característico da rugosidade,

$$y_0 = \frac{\nu}{u_\tau} e^{\kappa \left( \frac{\Delta u}{u_\tau} - c^{te} \right)}, \quad (4.19)$$

ou

$$\frac{\Delta u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y_0 u_\tau}{\nu} + c^{te}. \quad (4.20)$$

Foram determinados os valores das funções rugosidade para as camadas limite de velocidade para as três geometrias rugosas estudadas com relação ao caso liso de referência. As figuras (4.2), (4.3) e (4.4) apresentam os perfis de velocidade das camadas limite sobre as superfícies rugosas em comparação com os perfis da camada limite de referência que se desenvolve sobre superfície lisa. Vale ressaltar que as funções rugosidade apresentam valores superiores para as geometrias que apresentam elementos rugosos mais próximos entre si.

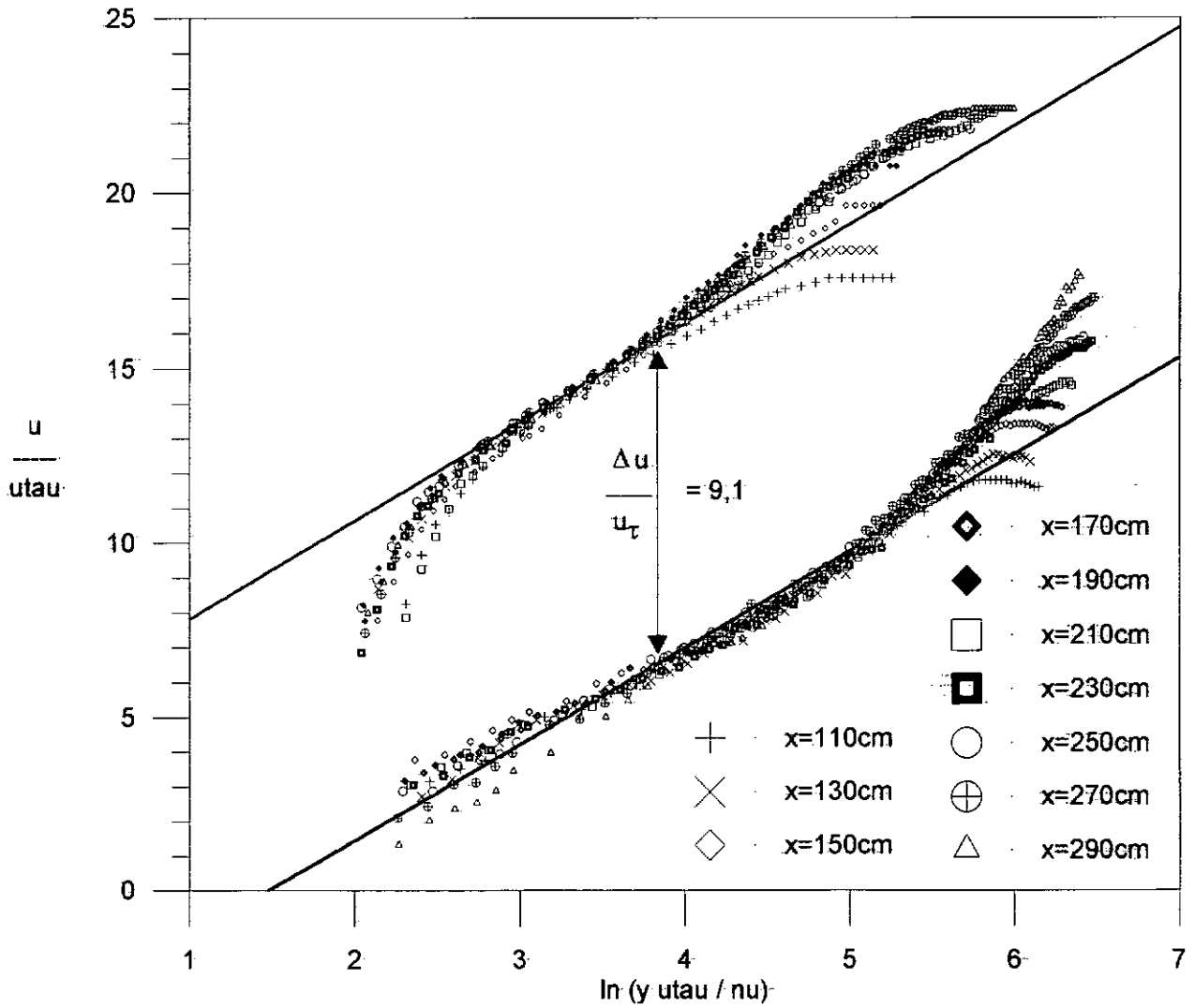


Figura (4.2) - Função rugosidade para a superfície com rugosidade I

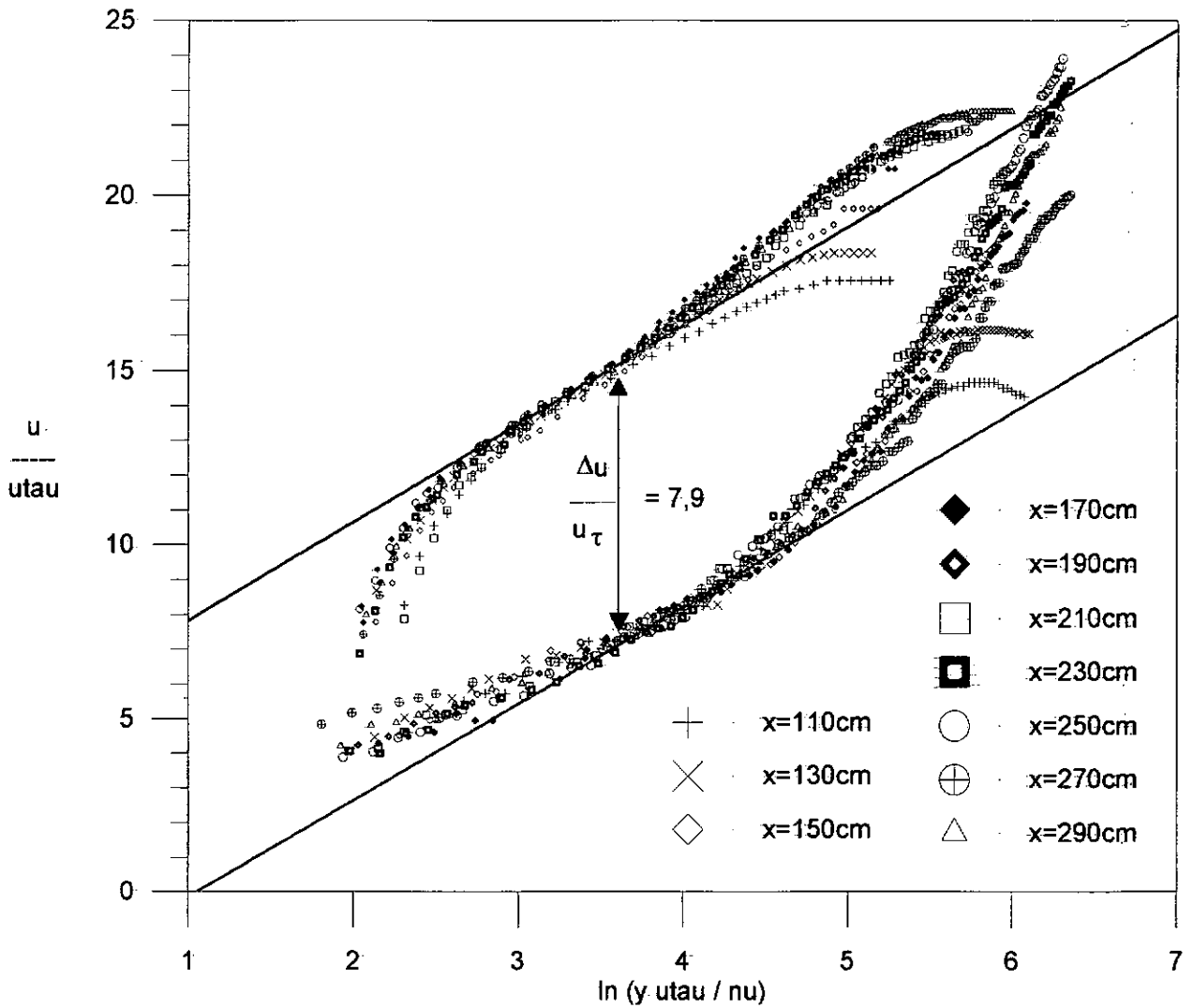


Figura- (4.3) - Função-rugosidade para a superfície com rugosidade II



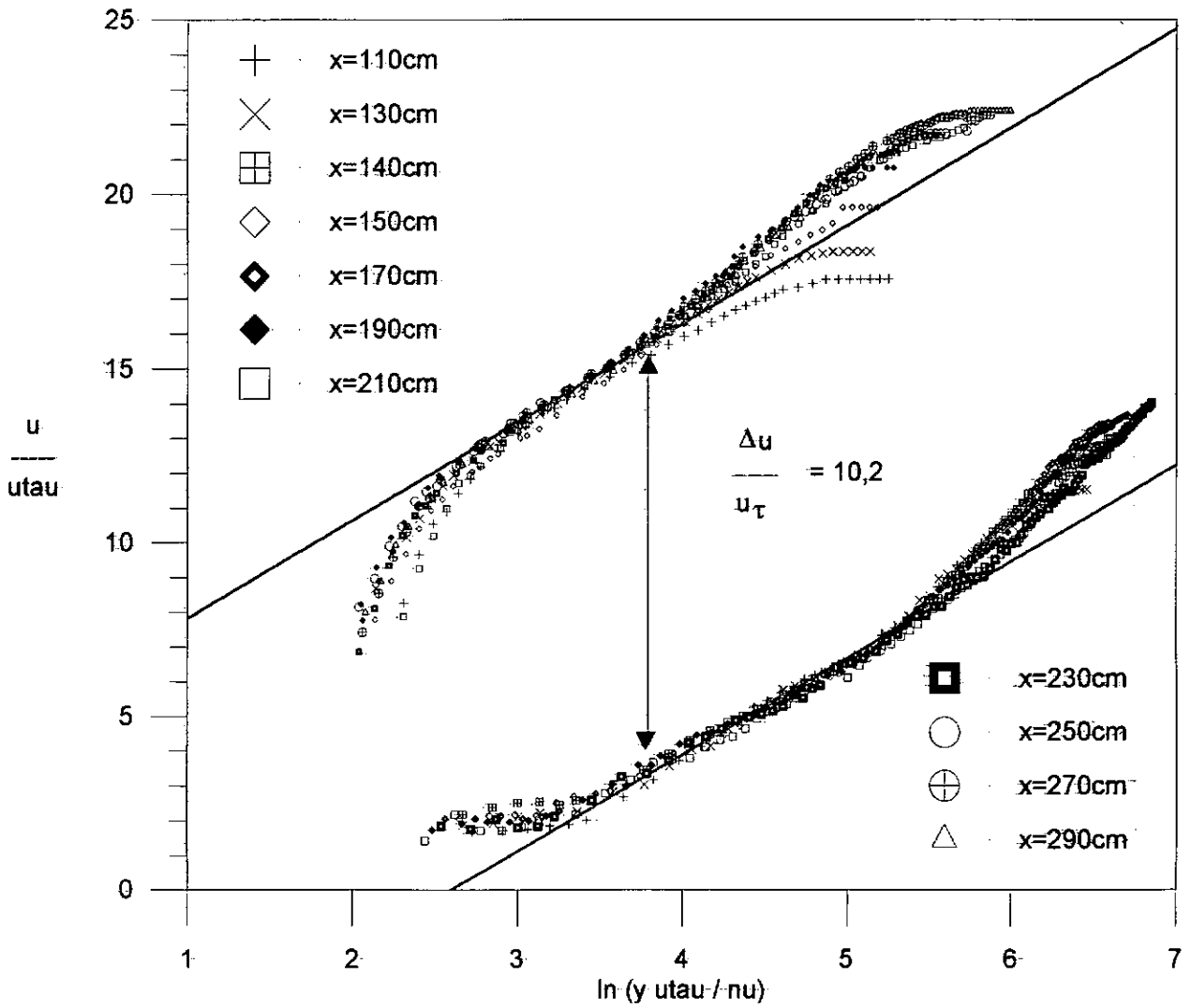


Figura (4.4) - Função rugosidade para a superfície com rugosidade-III

Na realidade, as equações (4.18) a (4.20) representam apenas um modo distinto de escrever os perfis de velocidade daquele apresentado no Capítulo 2. Essas expressões foram incluídas aqui para mostrar que no caso limite de superfícies do tipo  $K$  o deslocamento da origem se torna igual ao próprio comprimento  $K$  de modo que  $y_T + \varepsilon$  se torna igual a  $y_T + K = y$ , a distância medida diretamente da parede. Sob essas condições especiais, a equação (4.18) pode ser utilizada com exatidão para o cálculo do parâmetro  $C1$  pois  $y_0 = K$ .

Em um segundo caso especial, superfícies do tipo  $D$  com  $w \ll S$ , o valor de  $\varepsilon$  vai a zero, de modo que tomando-se  $y_0 = D$ , pode-se, de novo, determinar  $C1$ .

Para o caso de superfícies que não atendam às condições acima, fica, portanto, difícil determinar os valores de  $y_0$  e de  $C1$  pela formulação apresentada. Este é exatamente o caso quando uma camada limite passa subitamente de um tipo de superfície, digamos lisa, para outro tipo de superfície, digamos rugosa. Enquanto a camada limite permanece sobre a superfície lisa o valor de  $\varepsilon$ , por definição, se anula. Quando a mudança de superfície ocorre, este valor começa a variar assintoticamente até atingir um valor estável. Nessa situação de variação do deslocamento da origem, devem-se utilizar as expressões desenvolvidas por Moore(1951) para uma correta representação dos perfis de velocidade e para o cálculo do coeficiente de atrito.

Nos desenvolvimentos a seguir é apresentada uma série de perfis de velocidade medidos no túnel de vento descrito na seção anterior, que nos leva ao cálculo do deslocamento da origem e do atrito na parede.

As figuras (4.5) a (4.8) apresentam os perfis de velocidade média de camadas limite que se desenvolvem sobre uma superfícies lisa e três superfícies com rugosidades dos tipos I, II e III. Esses perfis são apresentados em coordenadas dimensionais e na forma mono-logarítmica.

Verifica-se que as figuras para escoamentos sobre uma superfície lisa, quando apresentados em coordenadas mono-logarítmicas, apresentam uma região linear bem definida para todos os perfis. A figura (4.5) estabelece um padrão de comparação para as perturbações provocadas pela presença da superfície rugosa. Como esperado, observa-se nesta figura, que tanto os coeficientes lineares quanto

os coeficientes angulares das expressões obtidas por redução linear para as regiões de comportamento logarítmico decrescem a medida em que o escoamento progride. Nas figuras (4.6) a (4.8), que apresentam escoamentos sobre superfícies rugosas, as regiões logarítmicas não podem mais ser observadas com a mesma abscissa utilizada no caso liso de referência, ou seja, com os perfis apresentados em  $u$  versus  $\ln y$ . Para que as regiões logarítmicas possam ser observadas com clareza, é necessário levar em conta uma nova origem para o eixo perpendicular à superfície rugosa. A considerável queda do nível das curvas é resultado do aumento da tensão na parede provocado pela rugosidade. A tensão na parede provocada pelos elementos rugosos decresce a medida em que as cavidades se tornam mais largas. As cavidades na superfície provocam o aumento do coeficiente de atrito em função do grau de participação do escoamento que ocorre dentro da cavidade no escoamento externo.

Os comentários acima implicam que, em princípio, o método gráfico de Clauser(1956) pode ser utilizado para calcular o coeficiente de atrito  $C_f$  sobre uma superfície lisa. Neste trabalho, considera-se que a formulação clássica para a lei da parede é válida e se a constante de von Kármán,  $\kappa$ , for realmente considerada constante e igual a 0,41, então a tensão na parede pode ser estimada diretamente da inclinação das retas representativas das regiões logarítmicas definidas na figura (4.5).

Para escoamentos sobre superfícies rugosas a tarefa de avaliar o coeficiente de atrito é muito mais complexa, uma vez que o deslocamento da origem e a função rugosidade não são previamente conhecidos(Perry e Joubert(1963), Perry et alli(1969)). Se o escoamento está próximo da condição de equilíbrio de energia, o método gráfico de Clauser pode ser utilizado para calcular o coeficiente de atrito (Perry e Joubert, 1963). A maior dificuldade apresentada por este método é a do valor de  $C_f$  ser confirmado somente pela inclinação da linha logarítmica a não por sua posição. Em algumas estações próximas à variação da rugosidade, o escoamento ainda não atingiu o estágio de equilíbrio, desta forma, qualquer método que admita a existência de uma região logarítmica que forneça o valor do coeficiente de atrito pela inclinação da linha logarítmica deve ser utilizado com cuidado.

No método gráfico desenvolvido por Perry e Joubert(1963) o perfil de velocidade é escrito na forma do deslocamento da origem, onde

$$\frac{u}{U_\infty} = \sqrt{\frac{C_f}{2}} \left[ \frac{1}{\kappa} \ln \frac{(y_T + \varepsilon)U_\infty}{\nu} + \frac{1}{\kappa} \ln \sqrt{\frac{C_f}{2}} + A - \frac{\Delta U}{u_\tau} + \frac{\Pi}{\kappa} W\left(\frac{y}{\delta}\right) \right], \quad (4.21)$$

onde  $y_T$  é a distância acima do topo dos elementos rugosos,  $\varepsilon$  é o deslocamento da origem e  $\Pi$  e  $W$  são, respectivamente, o parâmetro e a função universal de Coles.

Esta expressão pode ser escrita na forma

$$\frac{U}{U_\infty} = \frac{1}{\kappa} \sqrt{\frac{C_f}{2}} \left[ \ln(y_T + \varepsilon) + P + \frac{\Pi_0}{2} W\left(\frac{y}{\delta}\right) \right], \quad (4.22)$$

$$P = \sqrt{\frac{C_f}{2}} \left[ 5,6 \log \frac{u}{\nu} \sqrt{\frac{C_f}{2}} + 5,6 \log \frac{1}{12} + 4,9 \frac{\Delta U}{u_\tau} \right] \quad (4.23)$$

Como  $\varepsilon$  é, a princípio, desconhecido, o método consiste em se adicionar valores arbitrários de  $\varepsilon$  até que a região interna do escoamento, que apresenta um comportamento ligeiramente convexo com relação às abcissas, apresente comportamento logarítmico, que no par de eixos mono-log, será evidenciada por uma região logarítmica. O valor de  $\varepsilon$  que nos fornecer a melhor expressão logarítmica pelo método dos mínimos quadrados, será, então, admitido como o valor adequado para o deslocamento da origem. O coeficiente angular da expressão logarítmica resultante, então, corresponde à equação (4.22) de modo que com conhecimento de  $\kappa$  podemos calcular o coeficiente de atrito.

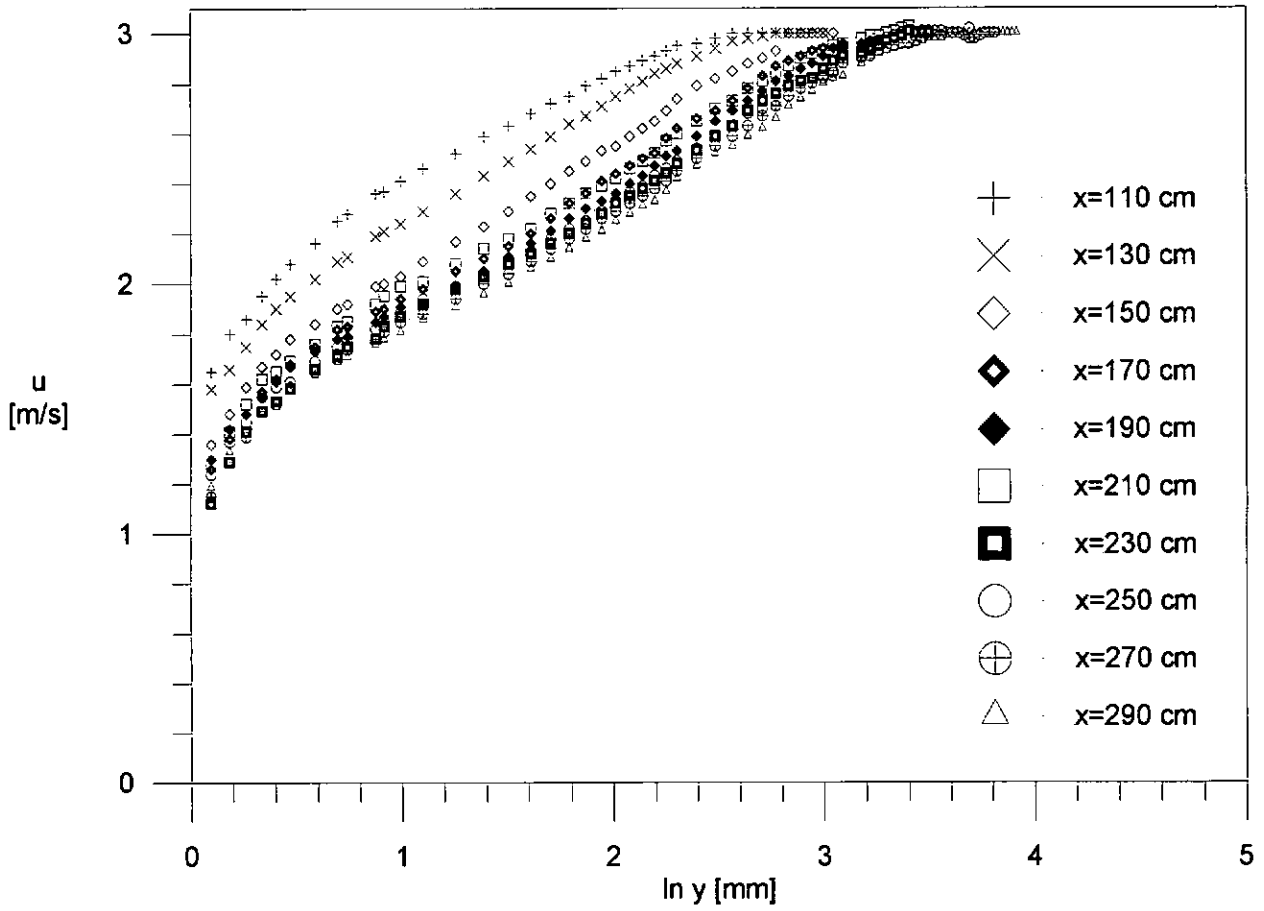


Figura (4.5) - Perfis de velocidade média das camadas limite sobre superfície lisa para diferentes estações em 'x'.

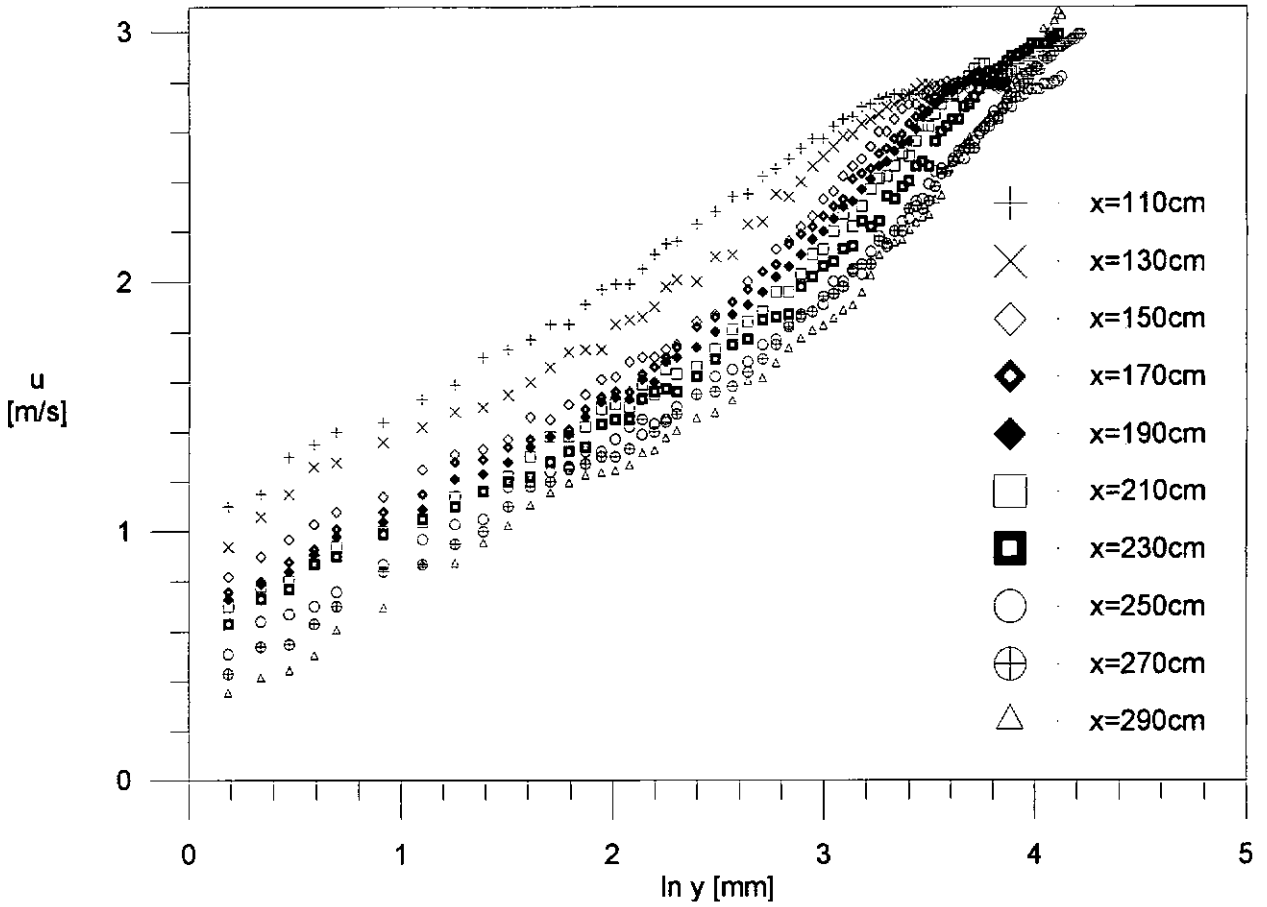


Figura (4.6) - Perfis de velocidade média das camadas limite sobre superfície com rugosidade padrão I

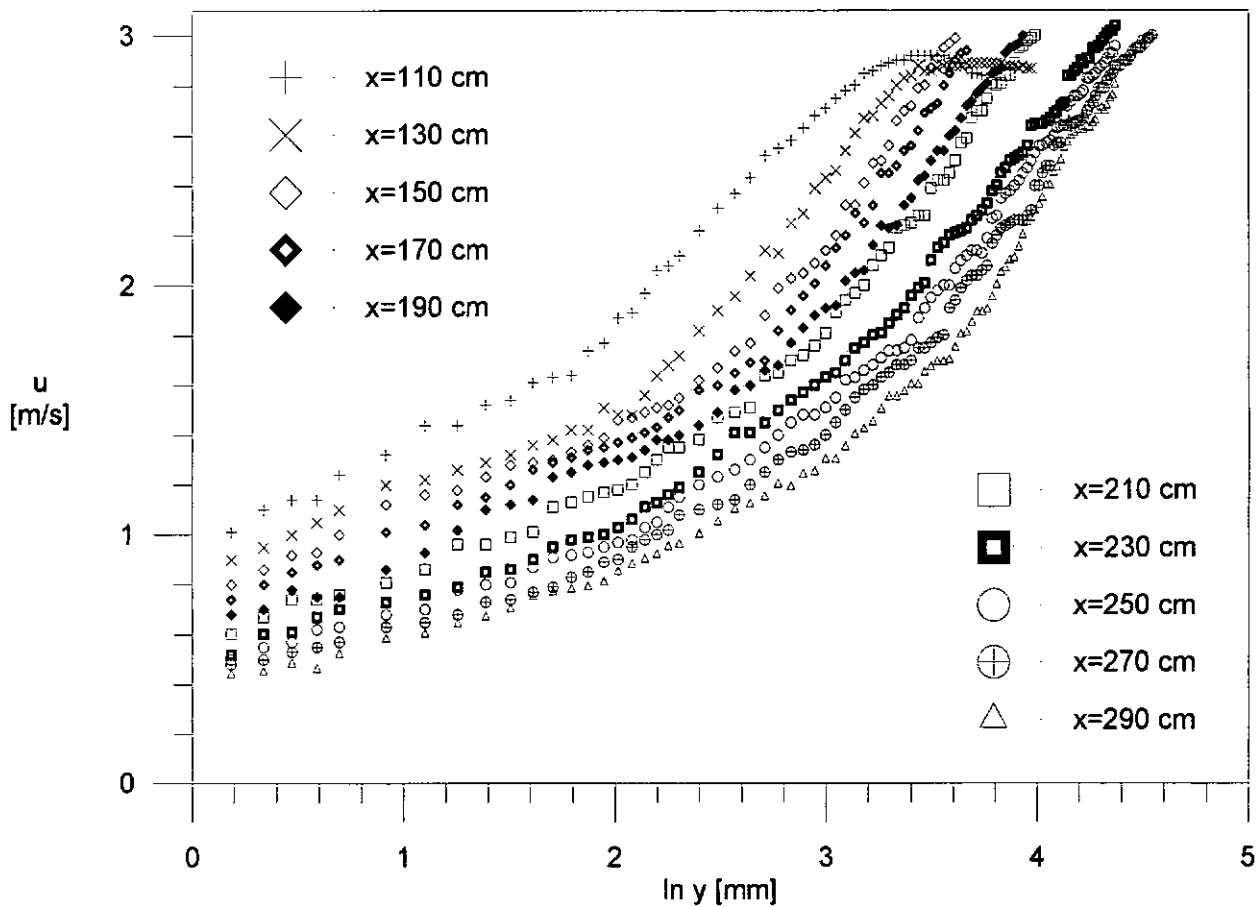


Figura (4.7) - Perfis de velocidade média das camadas limite sobre superfície com rugosidade padrão II

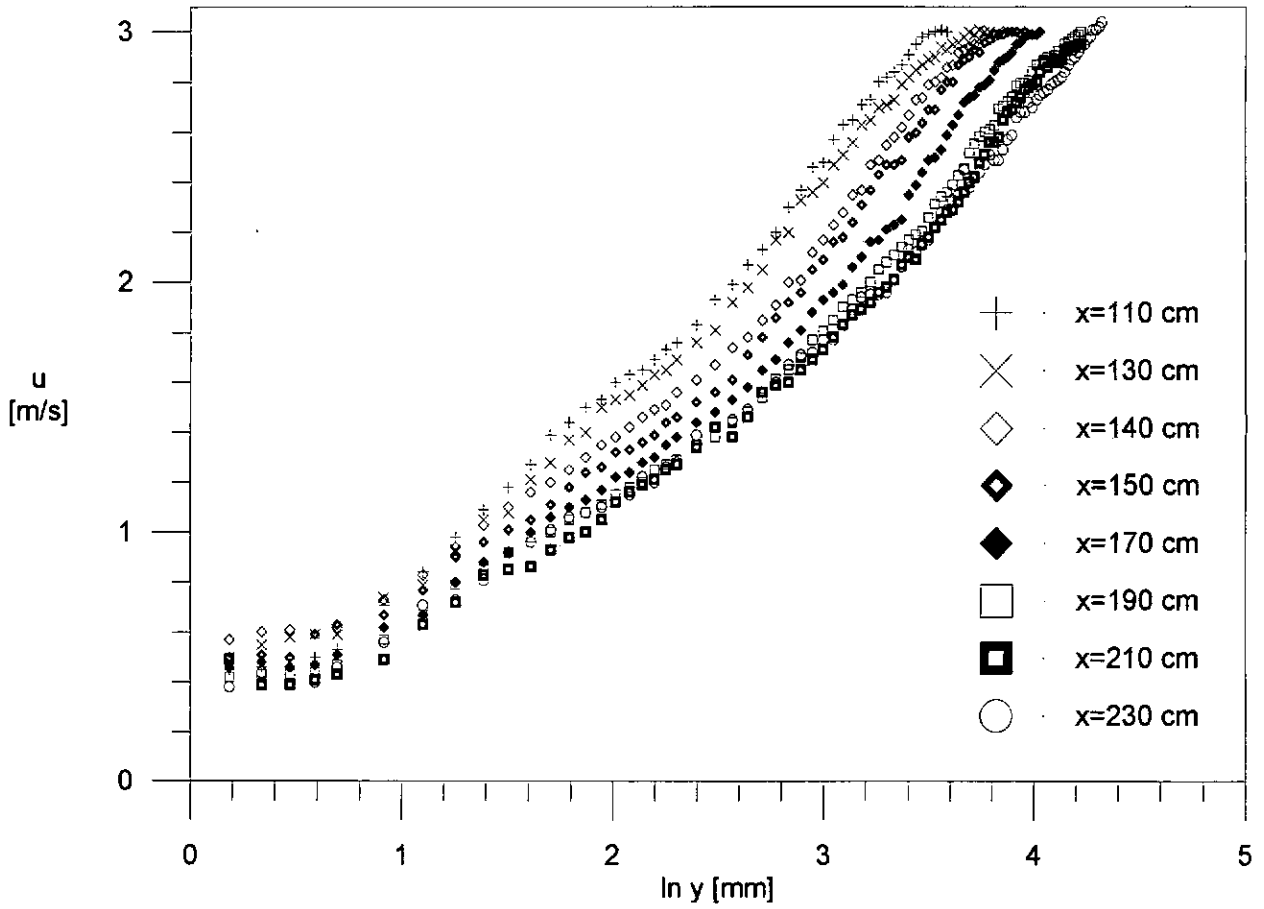


Figura (4.8) - Perfis de velocidade média das camadas limite sobre superfície com rugosidade padrão III



Nas medições realizadas no túnel de vento sobre as quatro configurações superficiais, foram medidas as flutuações de velocidade para a velocidade de corrente livre,  $U_\infty$ , constante e equivalente à 3,0m/s. Para a superfície lisa, a uma distância da entrada suficiente para garantir condições de equilíbrio, a intensidade turbulenta relativa na região fora da camada limite apresenta valores da ordem de  $u'/U_\infty = 0,03$ . Sobre as superfícies rugosas, a intensidade relativa apresenta valores superiores na região de escoamento de corrente livre.

As figuras (4.9) a (4.12) mostram o componente da flutuação de velocidade na direção longitudinal relativamente à velocidade do escoamento fora da camada limite, para as quatro configurações superficiais estudadas. A figura (4.9) apresenta a flutuação da velocidade para o caso do escoamento que se desenvolve sobre superfície lisa e pode-se verificar que atinge seu valor máximo em  $u' = 3u_\tau$ , na região próxima à parede.

Também são mostradas nas figuras, as intensidades turbulentas relativamente às velocidades instantâneas. Para cada configuração estudada, foi escolhida uma estação e valores de intensidade turbulenta são apresentados na parte superior dos gráficos. Pode-se observar, das figuras (4.9) a (4.12) que estes valores atingem um valor aproximadamente constante, como esperado, uma vez que a característica do escoamento nesta região é a de que governem os efeitos da turbulência. Extrapolando os valores encontrados para a intensidade turbulenta, para a parede lisa, o valor limite tende a 40%. Considerando as superfícies rugosas, estes valores variam em torno de 45%.

Distribuições de intensidades turbulentas ao longo das camadas limite nas diferentes estações sobre superfícies rugosas são apresentadas nas figuras (4.10) a (4.12) e comparadas com os resultados obtidos para a superfície lisa da figura (4.9). A comparação das medições mostra que as intensidades turbulentas relativas para os escoamentos sobre superfícies rugosas são maiores do que para os escoamentos sobre superfícies lisas, mas a razão entre as intensidades turbulentas relativas nas superfícies rugosas e nas superfícies lisas é equivalente à razão entre as tensões na parede para as diferentes condições, conforme esperado.

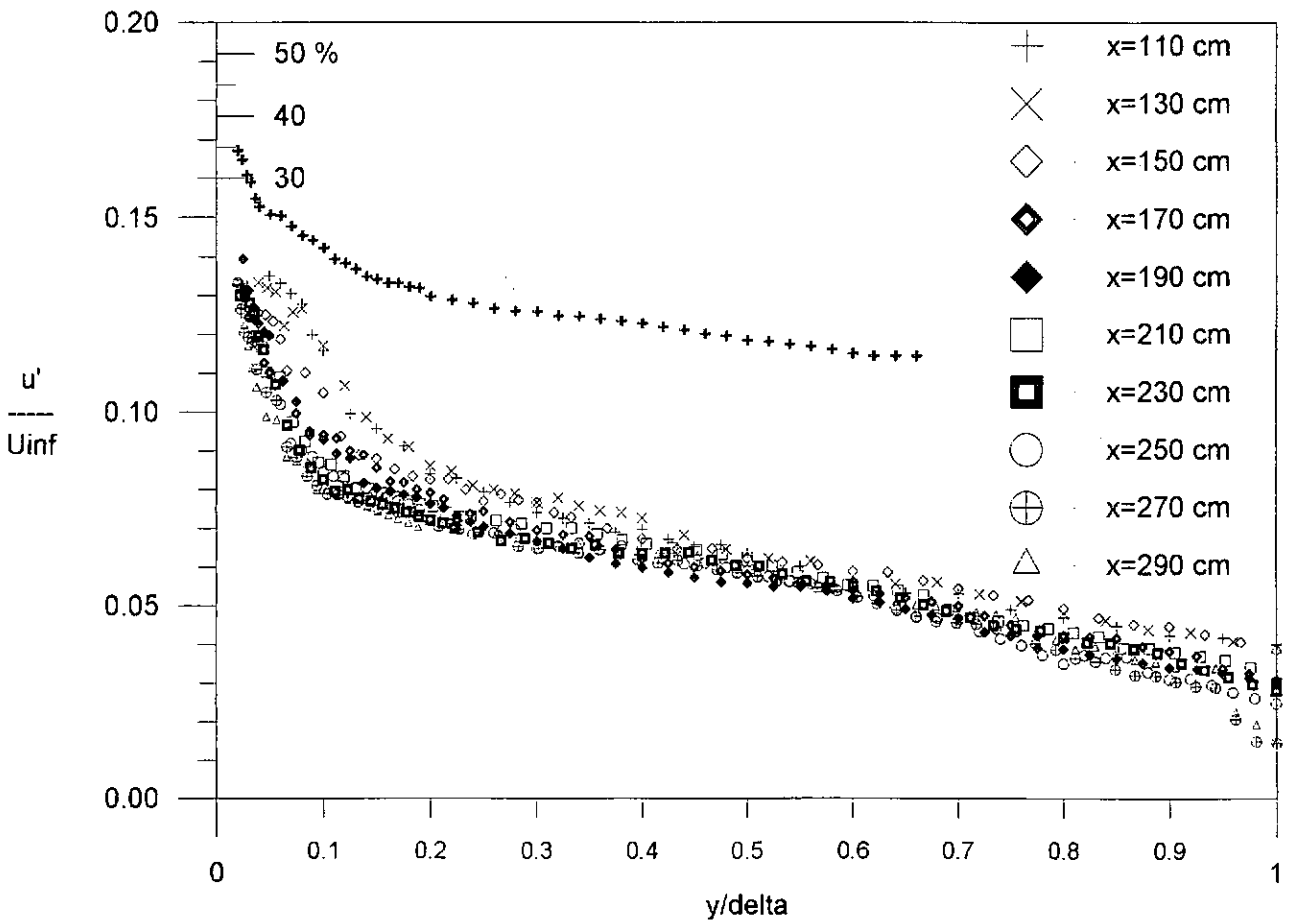


Figura (4.9) - Intensidade turbulenta relativa em camada limite sobre superfície lisa

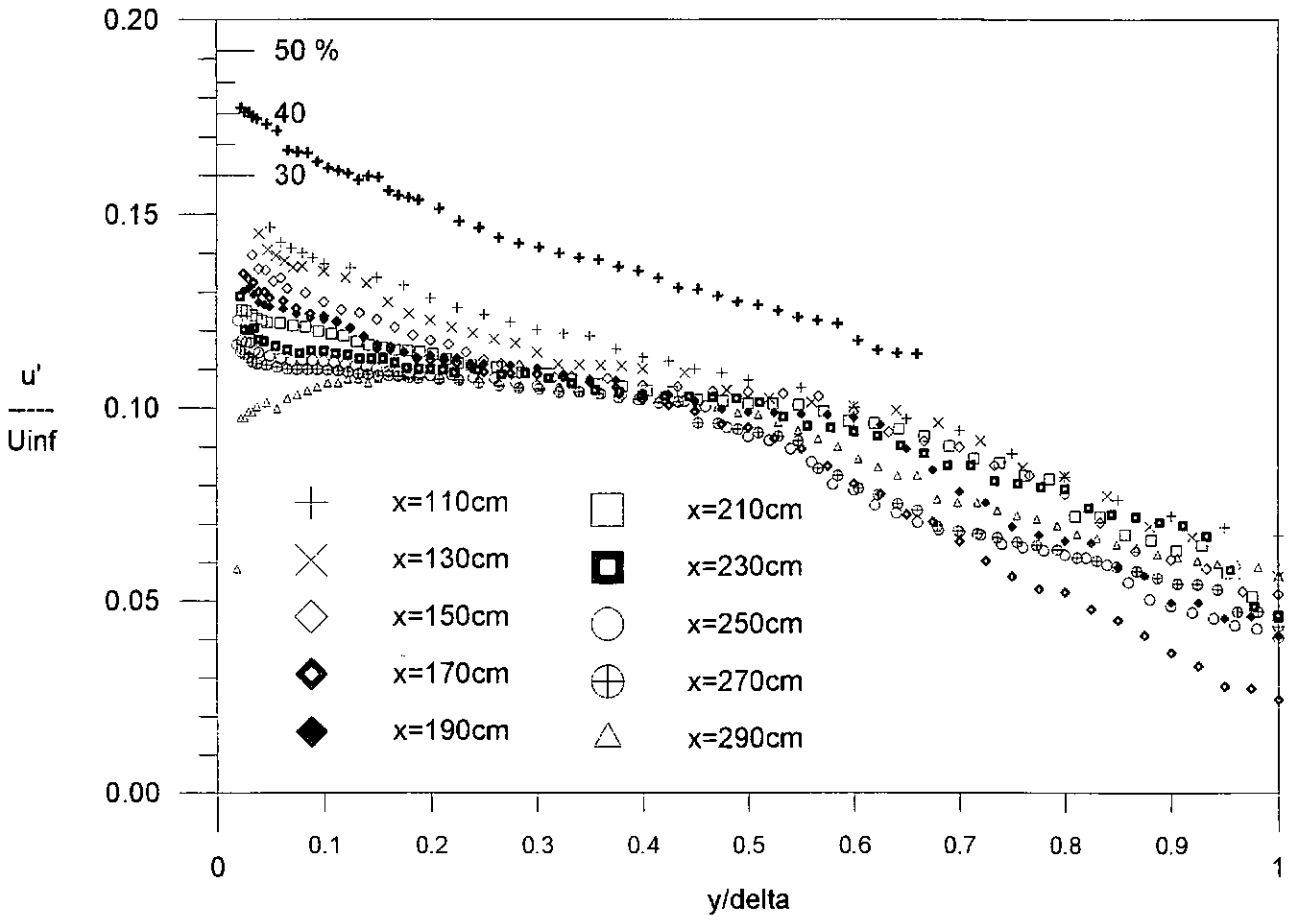


Figura (4.10) - Intensidade turbulenta relativa em camada limite sobre superfície com rugosidade padrão I

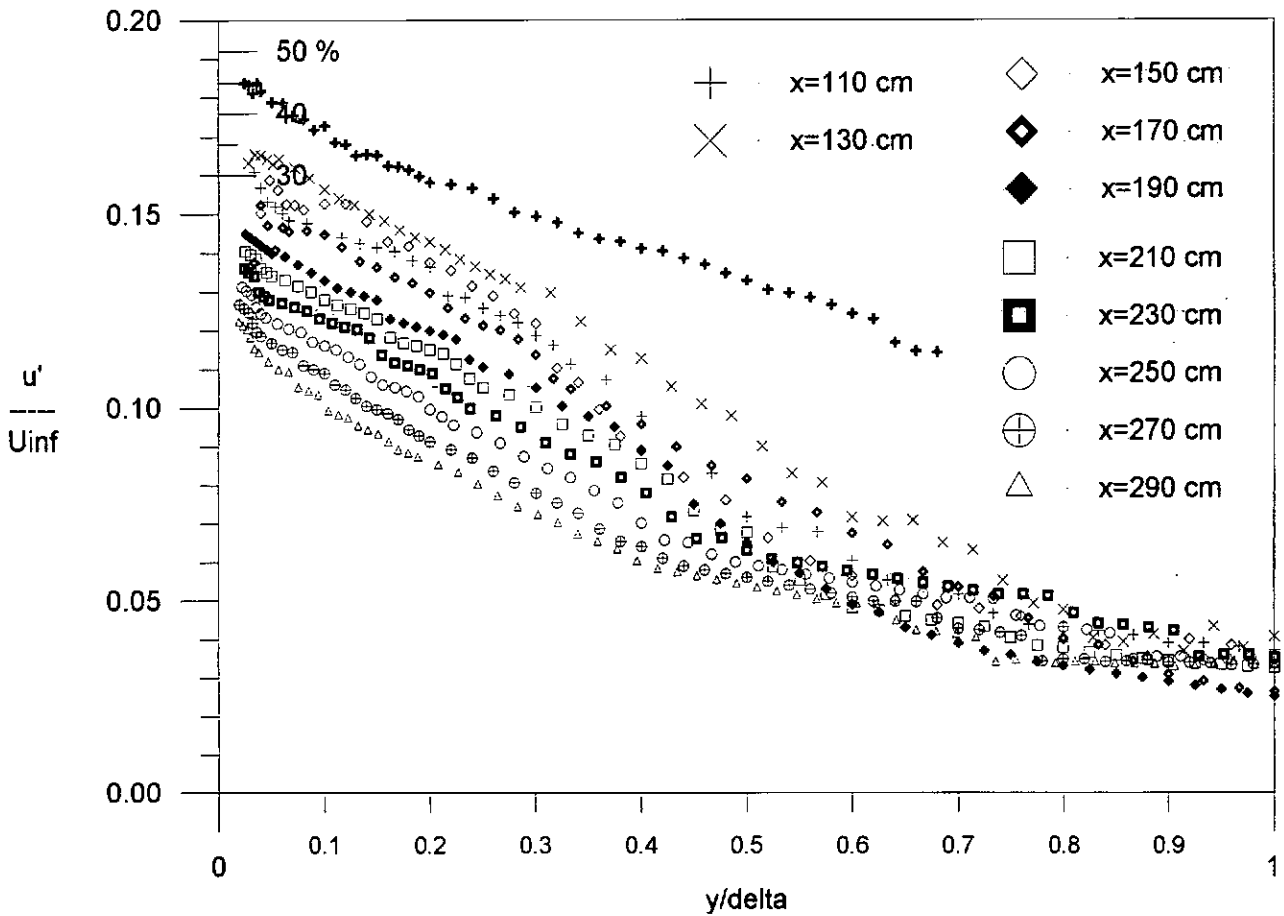


Figura (4.11) - Intensidade turbulenta relativa em camada limite sobre superfície com rugosidade padrão II

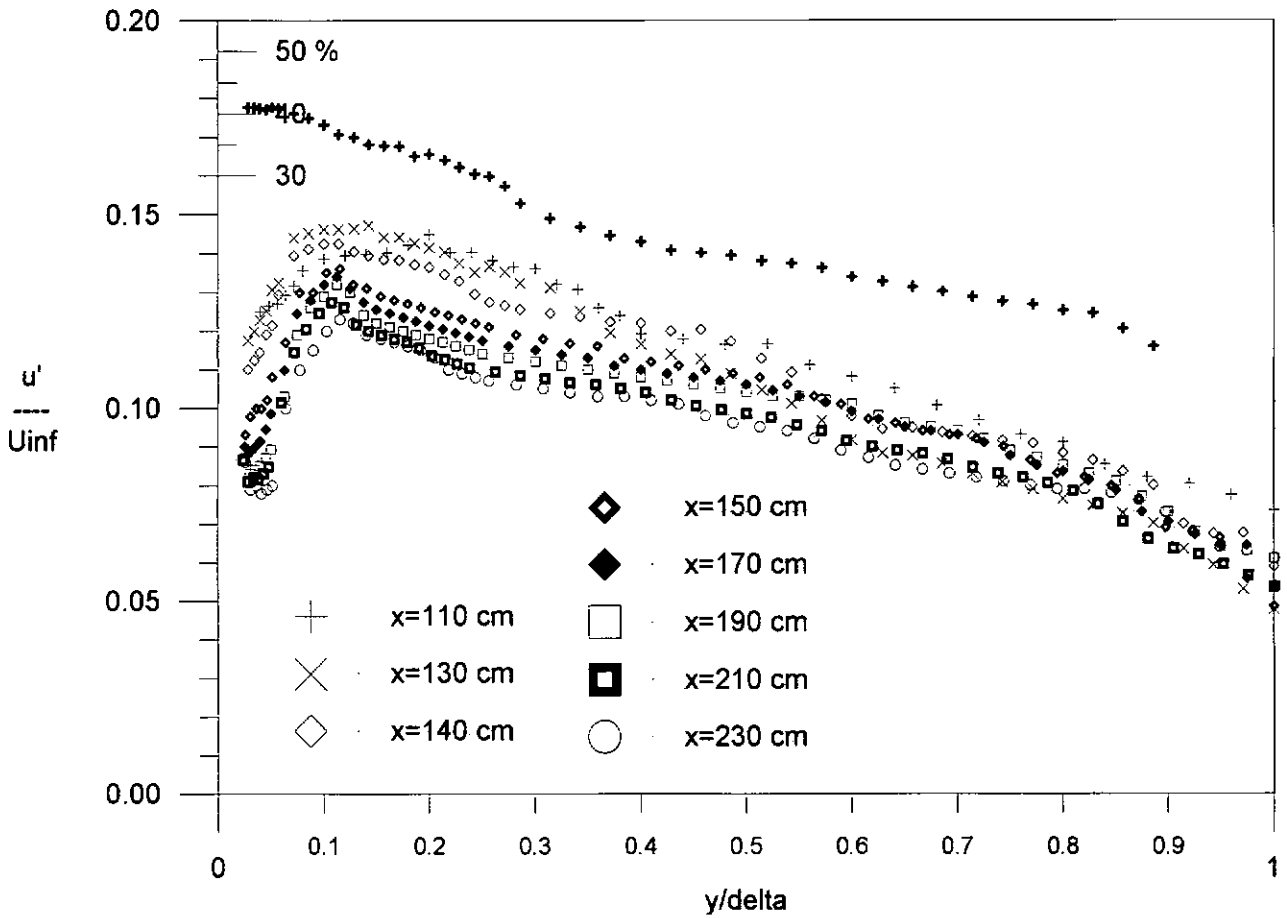


Figura (4.12) - Intensidade turbulenta relativa em camada limite sobre superfície com rugosidade padrão III

## 4.2 A camada limite térmica turbulenta

Tendo estabelecido as leis universais de similaridade para os perfis de velocidade, pode-se tentar buscar uma analogia para o campo de temperatura. As seções anteriores foram dedicadas ao cálculo de parâmetros relacionados à camada limite de velocidade. De forma similar, a equação da energia pode ser utilizada para calcular valores aproximados da taxa média local de transferência de calor e da espessura da camada limite térmica,  $\delta_t$ .

Em trabalhos recentes, Avelino(1998) e Avelino et al.(1998a, 1998c, 1999b), procurou-se desenvolver uma teoria capaz de descrever, através de uma nova formulação para a lei da parede, o campo de temperaturas nas camadas internas da camada limite. A nova teoria é baseada no conceito do deslocamento da origem para estabelecer, a partir das escalas dinâmicas do escoamento, as escalas do campo térmico.

Este capítulo apresenta os vários aspectos relacionados a uma correta caracterização do processo de transferência de calor em camadas limite turbulentas que se desenvolvem sobre superfícies que apresentam uma mudança abrupta em rugosidade. Dessa forma, apresentaremos a seguir os conceitos relativos ao número de Prandtl turbulento e a analogia de Reynolds. A partir desse conceitos poderemos, então, propor uma lei da parede para o campo de temperaturas capaz de representar bem os efeitos provocados pela presença da rugosidade.

Passemos logo a uma revisão dos conceitos desenvolvidos por outros autores para a camada limite sobre uma superfície lisa.

Com as velocidades conhecidas, a temperatura pode ser calculada a partir da equação da energia para escoamentos de camada limite turbulenta

$$\rho c_p \left( \bar{u} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) = \frac{\partial \bar{q}}{\partial y} + \tau \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}, \quad (4.24)$$

onde

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{\rho u'v'} \quad \text{e} \quad \bar{q} = k \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} - \rho c_p \overline{v't'}. \quad (4.25)$$

A dificuldade na obtenção de soluções analíticas diretamente das equações acima reside no estabelecimento de correlação adequadas para a representação dos termos viscosos turbulentos.

Escrevendo formalmente a analogia de Boussinesq para a viscosidade turbulenta  $\mu_t$  e para a condutividade turbulenta  $k_t$ , temos

$$\tau_{total} = (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}; \quad q_{total} = -(k + k_t) \frac{\partial \bar{T}}{\partial y}. \quad (4.26)$$

As propriedades do escoamento,  $\mu_t$  e  $k_t$  podem ser agrupadas definindo o número de Prandtl turbulento

$$Pr_t = \frac{c_p \mu_t}{k_t}. \quad (4.27)$$

Considere agora a equação da energia na região próxima à parede, com  $\bar{u} \approx 0$ ; assim, a equação

$$q \approx q_w \approx \rho c_p \left( \frac{\nu}{Pr} + \frac{\nu_t}{Pr_t} \right) \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) \quad (4.28)$$

pode ser integrada em relação à  $y^+$  através do método da separação de variáveis,

$$T^+ = \frac{T_w - \bar{T}}{t_\tau} = \int \frac{dy^+}{\frac{1}{Pr} + \frac{\mu_t}{\mu Pr_t}}, \quad (4.29)$$

onde  $t_\tau = q_w / (\rho c_p u_\tau)$  é a temperatura de atrito na parede, análoga à velocidade de atrito.

Admitindo-se que  $Pr$  e  $Pr_t$  possuam valores constantes, a equação (4.29) pode ser integrada usando um modelo de fechamento turbulento, por exemplo, do tipo algébrico de comprimento de mistura. Nesse caso, pode-se mostrar que na região próxima à parede, na subcamada viscosa, a camada logarítmica é da forma

$$T^+ = \frac{Pr_t}{\alpha_t} \ln y^+ + A(Pr). \quad (4.30)$$

onde

$$T^+ = \frac{T_w - T}{t_\tau}, \quad y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu}. \quad (4.31)$$

O coeficiente linear  $A(Pr)$  é função de  $Pr$ ; uma expressão simples para descrever o seu comportamento é  $A(Pr) = 13Pr^{2/3} - 7$ , válida para  $Pr \geq 0,7$ . Uma expressão mais complexa fornecida por Kader(1981) estabelece

$$A(Pr) = (3,85Pr^{1/3} - 1,3)^2 + 2,12 \ln(Pr). \quad (4.32)$$

Segundo Silva Freire e Hirata(1990), do ponto de vista assintótico, o fator importante na determinação da estrutura do escoamento é o correto estabelecimento da ordem de grandeza das flutuações das quantidades turbulentas. Para o campo de velocidades, um resultado clássico é que, para o escoamento sobre uma superfície lisa, as escalas dos componentes de flutuação de velocidade longitudinal e transversal são da ordem da velocidade de atrito,  $u_\tau$ . A implicação direta deste resultado é que a região completamente turbulenta é limitada pelas escalas  $(u_\tau^2)$  e  $\nu/u_\tau$ . As flutuações de temperatura, por outro lado, no trabalho de Orlando et al.(1974), são relacionados



com a temperatura de atrito,  $t_\tau$ . A implicação aqui é que a região completamente turbulenta de temperatura é limitada pelas escalas  $(u_\tau t_\tau / U_\infty (T_w - T_\infty))L$  e  $\nu / u_\tau Pr$ , onde  $Pr$  representa o número de Prandtl molecular. Logo, os limites inferiores das escalas são funções tanto do fluido quanto do escoamento, e, como um resultado, devem ter valores diferentes exceto para o caso particular de  $Pr = 1$ . O grau de mistura do escoamento turbulento, entretanto, assegura que a velocidade de atrito e a temperatura de atrito tem mesma ordem de grandeza. Como consequência os limites superiores das escalas dos campos de velocidade e de temperatura para o escoamento turbulento sempre coincidem, independentemente das condições do escoamento. Estes argumentos podem ser verificados através da aplicação do conceito dos limites de Kaplun(1967).

Para escoamentos sobre superfícies rugosas observou-se que a região de convergência na camada interna deve ser uma função da geometria da superfície. De fato, na presença da rugosidade a viscosidade torna-se um parâmetro irrelevante na determinação da escala da região interna, uma vez que a tensão é transmitida por forças de pressão nas esteiras formadas pelos topos dos elementos rugosos. Observou-se que o comprimento de escala para a região adjacente à superfície deve ser o deslocamento na origem,  $\varepsilon$ . Tanto para rugosidades do tipo  $K$  quanto do tipo  $D$ , os elementos rugosos situam-se dentro da região completamente turbulenta, assim, a origem deslocada tanto para os perfis de velocidade quanto de temperatura estarão situados no interior da região logarítmica. A similaridade no processo de transferência para escoamentos turbulentos sugere que

$$\frac{T - T_w}{t_\tau} = \frac{Pr}{\kappa_t} \ln \frac{(y_T + \varepsilon) u_\tau}{\nu} + B - \frac{\Delta T}{t_\tau}, \quad (4.33)$$

onde,

$$\frac{\Delta T}{t_\tau} = \frac{Pr}{\kappa_t} \ln \left( \frac{\varepsilon u_\tau}{\nu} \right) + D_i, \quad (4.34)$$

o parâmetro  $B$  é uma função da geometria do escoamento e  $D_i$ ,  $i = K, D$ ; é uma constante característica da rugosidade.

As equações (4.33) e (4.34) são a formulação de lei da parede para escoamentos sobre superfícies rugosas com transferência de calor. Para escoamentos sujeitos a variações bruscas de rugosidade e de temperatura, esta formulação está sendo aplicada aqui pela primeira vez. As equações (4.33) e (4.34), juntamente com a lei de similaridade para o perfil de velocidades, equação (4.17), serão utilizadas para especificação das condições de contorno no modelo  $\kappa - \epsilon$ . Estas equações serão resolvidas numericamente no próximo Capítulo para prever os perfis de velocidade e de temperatura.

As figuras (4.13), (4.14), (4.15) e (4.16) apresentam os perfis de camada limite de temperatura sobre superfície lisa e superfícies com rugosidades do tipo I, II e III respectivamente. As regiões logarítmicas dos perfis de temperatura e de velocidade situam-se na mesma faixa de  $y$ . De fato, pode-se observar que a região externa da camada hidrodinâmica não afeta os perfis de temperatura.

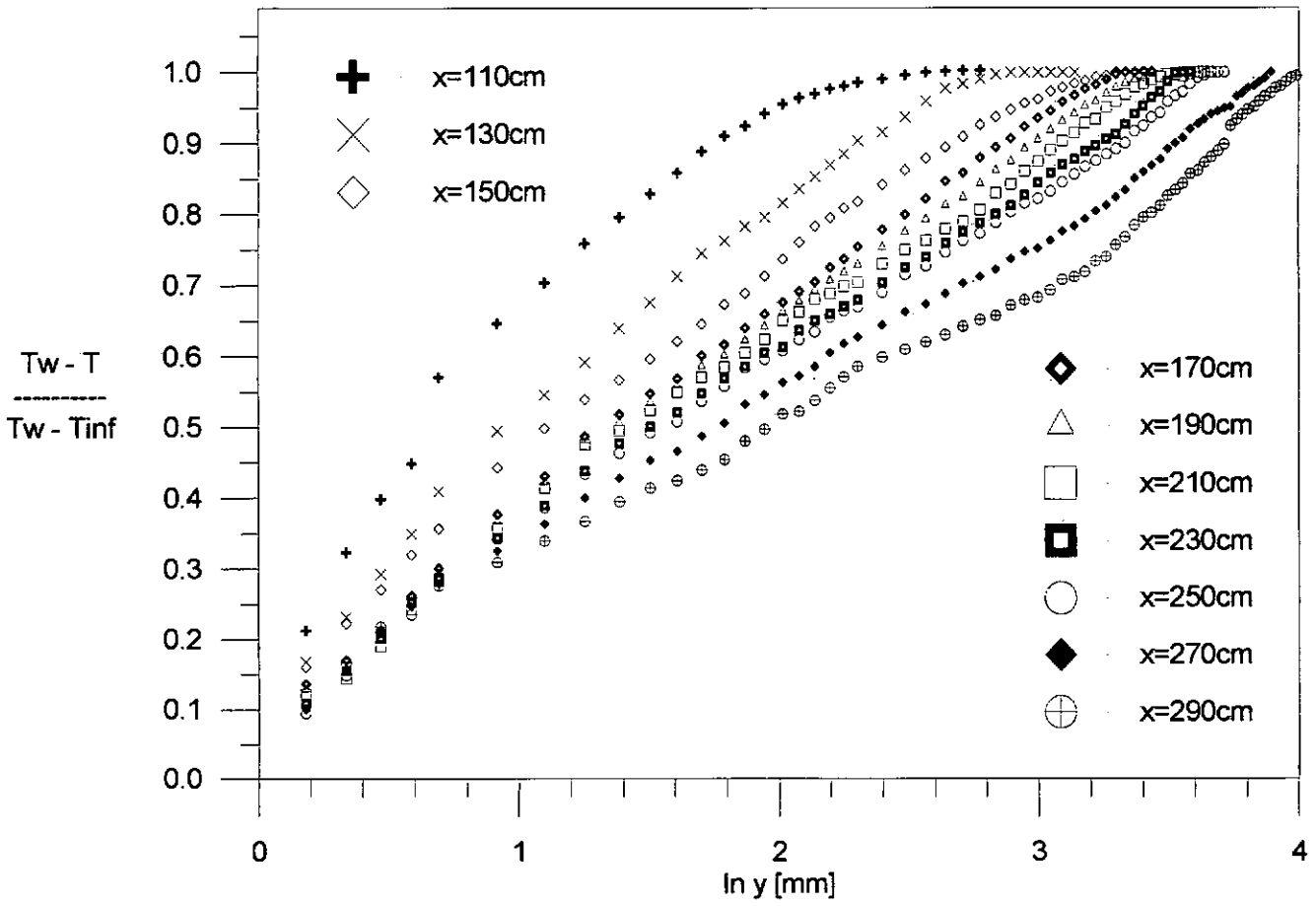


Figura (4.13) - Perfil de temperatura das camadas limite sobre superfície lisa.

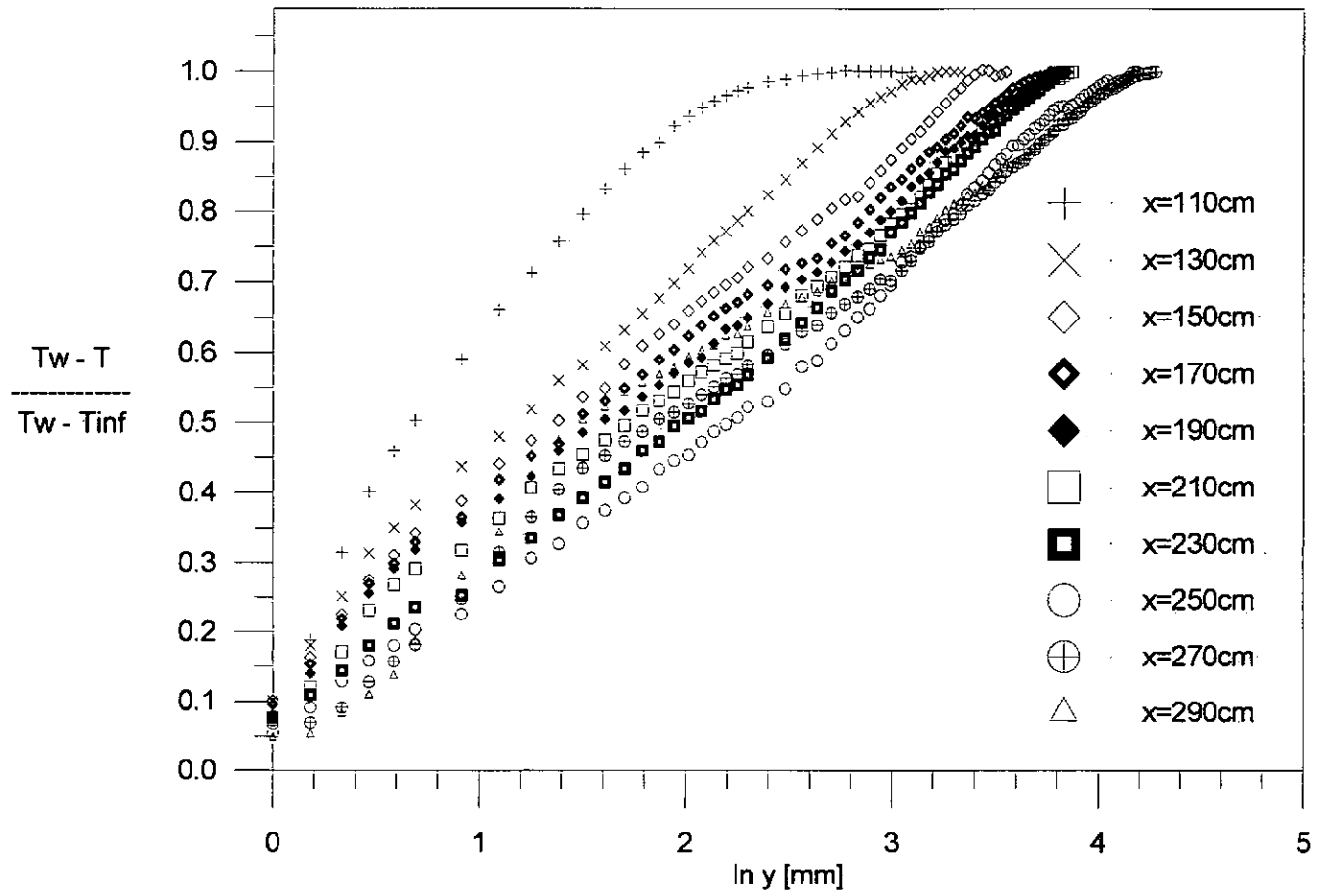


Figura (4.14) - Perfil de temperatura das camadas limite sobre superfície com rugosidade padrão I

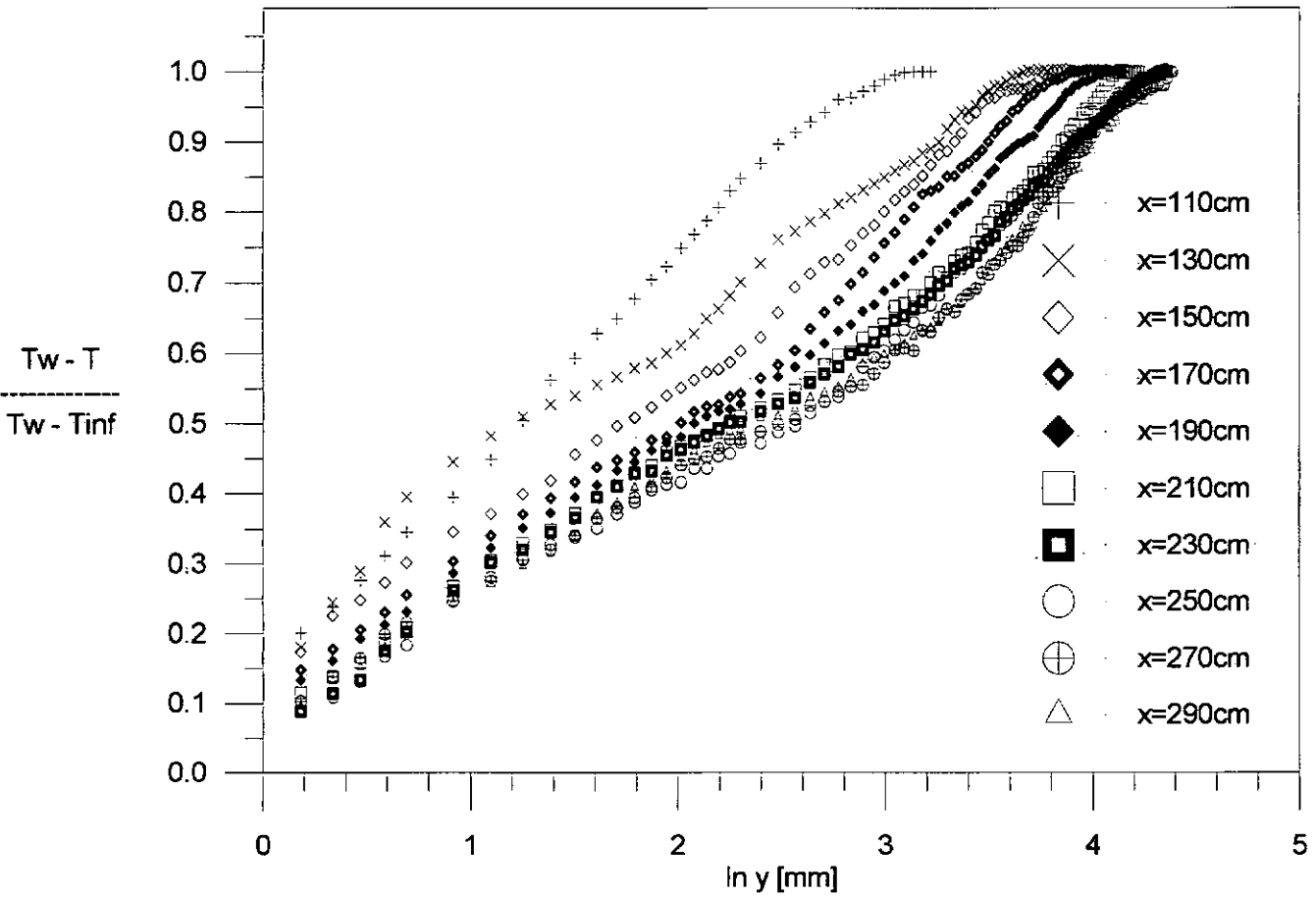


Figura (4.15) - Perfil de temperatura das camadas limite sobre superfície com rugosidade padrão II

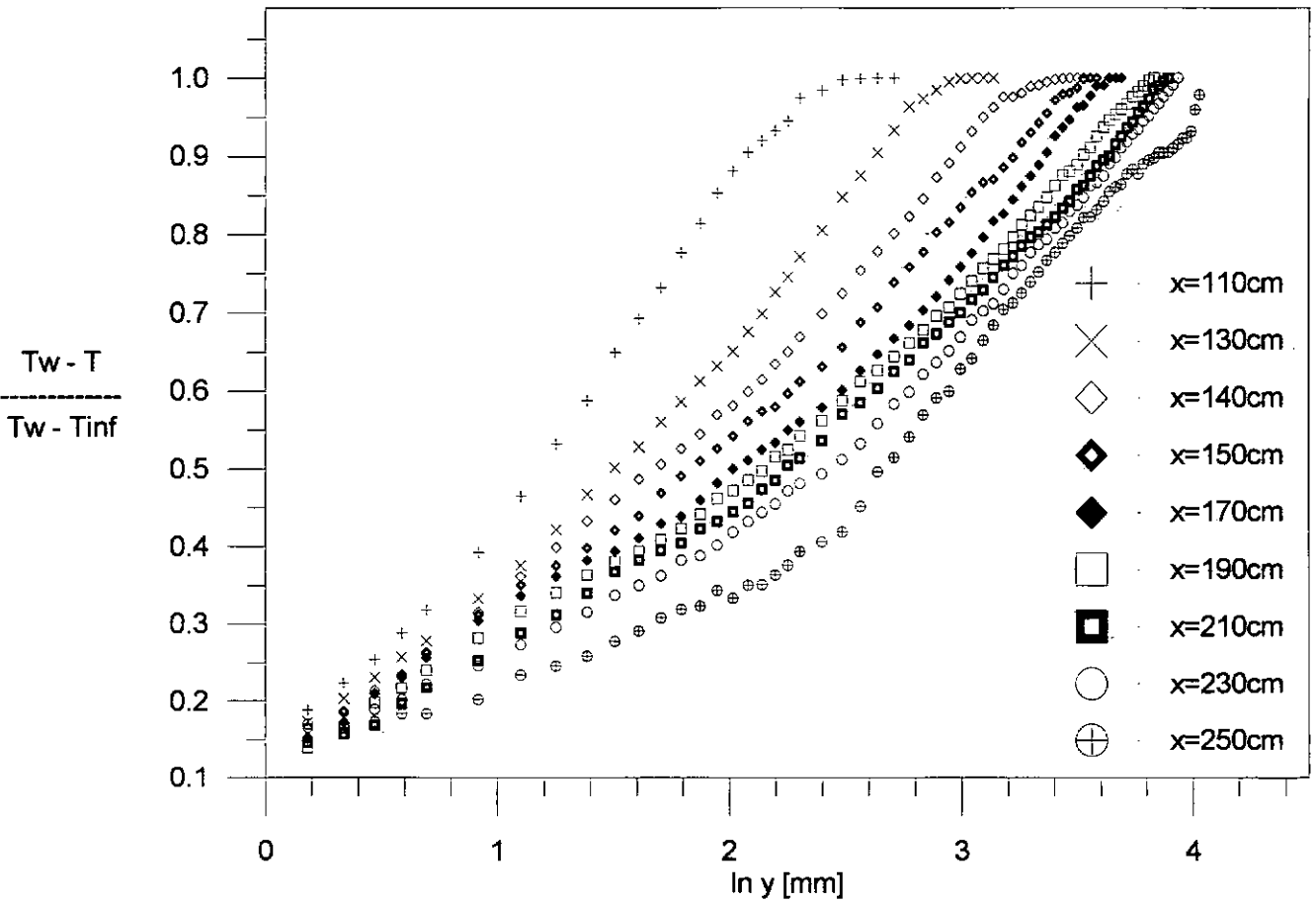


Figura (4.16) - Perfil de temperatura das camadas limite sobre superfície com rugosidade padrão III

### 4.3 O deslocamento da origem para a camada limite de velocidades

Nos experimentos realizados, a distância vertical foi medida a partir do topo dos elementos rugosos. Entretanto, para obter uma distribuição logarítmica do perfil de velocidades, a origem do eixo das ordenadas deve ser deslocada para uma determinada distância abaixo do topo dos elementos rugosos. Esta distância é denominada deslocamento da origem.

Como visto anteriormente, a determinação do deslocamento da origem,  $\epsilon$ , é de extrema importância para o cálculo do coeficiente de atrito. De fato, o coeficiente de atrito na parede pode ser calculado de várias formas. Dentre elas podemos citar:

1. Um balanço integral da taxa de variação da quantidade de movimento ao redor de cada um dos elementos rugosos.
2. Uma integração direta do campo de pressão medido ao redor de cada um dos elementos rugosos.
3. O uso de elementos rugosos flutuantes para a medição direta da força de arrasto atuando sobre cada um dos elementos rugosos.
4. A utilização de formulação de lei da parede.

O primeiro método é muito difícil de ser implementado pois a frequente diminuta dimensão dos elementos rugosos impede medições exatas dos perfis de velocidade a jusante e a montante deles. Em particular, se a rugosidade for do tipo  $D$  a grande região de recirculação que se forma entre os elementos rugosos dificulta ainda mais as medições.

O segundo método é também frequentemente dificultado pelas pequenas dimensões dos elementos rugosos, o que impede a colocação de pequenos tubos de medida de pressão na sua superfície.

O terceiro método possui dificuldades construtivas mais agravantes. Conseguir que os elementos flutuantes estejam corretamente alinhados com o escoamento e

conseguir que a sensibilidade das molas e dos medidores de deformação sejam os adequados, são sempre tarefas muito difíceis.

Resta-nos, portanto, o último método: o de utilização de formulação de lei da parede. Esses métodos são muito populares por serem robustos e relativamente confiáveis, seguros e precisos. No caso de superfícies rugosas, a existência de um deslocamento da origem fornece uma dificuldade adicional. Entretanto, as vantagens do método são muitas o que motivou, no passado, bastante esforço em seu desenvolvimento. Esses desenvolvimentos tem se concentrado na proposição de métodos para a determinação do deslocamento da origem  $\epsilon$ .

Nesta seção, discorreremos sobre dois métodos gráficos utilizados para o cálculo do deslocamento da origem. Esses métodos são atualmente os mais populares na literatura; sendo considerados também os melhores. Uma vez estimado o valor do deslocamento da origem, é possível avaliar o comportamento do coeficiente de atrito, que será apresentado em seção subsequente.

Os métodos gráficos são baseados na existência da lei da parede, contando, portanto, com a hipótese de que existe uma região próxima à parede onde o perfil de velocidade é logarítmico. Neste trabalho foram adotados dois procedimentos distintos para a determinação do deslocamento da origem.

Um dos procedimentos adotados para a determinação dos valores de  $\epsilon$  foi implementado de acordo com o método gráfico de Perry e Joubert(1963). Adicionando-se sistematicamente valores arbitrários de deslocamento da origem aos perfis originais, o método dos mínimos quadrados foi utilizado nos pontos próximos à parede para procurar a expressão que melhor se ajustasse nesta região, conforme apresentado na figura (4.17). Como foi observado pela presente autora, este método é extremamente sensível, pois pequenos afastamentos no valor real do deslocamento da origem fornecerão grandes diferenças nos valores calculados do coeficiente de atrito. Por esta razão, a escolha dos pontos que deveriam pertencer à região completamente turbulenta foi baseada em uma previsão numérica dos valores da velocidade de atrito, indicando a região do escoamento que deveria apresentar comportamento logarítmico, para então, por redução linear, proceder-se a determinação do valor



do deslocamento da origem que fornecesse a expressão com melhor coeficiente de determinação. Para comparação com valores de deslocamento da origem obtidos pelo método de Perry e Joubert(1963), foi adotado alternativamente um segundo procedimento, o método gráfico descrito em de Perry et al.(1987) para a determinação de  $C_f$  e  $\varepsilon$ .

O método de Perry et al.(1987), baseia-se na hipótese de que a região externa da camada limite esteja bem desenvolvida. Neste método, perfis de velocidade média medidos sobre uma superfície rugosa e adimensionalizados com a velocidade do escoamento de corrente livre, são apresentados em um gráfico com abcissa em escala logarítmica de  $(y_T + \varepsilon)$  para diferentes valores de deslocamento na origem, como pode ser observado na figura (4.18), onde  $y_T$  é a distância do ponto considerado ao topo dos elementos rugosos e  $\varepsilon$  é o deslocamento da origem. Para cada valor de  $\varepsilon$  considerado, é ajustada uma expressão para a região logarítmica cuja inclinação é  $(1/\kappa)(C_f/2)^{\frac{1}{2}}$ , e a distância desta expressão logarítmica à região da esteira vale  $L(C_f/2)^{\frac{1}{2}}$ . Gráficos de  $\varepsilon$  versus  $L$  e de  $\varepsilon$  versus  $(C_f/2)^{\frac{1}{2}}$  são apresentados na figura (4.19). De acordo com a lei da esteira de Coles(1956),  $\varepsilon$  e  $(\frac{1}{2}C_f)^{\frac{1}{2}}$  apresentam o valor correto quando  $L = 3,780$ .

Em adição aos métodos acima, mais precisos, podemos considerar dois outros métodos muito mais simples. Uma estimativa inicial do deslocamento da origem pode ser feita com base na equação (4.35) proposta por Thompson(1978) para uma previsão do comprimento de escala de rugosidade,

$$y_0 = \frac{1}{2}K \frac{w}{\lambda}. \quad (4.35)$$

Esta equação é válida somente para escoamentos nas regiões completamente rugosas, ou seja a partir da estação aonde o escoamento já atingiu seu novo estado de equilíbrio, não apresentando bons resultados para a região de transição. Para a previsão do deslocamento da origem na região de transição, pode ser adotada uma teoria mais consistente, levando em conta a física do problema. Desta forma,

para superfícies rugosas com razão  $w/K \simeq 3,0$ , a equação (4.36) pode ser adotada (Bandyopadhyay, 1987).

$$\varepsilon = 0,0019x^m, \quad m = 0,72. \quad (4.36)$$

Os valores do deslocamento da origem,  $\varepsilon$ , estimados para escoamentos que se desenvolvem sobre superfícies que mudam de superfície lisa para superfícies rugosas são mostrados nas figuras (4.20) a (4.22).

Os três tipos de superfície rugosa considerados são aqueles apresentados no início desse capítulo. Todos os resultados são comparados com a equação de Thompson(1978), equação (4.35), que vale somente para o regime completamente rugoso e com a equação de Bandyopadhyay(1987), válida na região de transição entre uma superfície lisa e uma superfície rugosa do tipo  $K$ , equação (4.36).

Nos escoamentos sobre superfície rugosa com  $w/K > 3,0$ , rugosidade I e rugosidade II, apresentados nas figuras (4.20) e (4.21) respectivamente, observa-se que os resultados estimados neste trabalho, adotando os métodos de Perry e Joubert(1963) e Perry et al.(1987), concordam com aqueles previstos pela expressão proposta por Bandyopadhyay(1987) para a região de transição, equação(4.36), tendendo para os valores estimados pela expressão proposta por Thompson(1978), equação (4.35), válida para o regime completamente rugoso.

Para casos onde  $w/K < 3,0$ , como a superfície rugosa do tipo III adotada neste trabalho, as estimativas iniciais realizadas com base nas equações (4.35) e (4.36) apresentam valores sistematicamente superiores aos obtidos pelos métodos gráficos de Perry e Joubert(1963) e Perry et al.(1987). Um forte indicativo de que as teorias de Thompson(1978) e de Bandyopadhyay(1987) não devem ser adotadas para este tipo de rugosidade é o fato destas teorias terem sido obtidas para escoamentos onde  $w/K > 3,0$ .

Para o caso da camada limite que se desenvolve sobre a superfície com rugosidade do tipo I, todos os métodos parecem tender para um mesmo valor, na faixa de

$\varepsilon \approx 1,2\text{mm}$ , a partir da estação  $x = 190\text{ cm}$ . A rugosidade II apresenta a maior taxa de crescimento no deslocamento da origem por ser a mais representativa de rugosidades do tipo *K*, deste modo pode-se antecipar que  $\varepsilon$  está convergindo a montante para um valor de  $\varepsilon \approx 1,4\text{mm}$ , atingido na estação  $x = 210\text{ cm}$ . O comportamento da camada limite que se desenvolve sobre a superfície com rugosidade do tipo III, entretanto, é o mais distinto. Desde que a rugosidade do tipo III possui geometria próxima de rugosidades do tipo *D*, é natural que ela apresente a menor taxa de crescimento de  $\varepsilon$ . Neste caso, não pudemos estimar o valor para o qual o deslocamento da origem tende assintoticamente tendo em vista a curta extensão da superfície rugosa disponível para o experimento realizado. Vale ressaltar que o deslocamento da origem atinge valores constantes nas mesmas estações a partir das quais as quantidades integrais apresentam crescimento linear com a distância na direção do escoamento, indicando o estado de auto-preservação.

Concluimos esta seção chamando atenção para a grande consistência dos resultados apresentados.

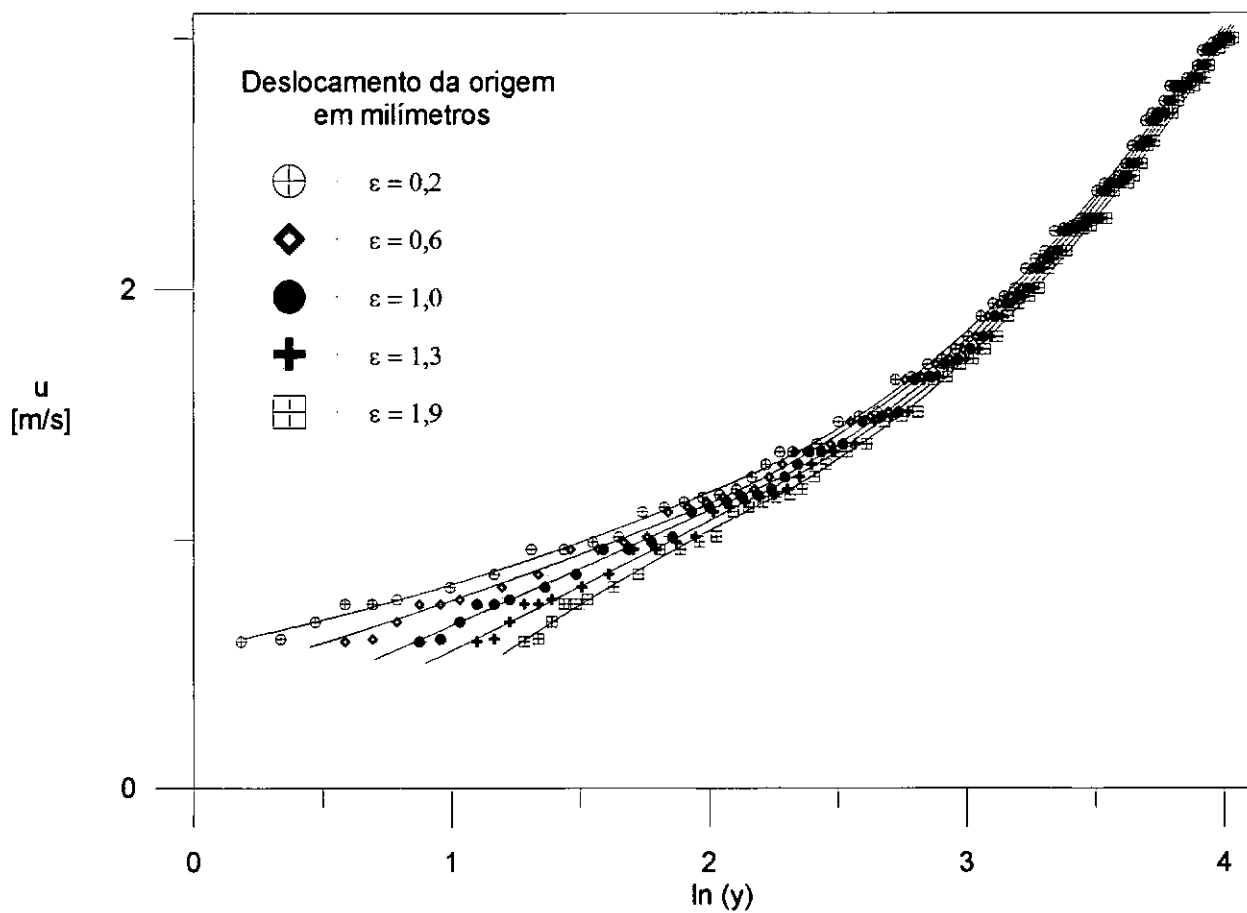


Figura (4.17) - Gráfico utilizado para determinar o deslocamento da origem pelo método de Perry e Joubert(1963).

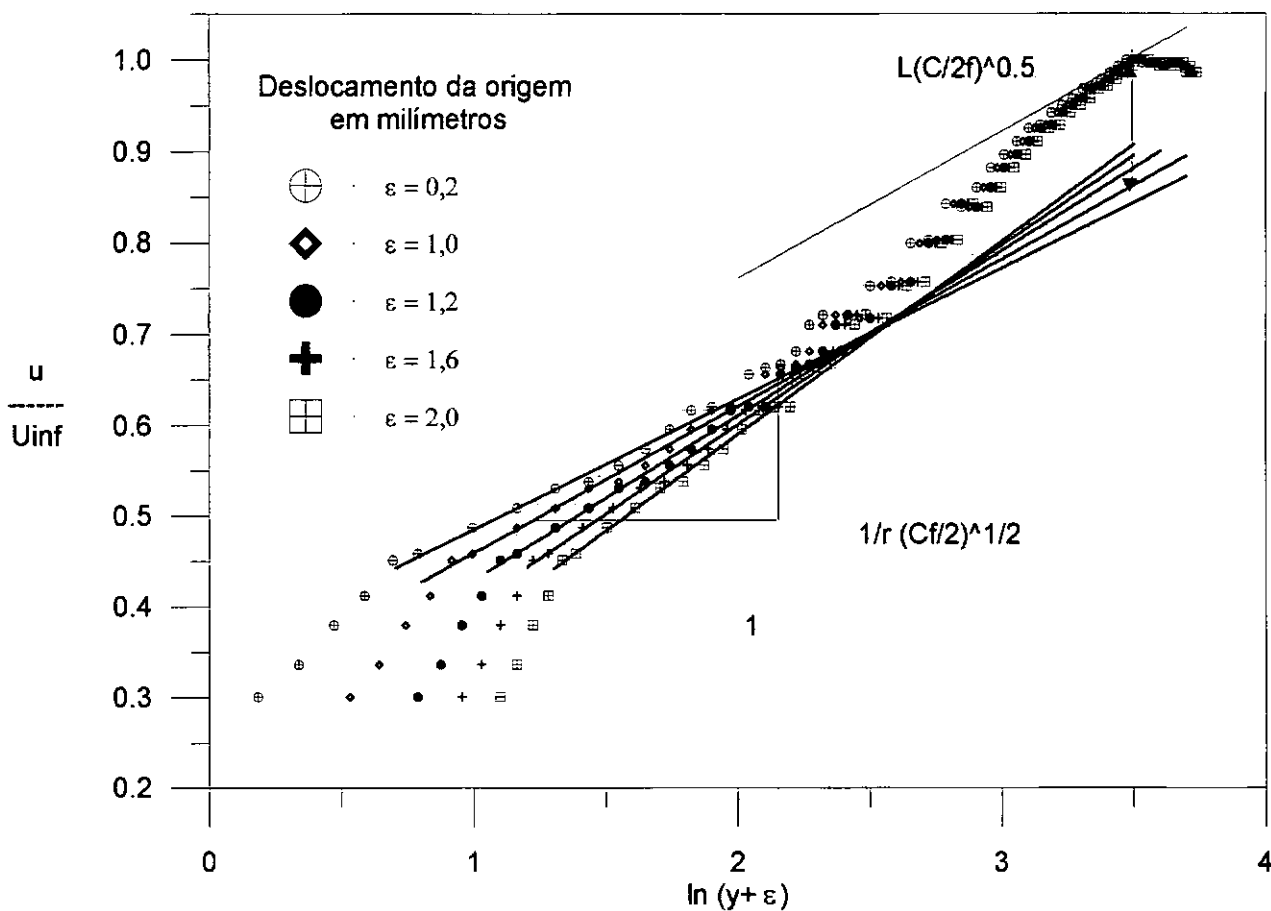


Figura (4.18) - Perfil de velocidade média sobre superfície rugosa na estação  $x = 130\text{cm}$  para determinação do valor de  $\varepsilon$  pelo método proposto por Perry et alli(1987).

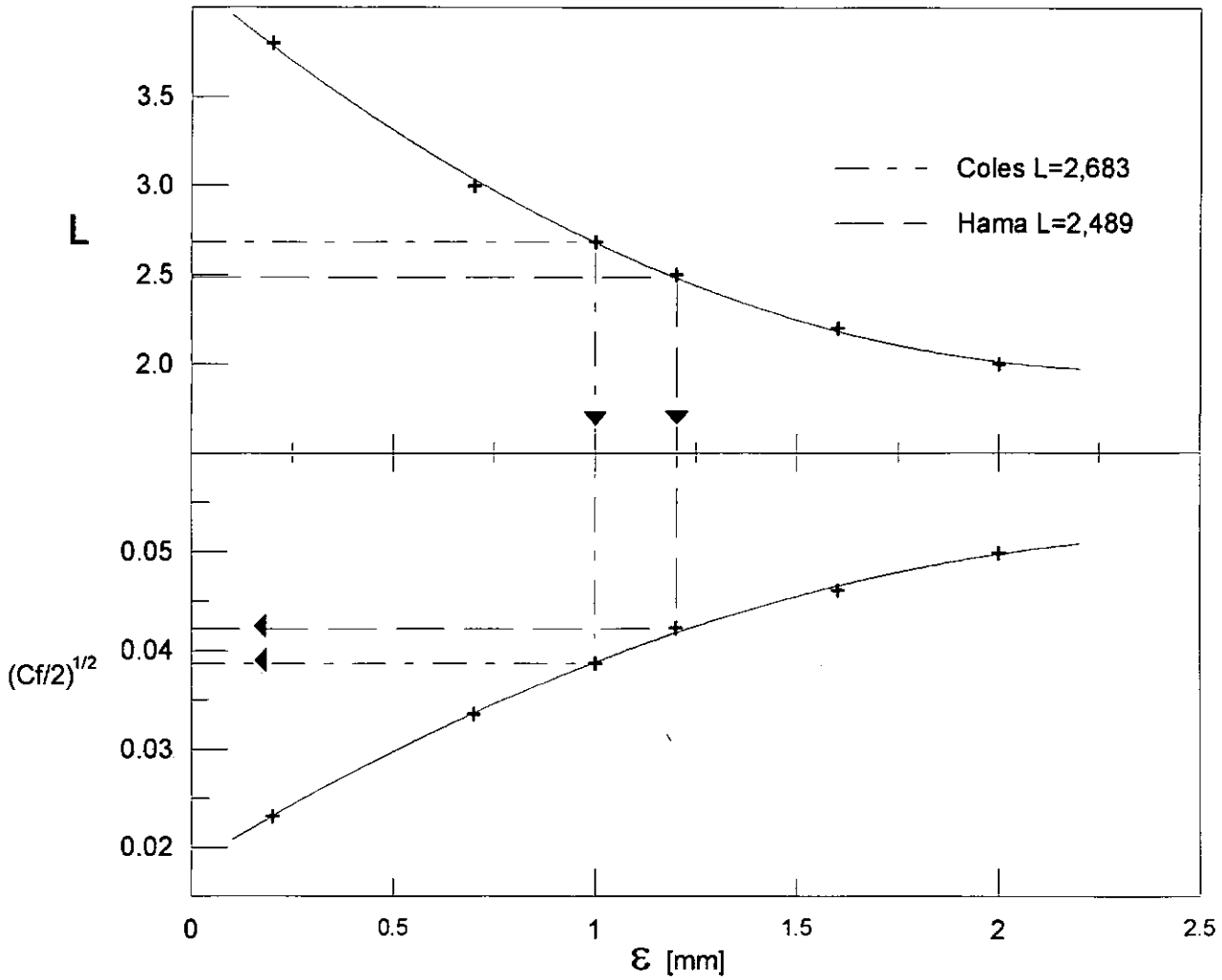


Figura (4.19) - Método para determinação de  $\epsilon$  e  $(C_f/2)^{1/2}$  utilizando a lei da esteira.

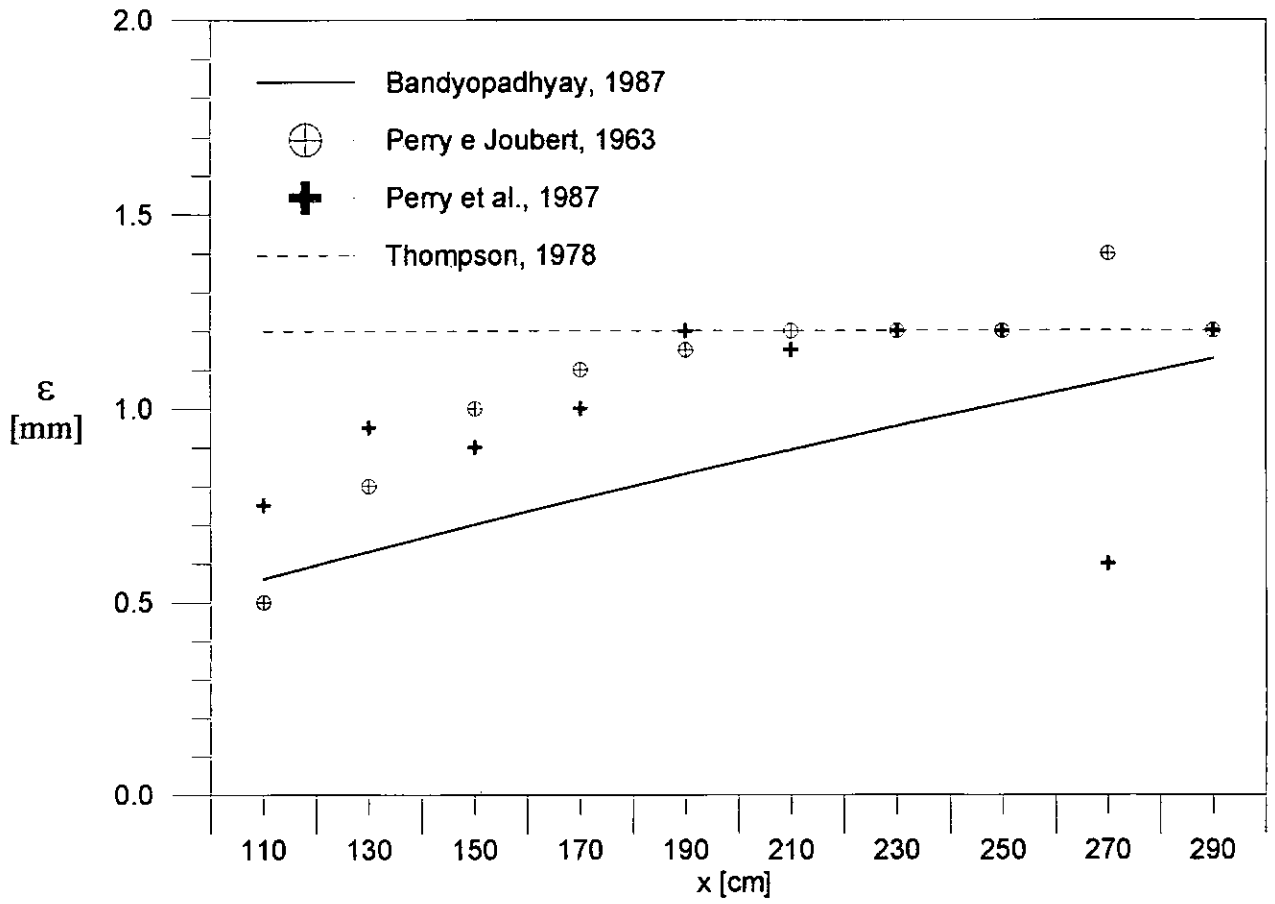


Figura (4.20) - Comportamento do deslocamento da origem para rugosidade I.

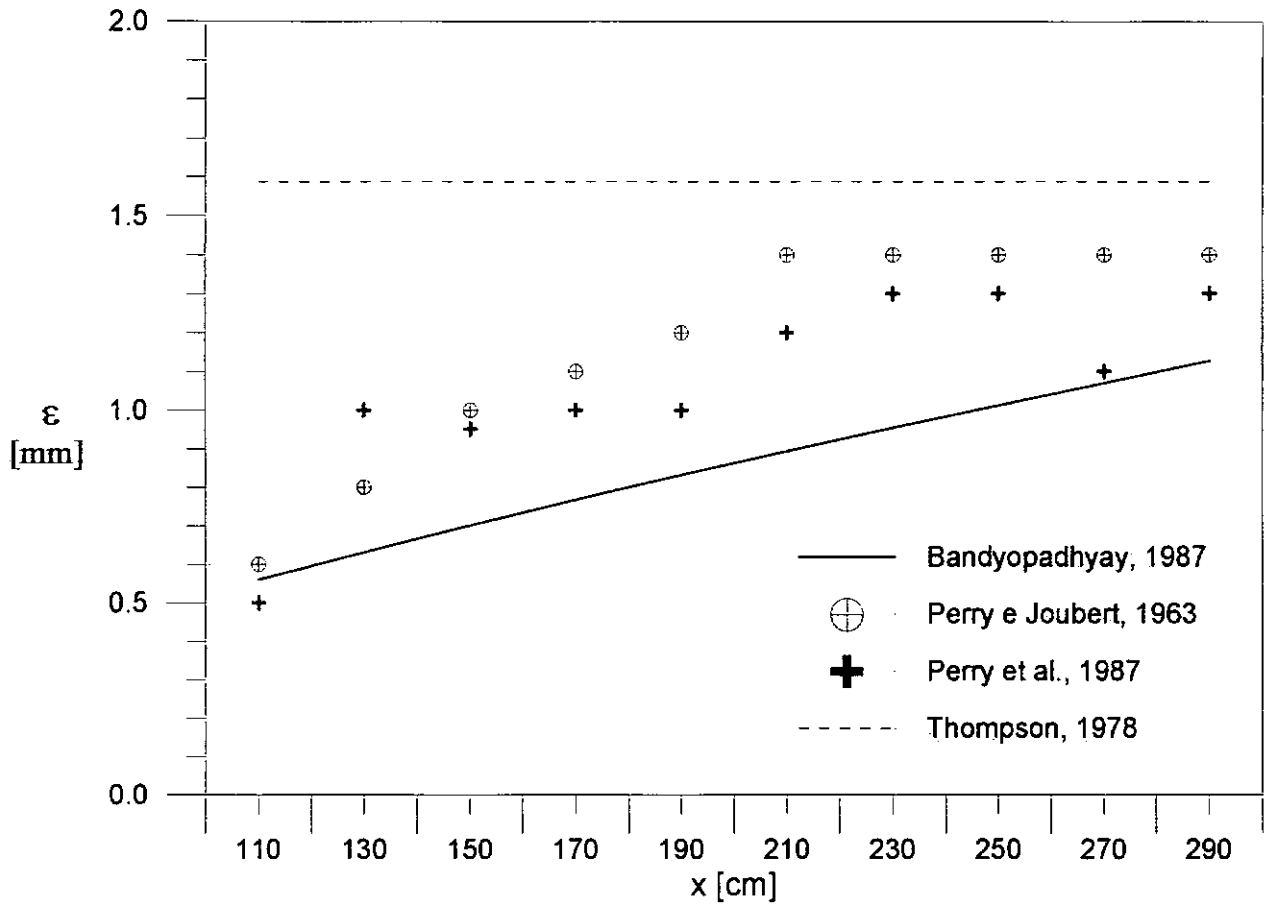


Figura (4.21) - Comportamento do deslocamento da origem para rugosidade II.



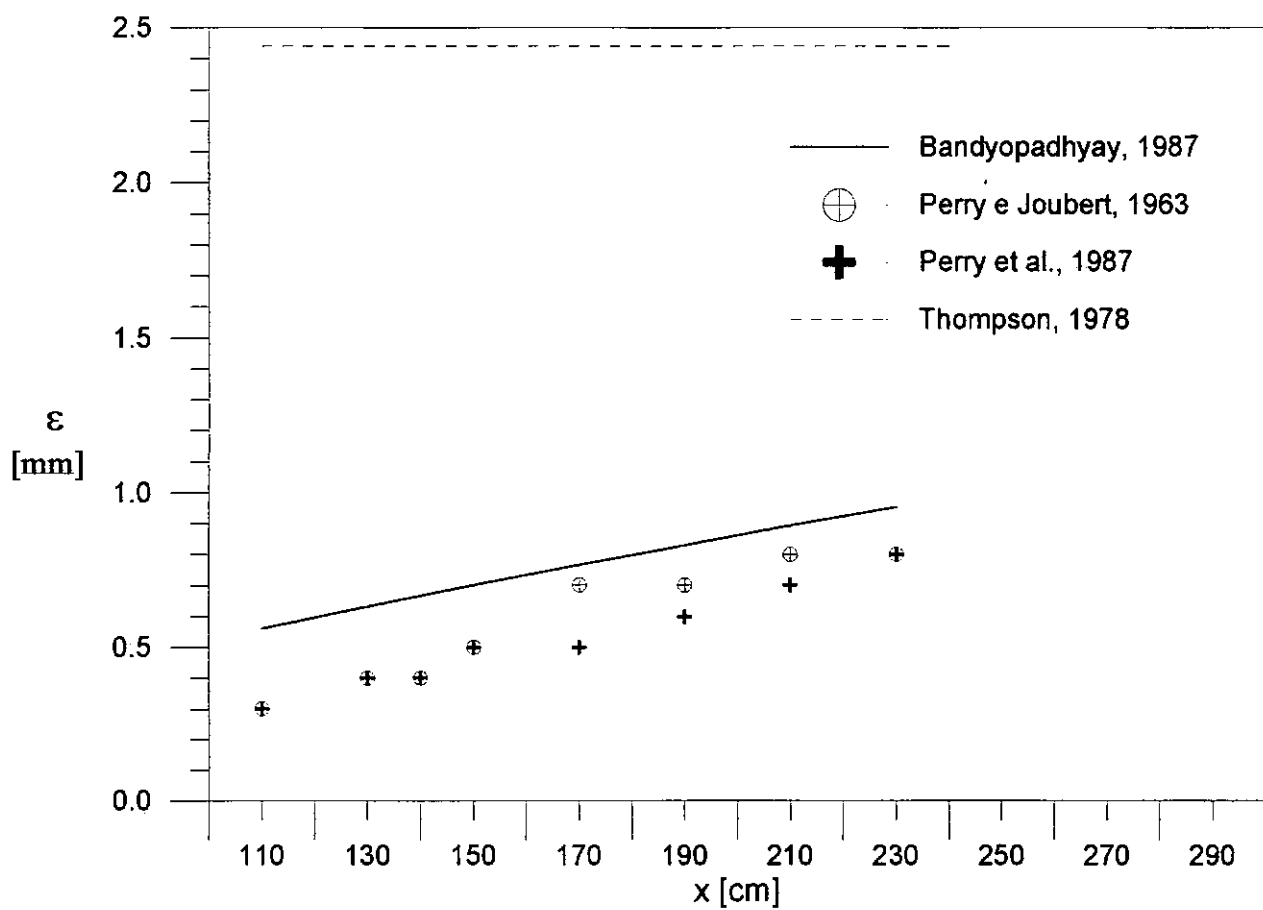


Figura (4.22) - Comportamento do deslocamento da origem para rugosidade III.

## 4.4 O deslocamento da origem para a camada limite de temperatura

Assim como para a camada limite de velocidade, a precisa determinação do deslocamento na origem para o perfil de temperatura é de fundamental importância para a correta determinação das propriedades da camada limite térmica sobre superfícies rugosas, como o número de Stanton. O método gráfico adotado para a determinação do deslocamento da origem para a camada limite térmica  $\varepsilon_t$  é uma extensão do método de Perry e Joubert(1963) utilizado para a camada limite de velocidade na Seção 3.4. Este método, conforme mencionado anteriormente, baseia-se na existência de uma região logarítmica, o que pode não ocorrer na região próxima à transição das propriedades na superfície.

Os valores de deslocamento da origem para o caso térmico  $\varepsilon_t$  foram obtidos de forma análoga aos valores de deslocamento da origem  $\varepsilon$  para a camada limite de velocidade. A figura (4.23) ilustra a determinação de  $\varepsilon_t$  utilizando o método de Perry e Joubert(1963). Pode-se observar que, da mesma forma que para os perfis de velocidades, a medida em que valores de  $\varepsilon_t$  são sistematicamente adicionados, a inclinação da expressão logarítmica que melhor se ajusta ao perfil de temperaturas na região logarítmica diminui a sua inclinação.

Novamente, uma redução linear foi utilizada nas expressões representativas do comportamento logarítmico da região completamente turbulenta, nos pontos próximos à parede para determinar a expressão logarítmica que melhor represente esta região. Os inconvenientes observados para o perfil de velocidades se repetem para os perfis de temperatura, assim, pequenos afastamentos no valor real de  $\varepsilon_t$  acarretarão em grandes diferenças nos valores calculados do número de Stanton. Por esta razão, a escolha dos pontos que deveriam pertencer à região completamente turbulenta foi baseada em uma previsão numérica dos valores da temperatura de atrito, indicando a região do escoamento que deveria apresentar comportamento logarítmico, para então, por redução linear, proceder-se a determinação do valor do deslocamento da origem para o caso térmico que fornecesse a expressão com melhor

coeficiente de determinação.

Os valores estimados para os deslocamentos da origem para os escoamentos que se desenvolvem sobre superfícies que mudam de superfície lisa para superfícies rugosas dos tipos I, II e III são apresentados nas figuras (4.24), (4.25) e (4.26) respectivamente. Os três tipos de rugosidades considerados são os mesmos considerados para os perfis de velocidades, descritos na seção 3.1.

Nos escoamentos sobre superfícies rugosas com relação entre espaçamento das cavidades  $w/K > 3,0$ , rugosidade I e rugosidade II, apresentados nas figuras (4.24) e (4.25), respectivamente, observa-se que os resultados estimados neste trabalho, adotando o método gráfico de Perry e Joubert(1963) concordam com aqueles previstos para as camadas limite de velocidade. Para a rugosidade III, onde  $w/K < 3,0$ , os valores de deslocamentos da origem para camada limite térmica  $\varepsilon_t$  estimados são sistematicamente superiores aos de deslocamentos da origem para a camada limite de velocidade  $\varepsilon$ .

Concordando com o comportamento do deslocamento da origem para a camada limite de velocidade, os valores do deslocamento na origem para camada limite de temperatura,  $\varepsilon_t$ , tendem para 1,5 mm no caso de rugosidade I. Para a rugosidade II, os valores estimados de deslocamento na origem para as camadas limite de velocidade e de temperatura convergem assintoticamente para o mesmo valor,  $\varepsilon \approx \varepsilon_t \approx 1,4$  mm. O comportamento de  $\varepsilon_t$  para o escoamento que se desenvolve sobre superfície com rugosidade III, onde  $w/K < 3,0$ , entretanto, é distinto do comportamento de  $\varepsilon$ , da camada limite de velocidade. Não foi possível estimar o valor para o qual  $\varepsilon_t$  converge, devido ao curto comprimento da superfície rugosa.

Um segundo método para determinação do deslocamento da origem para a camada limite de temperatura vem sendo implementado. Este procedimento alternativo baseia-se no método gráfico de Perry et al.(1987), utilizado para determinação de  $\varepsilon$  para a camada limite de velocidade. Algumas dificuldades, entretanto, vem sendo encontradas na implementação, uma vez que a camada limite térmica se inicia quando a camada limite de velocidade já está em um estágio de desenvolvimento mais avançado, e o método de Perry et al.(1987)

adaptado para a camada limite térmica consiste em adicionar sistematicamente valores de  $\varepsilon_t$  aos perfis de temperatura e ajustar uma expressão logarítmica à região logarítmica, com distância à região da esteira equivalente à  $L(St)^{\frac{1}{2}}$ , onde  $St$  é o número de Stanton. Considera que a região da esteira tenha esteja suficientemente desenvolvida, entretanto, observa-se dos perfis de temperatura média, que a região da esteira não está bem desenvolvida.

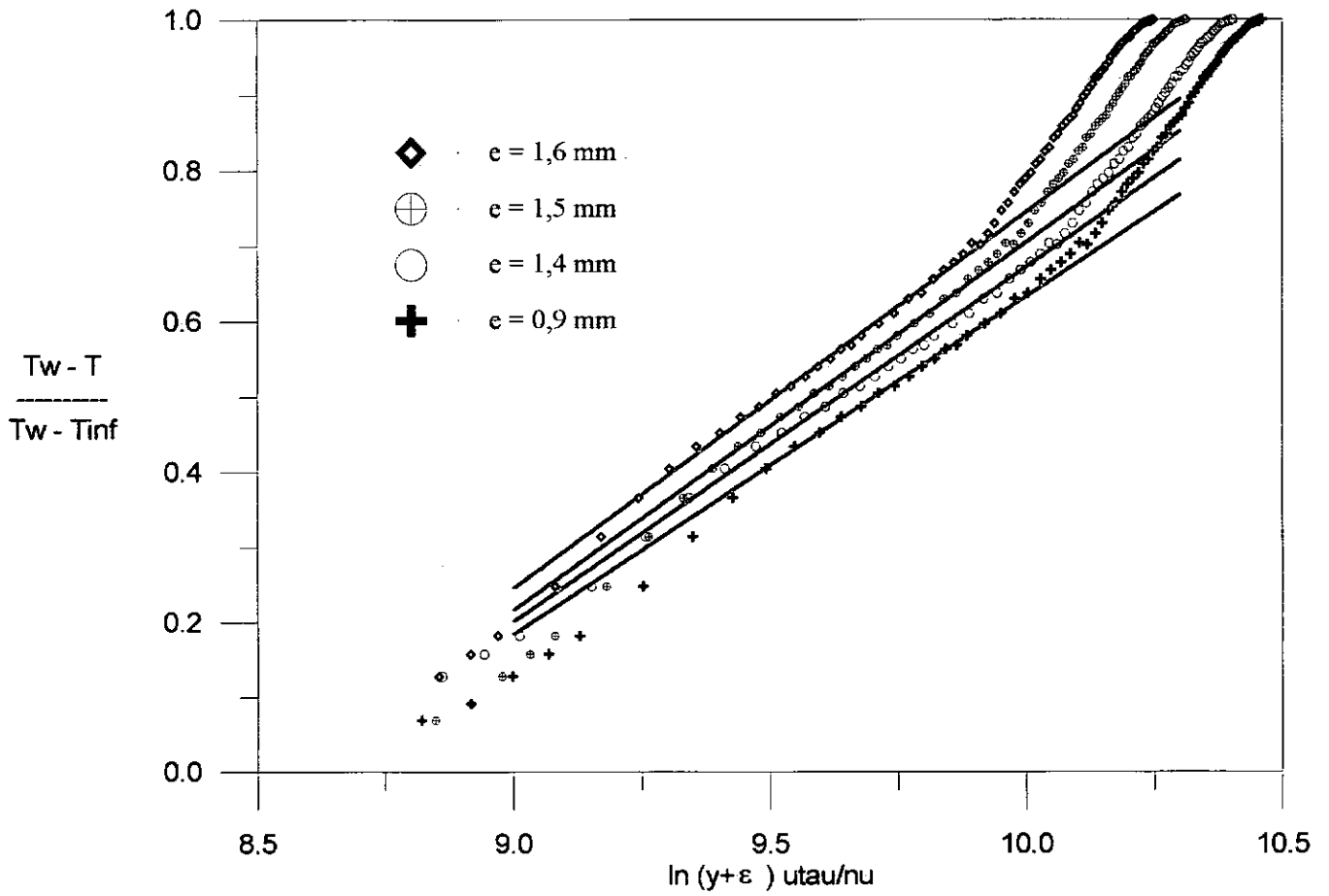


Figura (4.23) - Método de Perry e Joubert(1963) para determinação do deslocamento da origem para a camada limite de temperatura.

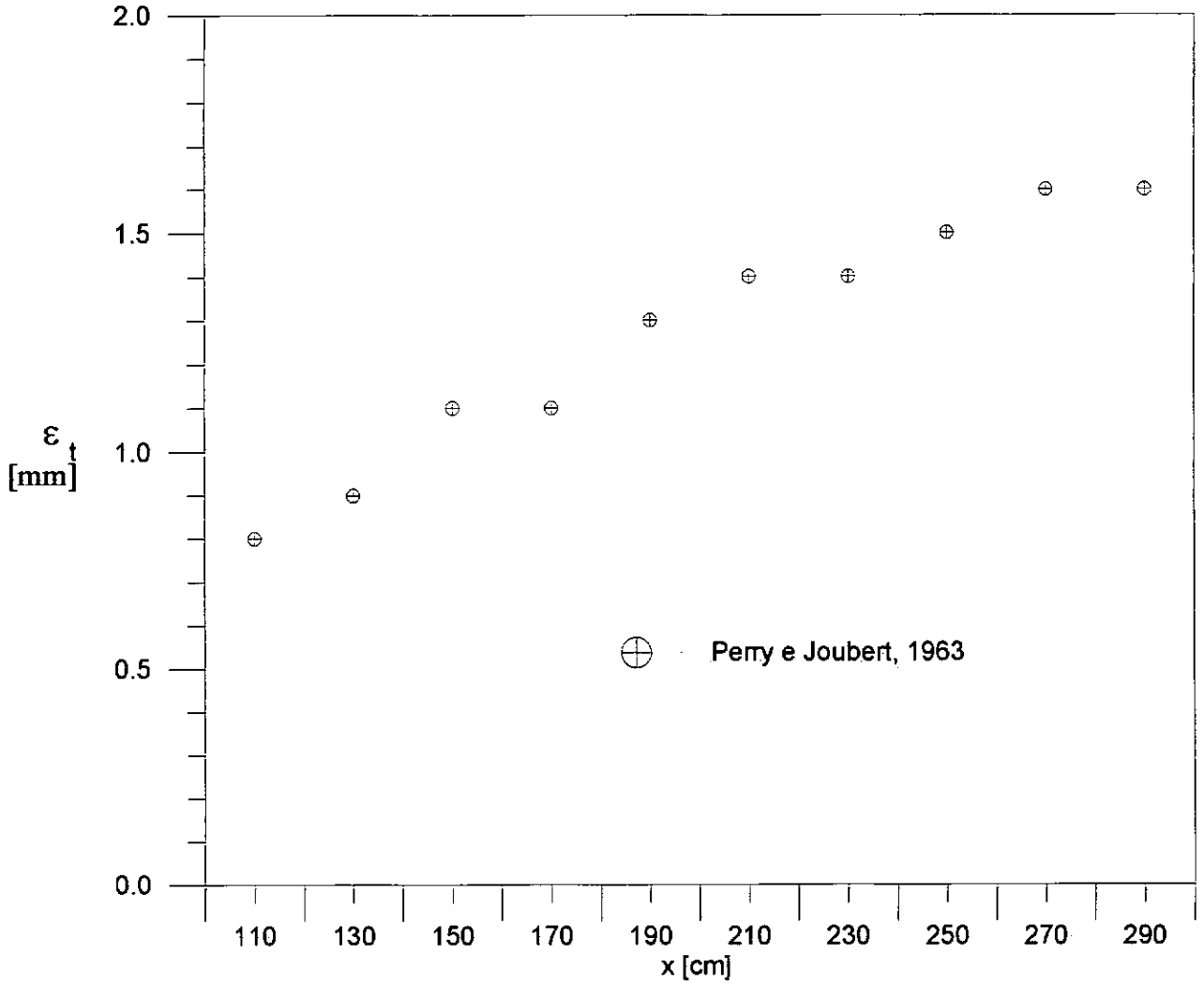


Figura (4.24) - Comportamento do deslocamento da origem para camada limite que se desenvolve sobre superfície com rugosidade I.

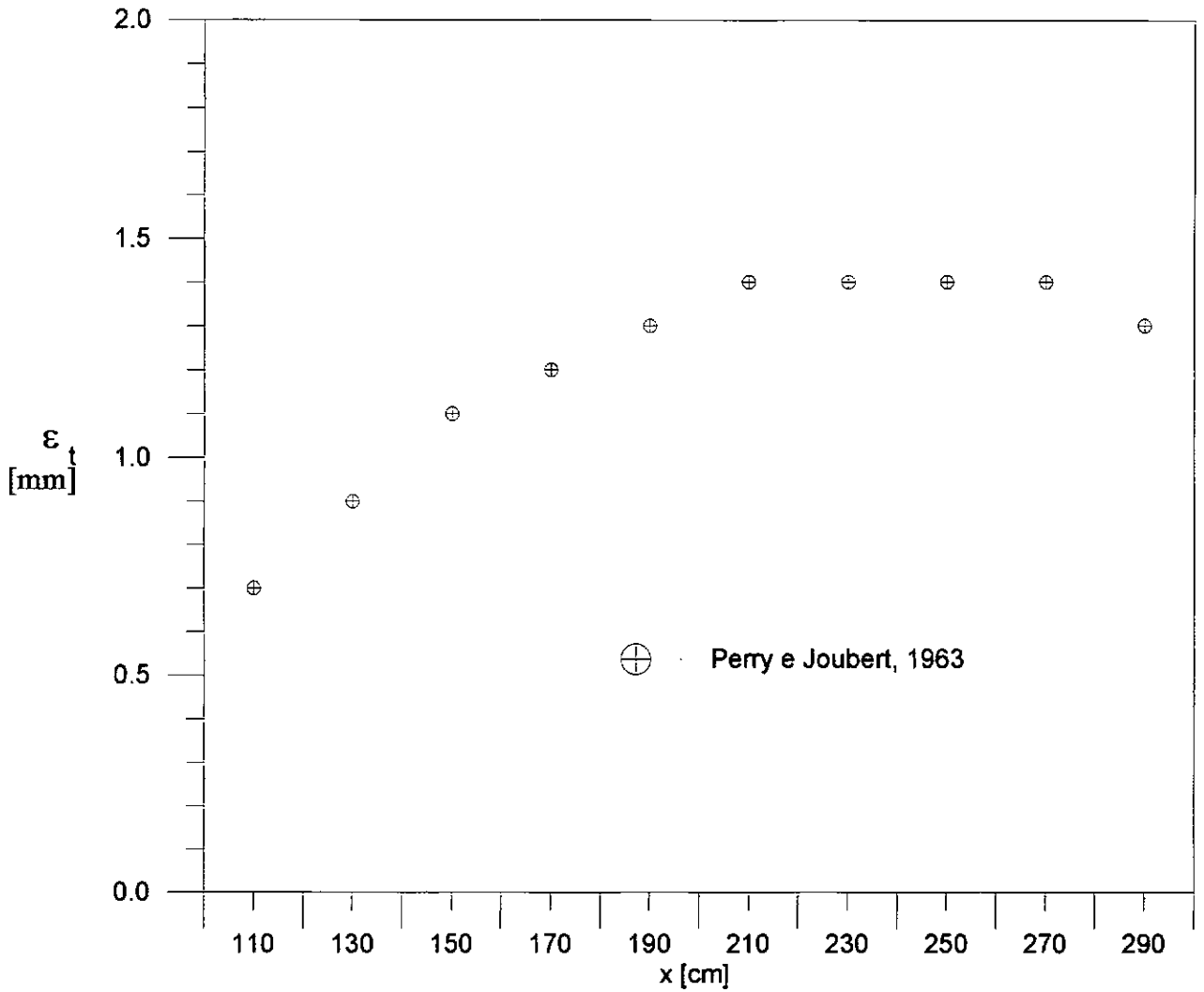


Figura (4.25) - Comportamento do deslocamento da origem para camada limite que se desenvolve sobre superfície com rugosidade II.

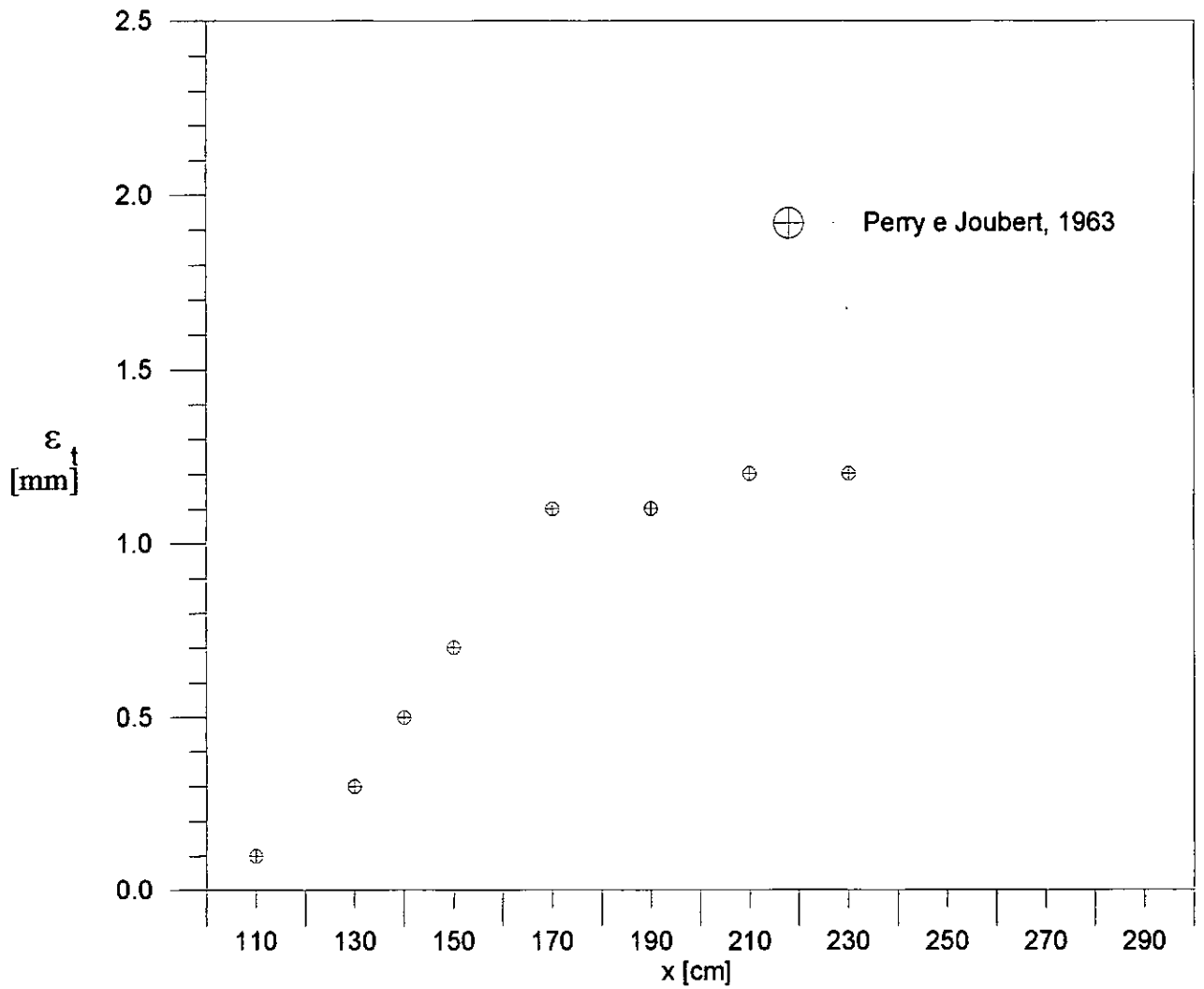


Figura (4.26) - Comportamento do deslocamento da origem para camada limite que se desenvolve sobre superfície com rugosidade III.



## 4.5 A determinação da tensão na parede

Uma das razões pelas quais o estudo de escoamentos sobre paredes rugosas tem sido dificultado é o fato das técnicas utilizadas para a determinação da tensão na parede não poderem ser aplicadas sem o conhecimento do comportamento do escoamento no regime rugoso. Além dos quatro métodos citados anteriormente para a cálculo do atrito na parede, um quinto método aparentemente muito simples, o método de balanço integral da taxa de variação da quantidade de movimento também é utilizado neste estudo. Este método é muito impreciso, pois depende fortemente de uma correta caracterização do comportamento da espessura da quantidade de movimento e do gradiente de pressões, assim o valor do coeficiente de atrito será calculado a partir de uma derivada da espessura de quantidade de movimento. Estas dificuldades motivam o desenvolvimento de uma maneira mais geral de obtenção de dados para escoamentos sobre superfícies rugosas.

Neste estudo, buscando-se uma correta avaliação do valor do coeficiente de atrito,  $C_f$ , utilizou-se quatro diferentes procedimentos:

1. Dois métodos gráficos, como descritos anteriormente, onde o coeficiente de atrito pode ser obtido independentemente da espessura de quantidade de movimento.
2. Dois métodos baseados em técnicas integrais.

A abordagem integral é adequada para este problema pois o gradiente externo de pressão é nulo. Para uma camada limite bidimensional, onde o escoamento se dá paralelamente ao eixo  $x$ , com  $y$  sendo a direção perpendicular à parede, admitindo a hipótese básica da camada limite,  $\delta(x) \ll x$ , pode-se facilmente verificar que as equações básicas da turbulência,

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{V}} = 0, \quad (4.37)$$

$$\rho \frac{D\bar{\mathbf{V}}}{Dt} = \rho \mathbf{g} - \nabla \bar{p} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau}_{ij}, \quad (4.38)$$

onde

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j}, \quad (4.39)$$

onde os termos em **negrito** indicam grandezas vetoriais, se reduzem às aproximações de camada limite para um escoamento bidimensional, incompressível, em regime permanente

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = 0, \quad (4.40)$$

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \bar{U}_\infty \frac{\partial \bar{U}_\infty}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y}, \quad (4.41)$$

onde

$$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \overline{\rho u'v'}. \quad (4.42)$$

A partir das equações acima pode-se obter uma formulação diferencial para a equação da taxa de variação de quantidade de movimento. Esta equação foi escrita por von Kármán em 1921, na forma

$$\frac{d\theta}{dx} + (2 + H) \frac{\theta}{U_\infty} \frac{dU_\infty}{dx} = \frac{\tau_w}{\rho U_\infty^2} = \frac{C_f}{2}, \quad (4.43)$$

onde  $\theta$  é a espessura da quantidade de movimento em sua definição clássica e  $H$  é o fator de forma de von Kármán,  $U_\infty$  é a velocidade do escoamento potencial,  $\tau_w$  é a tensão na parede e  $\rho$  é a massa específica do fluido. A equação (4.43) contém três variáveis,  $\theta$ ,  $H$  e  $C_f$ . Para os quatro casos estudados neste trabalho, o de superfície lisa, e os três casos com diferentes padrões de rugosidade considerados, os comportamentos de  $\theta$  e de  $H$  foram calculados. Então, a partir desses valores, foram estimados os valores do coeficiente de atrito. A esta metodologia chamaremos simplesmente de método integral. Os resultados encontrados utilizando esta abordagem integral são apresentados nas figuras (4.27)a (4.31) juntamente com estimativas de coeficiente de atrito realizadas com base em outras abordagens a serem descritas a seguir.

Em seu trabalho de 1985, Ligriani e Moffat propuseram a utilização de uma certa expressão para a descrição do comportamento da taxa de variação da quantidade de movimento. A teoria propõe relações algébricas para descrever o comportamento do coeficiente de atrito em função da espessura da quantidade de movimento em escoamentos de camada limite artificialmente espessadas, no regime completamente rugoso. Desta forma, para uma dada velocidade de corrente livre, pode-se estimar o valor do coeficiente de atrito fazendo

$$\frac{C_f}{2} = a \left( \frac{\theta}{r} \right)^{-b}, \quad (4.44)$$

onde  $a$  e  $b$  são especificadas em função da velocidade de corrente livre e  $r$  é um comprimento característico da rugosidade; aqui,  $r$  foi obtido fazendo-se  $KS/w$ . Em Ligriani et al.(1983) são estudadas três velocidades, entretanto valores das constantes correspondentes à velocidade adotada neste trabalho não são fornecidas. Foram, então, obtidos por interpolação polinomial os seguintes valores dos parâmetros  $a$  e  $b$  para a velocidade de 3m/s,  $a = 0,003943$  e  $b = 0,3830$ . No caso de escoamento sobre superfície lisa, o coeficiente de atrito é fornecido pela expressão clássica

$$\frac{C_f}{2} = 0,0125 \left( \frac{\theta U_\infty}{\nu} \right)^{-0,250}. \quad (4.45)$$

Os resultados encontrados são apresentados nas figuras (4.27) a (4.31). Pode-se observar que há boa concordância entre os dados em todos os casos. Usando a teoria de Ligrani e Moffat(1983) os valores calculados de  $C_f$ , exceto para a rugosidade do tipo III, situam-se abaixo da média dos valores calculados pelas outras abordagens. Observa-se que a medida em que a relação  $w/K$  aumenta, ou seja, os elementos rugosos de afastam, o coeficiente de atrito atinge valores superiores, indicando aumento da interação entre o escoamento secundário que ocorre na cavidade e o escoamento principal.

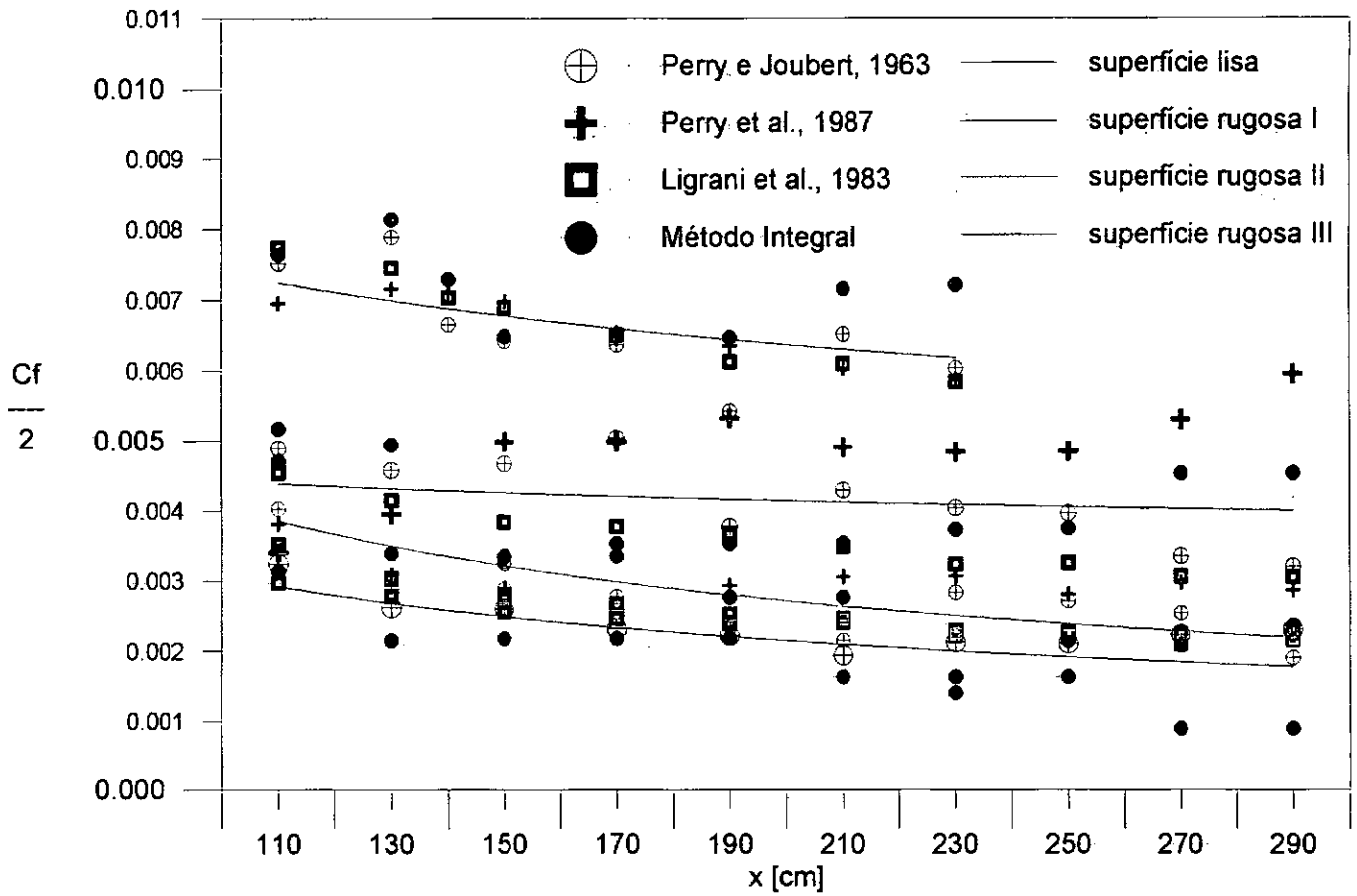


Figura (4.27) - Valores encontrados para  $C_f$  utilizando as quatro abordagens.

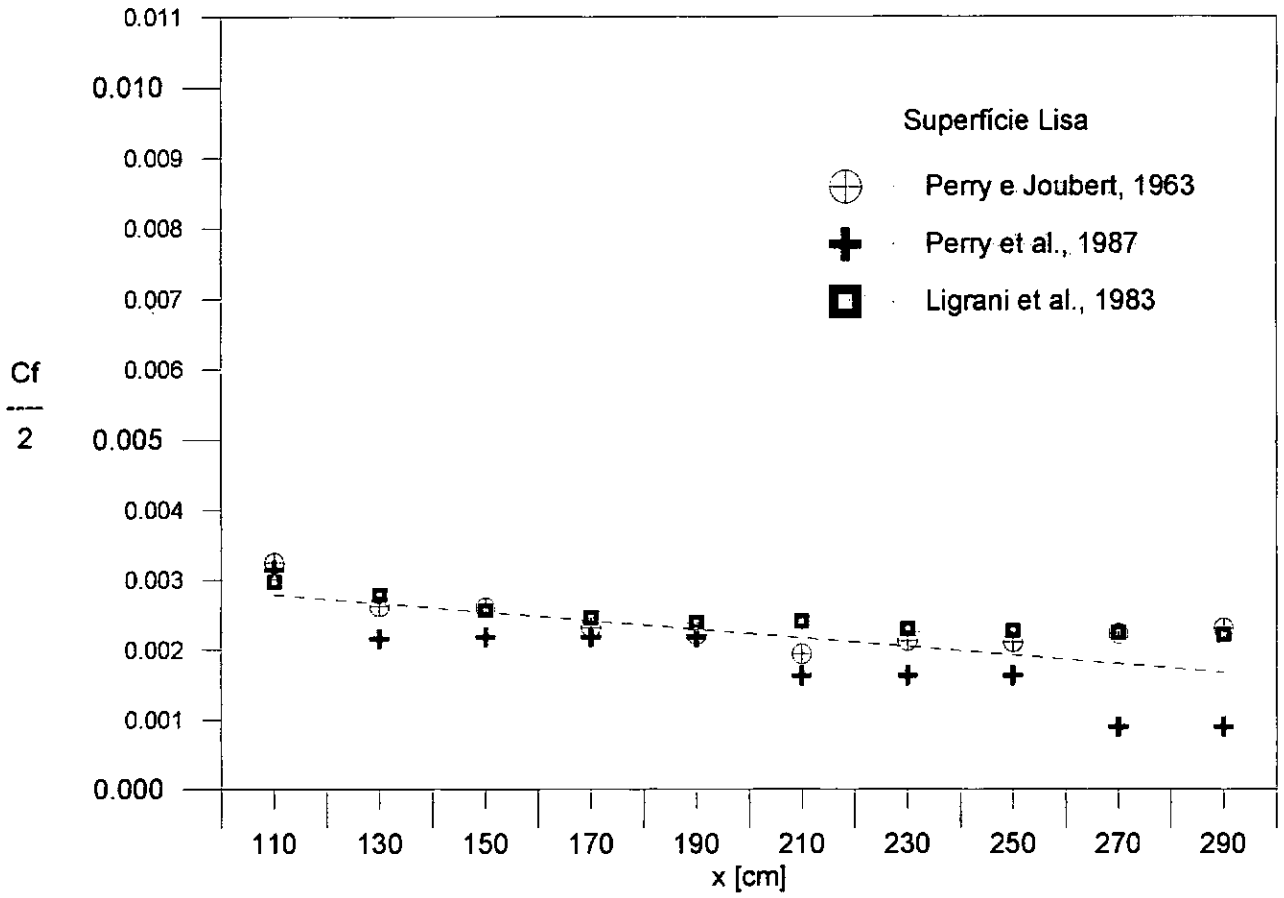


Figura (4.28) - Distribuição de  $C_f$  para o escoamento sobre superfície lisa.

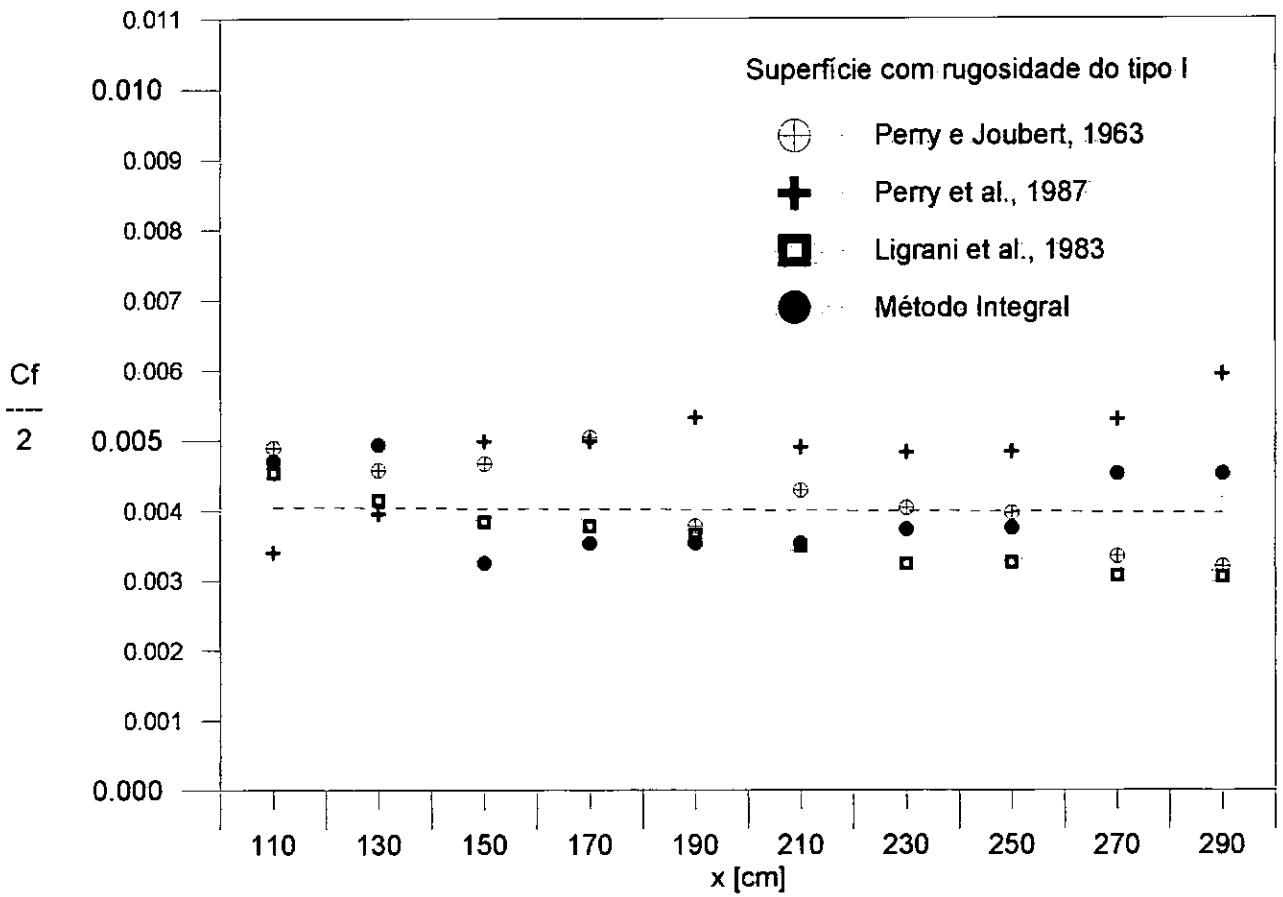


Figura (4.29) - Distribuição de  $C_f$  para o escoamento sobre superfície com rugosidade I.

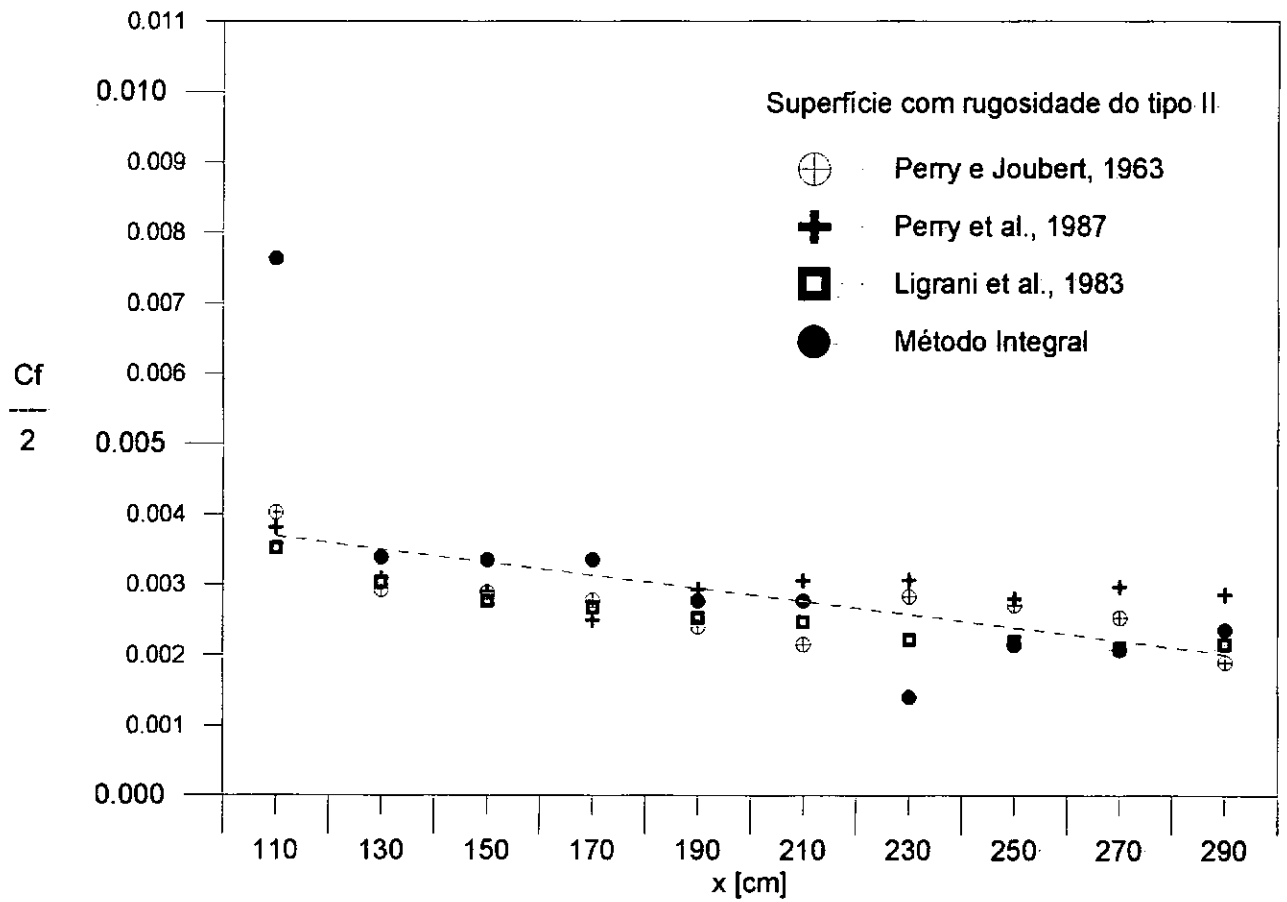


Figura (4.30) - Distribuição de  $C_f$  para o escoamento sobre superfície com rugosidade II.



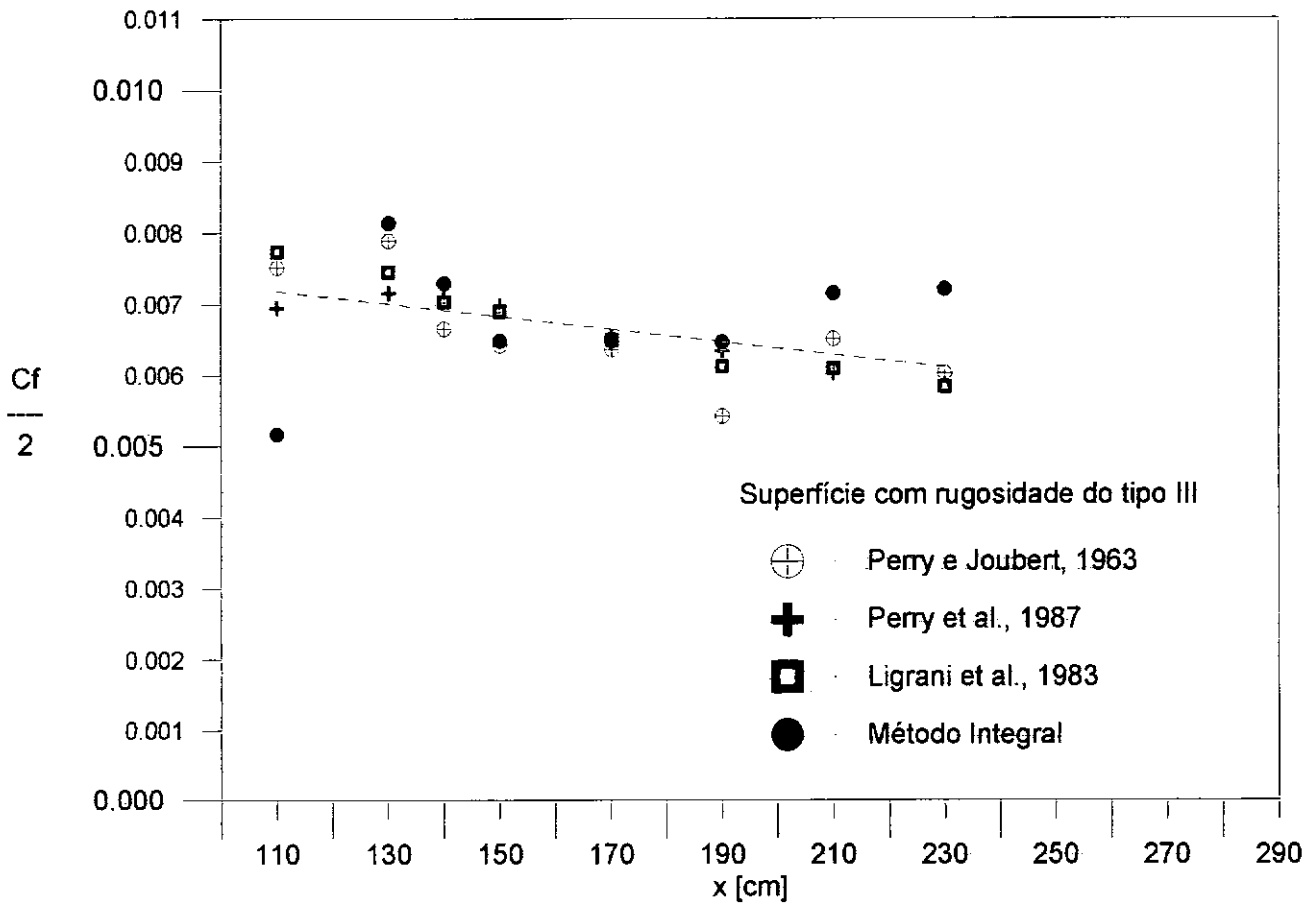


Figura (4.31) - Distribuição de  $C_f$  para o escoamento sobre superfície com rugosidade-III.

Tendo já determinado o coeficiente de atrito, podemos agora examinar o perfil de velocidades em coordenadas externas. Para a região externa da camada limite é mais adequado considerar o perfil de velocidades adimensionalizado com variáveis externas na forma  $(U_\infty - u)/u_\tau$ . Para a região completamente turbulenta, Clauser(1956) examinou dados experimentais de diferentes autores para paredes lisas e rugosas e propôs a relação universal (4.46)

$$\frac{U_\infty - u}{u_\tau} = -2,44 \ln \frac{y}{\delta} + 2,5 \quad (4.46)$$

Em Hama(1954) é proposta uma expressão empírica simples para prever o comportamento do perfil de velocidade média na região onde  $y/\delta > 0,15$ ,

$$\frac{(U_\infty - u)}{u_\tau} = 9,6 \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2. \quad (4.47)$$

Do ponto de vista de aplicação da Lei da Esteira de Coles existem duas dificuldades na abordagem da Lei da Esteira de Clauser:

1. A forma dos perfis de velocidade em escoamentos que não estão em equilíbrio não é similar.
2. Mesmo as formas dos perfis em escoamentos em equilíbrio não apresentam formulação analítica simples para aplicações em engenharia.

Estes pontos foram resolvidos por Coles(1956), que propôs escrever

$$\frac{u}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{yu_\tau}{\nu} \right) + B + \frac{2\Pi}{\kappa} W \left( \frac{y}{\delta} \right). \quad (4.48)$$

A quantidade  $\Pi$ , chamada parâmetro de Coles, é relacionada ao parâmetro de equilíbrio  $\phi$ , definido na equação(3.8). Para escoamentos em equilíbrio,  $\Pi$  deve

variari somente com  $\phi$ . A análise de dados experimentais revela que  $\Pi = 0,55$  para  $Re_\theta > 5600$ , onde  $Re_\theta$  representa o número de Reynolds baseado na espessura de quantidade de movimento local.

A expressão para o perfil de velocidades, expressão(4.48), pode ser escrita em variáveis externas, assim

$$\frac{U_\infty - u}{u_\tau} = -\frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y}{\delta}\right) + \frac{\Pi}{\kappa} [2 - W\left(\frac{y}{\delta}\right)]. \quad (4.49)$$

A função universal  $W(y/\delta)$ , conhecida como a lei da esteira, foi apresentada de forma tabelada, entretanto pode ser aproximada pelas expressões (4.50) ou (4.51)

$$W\left(\frac{y}{\delta}\right) = 1 + \operatorname{sen}\left(\frac{2(y/\delta) - 1}{2}\right), \quad (4.50)$$

ou

$$W\left(\frac{y}{\delta}\right) = 1 - \cos\left(\pi \frac{y}{\delta}\right). \quad (4.51)$$

A Lei da Esteira de Coles é uma expressão completa e razoavelmente precisa para qualquer perfil de camada limite turbulenta bidimensional, em equilíbrio ou não.

A Lei da Esteira pode ser usada em diferentes teorias de escoamento turbulento. Sua simplicidade resulta, por exemplo, em expressões precisas para o cálculo de parâmetros integrais. Integrando a Lei da Esteira através da camada limite temos

$$\frac{\delta^*}{\delta} \approx \frac{1 + \Pi}{\kappa \Lambda} \quad \Lambda = \sqrt{\left(\frac{2}{C_f}\right)} \quad (4.52)$$

$$\frac{\theta}{\delta} \approx \frac{\delta^*}{\delta} - \frac{2 + 3,2 \Pi + 1,5 \Pi^2}{\kappa^2 \lambda^2}. \quad (4.53)$$

De forma análoga, o coeficiente de atrito local,  $C_f = 2\tau_w/\rho U_\infty^2$ , pode ser relacionado à  $\Pi$  e ao número de Reynolds local,  $Re_\delta = U_\infty\delta/\nu$ , calculando a lei da esteira, e obtendo

$$\frac{U_\infty}{u_\tau} = \Lambda = \left(\frac{2}{C_f}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{Re_\delta}{\lambda}\right) + B + \frac{2\Pi}{\kappa} \quad (4.54)$$

Figuras (4.32) a (4.35) apresentam perfis de velocidade sobre superfícies lisa e rugosas. Os gráfico mono-logarítmicos apresentam perfis de velocidade obtidos experimentalmente adimensionalizados com variáveis externas. Os perfis são apresentados na forma  $(U_\infty - u)/u_\tau$  como função de  $y/\delta$ . Também são observadas as expressões universais de Coles(1956), equação (4.49), de Clauser(1956), equação (4.46), e de Hama(1954), equação (4.47).

Observa-se claramente das figuras (4.32) a (4.35) que os perfis de velocidade, tanto para escoamentos sobre superfície lisa quanto para superfícies rugosas, podem ser bem representados em toda a extensão da camada limite. Para  $y/\delta < 0,15$ , correspondente à região completamente turbulenta do escoamento, os dados apresentam boa concordância com o perfil universal de Clauser, e para  $y/\delta > 0,15$ , a porção externa da camada limite turbulenta, o perfil empírico proposto por Hama(1954) representa bem os perfil de velocidades nesta região.

Os perfis de velocidade em variáveis externas apresentam similaridade desde a segunda estação ( $x = 130$  cm) para a superfície lisa, e as estações subsequentes coincidem em toda a extensão da camada limite. Nos escoamentos sobre superfícies com elementos rugosos nos padrões I e II, os perfis atingem similaridade a partir da estação 150 cm, enquanto para a parede com rugosidade III, os perfis em estações anteriores a  $x = 160$  cm não atingiram ainda a similaridade.

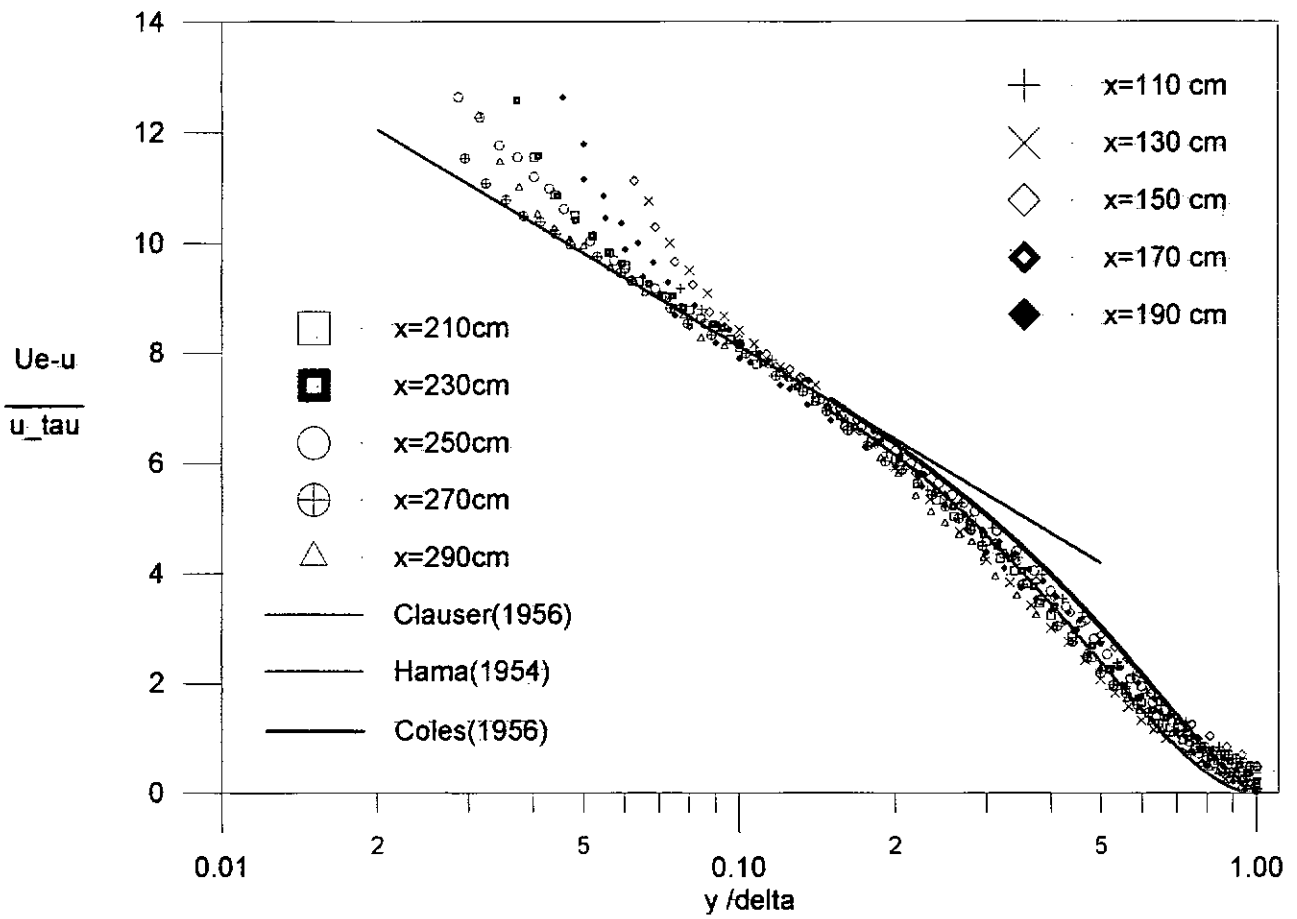


Figura (4.32) - Perfis de velocidade média em variáveis externas para o escoamento sobre superfície-lisa.

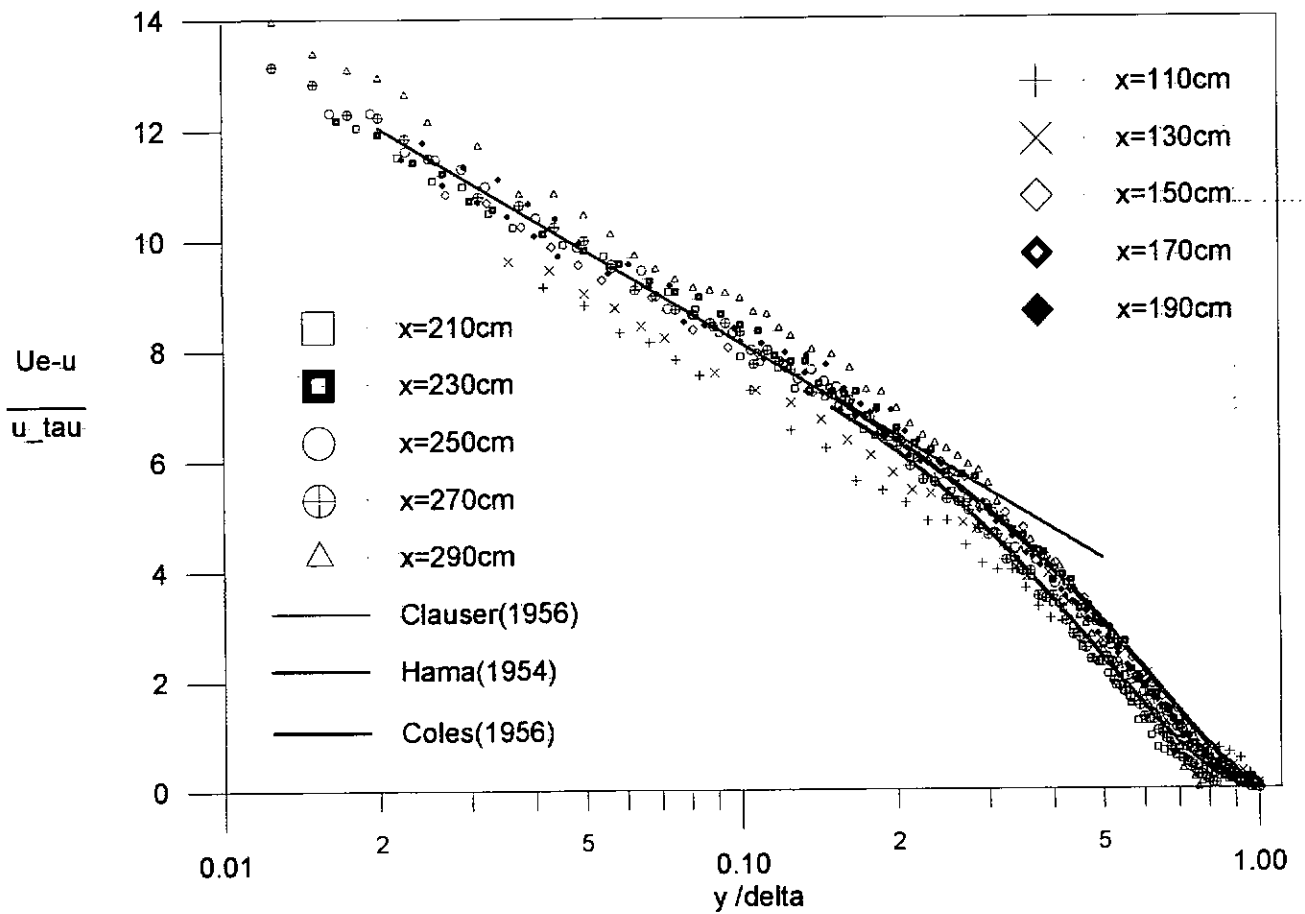


Figura (4.33) - Perfis de velocidade média em variáveis externas para o escoamento sobre superfície com rugosidade I.

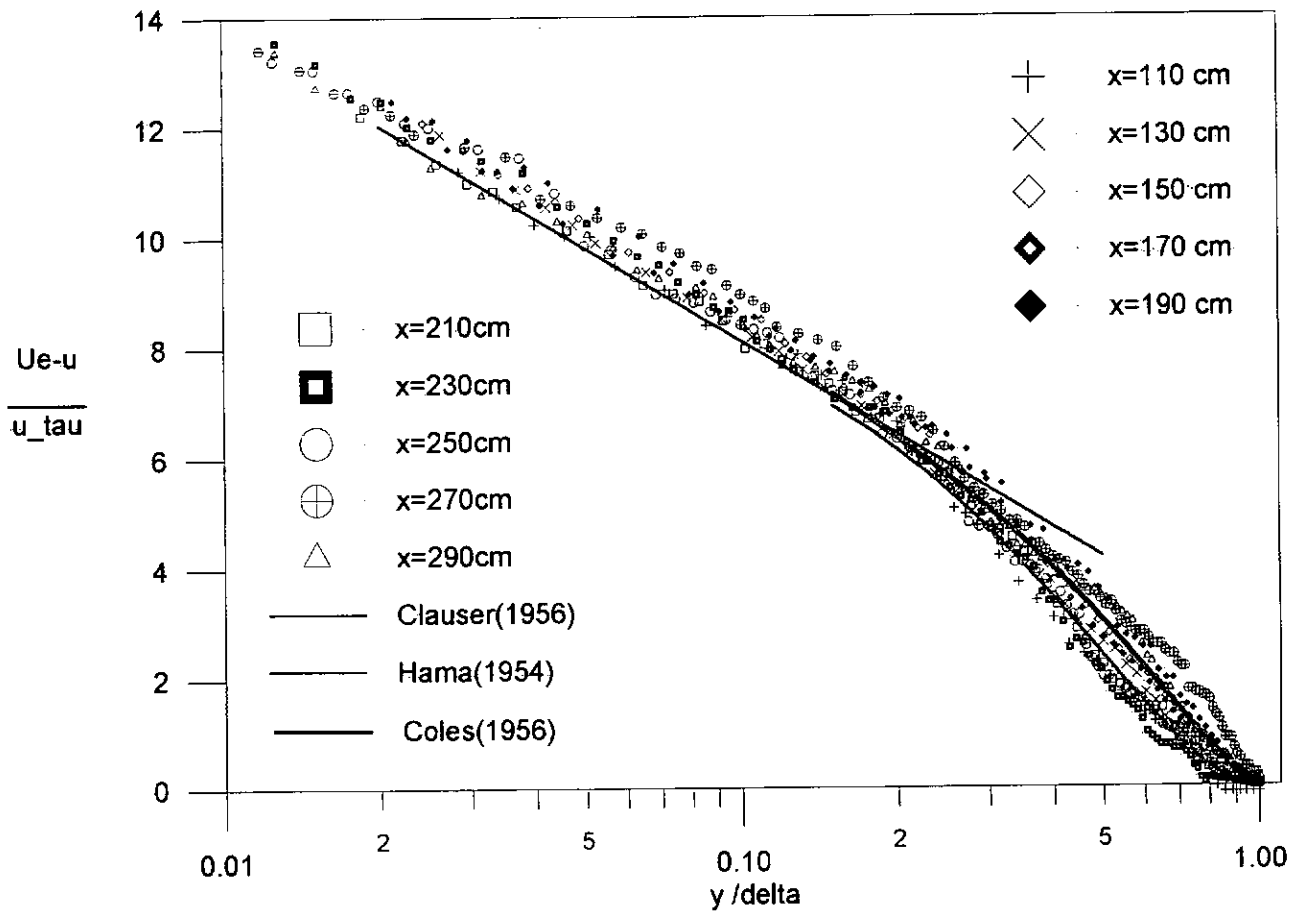


Figura (4.34)- Perfis de velocidade média em variáveis externas para o escoamento sobre superfície com rugosidade-II.

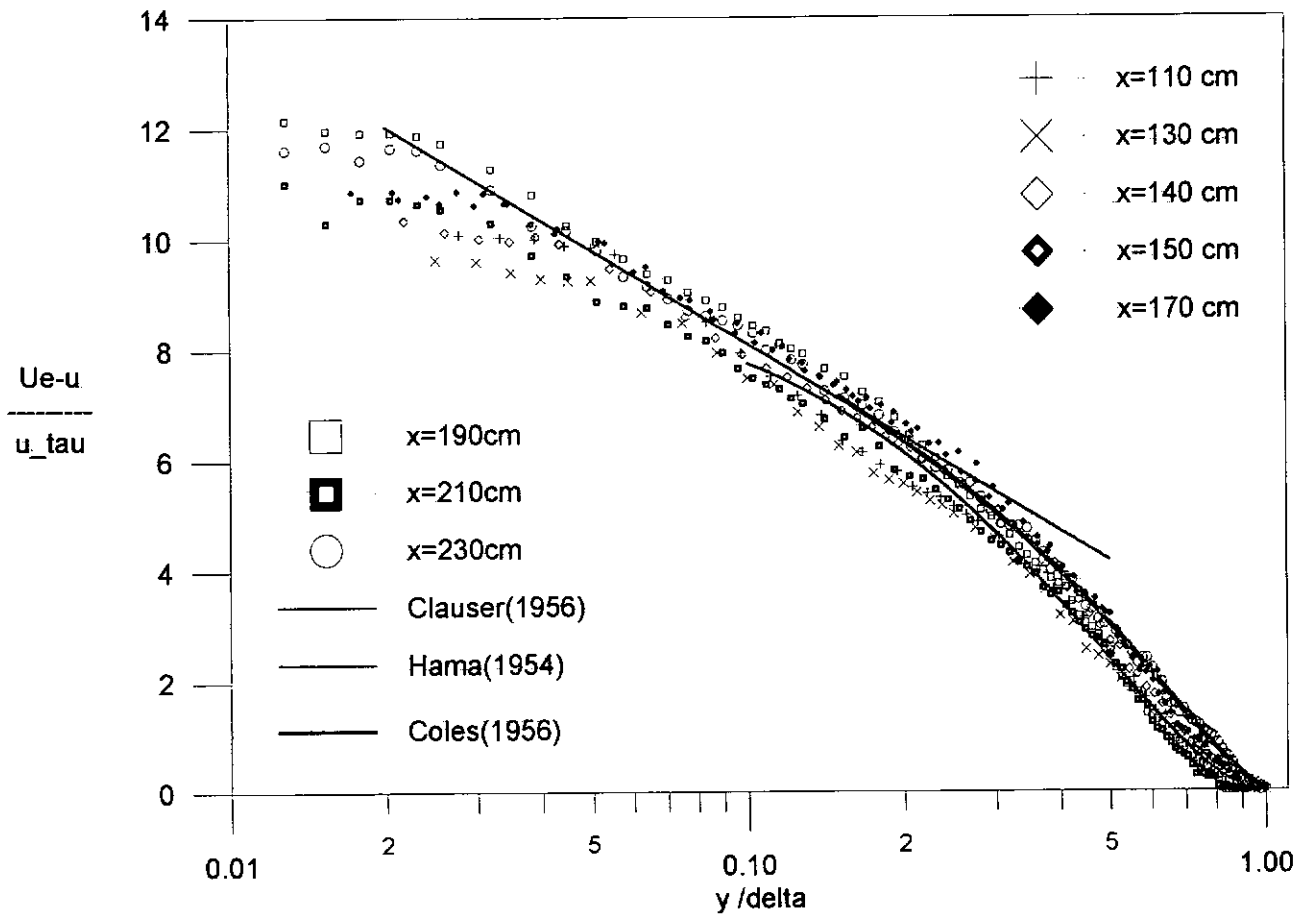


Figura (4.35) - Perfis de velocidade média em variáveis externas para o escoamento sobre superfície com rugosidade III.



## 4.6 Analogia de Reynolds

A existência de flutuações no escoamento turbulento provoca intensa troca de quantidade de movimento entre camadas de diferentes velocidades. Este fato provoca conseqüentemente um aumento na transferência de calor e massa quando há gradientes de temperatura. Por esta razão, existe uma forte relação entre a transferência de calor e de quantidade de movimento. Em especial, deve-se esperar a existência de uma relação entre o fluxo térmico e a tensão viscosa na parede. A existência desta analogia entre a transferência de quantidade de movimento de calor foi primeiramente enunciada por Osborne Reynolds em 1874, e por esta razão é comumente referida por analogia de Reynolds.

Esta analogia permite estabelecer algumas considerações a respeito da transferência de calor em escoamentos de camada limite turbulenta. Os coeficientes de troca de quantidade de movimento e de calor provocados pela turbulência tem dimensão de viscosidade, assim, é conveniente adotar uma relação entre estes coeficientes: o número de Prandtl turbulento,

$$Pr_t = \frac{\text{viscosidade turbulenta cinética}}{\text{viscosidade turbulenta térmica}}. \quad (4.55)$$

De acordo com a teoria de comprimento de mistura de Prandtl, os mecanismos de transferência de quantidade de movimento e de calor em escoamentos turbulentos são idênticos. Desta forma, os termos turbulentos  $\overline{u'v'}$  e  $\overline{u'T'}$  são equivalentes, e o número de Prandtl turbulento  $Pr_t$  deve ser da ordem da unidade. Com base nesta idéia, Reynolds postulou que o fluxo de calor e o fluxo de quantidade de movimento turbulento deveriam ser fenômenos equivalentes. Assim, pode-se alternativamente escrever a analogia de Reynolds na forma

$$Pr_t = f(Pr) = O(1). \quad (4.56)$$

De fato, para um escoamento paralelo ao eixo  $x$  com transferência de calor na direção positiva do eixo  $y$ , a analogia de Reynolds transcrita para condições do escoamento proposto acima pode ser representada pela equação (4.57)

$$\frac{\overline{v't'}}{(U_\infty - U_w)(T_e - T_w)} = \frac{\overline{u'v'}}{(U_\infty - U_w)^2}, \quad (4.57)$$

onde  $U_\infty$  e  $T_e$  são a velocidade e a temperatura no escoamento potencial, e  $U_w$  e  $T_w$  são a velocidade e a temperatura na parede.

Sugere-se que a taxa de transferência de calor na direção  $y$  por unidade de área,  $Q = \rho c_p \overline{v't'}$ , possa ser correlacionada com os tensor de Reynolds,  $\tau = -\rho \overline{u'v'}$ , de modo que se verifique a relação

$$\frac{Q}{\rho c_p (U_\infty - U_w)(T_e - T_w)} = -\frac{\tau}{\rho (U_\infty - U_w)^2}. \quad (4.58)$$

A equação(4.58) pode ser escrita de forma mais conveniente, assim

$$St = -\frac{1}{2} C_f. \quad (4.59)$$

Vale ressaltar as condições para as quais a teoria de Reynolds pode ser aplicada. Consideremos um escoamento aonde a velocidade média longitudinal seja muito maior comparativamente à velocidade média transversal, como por exemplo em escoamentos de camada limite, de esteiras, jatos etc..

É fácil verificar das equações para velocidade e para temperatura, que este sistema possui solução para a qual o gradiente de temperatura é proporcional à velocidade se o gradiente de pressão longitudinal for nulo,  $dp/dx = 0$ , e se os efeitos viscosos e a taxa de transferência de calor forem da mesma ordem de grandeza. Então o sistema composto pelas equações da velocidade e da temperatura possui uma

solução para o qual o perfil de temperatura é proporcional ao perfil de velocidades. Nestas circunstâncias, as relações

$$\tau = \mu \frac{\partial U}{\partial y} + \overline{\rho u_c l_c} \frac{\partial U}{\partial y}, \quad (4.60)$$

$$Q = -k_t \frac{\partial T}{\partial y} - \overline{\rho c_p u_c l_c} \frac{\partial T}{\partial y}, \quad (4.61)$$

conduzem naturalmente à equação (4.58).

Para que a analogia de Reynolds se verifique é necessário que as condições de contorno para a temperatura e para a velocidade sejam análogas.

A condição de que o perfil de temperatura seja proporcional ao perfil de velocidades é importante apenas quando uma região onde os efeitos viscosos estão presentes, ou em uma região onde as tensões viscosas e a transferência de calor sejam comparáveis às tensões de Reynolds e com a transferência de calor turbulenta.

Para a região externa da camada limite pode-se descrever o perfil de temperatura considerando que a hipótese da esteira de Coles também é válida para o campo de temperatura, de forma que a lei da esteira de Coles possa ser rescrita como

$$\frac{T_w - T}{t_\tau} = \frac{1}{\varkappa} \ln Pr \frac{(y_T + \varepsilon_T) u_\tau}{\nu} + B - \frac{\Delta T}{t_\tau} + \frac{\Pi_T}{\varkappa_T} W\left(\frac{y}{\delta_T}\right), \quad (4.62)$$

onde o perfil da esteira  $\Pi_T$  deve, em princípio, ser uma função da espessura de entalpia.

Esta equação fornece uma representação padrão-campo de temperatura que pode sustentar um estado de desenvolvimento diferente do campo de velocidades. Como resultado, o número de Stanton pode ser calculado independentemente do coeficiente de atrito através de uma equação particular. Para encontrar esta equação substituímos  $(y, T) = (\delta_T, T_e)$  na equação (4.61), assim

$$\frac{T_e - T_w}{t_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln Pr \frac{(\delta_T + \varepsilon_T)}{\varepsilon_T} + B - D_i + \frac{2\Pi_T}{\kappa_T}. \quad (4.63)$$

Esta equação algébrica pode ser usada para encontrar o número de Stanton como uma função de  $T_e$ ,  $\delta_T$  e  $\varepsilon_T$ .

A determinação do número de Stanton neste trabalho foi realizada de duas formas. Com base na metodologia descrita por Perry e Joubert(1963), foram determinados graficamente os valores da temperatura de atrito e da velocidade de atrito. O número de Stanton é obtido fazendo-se

$$St = \frac{u_\tau}{U_\infty} \frac{t_\tau}{T_w - T_e}. \quad (4.64)$$

Alternativamente foram determinados os números de Stanton fazendo uma análise integral da equação da energia. Assim,

$$St = \frac{q_w}{\rho U c_p (T_w - T_e)} = \frac{d\delta_h}{dx}, \quad (4.65)$$

onde  $\delta_h$  é a espessura de entalpia,

$$\delta_h = \int_0^\infty \frac{T - T_e}{T_w - T_e} \frac{u}{U_\infty} dy. \quad (4.66)$$

Números de Stanton obtidos graficamente e pelo balanço integral são apresentados nas figuras (4.36) a (4.39). Os números de Stanton apresentam a tendência de convergir para os valores de  $C_f/2$  a medida em que a camada limite térmica se desenvolve, pois como dito acima, o aquecimento somente tem início quando a camada limite de velocidade já está desenvolvida.

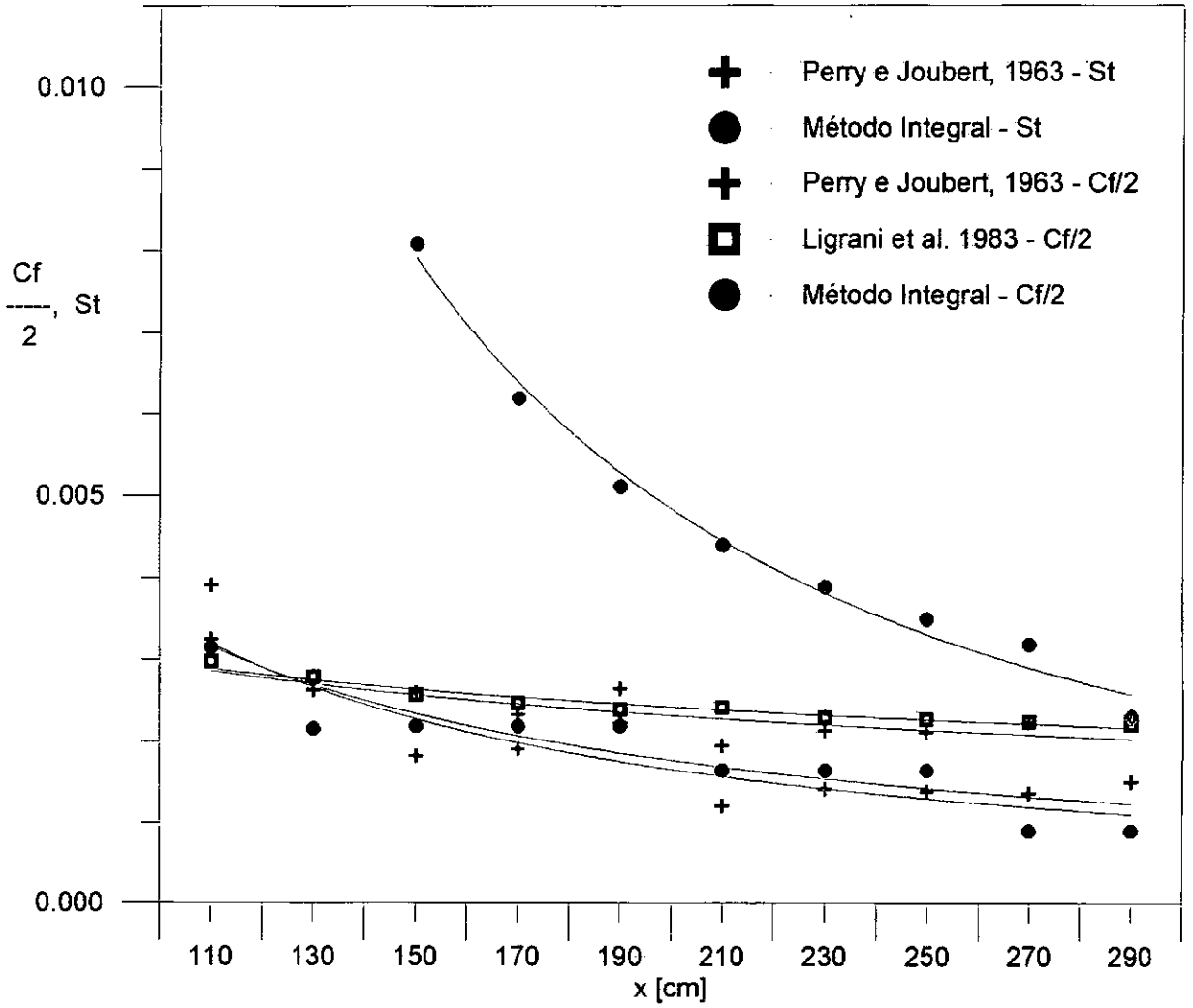


Figura (4.36) - Analogia de Reynolds para escoamento sobre superfície lisa.

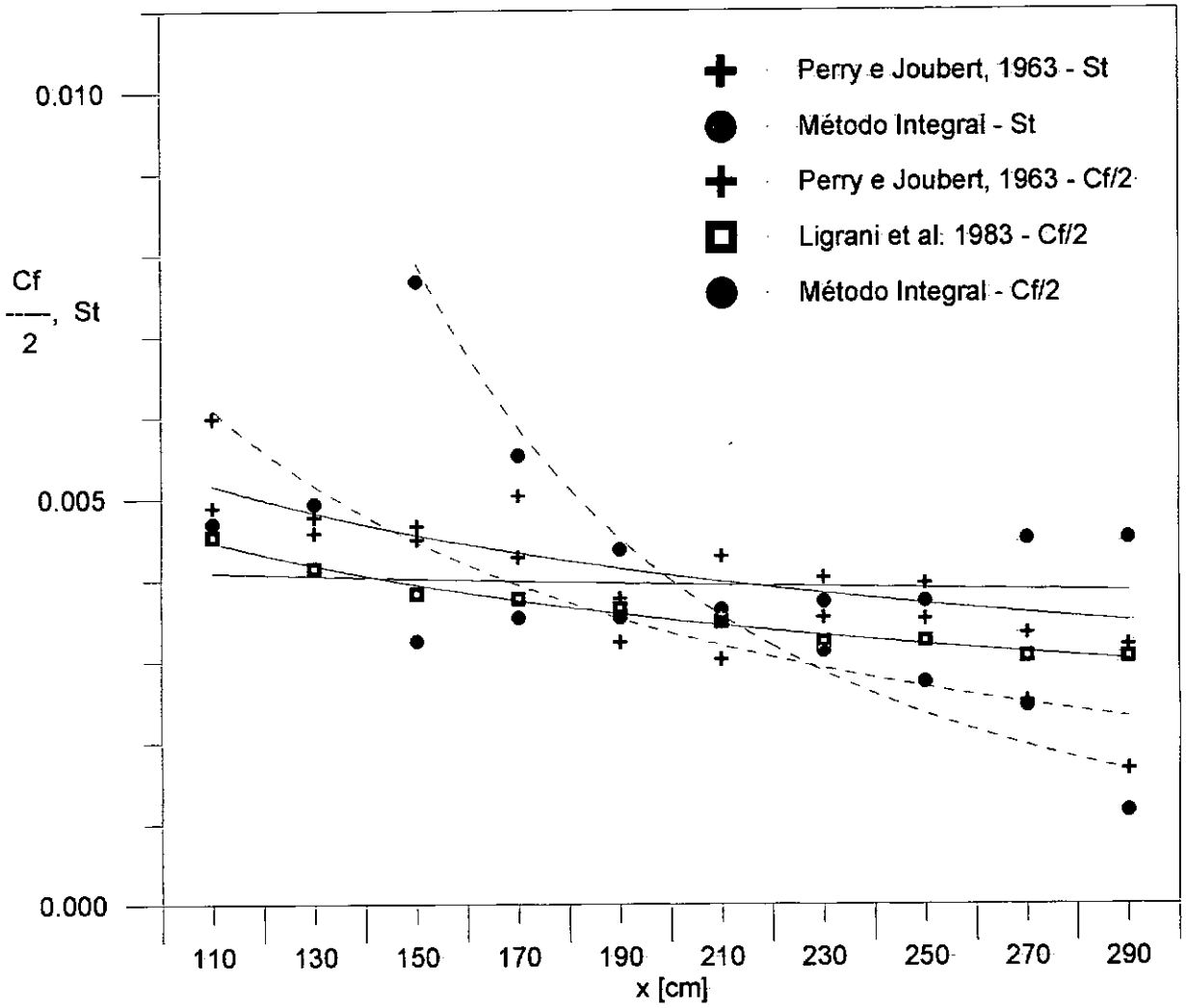


Figura (4.37) - Analogia de Reynolds para escoamento sobre superfície com rugosidade I.

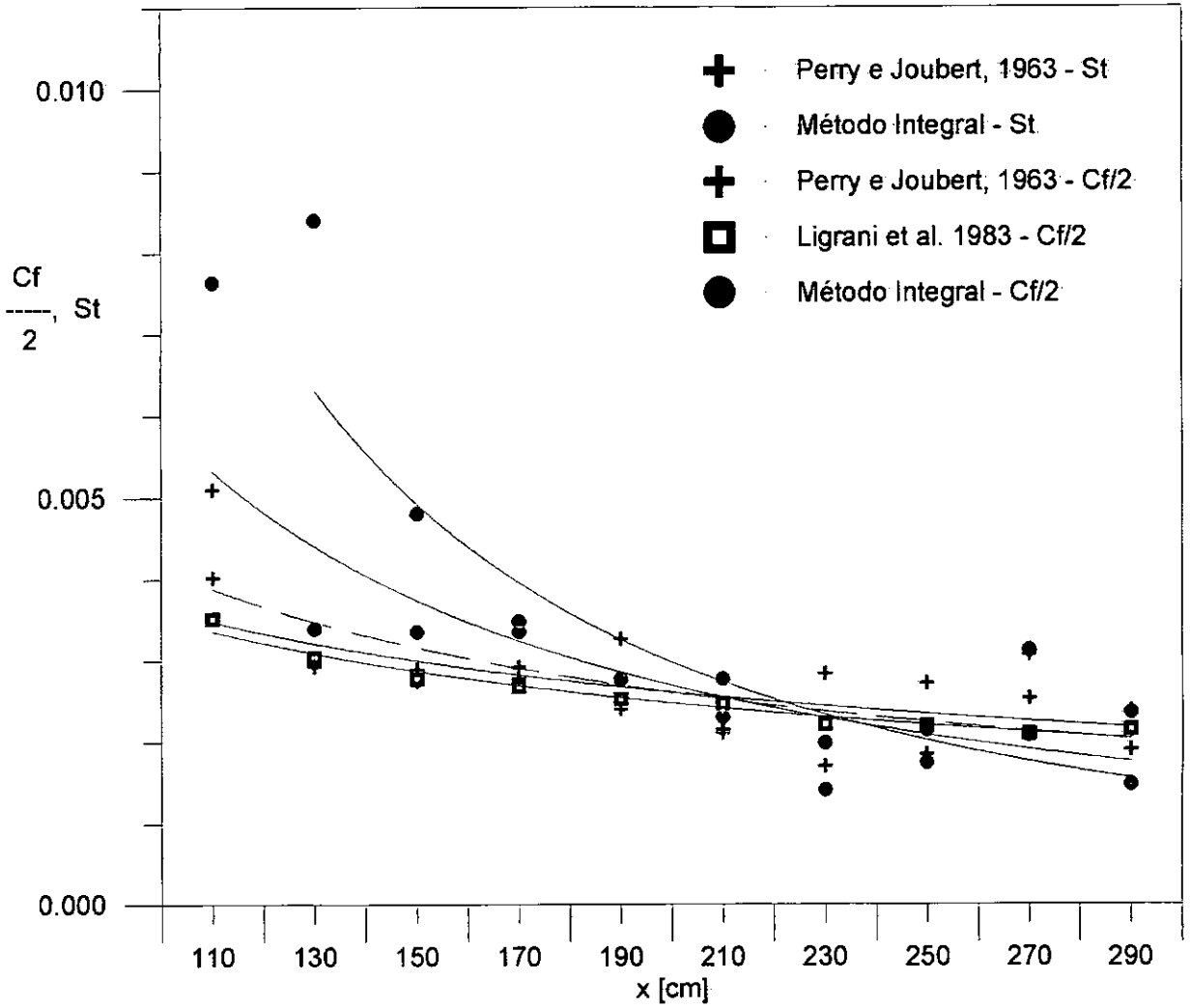


Figura (4.38) - Analogia de Reynolds para escoamento sobre superfície com rugosidade-II.

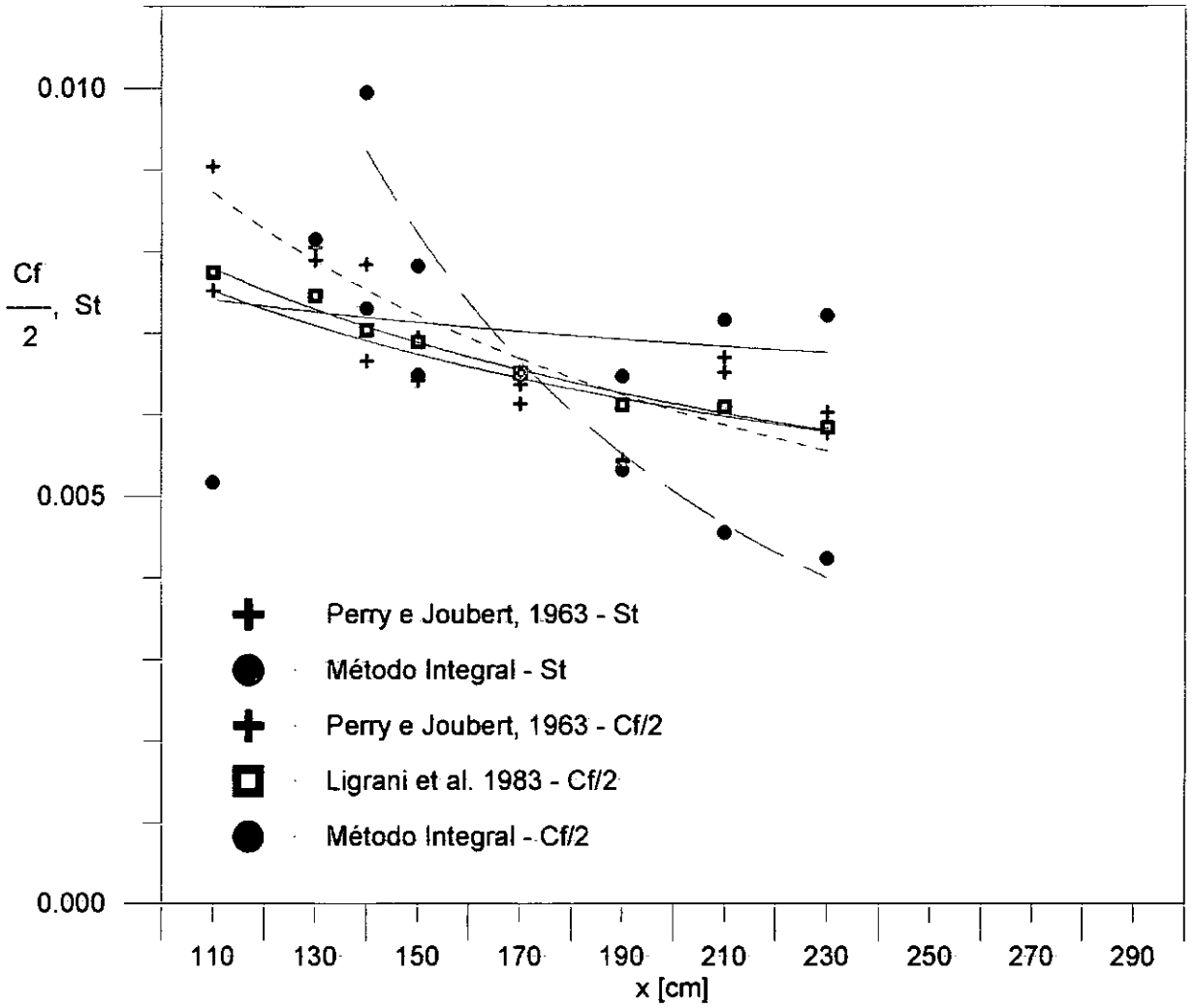


Figura (4.39) - Analogia de Reynolds para escoamento sobre superfície com rugosidade III.



# Capítulo 5

## Análise Numérica

No capítulo anterior foram obtidas soluções analíticas para região completamente turbulenta adjacente a uma superfície sujeita a variações bruscas de rugosidade e de temperatura superficial. As formulações, baseadas no conceito de deslocamento da origem apresentam domínio de validade bem definido, não podendo, portanto, ser extrapoladas para a subcamada viscosa.

Modelos de turbulência podem ser expressos algebricamente ou podem envolver equações diferenciais para a determinação de propriedades características relevantes para o escoamento. Modelos que utilizam duas equações de transporte para descrição do escoamento turbulento são indicados para escoamentos de camada limite. Um exemplo clássico de modelos de duas equações é o modelo  $\kappa - \epsilon$ , que especifica equações diferenciais para a energia cinética turbulenta  $\kappa$  e para a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa  $\epsilon$ . Este capítulo apresenta nas próximas três seções, uma breve descrição dos modelos de turbulência, algébrico, de uma equação e de duas equações.

A quarta seção é dedicada à implementação das novas funções de parede propostas no capítulo anterior pelas equações (4.17) e (4.33) como condições de contorno a serem utilizadas do modelo  $\kappa - \epsilon$  para descrever as propriedades da camada limite turbulenta na região externa.

## 5.1 Modelos algébricos

Em 1925 Ludwig Prandtl propôs uma equação algébrica para a viscosidade turbulenta. Seu artigo sugere que foi realizada uma analogia com a teoria cinética dos gases, onde

$$\mu = \frac{1}{3}\rho L_c u_{molecular}, \quad (5.1)$$

ou seja, a viscosidade do fluido é proporcional ao produto da massa específica média do gás, o caminho livre médio das partículas e a sua velocidade média.

Prandtl adotou a idéia de Boussinesq(1877), que relaciona a tensão turbulenta às grandezas médias do escoamento por uma quantidade  $\mu_t$ , assim,

$$\tau_t = \mu_t \frac{d\bar{u}}{dy}. \quad (5.2)$$

Por analogia com a teoria cinética dos gases,  $\mu_t$  deveria ser formada pelo produto da massa específica, um comprimento característico e uma velocidade característica.

Desta forma

$$\mu_t \sim \rho L_c u_t. \quad (5.3)$$

Na equação (5.3),  $u_t$  é a velocidade turbulenta média e  $L_c$  é a distância média percorrida por uma partícula de fluido na direção transversal ao escoamento.

Partículas de fluido se deslocam na direção transversal, levando consigo as propriedades inerentes da localização de origem. Em outras palavras, a distância percorrida pelas partículas, denominada comprimento de mistura, representa o

trajeto percorrido por partículas de fluido viajando com suas propriedades originais, provocando uma mistura das propriedades na nova lâmina da ordem da média das flutuações turbulentas.

O conceito de comprimento de mistura é análogo ao conceito do caminho livre médio na teoria cinética dos gases. A principal diferença entre estes dois conceitos reside na escala de movimento; a teoria cinética dos gases se concentra no movimento microscópico das moléculas, enquanto o conceito de viscosidade turbulenta de Prandtl trata do movimento macroscópico de grandes aglomerados de partículas fluidas.

A equação (5.3) apresenta duas quantidades a serem modeladas: o comprimento de mistura  $L_c$  e a velocidade turbulenta  $u_t$ . Prandtl sugeriu, então, que as flutuações de velocidade na direção transversal fosse a mesma das flutuações de velocidade na direção longitudinal, assim

$$O(\bar{v}') = O(\bar{u}'). \quad (5.4)$$

A equação (5.4) consiste em um fato experimental.

Por argumentos dimensionais, Prandtl modelou a velocidade turbulenta como o produto de um comprimento por um gradiente de velocidades.

$$u' = L_c \frac{d\bar{u}}{dy}, \quad (5.5)$$

da equação (5.4), temos

$$\bar{v}' = O(\bar{u}') = O\left(L_c \frac{d\bar{u}}{dy}\right), \quad (5.6)$$

onde  $u'$  representa a velocidade turbulenta, e  $L_c$  é o comprimento que varia com o tempo e pode assumir valores positivos ou negativos.

Das equações (5.4) e (5.5), temos

$$\mu_t \sim \rho \overline{L_c u'}, \quad (5.7)$$

e das equações (5.6) e (5.2),

$$\tau_t = \rho L_c L_c \frac{du}{dy} \frac{d\bar{u}}{dy} = \rho L_c^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right)^2. \quad (5.8)$$

Comparando a equação (5.8) com a hipótese de Boussinesq, pode-se obter as seguintes expressões para a viscosidade turbulenta

$$\mu_t = \rho L_c^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right), \quad (5.9)$$

e

$$\nu_t = L_c^2 \left( \frac{d\bar{u}}{dy} \right). \quad (5.10)$$

A hipótese de comprimento de mistura de Prandtl é muito importante e útil no cálculo de escoamentos turbulentos. O comprimento de mistura, ao contrário da viscosidade molecular, não é uma propriedade do fluido, mas uma função local. É possível estabelecer uma relação entre o comprimento de mistura,  $L_c$ , e as características do escoamento.

As equações (5.9) e (5.10) tem sido amplamente aplicadas no estudo do movimento ao longo de placas, tubulações, canais e paredes.

## 5.2 Modelos de uma equação

O modelo de comprimento de mistura não é adequado quando processos de transporte de turbulência convectivos ou difusivos são relevantes; exemplos de escoamentos são os que se desenvolvem rapidamente, os que apresentam transferência de calor através de planos com gradiente de velocidade nulo ou escoamento em regiões de recirculação. Mais genericamente, o modelo algébrico é pouco utilizado em escoamentos complexos, dada a dificuldade de se especificar  $L_c$ .

Na tentativa de solucionar este problema da hipótese de comprimento de mistura, foram desenvolvidos modelos que apresentam uma equação diferencial para as quantidades turbulentas. Modelos de uma equação surgiram em 1969, com uma equação de transporte para a viscosidade turbulenta, mas estes modelos nunca ficaram populares.

Nos modelos de uma equação, ao invés de relacionar a velocidade turbulenta a um gradiente de velocidade média, é utilizada uma equação diferencial de transporte para modelar a velocidade característica  $u_c$  em função de quantidades turbulentas, relacionando-se a velocidade característica à uma propriedade turbulenta inerente ao escoamento, a energia cinética turbulenta,  $\kappa$ . Assim,

$$u_c = \sqrt{\kappa}, \quad (5.11)$$

onde a energia cinética turbulenta é definida como

$$\kappa = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}). \quad (5.12)$$

Uma equação diferencial de transporte para  $\kappa$  permite levar em conta a influência da turbulência na energia turbulenta local. É possível obter, a partir das equações de Navier-Stokes, uma equação exata para  $\kappa$ .

Seja a energia cinética turbulenta por unidade de massa definida pela equação (5.12). Para um escoamento incompressível, bidimensional, em coordenadas cartesianas temos a equação de transporte para  $\kappa$  escrita na forma

$$\rho \left( \frac{\partial \kappa}{\partial t} + u \frac{\partial \kappa}{\partial x} + v \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right) = - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{\rho u' \kappa'} + \overline{v' p'}) - \overline{\rho u' v'} \frac{\partial u}{\partial y} - \epsilon, \quad (5.13)$$

onde

$$\epsilon = \mu \sum \left( \frac{\partial u'}{\partial y} + \frac{\partial v'}{\partial x} \right)^2. \quad (5.14)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (5.13) representa o transporte difusivo turbulento, que é similar ao processo de difusão molecular. Esta contribuição difusiva provocada pelos componentes da turbulência mais as flutuações de pressão. A modelagem deste termo não é simples, pois esta não é uma quantidade diretamente medida. O procedimento normalmente adotado para a modelagem deste termo é fazer uma analogia com a difusão molecular para obter

$$- \rho (\overline{u' \kappa'} + \overline{v' p'}) \simeq \rho u_c l_c \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \simeq \rho l_c \sqrt{\kappa} \frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial y} \simeq \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial y}, \quad (5.15)$$

onde  $\mu_t$  é a viscosidade turbulenta e  $\sigma_\kappa$  uma constante do modelo determinada empiricamente para cada tipo de escoamento.

O segundo termo na equação (5.13) representa a taxa de produção de energia cinética turbulenta devido ao trabalho realizado pelas tensões de Reynolds no gradiente de velocidade média. Neste termo, a correlação turbulenta é a tensão turbulenta, ou seja, o produto de  $\mu_t$  pelo gradiente de velocidade média, assim

$$- \overline{\rho u' v'} = \mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}. \quad (5.16)$$

O terceiro termo representa a taxa na qual energia cinética turbulenta é dissipada pela ação da viscosidade

A dissipação de energia cinética turbulenta ocorre predominantemente nas menores escalas da turbulência. Para altos números de Reynolds, os movimentos turbulentos apresentam escalas muito menores do que os movimentos dominantes. A taxa de dissipação não é relacionada aos movimentos dissipativos propriamente ditos, mas sim aos movimentos que transferem energia das maiores para as menores escalas de movimento. Este processo deve depender somente da massa específica, da energia cinética turbulenta e do comprimento característico. Desta forma, a modelagem da taxa de dissipação é realizada com base em argumentos dimensionais, na forma

$$\epsilon = -\mu \sum \left( \frac{\partial \overline{u'}}{\partial y} + \frac{\partial \overline{v'}}{\partial x} \right)^2 = c_D \frac{\rho \kappa^{3/2}}{L_c} \quad (5.17)$$

Substituindo as soluções aproximadas, equações (5.15), (5.16) e (5.17) na equação (5.13), a equação toma sua forma final

$$\rho \frac{D\kappa}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right) + \mu_t \left( \frac{\partial \overline{u}}{\partial y} \right)^2 - c_D \frac{\rho \kappa^{3/2}}{L_c} \quad (5.18)$$

Este método não é aplicável próximo à parede, na região da subcamada viscosa, onde o número de Reynolds é pequeno. Se o método for estendido até a parede, deve-se levar em conta os efeitos viscosos, que se tornam importantes quanto mais próximos à parede. Normalmente, nestes casos utilizam-se as leis de parede.

Com relação aos modelos de comprimento de mistura, modelos de uma equação não apresentam considerável melhora para escoamentos de camada limite, onde a aceleração rápida do escoamento provoca alta taxa de dissipação na região próxima à parede. A alternativa é considerar modelos que levem em conta efeitos de transporte nas escalas de comprimento da turbulência.

### 5.3 Modelos de duas equações: Modelo $\kappa - \epsilon$

Nesta seção são modeladas equações de transporte para duas propriedades da turbulência: a energia cinética turbulenta  $\kappa$  e a sua taxa de dissipação por unidade de massa  $\epsilon$ . Neste método diferencial, são modeladas equações de transporte para  $\kappa$  e para  $\epsilon$  utilizando o conceito de viscosidade turbulenta

$$\nu_t = c_\mu \frac{\kappa^2}{\epsilon} \quad (5.19)$$

onde  $c_\mu$  é uma constante do modelo.

Como  $\epsilon$  é a taxa de conversão de energia cinética em calor, podemos esperar que seja da forma

$$\frac{(\text{velocidade turbulenta})^2}{\text{escala de tempo}} \quad (5.20)$$

Para um escoamento bidimensional, tomamos a velocidade turbulenta como

$$\sqrt{\overline{u'v'}}, \quad (5.21)$$

e a escala de tempo característica como

$$\frac{L}{\sqrt{\overline{u'v'}}}, \quad (5.22)$$

onde  $L$  é o comprimento de escala. Assim, substituindo as equações (5.21) e (5.22) em (5.20) temos

$$\epsilon = \frac{(\overline{u'v'})^{3/2}}{L}. \quad (5.23)$$



A equação (5.23) é a definição do comprimento característico.

Conforme anteriormente mencionado, a dissipação da energia cinética turbulenta ocorre nas pequenas escalas. Energia vai sendo transferida das maiores para as menores escalas sucessivamente num efeito cascata. A dissipação turbulenta é supostamente dependente de  $\rho$ ,  $\kappa$  e  $l$ .

Quando a geração e a dissipação de energia cinética estão em equilíbrio, os termos de difusão são desprezíveis e temos os termos de produção e de dissipação equivalentes, ou

$$\overline{u'v'} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\overline{u'v'}^3/2}{L_c}, \quad (5.24)$$

$$\overline{u'v'} = L_c^2 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2, \quad (5.25)$$

ou ainda

$$\nu_t = L_c^2 \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2. \quad (5.26)$$

A equação (5.26) é a definição do comprimento de mistura de Prandtl.

É importante ressaltar que a hipótese do comprimento de mistura de Prandtl é mais apropriada para escoamentos em equilíbrio, onde a taxa de produção é aproximadamente igual à taxa de dissipação.

Considerando a dimensão de  $\nu_t$ , é possível escrever

$$\nu_t = c_\mu \sqrt{\kappa} L_c \quad (5.27)$$

onde  $\kappa$  é obtido da equação de transporte,  $l_c$  é o comprimento de mistura e  $c_\mu$  é uma constante determinada empiricamente ( $\approx 0,09$ ).

A forma modelada da equação para a energia cinética turbulenta está representada pela equação (5.18), entretanto, o último termo, relativo à taxa de dissipação, será determinado por uma equação de forma similar à de  $\kappa$ .

Esta outra equação de transporte que é frequentemente modelada, a equação para a dissipação de energia cinética turbulenta por unidade de massa,  $\epsilon$ , também é derivada das equações de Navier-Stokes; entretanto, apresenta vários termos desconhecidos, dificultando o procedimento de modelagem. Esta modelagem será, portanto, baseada em hipóteses feitas utilizando-se de dados empíricos relativamente inadequados, uma vez que a dissipação de energia não é uma quantidade diretamente medida.

A equação de transporte modelada para  $\epsilon$  assume forma similar à equação para  $\kappa$ ,

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = c_{\epsilon 1} \nu_t \frac{\epsilon}{\kappa} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) - \frac{c_{\epsilon 2} \epsilon^2}{\kappa} \quad (5.28)$$

onde  $c_{\epsilon 1}$ ,  $c_{\epsilon 2}$  e  $\sigma_\epsilon$  são constantes determinadas empiricamente.

A equação (5.28), juntamente com

$$\frac{D\kappa}{Dt} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_\kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial y} \right) + \nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \epsilon \quad (5.29)$$

e a hipótese de viscosidade turbulenta  $\nu_t = c_\mu \kappa^{3/2} / \epsilon$ , formam as relações de fechamento do modelo  $\kappa - \epsilon$  para solução de escoamentos de camada limite. Este método tem sido muito utilizado e apresenta bons resultados para escoamento cisalhantes de geometria simples e pequenas curvaturas, onde a hipótese de equilíbrio for razoável.

Para situações mais complexas, as constantes do modelo devem ser adequadas, por exemplo para casos com transpiração de fluido através da parede, variações de temperatura, gradiente de pressão entre outras, para concordar com resultados experimentais.

As dificuldades do método derivam da hipótese de viscosidade turbulenta e das dificuldades de modelar a equação da dissipação.

## 5.4 A simulação numérica

A formulação proposta neste estudo será aplicada aqui, pela primeira vez, a um problema com variação brusca de rugosidade e de temperatura. As equações (4.17) e (4.33) serão utilizadas para a especificação das condições de contorno no modelo  $\kappa - \epsilon$ . Estas equações são, então, resolvidas numericamente fornecendo os perfis de velocidade e de temperatura.

O caso teste simulado aqui consiste num escoamento de ar que encontra uma variação brusca de uma superfície com características uniformes para outra com diferentes características também uniformes. O escoamento se desenvolve inicialmente sobre uma superfície com rugosidade suave e de temperatura mais baixa, encontrando uma descontinuidade brusca que caracteriza a nova superfície, com aumento da altura da rugosidade e elevação da temperatura simultaneamente. Esta simulação foi inspirada em escoamentos presentes na natureza, conhecidos como brisa marítima, típicos de regiões costeiras. A brisa marítima é função da variação da temperatura e da pressão do ar sobre o continente, em contraste com as propriedades na região que se encontra sobre a água.

A modelagem mais simples adotada para este fenômeno considera os campos de velocidade e de temperatura desacoplados, e as equações de quantidade de movimento e de energia são resolvidas separadamente. Este será o procedimento adotado para a simulação.

O ar escoia a velocidade de  $10m/s$  e  $25^{\circ}C$  na porção externa da camada limite que, em  $x = 0m$  apresenta espessura  $\delta = 50m$  sobre uma superfície de rugosidade suave e temperatura  $T = 15^{\circ}C$ . Após percorrer uma distância de  $120m$ , encontra uma superfície aquecida à temperatura de  $T = 50^{\circ}$ , com elementos rugosos mais altos. As condições na parede são apresentadas na Tabela (5.1).

A teoria apresentada aqui foi implementada numericamente utilizando um código computacional CAST (*Computer Aided Simulation of Turbulence*, Peric e Schreurerer(1989)). Este programa tem a sua estrutura similar a de outros esquemas numéricos de previsão de escoamentos tais como TEAM e o TEACH.

Tabela 5.1: Condições das superfícies rugosas.

Comprimento Total ( $m$ )	120	280
Deslocamento da origem $\varepsilon$ ( $m$ )	0,1	3,0
Temperatura ( $^{\circ}C$ )	15,0	50,0

Trata-se de uma formulação conservativa em variáveis primitivas, que utiliza o método de volumes finitos. As diferenças encontradas entre o CAST e os códigos acima mencionados estão principalmente na localização das variáveis, no esquema de discretização, nos algoritmos de solução para os sistemas de equações lineares resultantes da discretização e no armazenamento adotado para o acoplamento da pressão. Este código desenvolvido por Peric e Schreurerer(1989), utiliza funções de parede, permitindo a implementação das expressões propostas neste trabalho através da modificação das funções de parede originais do código pelas novas funções de parede, a serem utilizadas como condição de contorno para a região adjacente à parede.

Para o escoamento turbulento, o código resolve as equações médias de Reynolds utilizando o modelo diferencial de duas equações  $\kappa - \epsilon$  de Launder e Spalding(1974). As cinco constantes empíricas utilizadas no código apresentam seus valores padrão. Uma vez que o CAST utiliza funções de parede para a especificação das condições de contorno na parede, a implementação do caso em estudo no programa consistiu na substituição das funções de parede clássicas pelas novas expressões propostas. As modificações foram realizadas no balanço de quantidade de movimento.

As principais modificações realizadas no código computacional estão relacionadas à implementação das condições de contorno. O conceito de deslocamento na origem foi incorporado ao código original, com base numa previsão algébrica do comportamento do deslocamento na origem obtida empiricamente com base na física do problema. As novas funções de parede, propostas no Capítulo 4, pelas equações (4.17) e (4.33) são utilizadas para a especificação das condições de contorno no modelo  $\kappa - \epsilon$ .

A figura (5.1) ilustra a geometria do escoamento e os perfis de velocidade

resultantes para uma caso liso de referência e o caso que considera a variação da rugosidade. As figuras (5.2) a (5.5) mostram, em abscissas linear e logarítmica, os efeitos da variação superficial nos perfis de velocidade. O caso de escoamento sobre superfície lisa, cujos perfis são apresentados nas figuras (5.2) e (5.3) foi simulado para validação do código e permitir a comparação com uma caso sem variação na superfície. Para ambas as condições estudadas, superfícies lisa e rugosa, foram obtidas reproduções consistentes da lei da parede. As figuras (5.6) a (5.9) mostram, em abscissas linear e logarítmica, os efeitos da variação superficial nos perfis de velocidade adimensionalizados com coordenadas externas. A figura (5.10) ilustra a geometria do escoamento e os perfis de temperatura resultantes comparando caso de referência e caso com superfície aquecida. As variações na temperatura são mostradas nas figuras (5.11) a (5.14). Novamente, podem ser observados perfis logarítmicos coerentes. As figuras (5.15) a (5.18) mostram, em abscissas linear e logarítmica, os efeitos da variação superficial nos perfis de temperatura adimensionalizados com variáveis externas. Os perfis de temperatura apresentados mostram que a região logarítmica se estende sobre parte considerável da camada limite térmica e não apresenta uma região da esteira bem desenvolvida.

Os resultados obtidos para o coeficiente de atrito e para número de Stanton estão apresentados na figura (5.19), sendo bastante consistente com os resultados obtidos na literatura e experimentalmente neste trabalho.

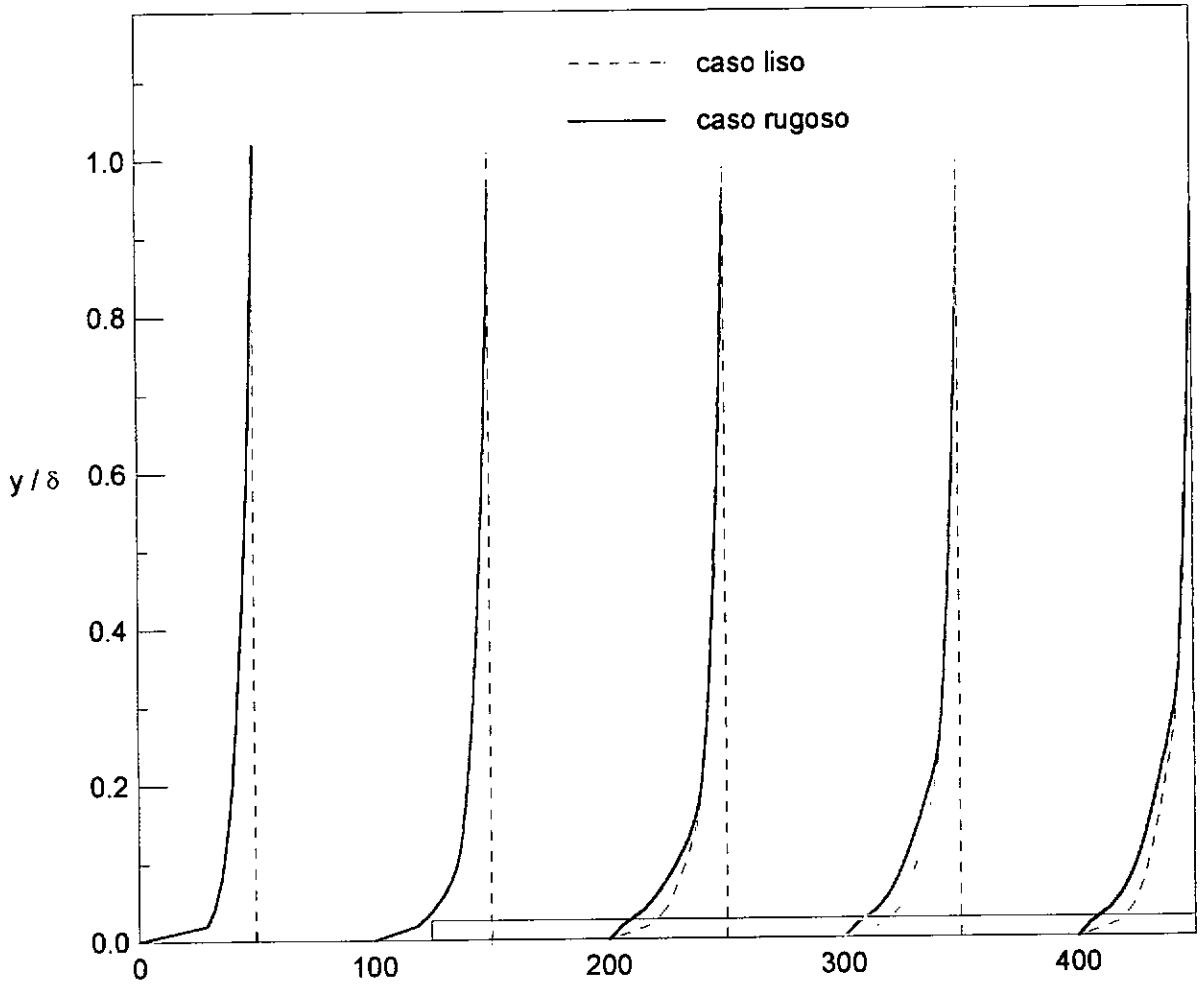


Figura (5.1) - Configuração do escoamento e perfis de camada limite de velocidade sobre superfícies lisa e rugosa.

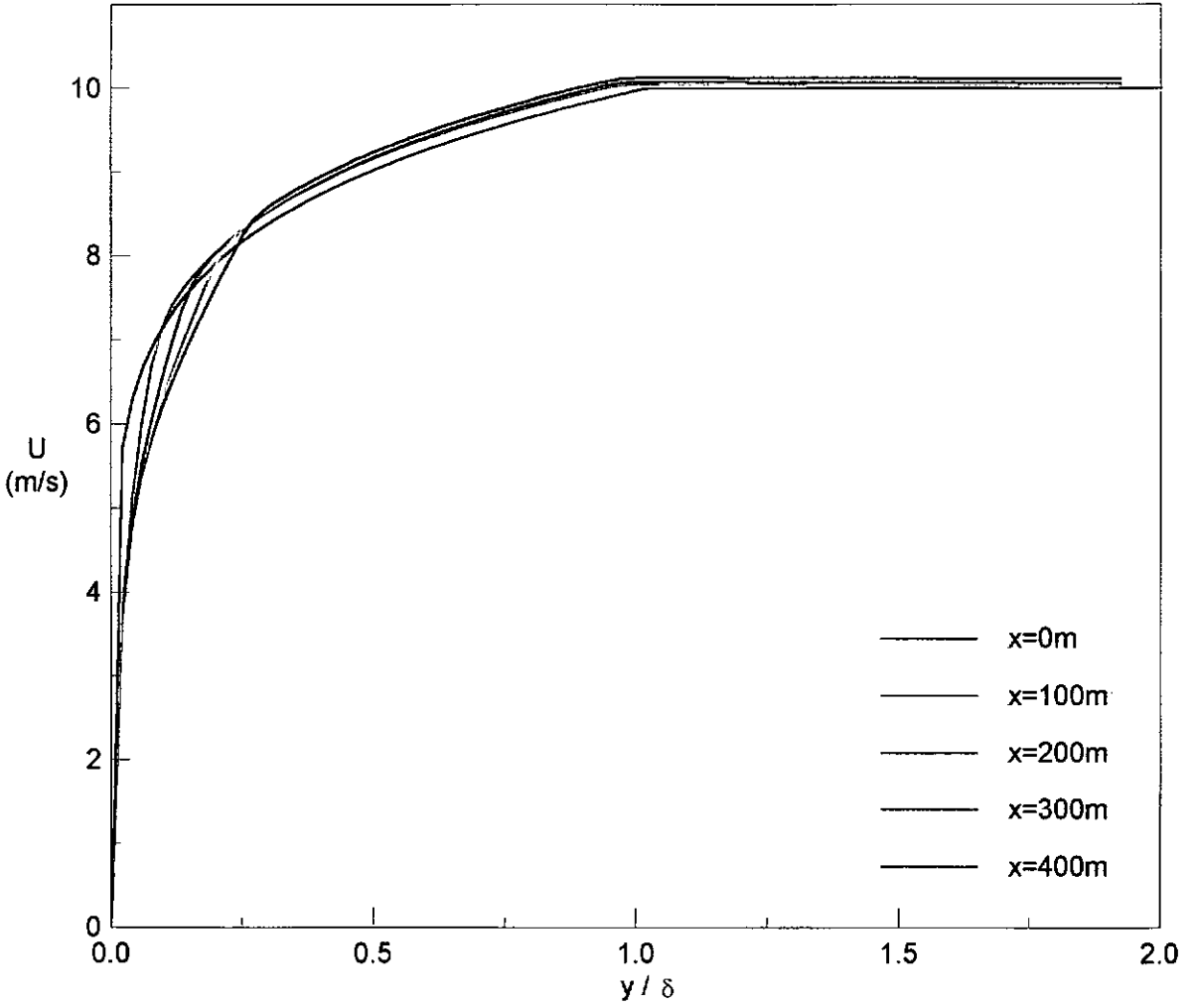


Figura (5.2) - Perfil de velocidades das camadas limite sobre superfície lisa.

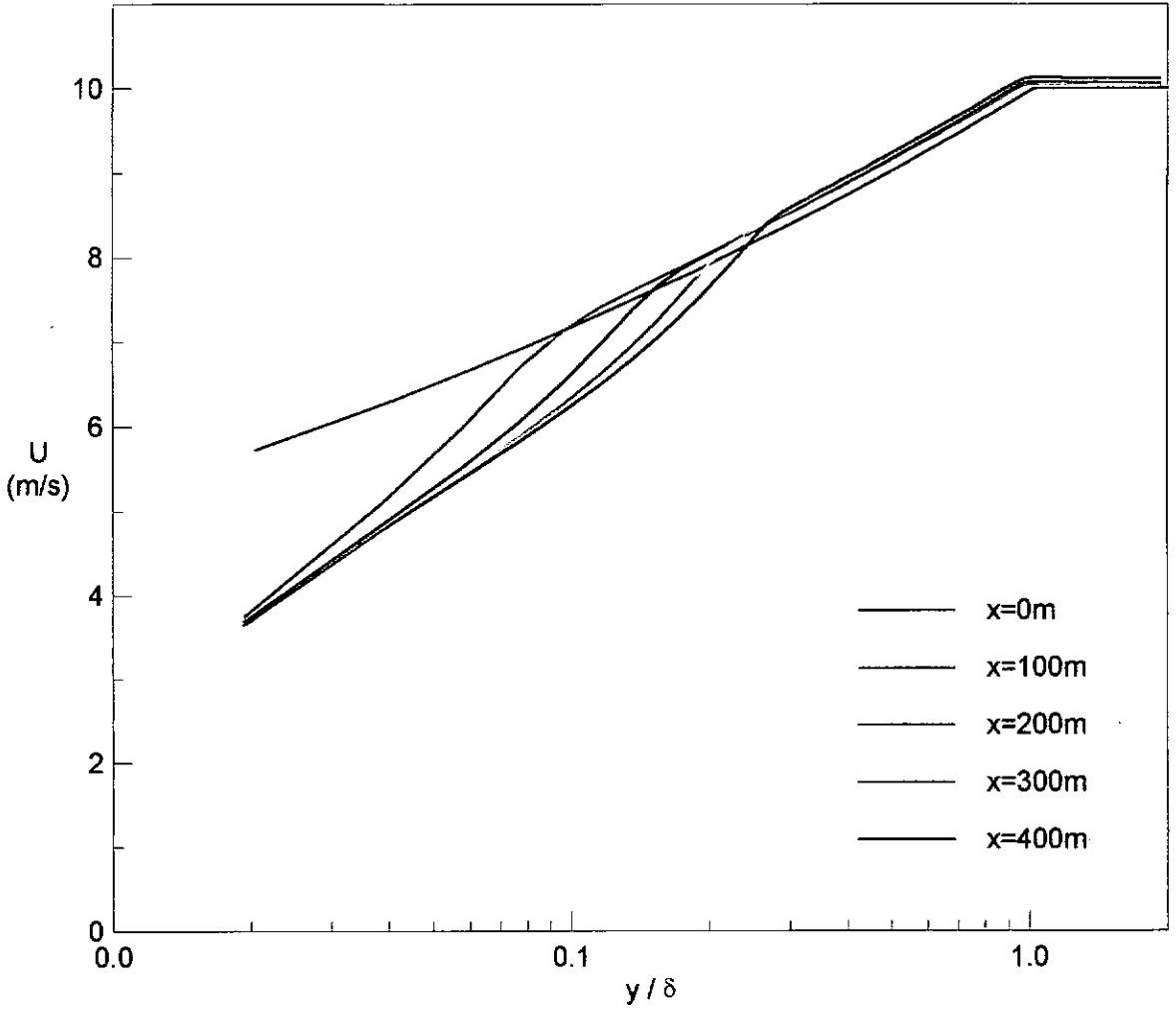


Figura (5.3) - Perfil de velocidades das camadas limite sobre superfície lisa.



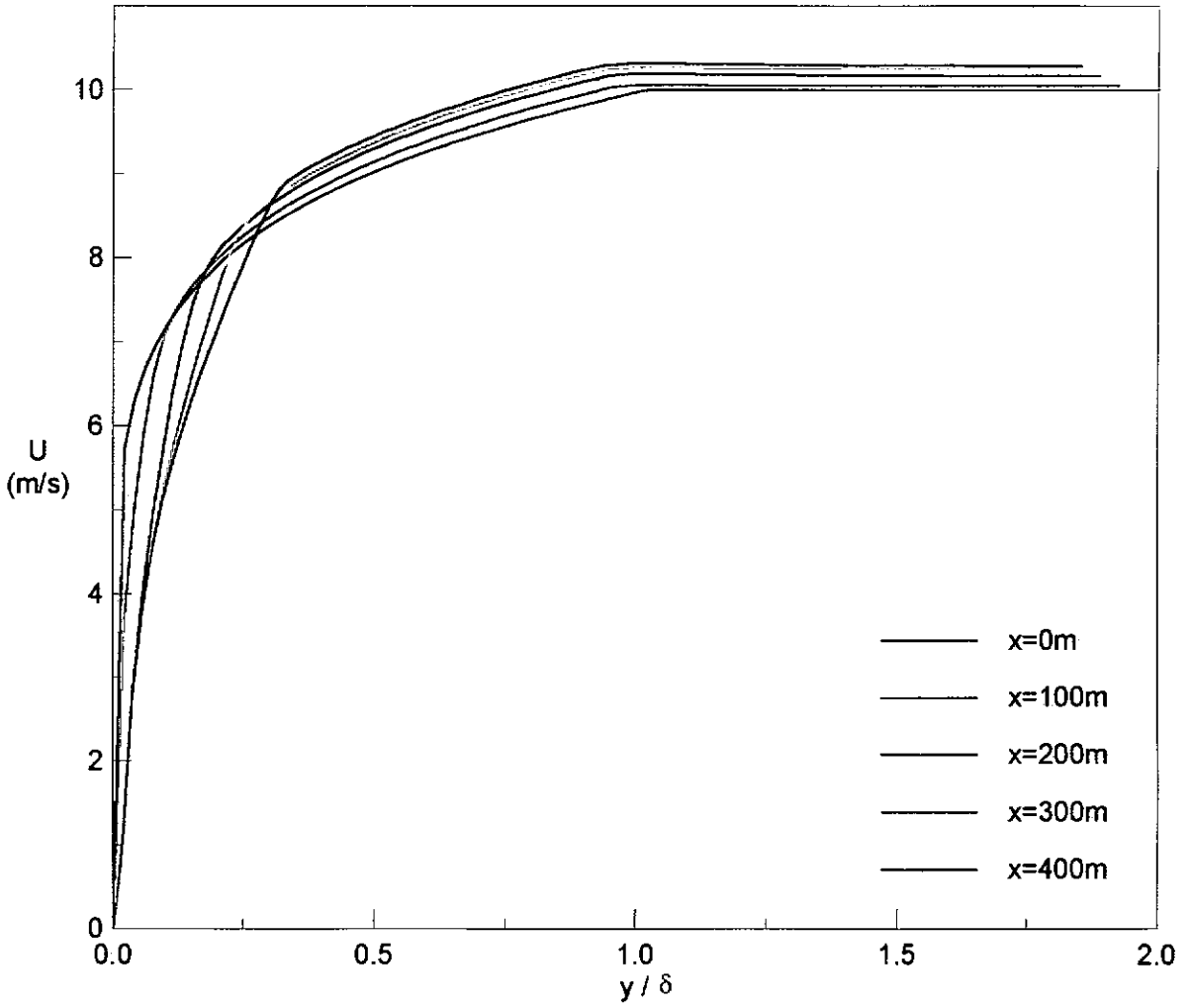


Figura (5.4) - Perfil de velocidades das camadas limite sobre superfície rugosa.

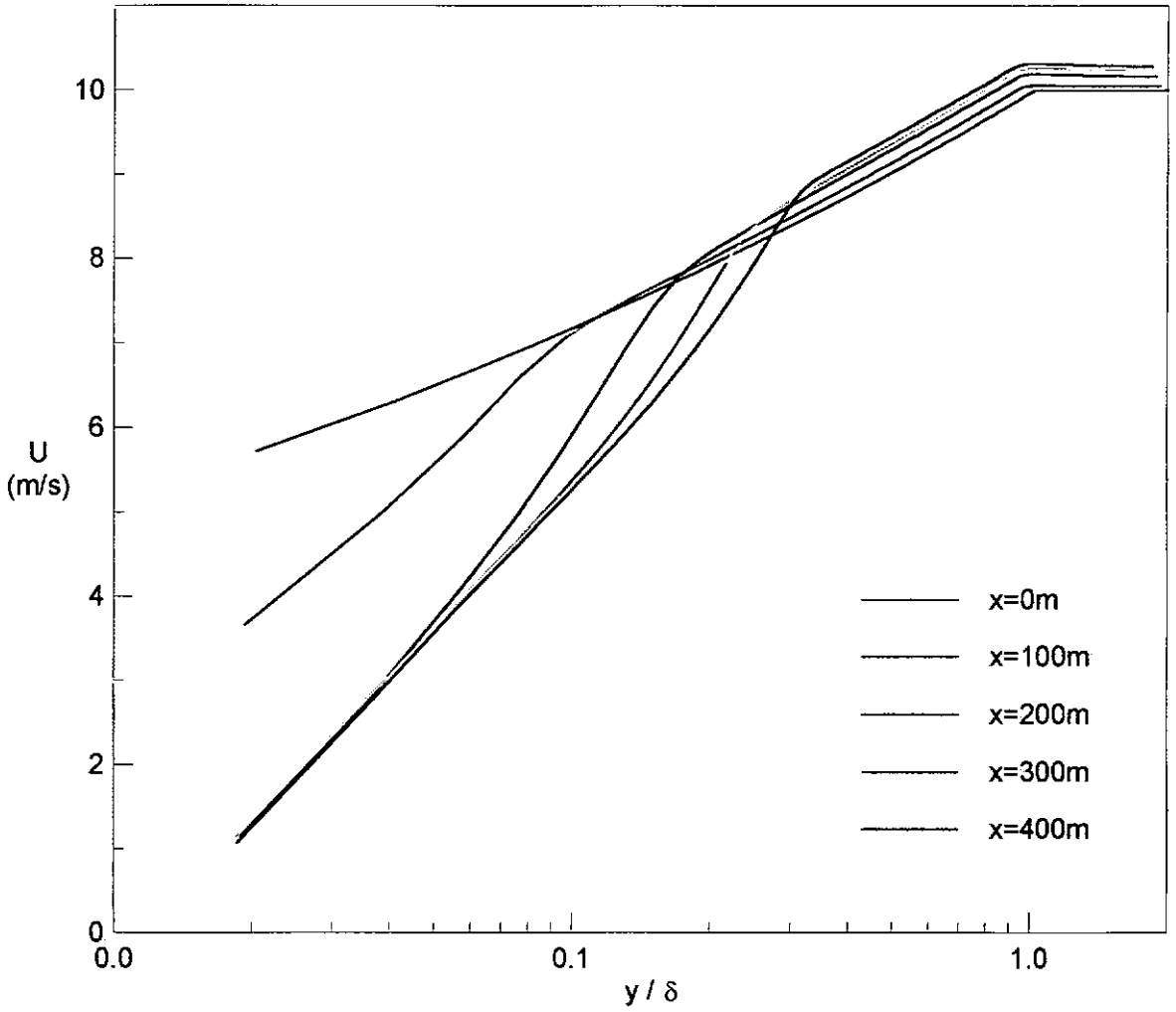


Figura (5.5) - Perfil de velocidades das camadas limite sobre superfície rugosa.

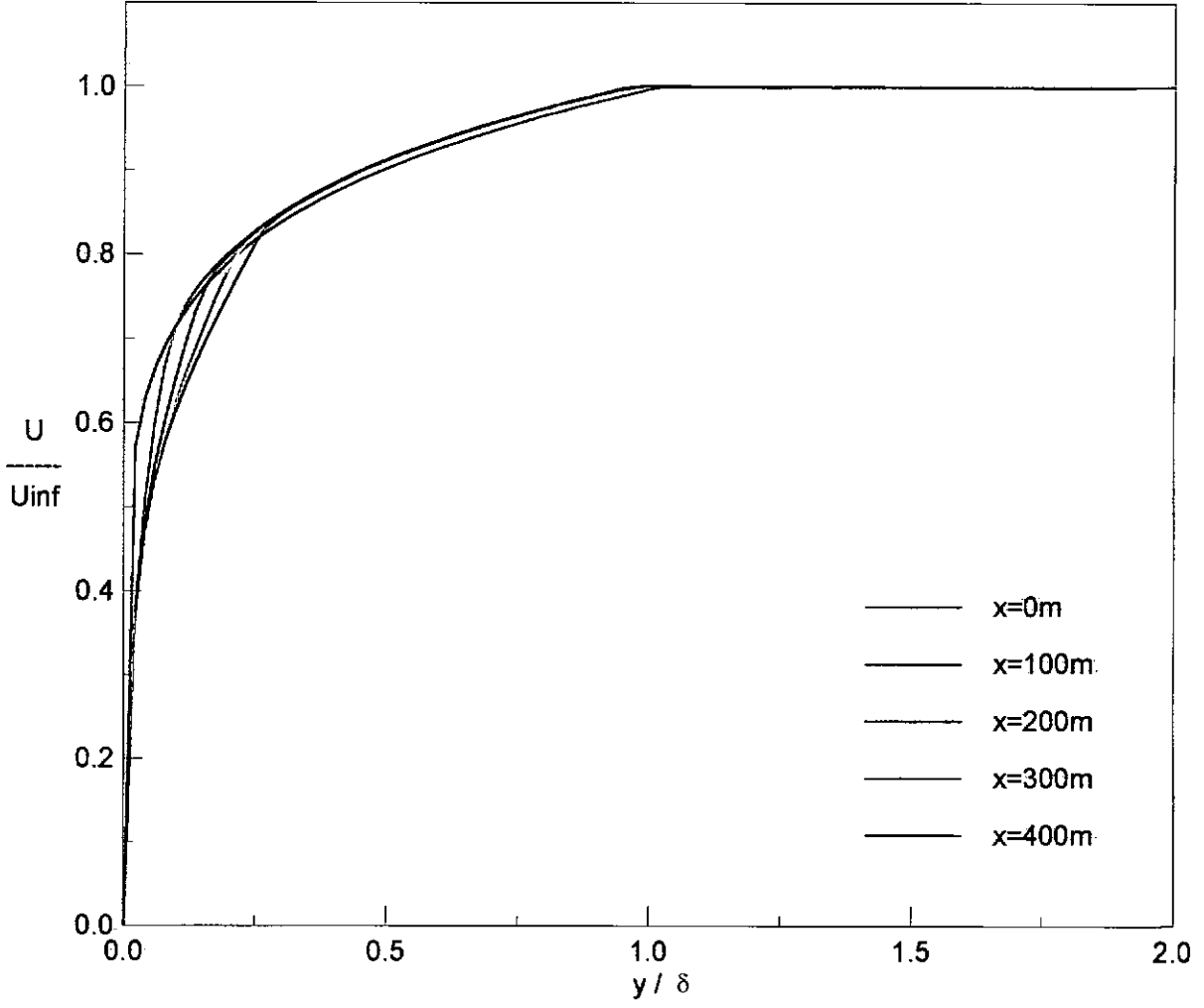


Figura (5.6) - Perfil de velocidades adimensionalizadas das camadas limite sobre superfície lisa.

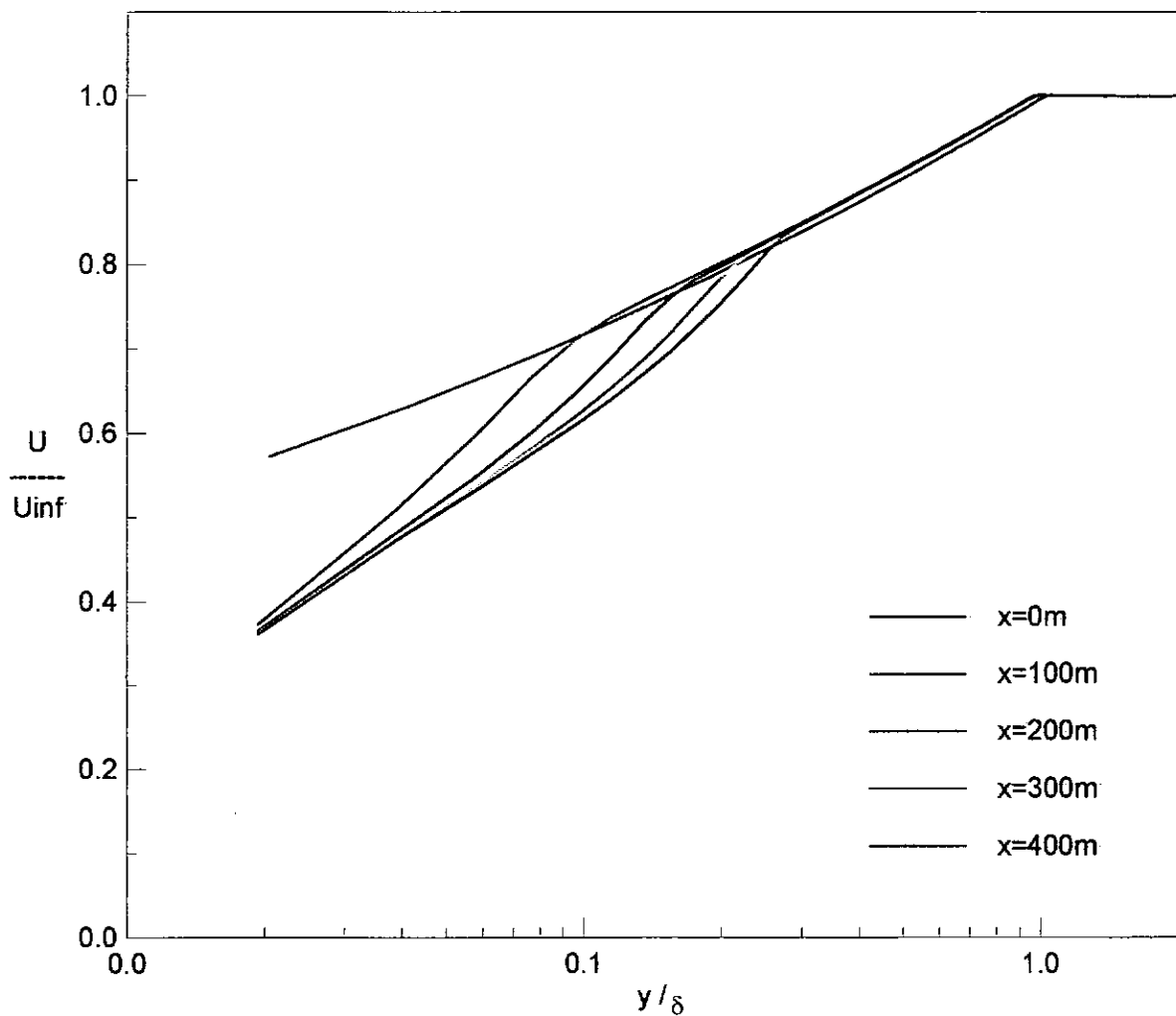


Figura (5.7) - Perfil de velocidades adimensionalizadas das camadas limite sobre superfície lisa.

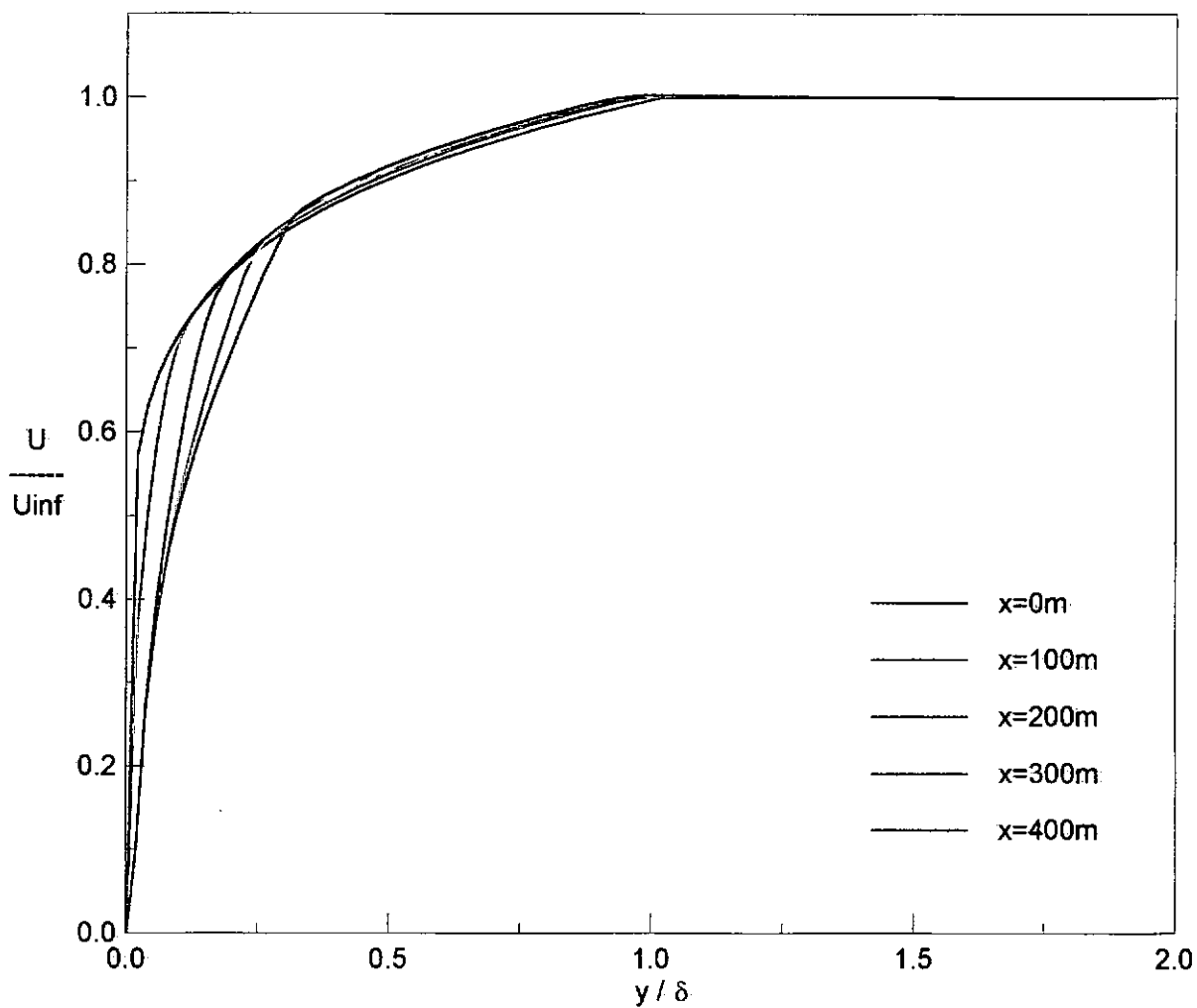


Figura (5.8) - Perfil de velocidades adimensionalizadas das camadas limite sobre superfície rugosa.

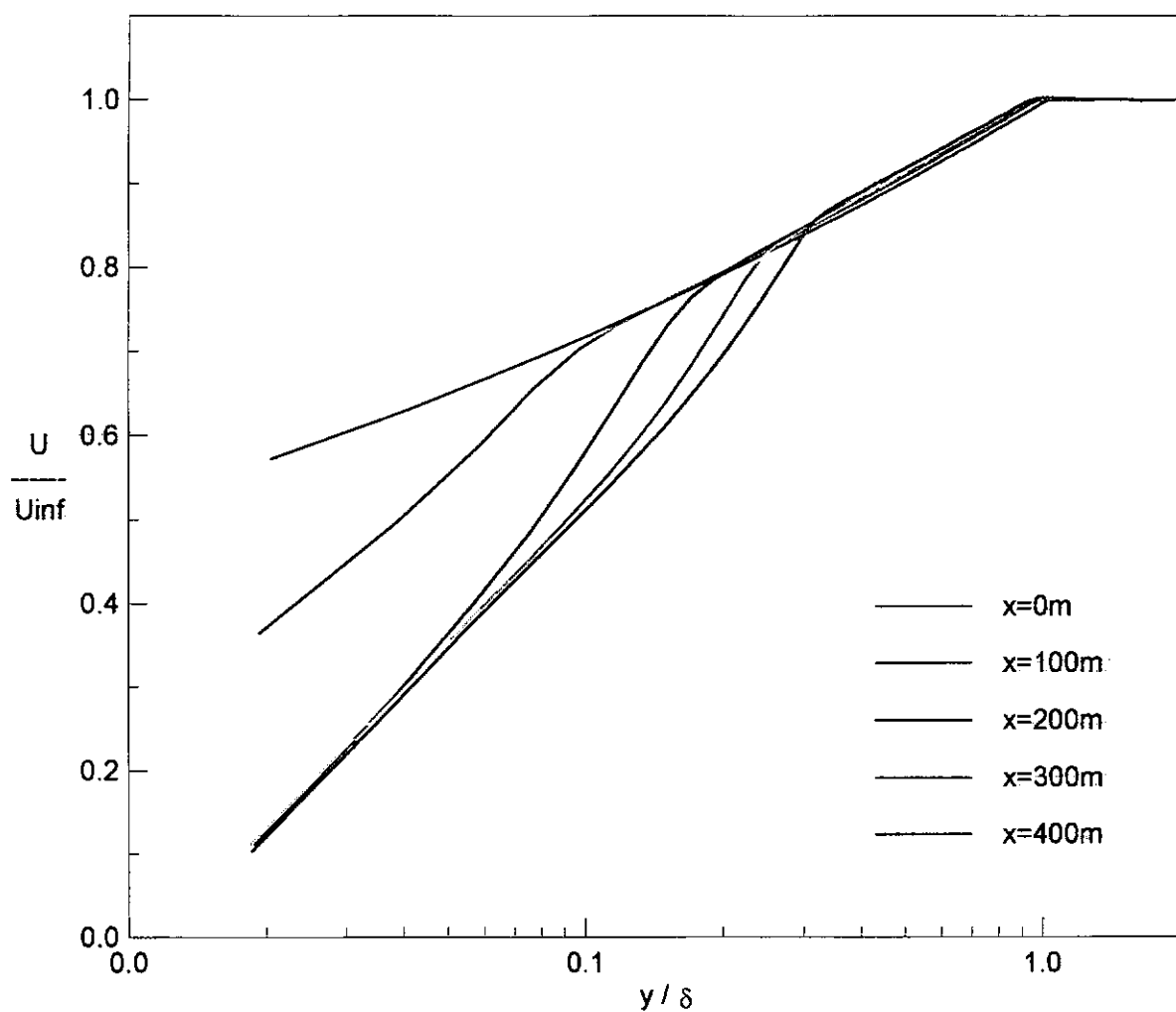


Figura (5.9) - Perfil de velocidades adimensionalizadas das camadas limite sobre superfície rugosa.

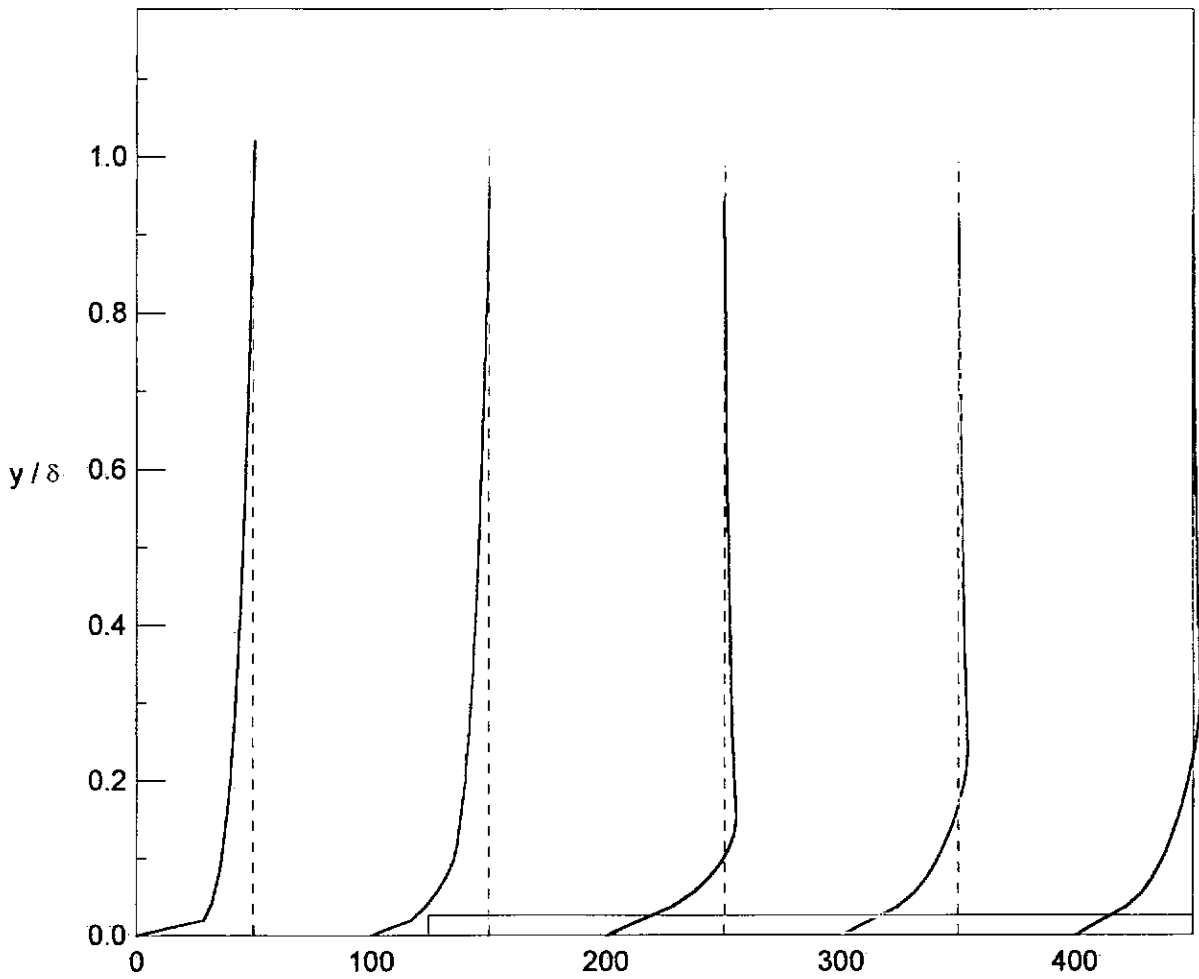


Figura (5.10) - Configuração do escoamento e perfis de camada limite de temperatura sobre superfícies fria e aquecida.

Perfis de Temperatura Adimensionalizadas:  $(T_w - T) / (T_w - T_o)$

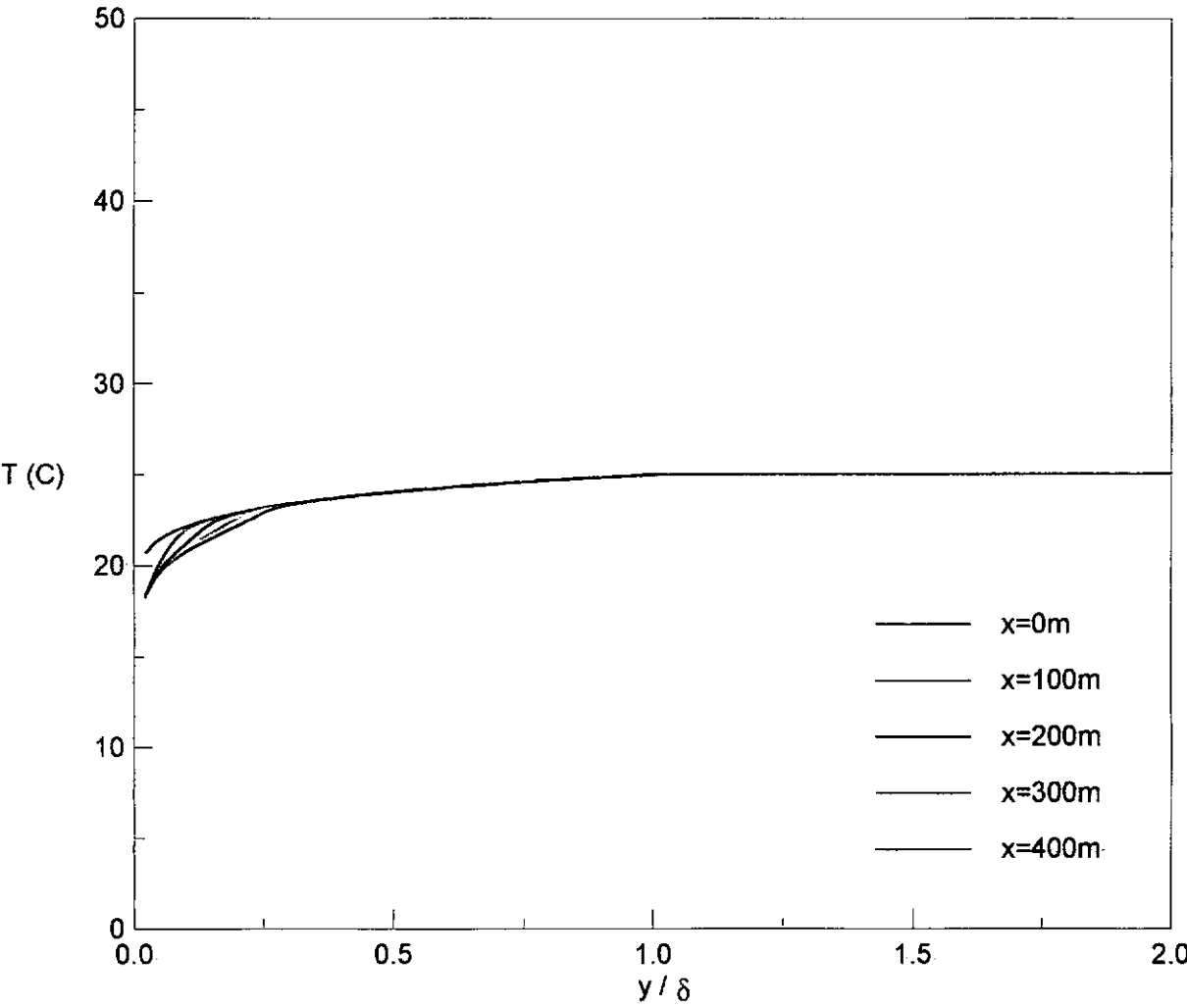


Figura (5.11) - Perfil de temperatura das camadas limite sobre superfície fria.



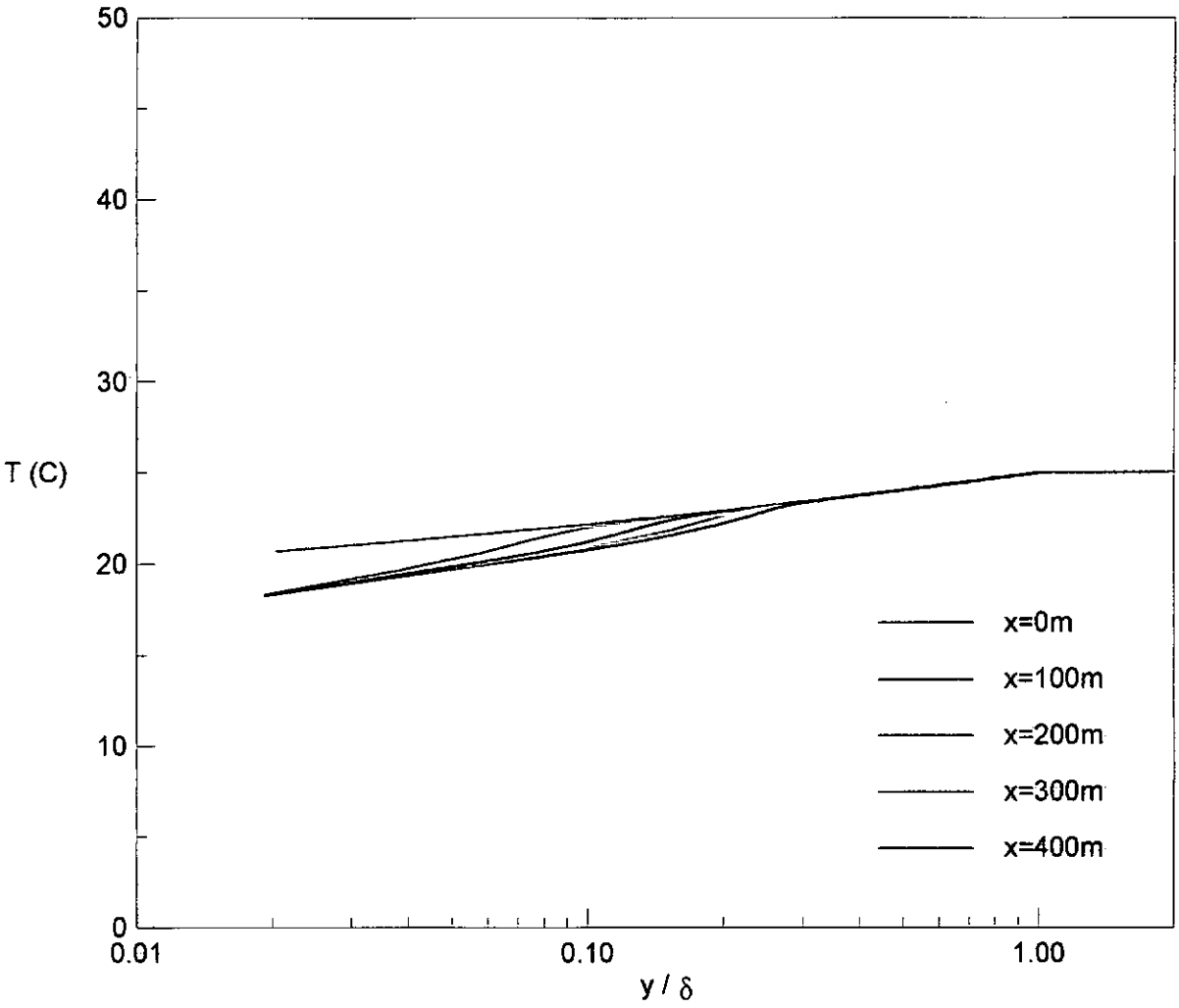


Figura (5.12) - Perfil de temperatura das camadas limite sobre superfície fria.

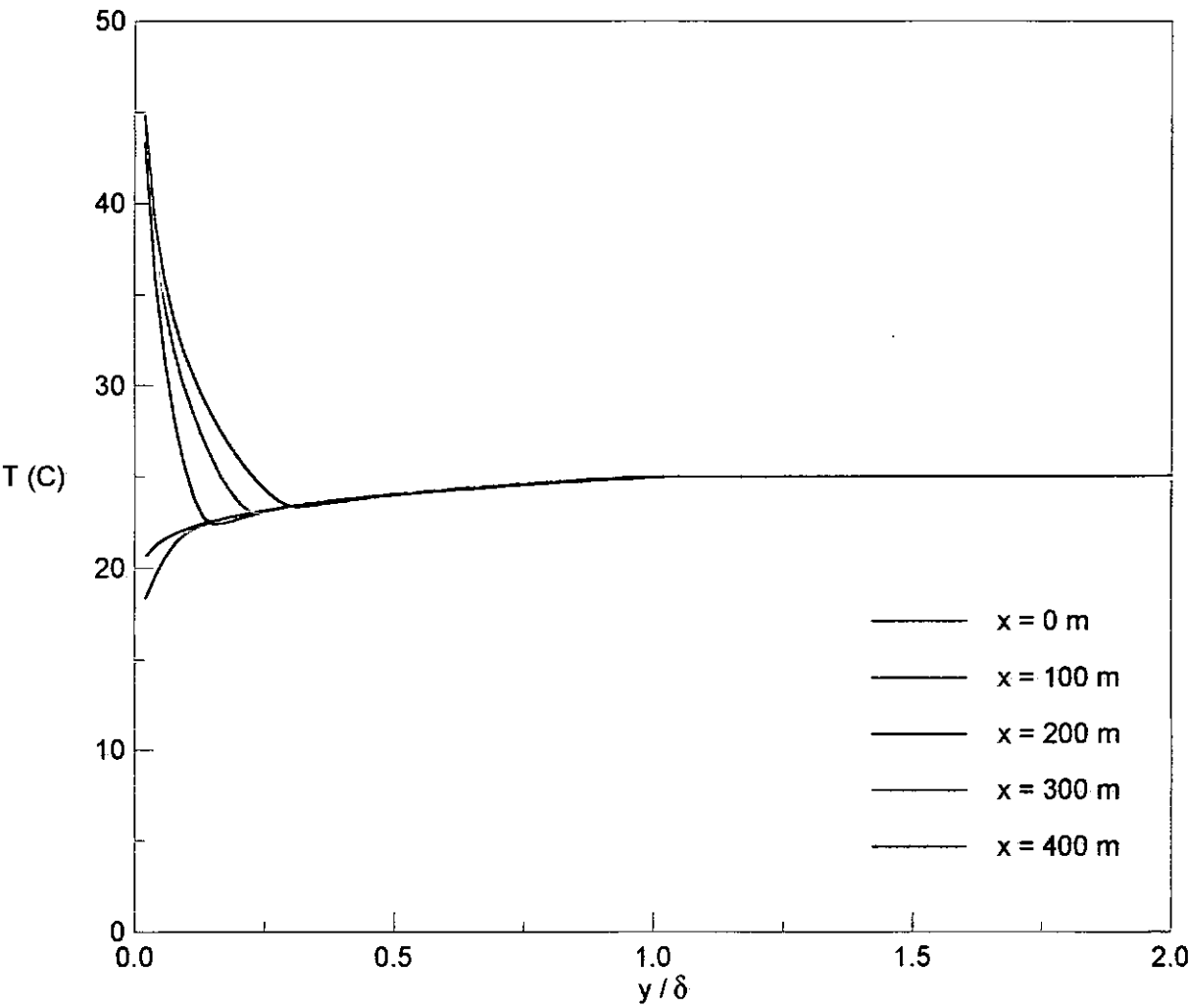


Figura (5.13) - Perfil de temperatura das camadas limite sobre superfície aquecida.

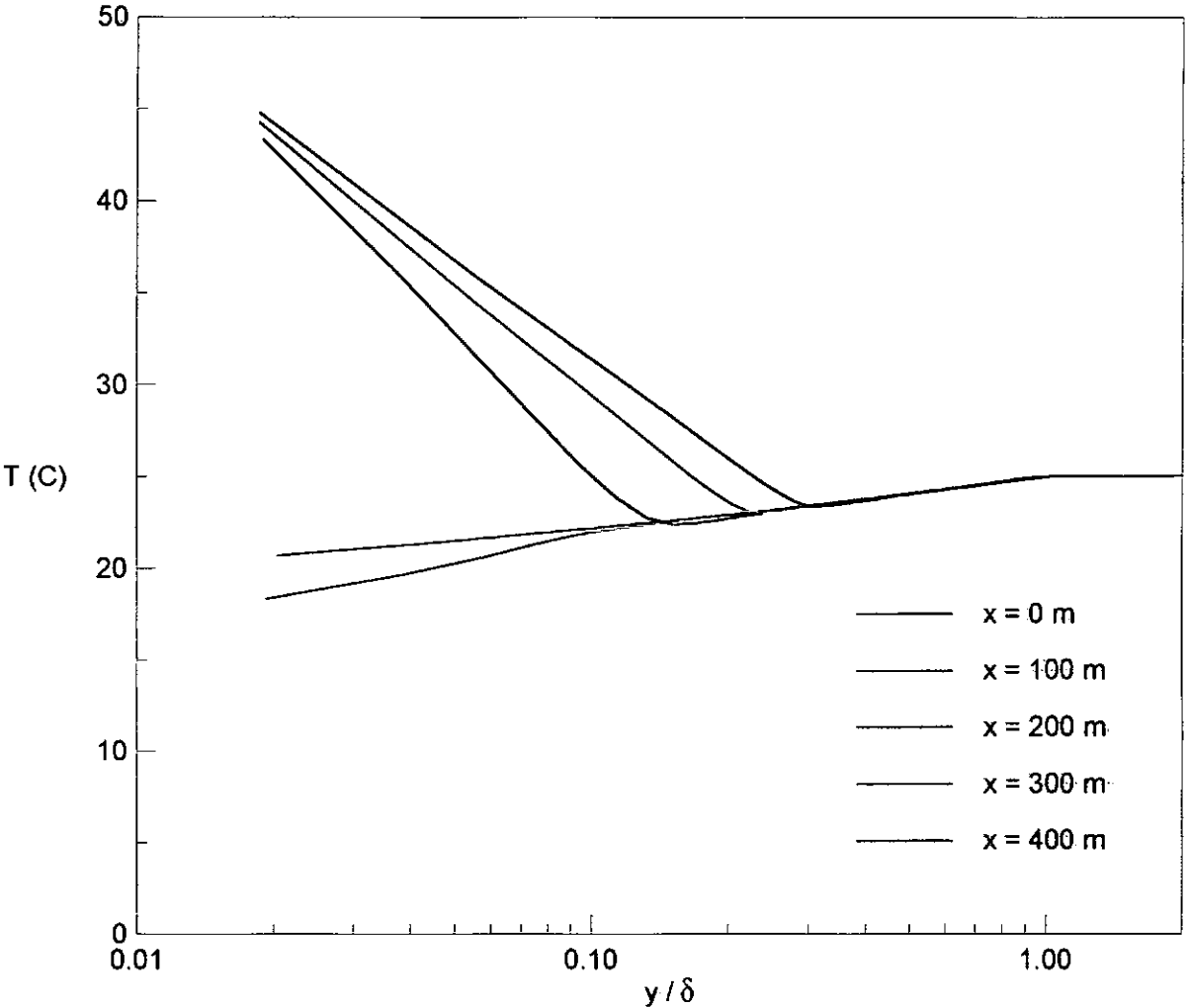


Figura (5.14) - Perfil de temperatura das camadas limite sobre superfície aquecida.

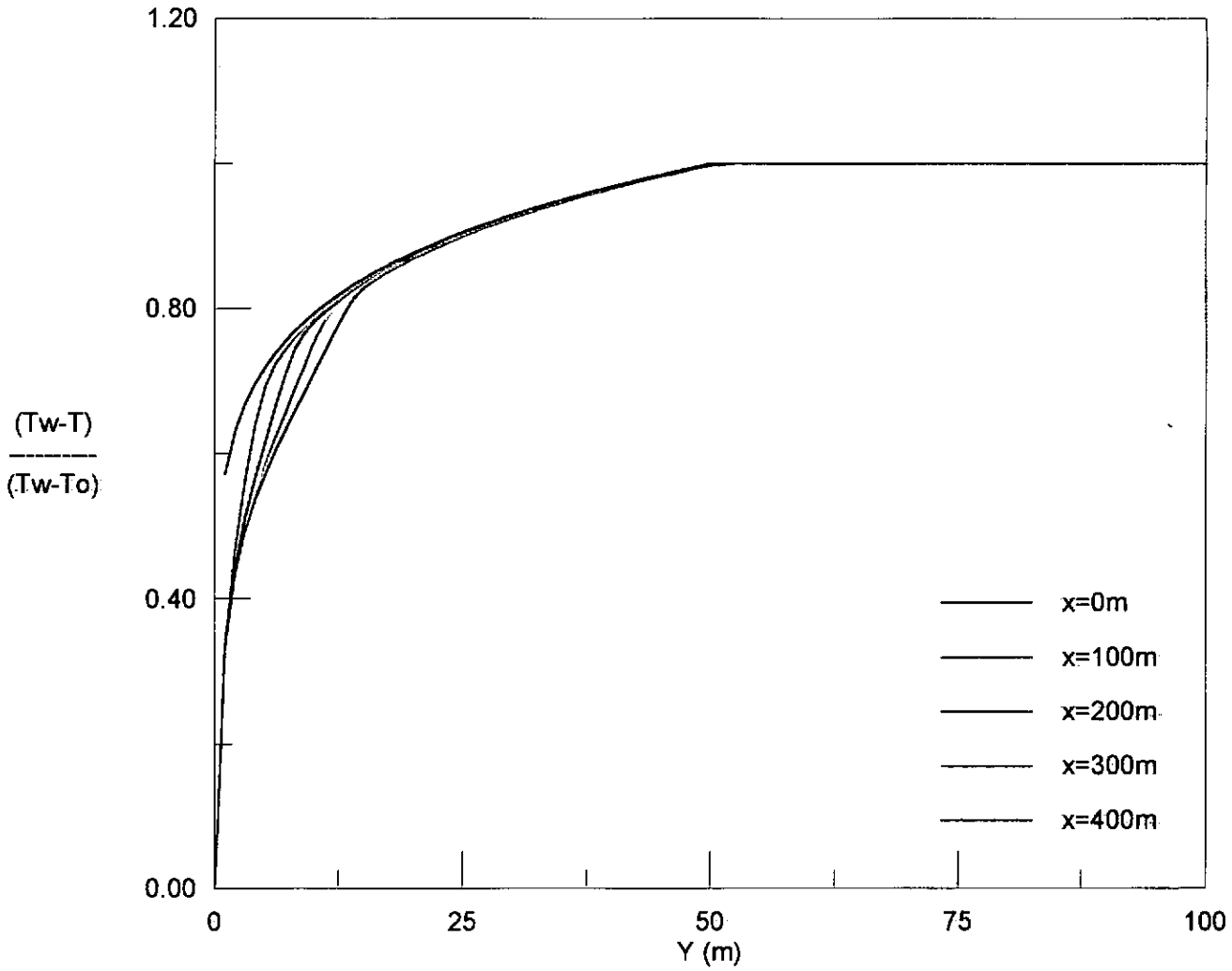


Figura (5.15) - Perfil de temperatura adimensionalizadas das camadas limite sobre superfície fria.

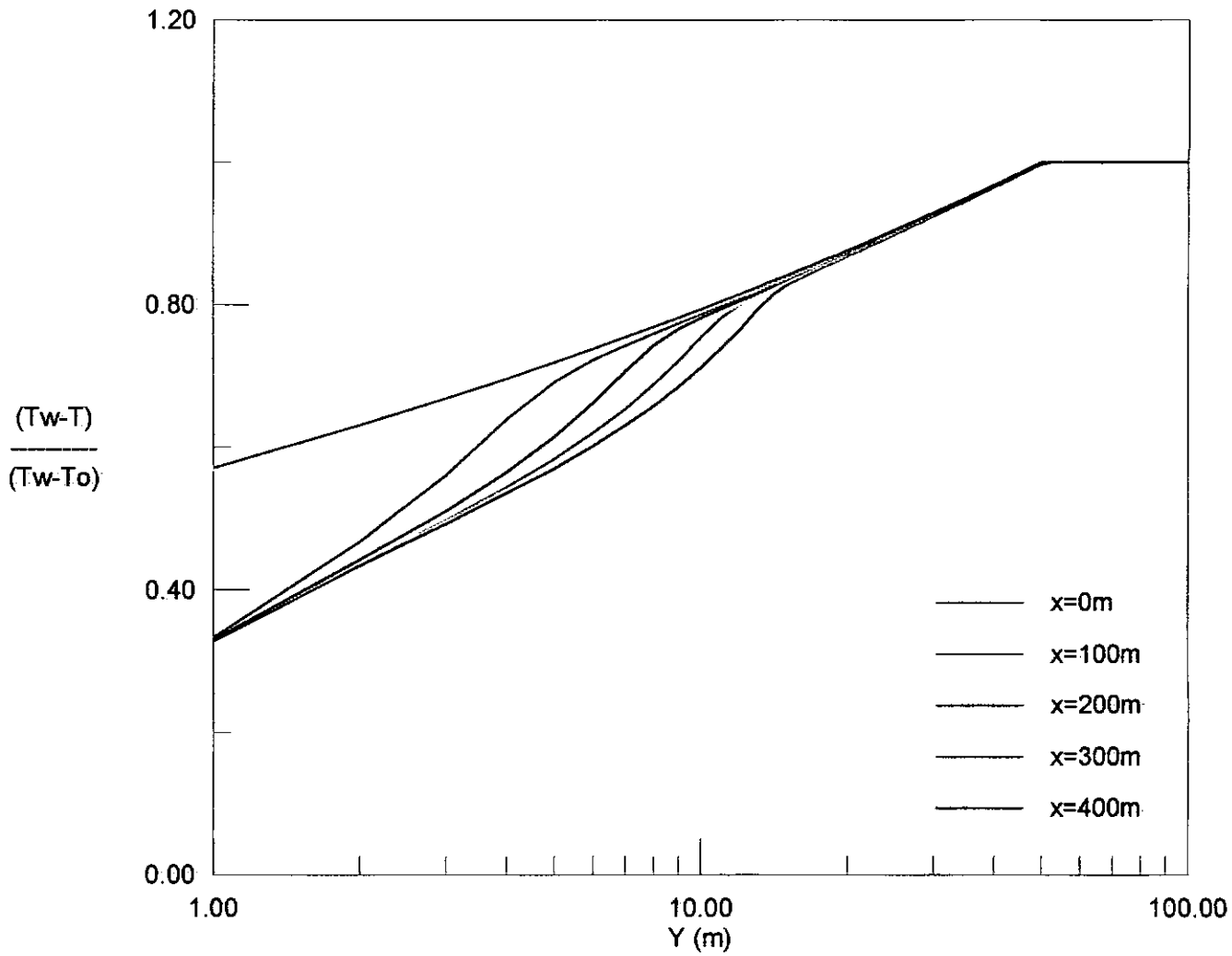


Figura (5.16) - Perfil de temperatura adimensionalizadas das camadas limite sobre superfície fria.

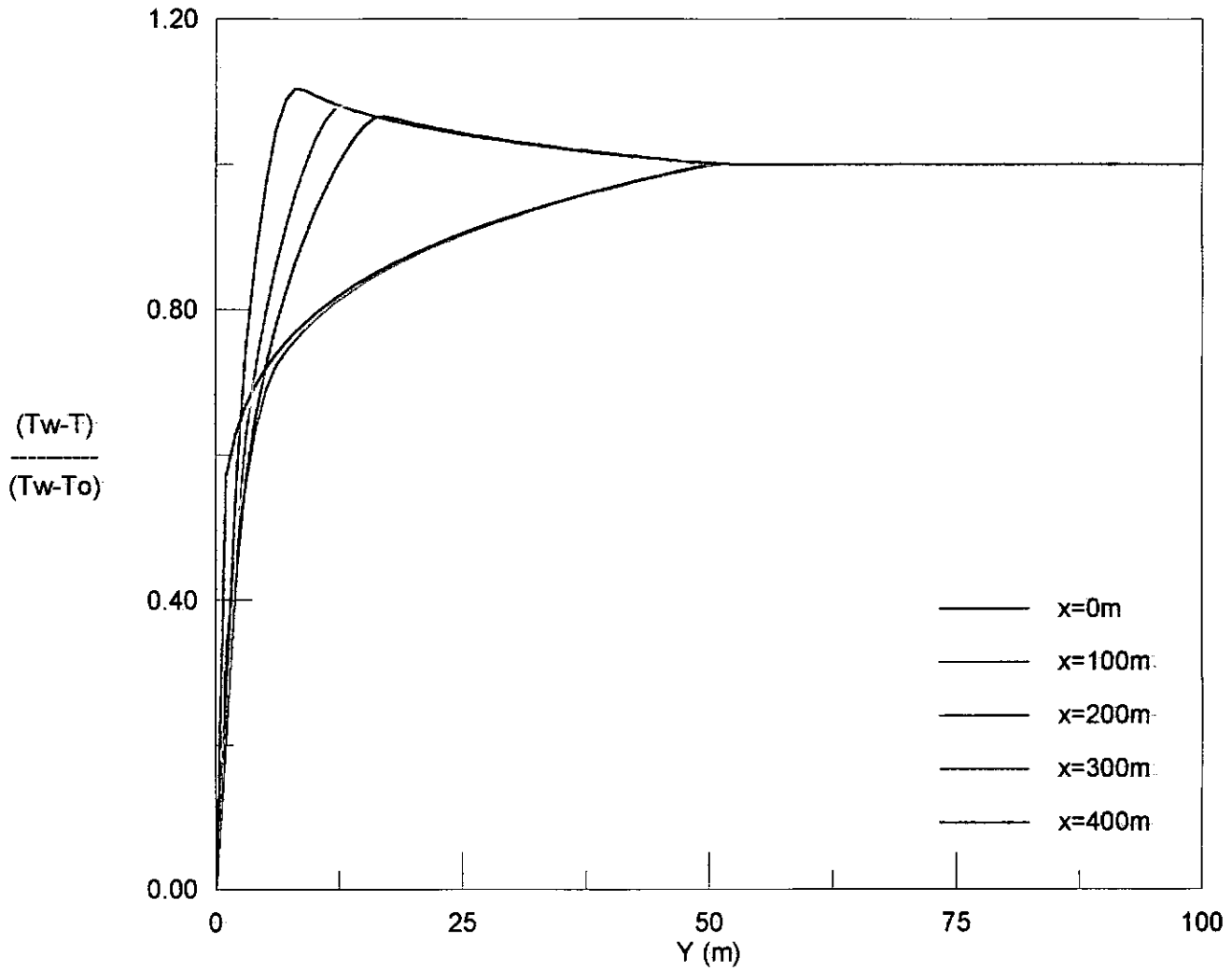


Figura (5.17) - Perfil de temperatura adimensionalizadas das camadas limite sobre superfície aquecida.

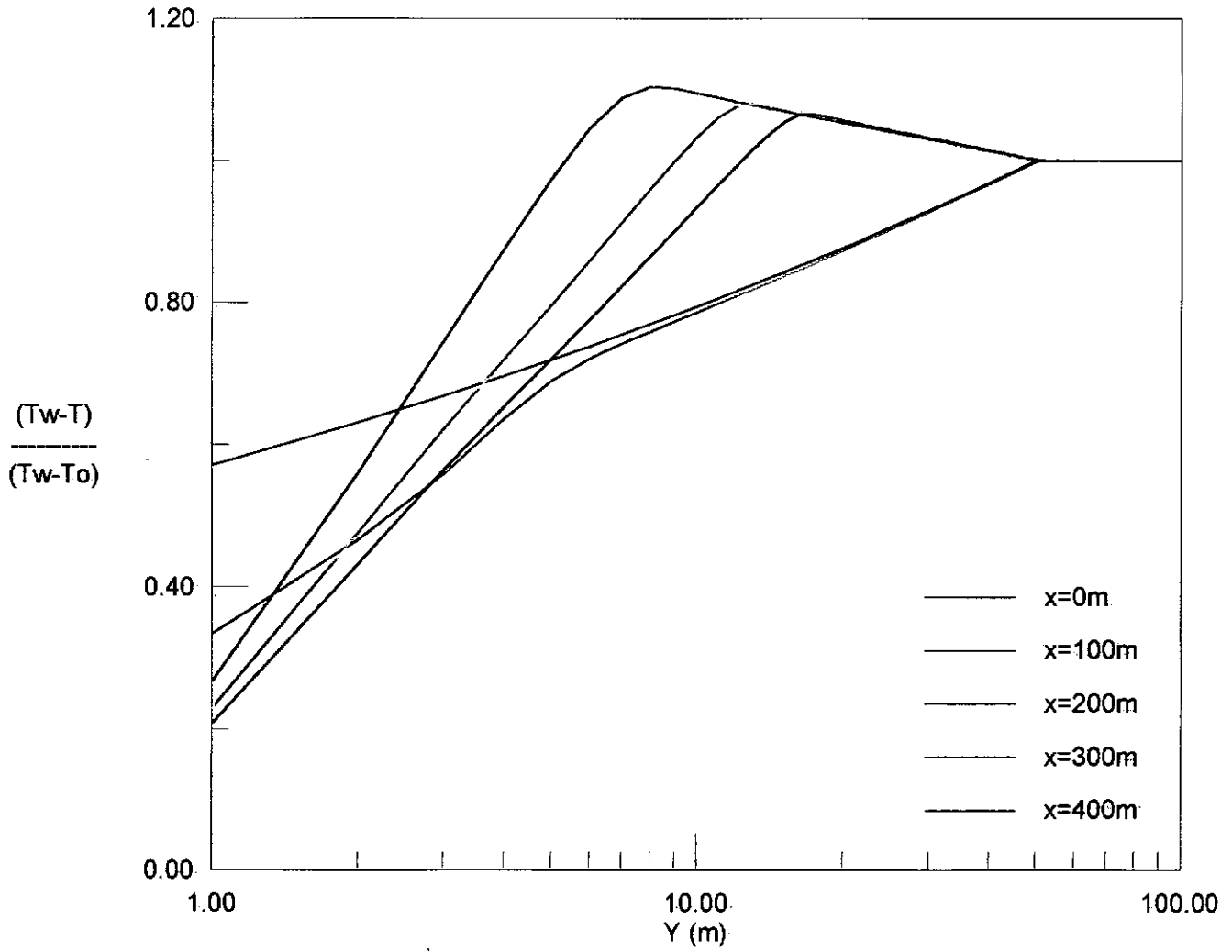


Figura (5.18) - Perfil de temperatura adimensionalizadas das camadas limite sobre superfície aquecida.

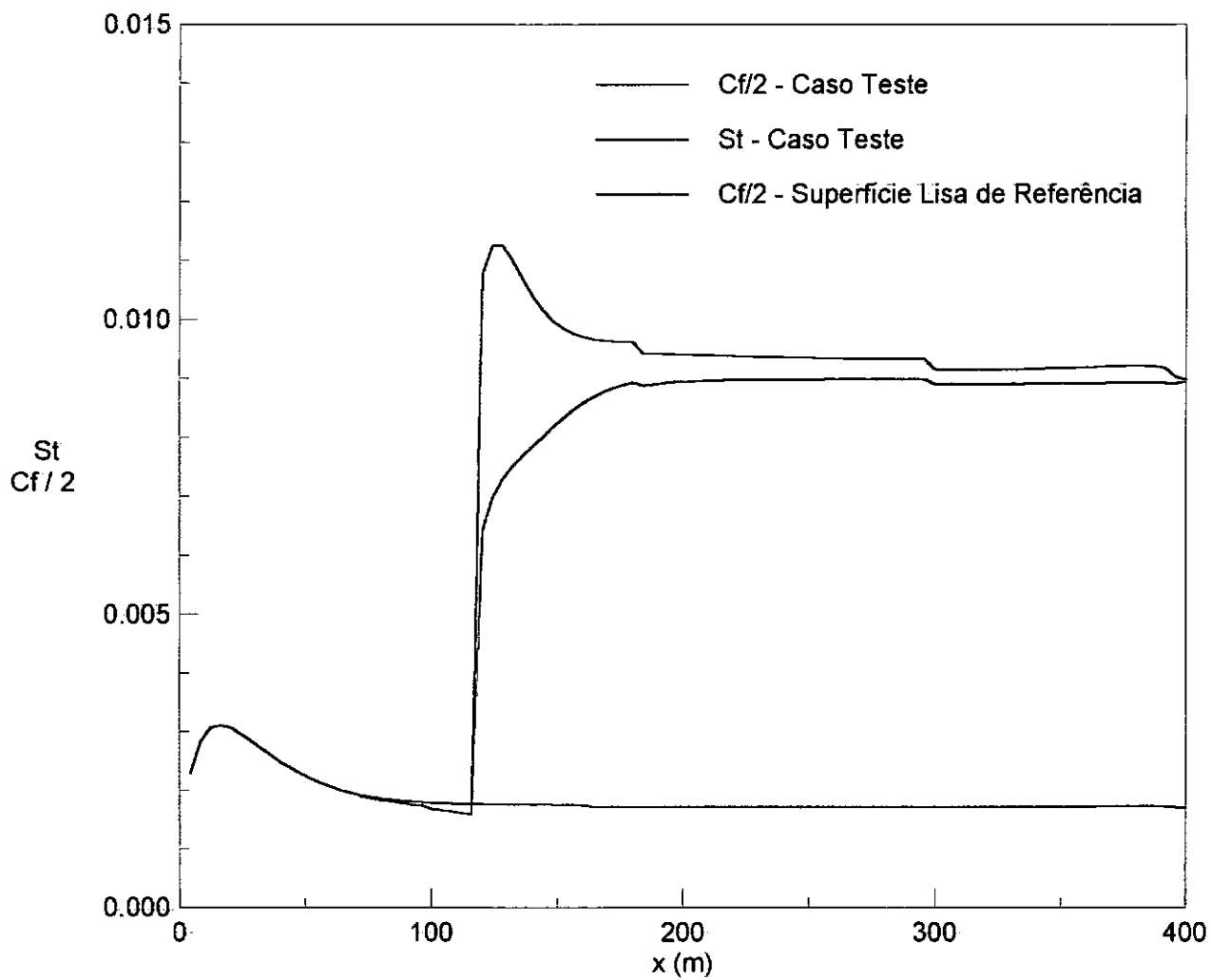


Figura (5.19) - Coeficiente de atrito e Números de Stanton.



# Capítulo 6

## Conclusão

Utilizando o conceito de deslocamento na origem juntamente com argumentos assintóticos é proposta uma formulação para descrição dos perfis de velocidade e de temperatura nas regiões internas do escoamento. As expressões são capazes de capturar os efeitos residuais quando o fluido passa de uma superfície uniforme para outra.

Foram realizadas medições de propriedades das camadas limite de velocidade e de temperatura nas quatro configurações superficiais anteriormente descritas. Foi possível interpretar o comportamento do escoamento quando sujeito às variações abruptas das condições de contorno superficiais.

Das três rugosidades escolhidas, as configurações II e III parecem se classificar no tipo  $K$  de rugosidade, enquanto o padrão III não se pode afirmar ser nem do tipo  $K$  nem do tipo  $D$ .

Os perfis de velocidade apresentados na forma mono-logarítmica nas figuras (3.4) a (3.7) mostram nitidamente que a região linear que caracteriza a lei da parede no escoamento que se desenvolve sobre superfície lisa não pode ser observado nos escoamentos sobre superfície rugosa em nenhum dos três tipos de rugosidades investigados, a menos que aos perfis fossem adicionados os valores encontrados para os deslocamentos na origem. O decaimento considerável nos perfis de velocidade sugere um aumento da tensão na parede, fato que se confirma com a posterior determinação do coeficiente de atrito.

Em todos os casos, os valores de coeficiente de atrito estimados utilizando dois

métodos gráficos e dois métodos de balanço integral, apresentaram concordância bastante razoável com os resultados encontrados na literatura. O comportamento da tensão na parede para as diferentes rugosidades, se comparadas entre si, indicam um aumento do coeficiente de atrito a medida em que os elementos rugosos se aproximam. Este fato se dá devido à maior interação entre o escoamento principal e o escoamento secundário, que toma lugar nas cavidades rugosas.

A hipótese de que a camada limite turbulenta atinge um segundo estágio de auto-preservação é verificada pelos comportamentos das quantidades integrais calculadas.

O comportamento das quantidades integrais sugere que um segundo estado de equilíbrio é atingido pelos escoamentos investigados. As distribuições de quantidades integrais são apresentadas nas figuras (3.8) a (3.12), indicando, que o fator de Clauser permanece constante a partir da estação  $x = 170$  cm; para o escoamento sobre a superfície com rugosidade do tipo I,  $G \approx 7,00$  a partir de  $x = 150$  cm; na rugosidade do tipo II,  $G \approx 6,0$  a partir da estação  $x = 190$  cm; para o caso III, um estado de equilíbrio é atingido com valores de  $G$  da ordem de 6,6 em  $x = 170$  cm. Os valores do fator de Clauser encontrados aqui são comparáveis aos do trabalho de Ligrani e Moffat(1985).

O fator de forma de von Kármán  $H$  parece tender para valores constantes a partir da estação  $x = 170$  cm para o escoamento sobre superfície lisa, enquanto que esta tendência somente se verifica na estação  $x = 190$  cm para o escoamento sobre superfície com rugosidade do tipo I, e ainda mais distante, na estação  $x = 210$  cm para o escoamento sobre superfície com rugosidade II, enquanto que a partir da estação  $x = 170$  cm, o escoamento sobre superfície com rugosidade III já apresenta valores calculados do coeficiente de forma de von Kármán tendendo para um valor constante.

Por regressão linear foram determinadas as estações em  $x$ , para as quais as espessuras de quantidade de movimento, deslocamento da origem e da camada limite apresentavam crescimento linear. As estações determinadas por este método alternativo coincidem com aquelas aonde o fator de forma de von Kármán tendem

para valores constantes, de fato,  $H$  é a razão entre estas duas espessuras.

As figuras (3.24) a (3.27) mostram que os perfis de velocidade adimensionalizados com variáveis externas apresentam similaridade nas regiões de  $H$  constante.

A resposta da variação de condições superficiais à aplicação de algumas teorias, como a determinação do deslocamento da origem para o caso térmico parece concordar para os escoamentos sobre superfícies rugosas dos tipos I e II.

Os dados apresentados nas figura anteriores são de duas naturezas bastante distintas, sejam eles: dados medidos diretamente e dados processados. Estes dados são extremamente difíceis de se obter. As medições diretas são muito sensíveis a pequenas variações nas condições do escoamento e precisam ser obtidas com um posicionador de sensores extremamente sensível para o posicionamento do sensor de fio-quente. Mesmo com todo o cuidado tomado, a obtenção de resultados confiáveis e consistentes é sempre uma tarefa difícil e elaborada. O fio quente teve que ser repetidamente calibrado e toda a instrumentação checada continuamente. Os resultados que dependem que algum tipo de processamento também são bastante sensíveis à teoria usada na redução. Um exemplo típico é o método gráfico, muito usado na determinação de  $C_f$  e de  $\varepsilon$ , que consiste na determinação de uma região de comportamento logarítmico e, portanto, a escolha dos valores corretos pode ser uma tarefa extremamente complexa. As dificuldades encontradas nos métodos gráficos podem ser ainda agravadas para os perfis onde não se pode identificar perfis logarítmicos.

Ao elaborar os gráficos apresentados aqui, todas as dificuldades acima foram fortemente sentidas. Os resultados, entretanto, foram tomados com excessivo cuidado, apresentando, assim, uma descrição correta do fenômeno.

Os resultados experimentais apresentados confirmam muitas das características dos escoamentos indicados na literatura por outros autores. As quatro geometrias estudadas aqui fornecem informações muito ricas do escoamento de uma camada limite turbulenta sobre superfícies rugosas que apresentam variação brusca de rugosidade, e podem ser usadas em futuras formulações da física deste problema.

O método de Perry e Joubert(1963) foi utilizado para estimar os valores de

deslocamento da origem para as camadas limite cinética e térmica. Este método gráfico é baseado na existência da lei da parede, contando, com a hipótese de que exista uma região próxima à parede onde o perfil de velocidades seja logarítmico.

Os valores do deslocamento da origem,  $\varepsilon$  e  $\varepsilon_t$ , são mostrados nas figuras (3.16) e (4.10) respectivamente, e indicam que para o caso da camada limite que se desenvolve sobre a superfície com rugosidade do tipo I,  $\varepsilon \approx 1,2$  mm, enquanto  $\varepsilon_t \approx 1,5$  mm. Na rugosidade do tipo II, as figuras(3.17) e (4.11) indicam que  $\varepsilon$  e  $\varepsilon_t$  apresentam a mesma tendência, convergindo para um deslocamento da origem equivalente à 1,4 mm. O comportamento da camada limite que se desenvolve sobre a superfície com rugosidade do tipo III, entretanto, é o mais distinto. Não foi possível estimar o valor para o qual  $\varepsilon_t$  converge, devido ao curto comprimento da superfície rugosa. Chamando atenção para a grande consistência dos resultados do deslocamento da origem apresentados e observando que as estimativas do deslocamento na origem apresentados neste trabalho são da mesma ordem dos valores propostos por Perry e Joubert(1963), Perry et al.(1969) e Antonia e Luxton(1971).

Os perfis de temperatura média medidos, e apresentados nas figuras (4.5) a (4.8) sugerem a existência de uma região logarítmica que se estende por uma grande porção da camada limite térmica, não apresentando região da esteira bem desenvolvida. Este fato se verifica por a camada limite térmica estar imersa na camada limite de velocidades. Observa-se que as regiões logarítmicas dos perfis de velocidade e de temperatura localizam-se na mesma região em  $y$ .

Os números de Stanton apresentam uma tendência de convergir para os valores do coeficiente de atrito a medida em que a camada limite térmica se desenvolve, pois como dito acima, o aquecimento somente tem início quando a camada limite de velocidade já está desenvolvida.

A escolha dos pontos que estariam presentes na região completamente turbulenta foi determinada por uma rotina desenvolvida em FORTRAN, que forneceu o valor das velocidades de atrito em cada ponto do perfil de velocidades para diferentes valores de deslocamento da origem. Aquele perfil que apresentasse maior número de pontos de  $u_\tau$  constante foi a primeira estimativa do valor de  $\varepsilon$ . A discrepância

entre os deslocamentos da origem dos perfis de velocidade e de temperatura é de aproximadamente 15%, exceto na região próxima ao fim da seção de testes

As regiões logarítmicas dos perfis de temperatura e de velocidade situam-se na mesma faixa de  $y$ , e a região externa da camada hidrodinâmica não afeta os perfis de temperatura.

Podemos concluir que a teoria é válida mais a jusante da descontinuidade superficial, aonde o escoamento atingiu seu estado de equilíbrio. Esta observação a respeito dos resultados está no fato de a teoria apresentar discrepância com relação aos dados experimentais na região próxima à descontinuidade da rugosidade indicando que tensão na parede não pode ser facilmente determinada das medições de perfil de velocidade, a menos que a estação esteja suficientemente afastada da variação de superfície lisa para rugosa.

As leis da parede propostas foram utilizadas no tratamento dos dados experimentais obtidos especialmente obtidos com a finalidade de validar as novas teorias. Observou-se claramente a existência de regiões logarítmicas tanto nos perfis de velocidade quanto nos perfis de temperatura, para os escoamentos sobre as superfícies rugosas. A possibilidade da utilização destas expressões como condição de contorno em um modelo de turbulência diferencial de duas equações foi testada resultando em perfis coeficiente de atrito, de velocidade e de temperatura coerentes. A teoria mostrou-se bastante promissora.

# Capítulo 7

## Referências bibliográficas

ABERNETHY, R.B., Benedict, R.P. e Dowdell, R.B., 1985. “ASME measurement uncertainty”, J. Fluids Engineering, Transactions of the ASME, Vol. 107, pp. 161-164.

ANSI/ASME PTC 19.1-1985, 1985. “Measurement uncertainty”.

ANTONIA, R.A. e Luxton, R.E., 1971. “The response of a turbulent boundary layer to a step change in surface roughness Part 1. Smooth to Rough”, J. Fluid Mech., Vol. 48, pp. 721-761.

ANTONIA, R.A. e Luxton, R.E. , 1972. “The Response of a Turbulent Boundary Layer to a Step Change in Surface Roughness Part 2. Rough to Smooth”, J. Fluid Mech., Vol. 53, pp. 737-757.

AVELINO, M.R., 1996. “Sobre a modelagem diferencial de camadas limite turbulentas com transpiração”, Msc. Thesis, PEM/COPPE/UFRJ.

AVELINO, M.R., 1998. “Numerical Study of Turbulent Boundary Layer Flows over a Surface with Step Change in Roughness - A Comparison with Experimental Data”, Anais da I Escola de Primavera em Transição e Turbulência, Vol. II, pp. 377-390, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

AVELINO, M.R., 2000. “An Experimental/Numerical Study of the Turbulent Boundary Layer Development Along a Surface with a Sudden Change in Roughness”, RBCM, no prelo.

- AVELINO, M.R., Menut, P.P.M., Silva Freire, A.P., 1997. "Characteristics of a Turbulent Boundary Layer when Subjected to a Step Change in Surface Roughness and Temperature", Proc. XIV COBEM - 14th Brazilian Congress of Mechanical Engineering, Vol. 1, pp. 74-91, Bauru.
- AVELINO, M.R., Menut, P.P.M., Silva Freire, A.P., 1998a. "On the Displacement in Origin for Turbulent Boundary Layers on a Surface Downstream of Step Changes in Wall Temperature and Roughness", Anais do V Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste, Vol. III, pp. 461-468, Fortaleza, CE, Brasil.
- AVELINO, M.R., Menut, P.P.M., Silva Freire, A.P., 1998b. "Experimental Characterisation of a Turbulent Boundary Layer Subjected to a Step Change in Surface Roughness", Anais do VII Congresso Nacional de Engenharia e Ciências Térmicas, Vol. II, pp. 1369-1374, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- AVELINO, M.R., Menut, P.P.M., Silva Freire, A.P., 1999a. "Characteristics of the Turbulent Boundary Layer over Surfaces with Abrupt Variation in Properties", Trends Heat Mass Transf., Vol. 5, pp. 63-80.
- AVELINO, M.R. e Silva Freire, A.P., 1998. "A Wind Tunnel Study of Boundary Layer Flow over a Sudden Change in Surface Roughness", Anais. X Congresso Brasileiro de Meteorologia, Brasília.
- AVELINO, M.R., Su, J., Silva Freire, A.P., 1995. "A Modified Near Wall Kappa-epsilon Turbulence Model", Anais em CD do XIII Congresso Brasileiro e II Congresso Ibero Americano de Engenharia Mecânica, Belo Horizonte, MG, Brasil.
- AVELINO, M.R., Su, J., Silva Freire, A.P., 1996. "A Consistent Solution for the kappa-epsilon Model for Transpired Turbulent Flows", Anais do VI Encontro Nacional de Ciências Térmicas e VI Congresso Latino Americano de Transferência de Calor e Massa, Vol. III, pp. 1839-1844, Florianópolis, SC, Brasil.
- AVELINO, M.R., Su, J., Silva Freire, A.P., 1998. "An Asymptotic Solution for the

- kappa-epsilon Equations for Transpired Turbulent Flows”, *Anais do VII Encontro Nacional de Ciências Térmicas*, Vol. II, pp. 1392–1396, Rio de Janeiro, Brasil.
- AVELINO, M.R., Su, J., Silva Freire, A.P., 1999b. “An Analytical Near Wall Solution for the kappa-epsilon Model for Transpired Boundary Layer Flows”, *Int. J. Heat Mass Trans.*, Vol. 1, pp.1–11.
- BANDYOPADHYAY, P.R., 1987. “Rough wall Turbulent Boundary Layers in the Transition Regime”, *J. Fluid Mech.*, Vol. 180, pp. 231–266.
- BANDYOPADHYAY, P.R. e Watson, R.D., 1988. “Structure of Rough-wall Turbulent Boundary Layers”, *Phys. Fluids*, Vol. 31, No.7, pp. 1877–1883.
- BERKOWICZ, R. e Prahm, P., 1984. “Spectral representation of the vertical structure of turbulence in the convective boundary layer”, *Quart. J. Met. Soc.*, Vol. 110, pp. 35–52.
- BEVINGTON, P.R., 1969. “Data reduction and error analysis for the physical sciences”, McGraw-Hill, Inc., Nova York.
- BONNET, J.P., Delville, J., Glauser, M.N. et al., 1998. “Collaborative Testing of Eddy Structure Identification Methods in Free Turbulent Shear Flows”, *Exp. Fluids*, Vol. 25, pp. 197–225.
- BOTTEMA, M., Klaassen, W. e Hopwood, W.P., 1998. “Landscape roughness parameters for Sherwood forest - experimental results”, *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 89, pp. 285–316.
- BRADLEY, E.F., 1968. “A Micrometeorological Study of Velocity Profiles and Surface Drag in the Region Modified by a Change in Surface Roughness”, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 94, pp. 361–379.
- BRADSHAW, P., Ferriss, D. e Atwell., 1967. “Calculation of boundary layer development using the turbulent energy equation”. *J. Fluid Mech.*, Vol. 28, pp. 593–616.



- BUSINGER, J.A., Wyngaard, J.C., Izumi, Y. e Bradley, E. F., 1971. "Flux-profile relationships in the atmospheric surface layer", *Journal of the Atmospheric Sciences*, Vol. 28, pp. 181-189.
- BYUN, D., 1991. "Determination of similarity functions of the resistance laws for the planetary boundary layer using surface-layer similarity functions", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 57, pp. 17-48.
- CHAMBERLAIN, A.C., 1983. "Roughness length of sea, sand, and snow", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 25, pp. 405-409.
- CERMAK, J.E., 1971. "Laboratory simulation of the atmospheric boundary layer", *AIAA Journal*, Vol. 9, pp. 1746-1754.
- CERMAK, J.E., 1975. "Applications of fluid mechanics to wind engineering - A freeman scholar lecture", *Journal of Fluids Engineering*, pp. 9-38.
- CLAUSER, F.H., 1954. "Turbulent Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients", *J. Aero Sci.*, Vol. 21, pp. 91-108.
- CLAUSER, F.H., 1956. "The Turbulent Boundary Layer", *Adv. in Appl. Mech.*, Vol. 4, pp. 1-51, Academic, New York.
- CLAUSSEN, M., 1987. "The flow in a turbulent boundary layer upstream of a change in surface roughness", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 40, pp. 31-86.
- COLES, D., 1956. "The Law of the Wake in the Turbulent Boundary Layer", *J. Fluid Mech.*, Vol. 1, pp. 191-226.
- COLEMAN, H.W., Moffat, R.J. e Kays, W.M., 1977. "The Accelerated Fully Rough Turbulent Boundary Layer", *J. Fluid Mech.*, Vol. 82, pp. 507-528.
- COMPTON, D.A., Eaton, J.K., 1977. "Near-wall measurements in a three-dimensional turbulent boundary layer", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 350, pp. 189-208.

- DAWKINS, R.A. e Davies, D.R., 1981. "The effects of surface topography on momentum and mass transfer in a turbulence boundary layer", *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 108, pp. 423-442.
- DEGRAZIA, G.A., Moraes, O.L.L., 1992. "A model for eddy diffusivity in a stable boundary layer", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 58, pp. 205-214.
- DYER, A.J., 1974. "A review of flux-profile relationships", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 7, pp. 363-372.
- ELLIOTT, W.P., 1958. "The growth of the atmospheric internal boundary layer", *Trans. Amer. Geophys. Union*, Vol. 39, No. 6, pp. 1048-1054.
- FLESH, T.K. e Wilson, J.D., 1992. "A two-dimensional trajectory-simulation model for non-gaussian, inhomogeneous turbulence within plant canopies", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 61, pp. 349-374.
- FLORYAN, J.M., 1997. "Stability of wall-bounded shear layers in the presence of simulated distributed surface roughness", *J. Fluid Mech.*, Vol. 335, pp. 29-55.
- GARRAT, J.R., 1978. "Flux profile relations above tall vegetation", *Quart. J. Met. Soc.*, Vol. 104, pp. 199-211.
- GARRAT, J.R., 1980. "Surface influence upon vertical profiles in the atmospheric near-surface layer", *Quart. J. Met. Soc.*, Vol. 106, pp. 803-819.
- GARRAT, J.R., 1990. "The internal boundary layer - a review", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 50, pp. 171-203.
- GARTSHORE, I.S. e Croos, K.A., 1977. "Roughness element geometry required for wind tunnel simulations of the atmosphere wind", *Journal of Fluids Engineering*, pp. 480-485.
- GOWEN, R.A. e Smith, J.W., 1968. "Turbulent Heat Transfer from Smooth and Rough Surfaces", *Int. J. Heat Mass Trans.*, Vol. 11, pp. 1657-1673.

- GUIMARÃES, J.H.D., Santos Jr., S.J.F., Su, J., Silva Freire, A.P., 1999. "The Turbulent Boundary Layer Subjected to a Sudden Change in Surface Roughness and Temperature", Proc. IMECE99, November 12-14, Tennessee, USA.
- HAMA, F.R., 1954. "Boundary Layers Characteristics for Smooth and Rough Surfaces", Trans. Soc. Nav. Arch. Mar. Engrs., Vol. 62, pp. 333.
- HEALZER, J.M., Moffat, R.J. e Kays, W.M., 1974. "The Turbulent Boundary Layer on a Rough, Porous Plate: Experimental Heat Transfer with Uniform Blowing", Report No HMT-18, Stanford University.
- HOLMAN, J.P. e Gajda, Jr., W.J., 1989. "Experimental methods for engineers", McGraw-Hill, Inc., 5a Ed., Singapura.
- HOLZTSLAG, A.A.M. e Nieuwsatdt, F.T.M., 1986. "Scaling the atmospheric boundary layer", Boundary Layer Meteorology, Vol. 36, pp. 201-209.
- HUNT, J.C.R. e Fernholtz, H., 1975. "Wind-tunnel simulation of the atmospheric boundary layer: a report on Euromech 50", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 70, pp. 543-559.
- JACKSON, P.S., 1978. "Wind structure near a city center", Boundary Layer Meteorology, Vol. 15, pp. 323-340.
- JENSEN, N.O., 1978. "Change surface roughness and the planetary boundary layer", Quart. J. R. Met. Soc., Vol. 104, pp. 351-356.
- JIANMIN M.A. e Daggupaty, S.M., 1998. "Stability dependence of height scales and effective roughness length of momentum and heat transfer over roughness changes", Boundary Layer Meteorology, Vol. 88, pp. 145-160.
- KAIMAL, J.C. e Finningan, J.J., 1994. "Atmospheric Boundary Layer Flows - Their structure and Measurement", Oxford Uni. Press. Nova York, 302.

- KAIMAL, J.C., Wyngaard, J.C., Izumi, Y. e Coté, O.R., 1972. "Spectral characteristics of surface-layer turbulence", *Quart. J. Met. Soc.*, Vol. 98, pp. 536–589.
- KAPLUN, S., 1967. "Fluid mechanics and singular perturbations", Academic Press.
- KLINE, S.J., 1985a. "The purposes of uncertainty analysis", *J. Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, Vol. 107, pp. 153-160.
- KLINE, S.J., 1985b. "1983 Symposium on uncertainty analysis closure", *J. Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, Vol. 107, pp. 181-182.
- KRADER, B.A., 1981. "Temperature and Concentration Profiles in Fully Turbulent Boundary Layers", *Inter. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, no.9, pp. 1541–1544.
- KROGSTAD, P.A. e Antonia, R.A., 1994. "Structure of Turbulent Boundary Layers on Smooth and Rough Walls ", *J. Fluid Mech.*, Vol. 277, pp. 1–21.
- KROGSTAD, P.A. e Antonia, R.A., 1999. "Surface Roughness Effect in Turbulent Boundary Layers", *Exp. Fluids*, Vol. 27, pp. 450–460.
- KROGSTAD, P.A., Antonia, R.A. e Browne, L.W. , 1992. "Comparison between Rough- and Smooth-Wall Turbulent Boundary Layers", *J. Fluid Mech.*, Vol. 245, pp. 599–617.
- LASSAHN, G.D., 1985. "Uncertainty definition", *J. Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, Vol. 107, pp. 179-180.
- LAUNDER, B.E. e Spalding, D.B., 1974. "The Numerical Computation of Turbulent Flows", *Comp. Meth. App. Mech.*, Vol. 3, pp. 269–289.
- LIGRANI, P.M. e Moffat, R.J., 1979. "Artificially Thickening a Smooth-Wall Turbulent Boundary Layer", *AIAA J.*, Vol. 17, pp. 907–910.
- LIGRANI, P.M. e Moffat, R.J., 1985. "Thermal Boundary Layers on a Rough Surface Downstream of Step in Wall Temperature", *Boundary Layer Meteor.*, Vol. 31, pp. 127–147.

- LIGRANI, P.M. e Moffat, R.J., 1986. "Structure of Transitionally Rough and Fully Rough Turbulent Boundary Layers", *J. Fluid Mech.*, Vol. 162, pp. 69–98.
- LIGRANI, P.M., Moffat, R.J. e Kays, W.M., 1979. "The Thermal and Hydrodynamic Behavior of Thick Rough-Wall Turbulent Boundary Layers", Report No HMT-29, Stanford University.
- LIGRANI, P.M., Moffat, R.J. e Kays, W.M., 1983. "Artificially Thickened Turbulent Boundary Layers for Studying Heat Transfer and Skin Friction on Rough Surfaces", *J. Fluids Eng.*, Vol. 105, pp. 146–153.
- LOGAN, E. e Jones, J.B., 1963. "Flow in a pipe following an abrupt increase in surface roughness", *Trans. ASME, Ser. D, J. Basic*, Vol. 85, pp. 35–40.
- MAKITA, H., 1968. "Response of a Turbulent Boundary Layer to a Dudden Change in Surface Roughness", *Mech. Eng. Thesis, Uni. of Tokyo*.
- MARYON, R.H., 1989. "The effect of grid resolution upon the numerical modeling of the convective boundary layer", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 46, pp. 69–91.
- MOORE, W.L., 1951. "An Experimental Investigation of the Boundary Layer Development Along a Rough Surface", *Ph.D. Thesis, State University of Iowa*.
- MOFFAT, R.J., 1985. "Using uncertainty analysis in the planing of an experiment", *J. Fluids Engineering, Transactions of the ASME*, Vol. 107, pp. 173-178.
- MULHEARN, P.J., 1977. "Relations between surface fluxes and mean profiles of velocity, temperature and concentration, downwind of a change in surface roughness", *Quart. J. Met. Soc.*, Vol. 103, pp. 785–802.
- MULHEARN, P.J., 1978. "A wind-tunnel boundary layer study of the effects of a surface roughness change: rough to smooth", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 15, pp. 3–30.

- MONTGOMERY, D.C., 1991. "Design and analysis of experiments", John Wiley & Sons, 3a Ed., Singapura.
- NAKRA, B.C. e Chaudhry, K.K., 1985. "Instrumentation measurement and analysis", McGraw-Hill, Inc., Nova Deli.
- NIKURADSE, J., 1933. "Stromungsgesetze in Rauhen Rohren", V. D. I. Forshungsheft No. 361.
- OLIVEIRA, A.P. e Fitzjarrald, D.R., 1994. "The Amazon river breeze and the local boundary layer: II. linear analysis and modeling", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 67, pp. 75-96.
- ORLANDO, A.F., Moffat, R.J. e Kays, W.M., 1974. Report No HMT-16, Stanford University.
- PANOFSKY, H.A., 1972. "Tower Micrometeorology", in D. Haugen(ed.), *Workshop on Micrometeorology*, American Meteorological Soc..
- PANOFSKY, H.A., Larko, D., Lipschutz, R., et al., 1982. "Spectra of velocity components over complex terrain", *Quart. J. Met. Soc.*, Vol. 108, pp. 215-230.
- PANOFSKY, H.A. e Townsend, A.A., 1963. "Change of terrain roughness and the wind profile", *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 90, pp. 147-155.
- PANOFSKY, H.A., Dutton, J.A, 1984. "Atmospheric turbulence", John Wiley & Sons, pp. 415.
- PERRY, A.E. e Abel, C.J., 1977. "Asymptotic Similarity of Turbulence Structures in Smooth and Rough-Walled Pipes", *J. Fluid Mech.*, Vol. 79, pp. 785-799.
- PERRY, A.E., Henbest, S.M. e Chong, M.S., 1986. "A Theoretical and Experimental Study of Wall Turbulence", *J. Fluid Mech.*, Vol. 165, pp. 163-199.
- PERRY, A.E. e Joubert, P.N., 1963. "Rough-Wall Boundary Layers in Adverse Pressure Gradients", *J. Fluid Mech.*, Vol. 17, pp. 193-211.

- PERRY, A.E., Lim, K.L. e Henbest, S.M., 1987. "An Experimental Study of the Turbulent Structure in Smooth- and Rough-wall Boundary Layers", *J. Fluid Mech.*, Vol. 177, pp. 437-466.
- PERRY, A.E., Schofield, W.H. e Joubert, P.N., 1969. "Rough-Wall Turbulent Boundary Layers", *J. Fluid Mech.*, Vol. 37, pp. 383-413.
- PERIC e Schreurerer(1989)
- PLATE, E., 1982. "Engineering Meteorology", Elsevier, pp. 771.
- PLATE, E. Hidy, G.M., 1967. "Laboratory Study of Air Flowing over a smooth surface onto small water waves", *J. Geophys. Res.*, Vol. 72, pp. 4627-4641.
- PRANDTL, L. e Schlichting, H., 1934. "Das Widerstandsgesetz rouher Platten", *Verf Reederer Hafen*, Vol. 15, pp. 1-4.
- RAO, K.S., Wyngaard, J.C. e Coté, O.R., 1974a. "Local Advection of Momentum, Heat and Moisture in Micrometeorology". *Boundary Layer Meteorol.* Vol. 31, pp. 738-746.
- RAO, K. S., Wyngaard, J.C., Coté, O.R., 1974b. "The structure of the two-dimensional internal boundary layer over a sudden change of surface roughness", *J. of Atmospheric Sciences*, Vol. 31, pp. 738-746.
- RAUPACH, M.R., Finningan, J.J. e Brunet, Y., 1996. "Coherent eddies and turbulence in vegetation canopies: the mixing-layer analogy", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 78, pp. 351-382.
- RIDER, N.E., Philip, J.R. e Bradley, E.F., 1963. "The horizontal transport of heat and moisture - a micrometeorological study", *Advection of heat and moisture*, pp. 507-531.
- RUSSEN, R.D. e Takle, E.S., 1989. "A moving grid finite-element model of the bulk properties of the atmospheric boundary layer", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 46, pp. 113-132.

- SCHOFIELD, W.H., 1975. "Measurements in Adverse-Pressure-Gradient Turbulent Boundary Layers with a Step Change in Surface Roughness", *J. Fluid Mech.*, Vol. 70, pp. 573–593.
- SHAFI, H.S. e Antonia, R.A., 1997. "Small-Scale Characteristics of a Turbulent Boundary Layer over a Rough-Wall", *J. Fluid Mech.*, Vol. 342, pp. 263–293.
- SILVA FREIRE, A.P. e Hirata, M.H., 1990. "Analysis of Thermal Turbulent Boundary Layers over Rough Surfaces", *Proc. III ENCIT*, pp. 313–316.
- SILVA FREIRE, A.P., Avelino, M.R., Castanheira, L.C.S., 1998. "The State of Art in Turbulence Modeling in Brazil", *RBCM*, Vol. XX, No. 1, pp. 1–38.
- SMITS, A.H. e Wood, D.H., 1985. "The response of turbulent to sudden perturbations", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 17, pp. 321–358.
- SORBJAN, Z., 1986. "On similarity in the atmospheric boundary layer", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 34, pp. 377–397.
- SU, J., Avelino, M.R., Silva Freire, A.P., 1999. "Analytical Prediction of Friction Factors and Heat Transfer Coefficients of Turbulent Forced Convection in Rod Bundles with Surface Roughness", *XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica (COBEM)*.
- TANI, I., 1968. "AFOSR-IFP- Stanford Conference on Computation of Boundary Layers", Stanford University.
- TAYLOR, P.A., 1969a. "On wind and shear stress profiles above a change in surface roughness, *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, Vol. 95
- TAYLOR, P.A., 1969b. "On planetary boundary layer flow under conditions of neutral thermal stability, 427–431
- TAYLOR, P.A., 1969c. "The Planetary Boundary Layer above a Change in Surface Roughness", *J. Atmos. Sci.*, Vol. 26, pp. 432–440.



- TAYLOR, R.P., Coleman, H.M. e Hodge, B.K., 1989. "Prediction of Heat Transfer in Turbulent Flow over Rough Surfaces", *J. Heat Trans.*, Vol. 111, pp. 568-572.
- THOMPSON, R.S., 1978. "Note on the Aerodynamic Roughness Length for Complex Terrain", *J. Appl. Meteorol.*, Vol. 17, pp. 1402-1403.
- TOWNSEND, A.A., 1965. "The response of a turbulent boundary layer to abrupt change in surface conditions", *J. Fluid Mech.*, Vol. 22, part 4, pp. 799-822.
- TOWNSEND, A.A., 1966. "The flow in turbulent boundary layer after a change in surface roughness", *J. Fluid Mech.*, Vol. 26, part 2, pp. 255-266.
- WOOD, D.H., Antonia, R.A., 1975. "Measurements in turbulent boundary layer over a d-Type surface roughness", *Journal of Applied Mechanics*, pp. 591-593.
- WRIGHT, S.D., Elliot, L., Ingham, D.B. e Hewson, M.J.C., 1998. "The adaptation of the atmospheric boundary layer to a change in surface roughness", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 89, pp. 175-195.
- WYNGAARD, J.C., 1973. "On surface layer turbulence", in D. Haugen(ed.), *Workshop on Micrometeorology*, American Meteorological Soc., pp. 101-148.
- WYNGAARD, J.C., 1990. "Scalar fluxes in the planetary boundary layer - theory, modeling, and measurement", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 50, pp. 49-75.
- WYNGAARD, J.C., 1992. "Atmospheric turbulence", *Annuary Review of Fluid Mechanics*, Vol. 24, pp. 205-233.
- ZILITINKEVICH, S.S., 1989. "The temperature profile and heat transfer law in a neutrally and stable stratified planetary boundary layer", *Boundary Layer Meteorology*, Vol. 49, pp. 1-5.

# Apêndice A

## Análise da Incerteza de Medição

O sucesso de um trabalho experimental está fortemente relacionado ao planejamento do experimento. Questões como o objetivo do teste e se os parâmetros que estão sendo medidos levarão às conclusões a que se espera chegar parecem ser elementares, mas devem ser consideradas frequentemente durante o programa experimental. O controle do experimento, dos princípios físicos que regem o fenômeno em estudo, das instalações experimentais e equipamentos utilizados para as medições irão indicar as variáveis que devem ser cuidadosamente controladas.

Holman e Gajda(1989) sugerem um procedimento experimental para o planejamento de um experimento. Resumidamente, deve-se após identificar a necessidade dos experimentos, a instrumentação a ser utilizada e o tempo necessário para a realização da experiência, iniciar um plano detalhado dos experimentos, estabelecendo claramente os objetivos, verificando a performance do modelo e a análise teórica do fenômeno físico.

A definição de incerteza é bastante intuitiva, entretanto o entendimento intuitivo é de caráter qualitativo, e existem procedimentos normatizados para a terminação quantitativa deste parâmetro. Lassahn(1985) apresenta em seu artigo uma detalhada interpretação da incerteza de medição.

Desta forma, surge a necessidade de se realizar uma análise da incerteza experimental. Em Montgomery(1991) é possível encontrar uma descrição abrangente a cerca da análise e projetos de experimentos, todavia, uma síntese do procedimento a ser adotado para a realização da análise da incerteza pode ser realizada obedecendo

aos seguintes passos principais:

1. Estabelecimento das variáveis primárias que devem ser medidas;
2. Determinação da precisão requerida para as medições das variáveis primárias e o número necessário de repetições das medições para adequada análise dos dados.
3. Processamento dos dados antes da realização dos experimentos, para assegurar que os dados que estão sendo obtidos são adequados para atingir os objetivos previamente estabelecidos.
4. Análise das possíveis fontes de erros deve ser realizada antes da execução dos experimentos definitivos, para que possam ser implementadas modificações, caso sejam necessárias, para que a incerteza dos resultados finais esteja compatível com a requerida pelos objetivos.

A sequência de passos acima permite que sejam selecionados os instrumentos e o projeto das instalações experimentais assegurando que os objetivos propostos sejam atingidos. Nesta seção, será apresentada um procedimento para estimar a incerteza de medições experimentais. A estimativa da incerteza deve ser adicionada ao planejamento do experimento. A escolha do método usado para realizar as medições leva em conta a escolha da instrumentação. Nakra(1985) aborda a incerteza associada à instrumentação, tratando detalhadamente da análise de incerteza dos equipamentos mais comumente utilizados.

Uma análise da incerteza durante o período de planejamento do experimento possibilita fazer a melhor escolha dos instrumentos a serem utilizados. De forma sucinta, segundo sugestão de Abernethy et al.(1985), a análise da incerteza apresenta os seguintes passos:

1. Uma vez que as variáveis a serem medidas foram estabelecidas, selecionam-se as técnicas de medição;

2. É realizada uma análise de incerteza para cada técnica de medição selecionada, levando em conta as estimativas da precisão dos instrumentos a serem utilizados;
3. As diferentes técnicas de medição utilizadas são então avaliadas com relação ao custo, disponibilidade de instrumentação, facilidade de obtenção de dados e estimativa da incerteza.

Os objetivos desta seção são definir, descrever e ilustrar os procedimentos a serem adotados para estimar a incerteza de medição e os efeitos de incertezas em medições individuais nos resultados dos testes realizados neste trabalho. Esta seção foi elaborada com base na norma americana ANSI/ASME 19.1-1985, e adaptada para a análise da incerteza de medição de velocidade e de temperatura. O roteiro apresentado aqui pretende servir de guia a ser utilizado em posteriores trabalhos experimentais realizados em túnel de vento.

Serão especificados os procedimentos para o cálculo de incertezas das medições, incluindo erros randômicos e sistemáticos e a propagação destes erros na incerteza dos resultados. O resultado final da análise da incerteza de medição fornece estimativas numéricas do limite superior da precisão do erro, do erro sistemático e a combinação destes erros na incerteza.

A análise prévia aos testes foi realizada com base em informações obtidas em calibrações anteriores, repetibilidade e testes envolvendo a instrumentação utilizada. Ações corretivas tomadas em função da análise prévia foram a tomada de maior população de dados durante as calibrações, aumento do número de amostras durante a medição dos dados e utilização de instrumentos que possibilitassem medições redundantes de alguns parâmetros envolvidos nos testes. Determinou-se que os resultados das medições apresentavam a exatidão requerida, e teve início o processo de medição de velocidade e temperatura.

A análise posterior aos testes, apresentada aqui detalhadamente, verifica a consistência das medições e fornece uma análise com base estatística para comparação dos resultados.

É recomendada a análise da incerteza de medição seguindo o método ANSI/ASME, antes e depois da realização dos testes, de acordo com o procedimento descrito a seguir.

## A.1 Procedimento de cálculo

### (a) Definição do processo de medição

Considere-se que cada instrumento de medição apresenta erros de precisão e sistemático. A principal proposta do processo de calibração é eliminar os erros sistemáticos conhecidos e assim reduzir a incerteza ao nível requerido. Este nível requerido é normalmente definido como um resultado obtido ao examinar o objetivo do programa de teste. O processo de calibração fornece a precisão desejada substituindo o erro sistemático do instrumento a ser calibrado por uma combinação do erro sistemático do instrumento padrão e o erro de precisão da comparação. Esta substituição de erros é fundamental em todo processo de calibração, baseada na noção de que a incerteza do padrão deve ser consideravelmente menor do que aquela do instrumento de teste.

Artigos como o de Moffat(1985), enfatizam que o histórico das calibrações acumuladas antes e durante o período de teste pode influenciar a análise de incerteza.

Se o período de testes for longo o bastante para que a instrumentação tenha que ser calibrada muitas vezes, deve-se considerar uma contribuição no índice de precisão e nos graus de liberdade. Os graus de liberdade serão o número de pontos de calibração menos o número de coeficientes da equação na curva de calibração.

O período de medição foi razoavelmente longo, com duração de aproximadamente oito horas. Este longo período de duração do experimento poderia influenciar na incerteza de medição, desta forma, foram realizadas calibrações a cada intervalo de quatro horas ou quando as condições ambientais apresentaram alguma variação. Quando muitas calibrações são realizadas, erros randômicos devem ser considerados na determinação de precisão total.

As calibrações foram realizadas em condições ambientais, temperatura e pressão, semelhantes às aquelas encontradas durante a realização dos experimentos, assegurando mesmo comportamento dos equipamentos durante o processo de calibração e durante a realização dos experimentos.

Para iniciar o procedimento de cálculo, deve-se

1. Definir os objetivos do teste e sua duração.
2. Listar todos os parâmetros medidos independentemente e a precisão de cada parâmetro.
3. Listar todas as calibrações e todos os instrumentos que podem afetar cada um dos parâmetros.
4. Definir as relações funcionais entre os parâmetros medidos independentemente e os resultados dos testes.

#### **(b) Listagem de fontes de erros elementares**

As fontes de erros elementares, ou seja, aqueles erros que contribuem para o erro do parâmetro, são considerados neste parágrafo. Estas fontes de erros podem ser divididas arbitrariamente em três categorias:

1. erros de calibração
2. erros de aquisição de dados
3. erros de redução de dados

Esta divisão se aplica somente à classificação inicial de erro.

Para decidir se determinada fonte de erro elementar contribui para os erros sistemáticos e/ou de precisão recomenda-se que a incerteza de medição deva ser colocada em uma das duas categorias dependendo da origem da incerteza. Uma incerteza randômica é resultante de análise estatística de repetições de medições independentes enquanto que uma incerteza sistemática é estimada por métodos não estatísticos. Esta recomendação evita uma decisão complexa e mantém as estimativas estatísticas separadas das estimativas por julgamento.

O processo de calibração envolve ajuste de curvas ou análise de regressão, o que constitui em si uma fonte de erro. Com relação aos erros de aquisição de dados, fontes

de erros podem estar presentes nas condições do ambiente, erros atribuídos ao sensor e erros espaciais. Os erros provocados pelo sensor incluem efeitos de instalação. A melhor forma de determinar os efeitos de muitas destas fontes de erros é realizar calibrações em toda a instalação, comparando as medições com valores conhecidos dos parâmetros medidos. Entretanto, nem sempre é possível fazer esta comparação, desta forma é necessário avaliar cada um dos erros elementares e combiná-los para determinar o erro total. O processamento dos dados é necessário para produzir resultados nas grandezas desejadas. Erros típicos deste processo resultam de ajuste de curvas e precisão de cálculos computacionais. Estes erros são frequentemente desprezíveis.

Para levar em conta as fontes de erros elementares na análise de incerteza de medição, deve-se proceder os seguintes passos:

1. Fazer uma lista completa de todas as possíveis fontes de erros de medição para cada um dos parâmetros.
2. Agrupar as fontes de erros listadas de acordo com as seguintes categorias: calibração, aquisição de dados ou redução de dados.

### (c) Estimativa dos erros elementares

Erros randômicos são observados em medições repetidas que não deverão concordar entre si exatamente devido às numerosas fontes de erros. O desvio padrão,  $\sigma$  é a medida da distribuição dos erros de precisão. Para uma distribuição normal de erro, o intervalo compreendido entre  $2\sigma$  incluirá 95% das medições. Um valor alto de desvio padrão significa grande espalhamento nas medições. A quantidade estatística  $S$  é calculada para estimar o desvio padrão e/ou é denominada índice de precisão.  $S$  é definido como

$$S = \left[ \frac{\sum_{k=1}^N (X_k - \bar{X})^2}{N - 1} \right]^{1/2}, \quad (\text{A.1})$$



onde  $N$  é o número de medições realizadas e a barra indica a média dos valores de  $X_k$ , fornecido pela relação

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N X_k. \quad (\text{A.2})$$

O efeito do erro de precisão é reduzido utilizando-se a média de um grande número de médias em vez de medições individuais. Assim

$$S_{\bar{X}} = \frac{S}{\sqrt{N}}. \quad (\text{A.3})$$

Existem muitas formas de se calcular o índice de precisão. Se o parâmetro a ser medido pode ser mantido constante, um número de medições repetidas pode ser usado para calcular  $S$  através da equação (A.1). Se existem  $M$  instrumentos de medição redundante ou  $M$  testes redundantes e o parâmetro a ser medido pode ser mantido constante para realizar  $N$  medições repetidas, pode-se utilizar a expressão (A.4) para obter o índice de precisão para leituras individuais

$$S = \left[ \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (X_{ij} - \bar{X})^2}{M(N-1)} \right]^{1/2} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^M S_i^2}{M} \right]^{1/2}. \quad (\text{A.4})$$

Existem formas de se calcular o índice de precisão para parâmetros que não podem ser mantidos constantes, ou ainda quando o número de amostras for menor do que uma dezena.

O segundo componente do erro total é o erro sistemático, que permanece constante durante a realização do experimento e é resultante da acumulação de diversos erros sistemáticos individuais. Erros sistemáticos incluem aqueles que são

conhecidos e podem ser eliminados através de calibrações, erros desprezíveis, que devem ser ignorados e erros que somente podem ser estimados, e esta estimativa será incluída na análise de incerteza.

Na maioria dos casos, o erro sistemático é suposto simétrico com relação ao valor da medição, ou seja, como não se sabe se o erro sistemático é positivo ou negativo, e o limite do erro sistemático é representado por  $\pm\beta$ . O limite do erro sistemático,  $\beta$  é estimado como o limite superior do erro sistemático.

A determinação do erro sistemático é uma tarefa difícil, uma vez que sua determinação exata depende da comparação das medições com o valor exato do parâmetro em questão, que não é conhecido. Alguns procedimentos para estimar o erro sistemático são a comparação com instrumentos padrão, ou com medições independentes que dependam de diferentes princípios ou tenham sido calibrados independentemente.

Nesta etapa, com base na lista de fontes de erros elementares, proceder da seguinte forma

1. Obter uma estimativa para cada erro identificado na lista em (b).
2. Se há dados disponíveis para estimar o índice de precisão, classificá-lo como erro de precisão, se não, como erro sistemático.

#### (d) Calcular os erros de precisão e sistemáticos para cada parâmetro

O resultado final do índice de precisão  $S$  das medições consiste em se extrair a raiz quadrada do somatório dos índices de precisão de cada fonte, segundo equação

(A.5)

$$S = \left[ \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^N S_{ij}^2 \right]^{1/2}, \quad (\text{A.5})$$

onde  $j$  define a categoria da fonte de erro, classificadas em 1) calibração, 2) aquisição de dados e 3) redução de dados, e  $i$  define a fonte dentro da categoria.

Todo instrumento de medição apresenta tanto erro sistemático quanto erro randômico. O principal objetivo da calibração é eliminar os erros sistemáticos, e reduzir a incerteza até o valor desejado. O processo de calibração deve reproduzir as condições em que os testes serão realizados, garantindo que o comportamento do instrumento durante a calibração seja o mais próximo possível do comportamento durante a realização dos testes. Paralelamente, os padrões, procedimentos e instrumentos utilizados na calibração devem ser controlados para evitar erros sistemáticos.

Os limites dos erros sistemáticos são tratados de forma análoga aos índices de precisão, fazendo a raiz quadrada do somatório do quadrado de todos os limites dos erros sistemáticos de todas as fontes, assim, para os processos de calibração, aquisição de dados e tratamento de dados, temos

$$\beta = \left[ \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^N \beta_{ij}^2 \right]^{1/2}, \quad (\text{A.6})$$

Em uma amostra, o número de graus de liberdade é o tamanho da amostra  $N$ . Em um tratamento estatístico, o número de graus de liberdade associado é reduzido de uma unidade para cada parâmetro estimado estatisticamente. Por exemplo, para uma amostra de tamanho  $N$ ,  $\bar{X}$  é calculado pela equação (A.19) e possui  $N$  graus de liberdade, enquanto o índice de precisão  $S$  calculado pela equação (A.1), com  $N - 1$  graus de liberdade porque  $\bar{X}$ , que é baseado na mesma amostra, é utilizado na determinação de  $S$ . Ao calcular estatisticamente outros parâmetros, o número de graus de liberdade deve ser ainda mais reduzido.

Para calcular o erro padrão de uma curva de ajuste, a redução de graus de liberdade é igual ao número de coeficientes da curva ajustada.

Quando todas as fontes de erro tem população de amostras grande, ou seja, mais de 30 elementos, o cálculo do número de graus de liberdade torna-se desnecessário.

**(e) Determinação da propagação dos erros sistemático e de precisão**

Erros resultantes da medição dos parâmetros são propagados até o resultado final pelas relações funcionais entre os parâmetros medidos e os resultados. O efeito da propagação pode ser calculado por série de Taylor.

A propagação do erro deve ser avaliada através da derivação da relação funcional que fornece o resultado em função do parâmetro medido. Este procedimento requer a determinação dos fatores de sensibilidade.

A sensibilidade de um resultado à variação de um parâmetro é o erro propagado até o resultado devido a variação do parâmetro. O coeficiente de sensibilidade de cada parâmetro pode ser obtido analiticamente.

Se a relação matemática que fornece o resultado  $r$  em função do parâmetro  $P_j$  for conhecida, o coeficiente dimensional de sensibilidade absoluta  $\vartheta_j$  do parâmetro  $P_j$  é obtido por diferenciação parcial. Assim, se  $r = f(P_1, P_2, \dots, P_j)$ , então

$$\vartheta_j = \frac{\partial r}{\partial P_j} \quad (\text{A.7})$$

Analogamente, na forma adimensional, o coeficiente de sensibilidade,  $\vartheta'_j$ , é

$$\vartheta'_j = \frac{\partial r / r}{\partial P_j / P_j} \quad (\text{A.8})$$

Os erros sistemáticos e índices de precisão dos parâmetros independentes deve ser propagados separadamente até o resultado final, quando estes erros são então combinados para fornecer a incerteza de medição.

Para obter a incerteza de medição de um resultado é necessário expressar o resultado  $r$  em termos de valores médios dos parâmetros independentes  $P_j$ , que influenciam o resultado. Isto é,

$$r = f(\overline{P}_1, \overline{P}_2, \dots, \overline{P}_j) \quad (\text{A.9})$$

onde o índice  $j$  significa o número total de parâmetros envolvidos em  $r$ , e os valores médios de parâmetros independentes são obtidos como

$$\bar{P}_j = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N P_{jk}, \quad (\text{A.10})$$

onde  $N$  é o número de medições repetidas de  $P_j$ .

A incerteza do resultado pode ser baseada em dois modelos, equações (A.11) e (A.12), dependendo do intervalo de confiança desejado. Assim,

$$U_{rADD} = (\beta_r + tS_r), \quad (\text{A.11})$$

que fornece uma confiança de 99% ou para um intervalo de confiança de 95%, temos

$$U_{rRSS} = [\beta_r^2 + (tS_r)^2]^{1/2}. \quad (\text{A.12})$$

Nas expressões acima, as quantidades  $\beta_r$  são o limite do erro sistemático e  $S_r$  é o índice de precisão e  $t$  é a variável aleatória da distribuição  $t$  de Student, muito utilizada quando não se conhece o desvio padrão verdadeiro. O valor de  $t$  é uma função dos graus de liberdade utilizados no cálculo da variância. Para população de amostras numerosas,  $t$  apresenta como limite inferior, valores equivalentes a 1,96, podendo ser aproximado para 2,0 por simplicidade sempre que o número de amostras for numeroso, ou seja, superior a 30 medições. Mais detalhes sobre a distribuição de Student podem ser encontrados em Bevington(1969).

O intervalo de incerteza dos resultados, considerando um caso simétrico será

$$r \pm U_r. \quad (\text{A.13})$$

O índice de precisão absoluto  $S_r$  de um resultado pode ser obtido por

$$S_r = \left[ \sum_{j=1}^J (\vartheta_j S_{P_j})^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{A.14})$$

O índice de precisão relativo de um resultado pode ser obtido por

$$\frac{S_r}{r} = \left[ \sum_{j=1}^J \left( \vartheta'_j \frac{S_{P_j}}{P_j} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{A.15})$$

Os símbolos  $\vartheta_j$  e  $\vartheta'_j$  representam os coeficientes de sensibilidade nas formas dimensional e adimensional das equações (A.7) e A.8) respectivamente, e  $S_{P_j}$  é o índice de precisão do valor médio do parâmetro  $P_j$ , definido na equação (A.3) como

$$S_{P_j} = \frac{S_{P_j}}{\sqrt{N}}. \quad (\text{A.16})$$

O limite de erro sistemático absoluto  $\beta_r$  de um resultado pode ser fornecido por

$$\beta_r = \left[ \sum_{j=1}^J (\vartheta_j \beta_{P_j})^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{A.17})$$

O limite de erro sistemático relativo de um resultado é

$$\frac{\beta_r}{r} = \left[ \sum_{j=1}^J \left( \vartheta'_j \frac{\beta_{P_j}}{P_j} \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (\text{A.18})$$

O símbolo  $\beta_{P_j}$  é o limite do erro sistemático do parâmetro medido.

Assim, resumidamente, a determinação da propagação do índice de precisão e do erro sistemático deve ser conduzida fazendo-se

1. Erros sistemáticos e índices de precisão de parâmetros independentes são propagados separadamente até o resultado final do teste
2. A propagação de erros é realizada de acordo com as relações funcionais via série de Taylor. Assim, o cálculo dos fatores de sensibilidade é necessário.

#### (f) Cálculo da incerteza

A análise de incerteza de medição está quase completa quando todas as fontes de erros elementares tiverem sido identificadas e quantificadas em erros sistemáticos e índices de precisão, e estes erros tiverem sido combinados fornecendo o limite de erro sistemático e de índice de precisão das medições. Uma estimativa do número de graus de liberdade para amostras com populações numerosas pode ser realizada observando-se o número de repetições de medição.

Adotado-se a apresentação de um único valor,  $U_r$ , representativo da incerteza do resultado para expressar um limite de erro. Este valor é resultante de uma combinação dos erros sistemático e randômico.  $U_r$  tem uma interpretação muito simples, indicando o maior erro possível do resultado final, não sendo necessária nenhuma explicação complementar. Assim, o intervalo

$$\bar{X} \pm U_r \quad (\text{A.19})$$

representa a faixa dentro da qual se espera que o verdadeiro valor da medição esteja situado.

O erro sistemático é baseado num julgamento ou em experiências anteriores e o erro randômico é calculado estatisticamente. Por estas razões incerteza de uma medição é um valor estimado e uma função oriunda da associação destes dois parâmetros. Não fornecendo, portanto, 100% de confiança. Apesar deste intervalo de confiança estatística não ser absoluto, recomenda-se dois intervalos de incerteza que abrangem os níveis 95% e 99% de confiança.

A incerteza de medição para casos onde o erro sistemático é simétrico com relação à média dos resultados, deve ser determinado pelas expressões (A.11) ou (A.12).

Se o limite do erro sistemático não for simétrico com relação à média dos resultados, a incerteza não será simétrica com relação à média das medições. Desta forma, a equação (A.19) é modificada, e o limite superior do intervalo é

$$\bar{X} + U_r^+, \quad (\text{A.20})$$

e o limite inferior do intervalo é

$$\bar{X} - U_r^-. \quad (\text{A.21})$$

Uma vez que o cálculo rigoroso do nível de confiança não é possível por causa das distribuições dos limites dos erros sistemáticos ser frequentemente uma estimativa, não podendo ser rigorosamente definida, o nível de confiança é substituído pelo conceito de cobertura.

A cobertura indica com que frequência espera-se que o valor real de determinado parâmetro ocorra no intervalo estimado para este parâmetro. Um intervalo de incerteza com noventa e cinco por cento fornece 95% de cobertura, isto é, quando um intervalo de incerteza de 95% é obtido para uma amostra, este intervalo irá conter o valor real 95% das medições repetidas.

### (g) Relatório

No procedimento de análise da incerteza de medição, erros de precisão e erros sistemáticos são tratados separadamente até o último passo, quando são combinados fornecendo a incerteza.

O resumo do relatório deve conter o valor nominal do resultado do teste, a identificação do modelo selecionado para o cálculo da incerteza, e os erros



sistemáticos, de precisão e o número de graus de liberdade devem ser apresentados. Estes componentes são necessários para cada parâmetro para dar consistência e explicar o valor da incerteza obtido, fornecer embasamento técnico para melhorar as medições e para propagar a incerteza dos parâmetros medidos até o resultado final.

O relatório deve incluir também uma tabela dos erros elementares utilizados na análise da incerteza, incluindo limites de erro sistemático, índices de precisão e números de graus de liberdade para cada parâmetro.

## A.2 Calibração do transdutor de pressão

### (a) Definição do processo de medição

Nesta etapa, será realizada a calibração do transdutor de pressão da Coleparmer que será utilizado futuramente como instrumento padrão para a medição da velocidade do fluido. Nesta fase, são tomadas medições de diferença de potencial em um multímetro acoplado ao transdutor, e as leituras de voltagem são comparadas com o deslocamento da coluna de fluido utilizado em um manômetro inclinado. O manômetro fornece o diferencial entre pressões dinâmica e estática. O fluido manométrico utilizado no instrumento padrão foi o butanol normal.

As condições ambientais, temperatura e pressão, foram periodicamente monitoradas durante a realização dos experimentos, garantindo sua uniformidade.

#### (a)(1) Definir os objetivos do teste e sua duração.

O teste a ser realizado consiste na calibração do transdutor de pressão que será adotado como instrumento de referência para a medição de velocidade que se dará a seguir. A calibração do transdutor de pressão envolveu a obtenção de 22 pontos e teve duração de cerca de três horas.

#### (a)(2) Listar todos os parâmetros medidos independentemente e a precisão de cada parâmetro.

– Voltagem provocada pelo diferencial de pressões estática e dinâmica; com precisão de  $\pm 0,0005$  Volts;

– Deslocamento de coluna de fluido manométrico com precisão de  $\pm 0,25$  mm de butanol normal;

– Massa específica do fluido manométrico;

A variação da massa específica do butanol normal tem precisão de  $\pm 0,2\%$  na faixa de  $0 \leq T \leq 100^\circ C$ , assim, nesta análise de incerteza de medição de pressão, o butanol normal será tratado como um fluido incompressível, e a massa específica será considerada constante.

(a)(3) Listar todas as calibrações e todos os instrumentos que podem afetar cada um dos parâmetros.

- manômetro inclinado,
- transdutor de pressão Coleparmer e
- multímetro TTi modelo 1906.

Para a realização de medições redundantes foram utilizados um micromanómetro Furness Control LTD acoplado a um multímetro digital Minipa, modelo MDM 8145. A precisão do multímetro é  $\pm 0,005$  Volts.

(a)(4) Definir as relações funcionais entre os parâmetros medidos independentemente e os resultados dos testes.

A relação funcional entre o parâmetro medido, diferença de potencial  $\Delta E$ , e a diferença de pressão  $\Delta p$  resultante é linear,

$$\Delta p = A(\Delta E) + B. \quad (\text{A.22})$$

As constantes A e B são determinadas experimentalmente, por regressão linear das medições realizadas. Da figura (A.1),  $A = 24,284$  e  $B = -1,508$ .

## (b) Listagem de fontes de erros elementares

(b)(1) Fazer uma lista completa de todos as possíveis fontes de erros de medição para cada um dos parâmetros.

A incerteza da medida no processo de calibração do transdutor de pressão será função do erro na leitura do multímetro e da medida do deslocamento da coluna de fluido no manômetro inclinado.

O erro provocado pela variação da massa específica do butanol normal não será considerado neste processo de calibração, por ser de magnitude muito inferior a dos outros erros associados.

Há ainda o erro provocado pelo ajuste da reta aos pontos, resultante do processo de calibração do transdutor de pressão.

(b)(2) Agrupar as fontes de erros listadas de acordo com as seguintes categorias: calibração, aquisição de dados ou redução de dados.

A leitura da voltagem no multímetro e a medida do deslocamento da coluna de butanol normal constituem-se em possíveis fontes de erro de aquisição de dados.

O ajuste da curva de calibração do transdutor de pressão pelo método dos mínimos quadrados é uma fonte de erro provocado pela redução de dados.

### (c) Estimativa dos erros elementares

Neste passo deve-se primeiramente obter uma estimativa para cada erro identificado na lista em (b).

No processo de calibração, não foi realizada repetição de medições, sendo assim, não são observados erros randômicos ou de precisão. O índice de precisão não está presente na calibração.

O erro a ser considerado aqui será classificado como erro sistemático, resultante da acumulação de diversos erros sistemáticos individuais. Erros sistemáticos que podem ser identificados, como o ajuste do 'zero' de um equipamento podem e devem ser corrigidos.

O limite do erro sistemático para a diferença de pressão é a metade da menor divisão da escala do manômetro inclinado.

### (d) Calcular os erros de precisão e sistemáticos para cada parâmetro

O principal objetivo da calibração é eliminar os erros sistemáticos, e reduzir a incerteza até o valor desejado.

A lista de limites de erros sistemáticos é apresentada na Tabela A.1, assim, segundo a equação (A.6),

$$\beta_{\text{voltagem}} = \pm 0,0005 \text{Volts}, \quad (\text{A.23})$$

e

$$\beta_{\Delta p} = \pm 0,25 \text{mm de Butanol} = \pm 1,962 \text{Pa}. \quad (\text{A.24})$$

Tabela A.1: Incerteza associada à calibração do transdutor de pressão

Parâmetro	Limite do Erro Sistemático
voltagem	0,0005 Volts
$\Delta p$	0,25 mm Butanol

**(e) Determinação da propagação dos erros sistemático e de precisão**

A propagação do erro da pressão deve ser avaliada através da derivação da relação funcional (A.22) que fornece a pressão em função da voltagem. Este procedimento resulta na determinação do coeficiente de sensibilidade absoluta obtido através da equação (A.7).

Os erros individuais dos parâmetros são propagados nos resultados obedecendo expansões em série de Taylor, conforme mencionado anteriormente.

A equação (A.22) expressa a relação matemática que fornece o resultado  $\Delta p$  em função do parâmetro  $\Delta E$ . O coeficiente dimensional de sensibilidade absoluta  $\vartheta_j$  do parâmetro  $\Delta E$  é obtido por diferenciação parcial da equação (A.22). Assim,

$$\vartheta = \frac{\partial \Delta p}{\partial \Delta E} = A \times 0,0005 = 0,012142. \quad (\text{A.25})$$

O limite de erro sistemático absoluto  $\beta_{\Delta p}$  do diferencial de pressão é fornecido substituindo-se os resultados apresentados em (A.24) e (A.25) na equação (A.17),

$$\beta_{\Delta p} = \vartheta \beta_{\Delta E} = 0,012142 \times \pm 1,962 = 0,0238 \text{ Pa}. \quad (\text{A.26})$$

**(f) Cálculo da incerteza**

Para obter a incerteza de medição de um resultado é necessário expressar o resultado  $\Delta p$  em termos de valores médios do parâmetro independente  $\Delta E$ ,

que influencia o resultado. A incerteza do resultado pode ser baseada em dois modelos, equações (A.11) e (A.12), dependendo do intervalo de confiança desejado. Escolhendo o primeiro modelo que fornece maior faixa de confiança e lembrando que o processo de calibração não apresenta erro de precisão, a equação (A.11) pode ser escrita de forma simplificada, portanto

$$U_{\Delta p ADD} = \beta_{\Delta p} = \pm 0,0238 \text{ Pa}, \quad (\text{A.27})$$

que fornece uma confiança de 99%.

O intervalo de incerteza dos resultados da pressão será, considerando um caso simétrico será

$$\bar{p} \pm 0,0238 \text{ Pa}. \quad (\text{A.28})$$

Valores utilizados na calibração do transdutor de pressão são apresentados na Tabela A.2, e a curva de calibração está apresentada graficamente na figura (A.1).

Tabela A.2: Calibração do transdutor de pressão

Manômetro (mm)	TTi (Volts)
0,0	0,04200
1,0	0,38623
2,0	0,70400
3,0	1,04038
4,0	1,34648
5,0	1,69000
6,0	2,00685
7,0	2,3305
8,0	2,6540
9,0	2,9742
10,0	3,2850
11,0	3,6295
12,0	3,9460
13,0	4,2640
14,0	4,5813
15,0	4,9060
16,0	5,2384
17,0	5,5427
18,0	5,8758
19,0	6,1755
20,0	6,5160
22,0	6,6833

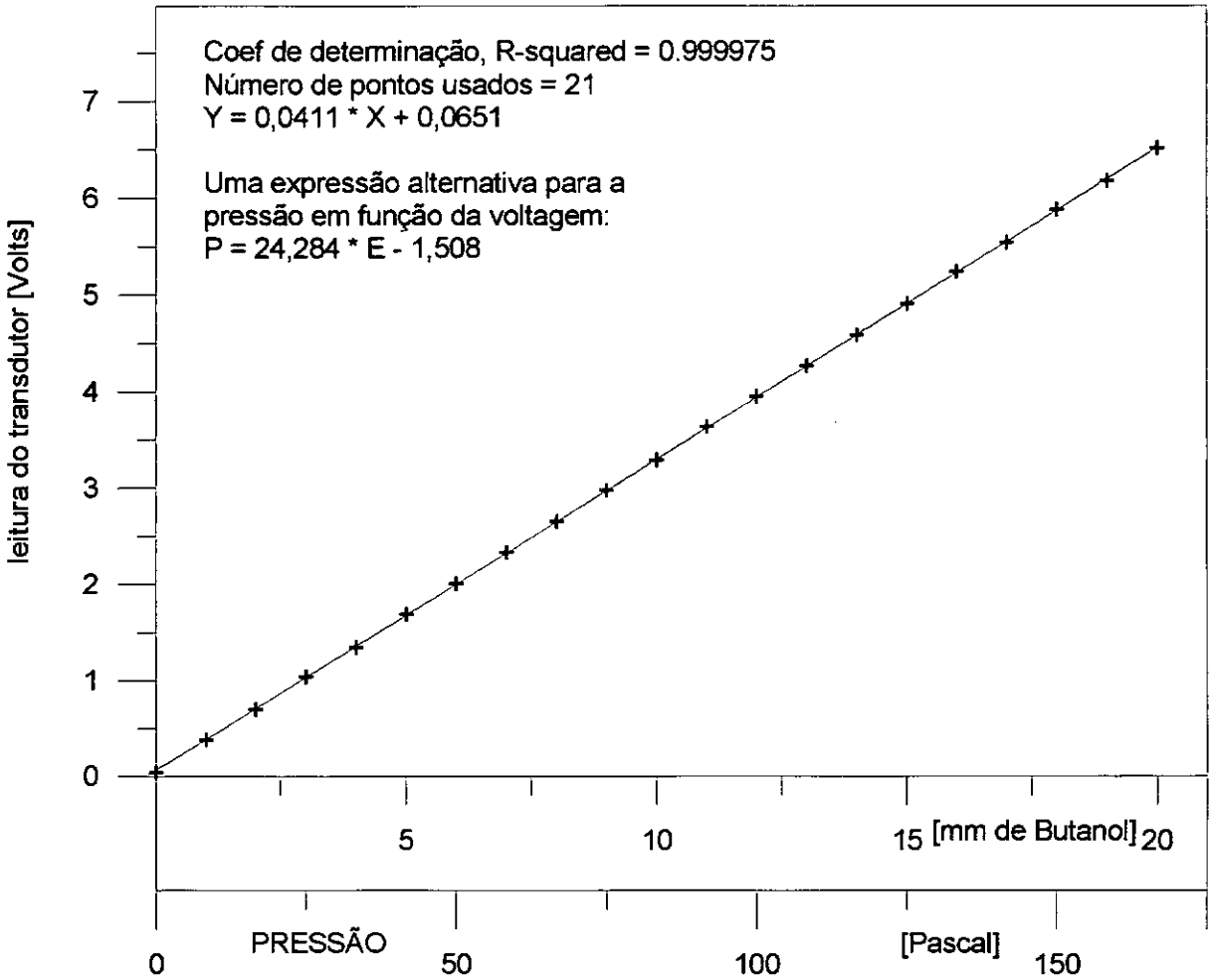


Figura (A.1) - Representação gráfica da calibração do transdutor de pressão - (Voltagem x Pressão).



## A.3 Análise da incerteza de medição de velocidade

### (a) Definição do processo

Esta seção destina-se à análise da incerteza associadas ao processo de calibração do anemômetro e às medições de velocidade e de flutuação de velocidade. São, portanto, estimadas as incertezas das medições associadas à calibração e à aquisição de dados. Durante o processo de calibração do anemômetro, o sensor é imerso em um escoamento de baixo índice de turbulência, cuja velocidade seja conhecida. O sensor deve ser posicionado paralelamente ao escoamento, garantindo que o fio esteja perpendicular à velocidade longitudinal. A velocidade do escoamento será a velocidade de referência, e deve, portanto, ser obtida por um instrumento de maior precisão do que a requerida no objetivo do experimento. Leituras de diferença de potencial são, então, obtidas pelo anemômetro e relacionadas às diferenças de pressão medidas utilizando-se um tubo de Pitot como instrumento padrão, e pelo transdutor de pressão fabricado pela Coleparmer, calibrado em seção anterior.

O processo de calibração consiste na associação de diferentes voltagens aquisitadas através do sistema de anemometria para cada velocidade de referência fornecida pelo instrumento padrão, o tubo de Pitot. A faixa de variação de velocidades deve incluir aquela em que será realizado o experimento, e a calibração deve ser realizada nas condições mais próximas àquelas em que o experimento será conduzido.

O programa de aquisição de dados, através da relação funcional entre velocidade do escoamento e tensão de saída do sistema eletrônico, calcula, por regressão linear, as constantes de calibração.

Para estimar a incerteza de medição associada à aquisição de dados de velocidade e flutuação de velocidade, grande número de amostras é apresentado em um histograma, as amostras são tratadas estatisticamente, e são apresentados parâmetros necessários para a estimativa da incerteza de medição e para o intervalo de confiabilidade.

(a)(1) Definir os objetivos do teste e sua duração.

Os testes realizados aqui envolvem processos de calibração do anemômetro e de medição de velocidade e de intensidade turbulenta.

A calibração do anemômetro foi realizada em intervalos de no máximo quatro horas aproximadamente, ou sempre que se observou alguma variação das condições ambientais. O objetivo da calibração é eliminar os possíveis erros sistemáticos do anemômetro na medição da velocidade.

O objetivo das medições é a determinação da velocidade longitudinal e da flutuação de velocidade longitudinal do escoamento, e tiveram duração de cerca de oito horas diárias.

(a)(2) Listar todos os parâmetros medidos independentemente e a precisão de cada parâmetro.

- velocidade de referência, com precisão da voltagem fornecida pelo transdutor de pressão;
- voltagem fornecida pelo anemômetro;
- sistema posicionador de sensores;

(a)(3) Listar todas as calibrações e todos os instrumentos que podem afetar cada um dos parâmetros.

- Calibração do transdutor de pressão
- Tubo de Pitot
- Transdutor de pressão de fabricação Coleparmer
- Multímetro TTI modelo 1906.
- Fio quente DISA 55P15
- Anemômetro Kauri
- Sistema de aquisição de dados Data Translation
- Posicionador de sensores

Foram utilizados para monitoração de alguns parâmetros envolvidos na medição da velocidade um multímetro e um osciloscópio, como instrumentos de medição redundante.

(a)(4) Definir as relações funcionais entre os parâmetros medidos independentemente e os resultados dos testes.

A relação funcional entre a diferença de potencial  $E$ , e a velocidade  $V$  resultante é da forma,

$$E^2 = A + BV^{0,45} \quad (\text{A.29})$$

As constantes  $A$  e  $B$  são determinadas por regressão linear, conforme exposto anteriormente.

### (b) Listagem de fontes de erros elementares

Esta etapa consiste em listar e agrupar as fontes de erros de acordo com as seguintes categorias: calibração, aquisição de dados e redução de dados.

#### ERROS DE CALIBRAÇÃO

- erros provocados pela regressão linear na determinação da curva de calibração do transdutor de pressão;
- ajuste da curva de calibração do anemômetro, e na determinação das constantes de calibração;
- voltagem fornecida pelo anemômetro.

#### ERROS DE AQUISIÇÃO DE DADOS

- erro associado à curva de calibração do anemômetro;
- erro associados ao sistema de aquisição e anemômetro;
- posicionador de sensores.

Erros sistemáticos podem estar associados a efeitos de instalação do sensor e às variações das condições do ambiente, por essa razão, eventualmente foram realizadas calibrações em intervalos inferiores a quatro horas conforme previsto anteriormente. A calibração elimina o erro sistemático.

O processamento de dados inclui o ajuste de curvas e precisão de cálculos computacionais. Até esta etapa, estes erros podem ser considerados desprezíveis.

**(c) Estimativa dos erros elementares**

Obter uma estimativa para cada erro identificado na lista em (b).

A curva de calibração do transdutor de pressão apresentou um coeficiente de determinação de 0,999975, podendo ser considerado um erro desprezível. Durante a calibração não são realizadas medições repetidas, não apresentando, portanto, erros randômicos.

Com relação à aquisição de dados, erros randômicos para as medições de velocidade foram analisados de duas formas distintas:

Uma das formas de determinar o erro randômico na medição de velocidade foi analisar uma população de amostras utilizada para a determinação da velocidade média obtida pela equação (A.19) e fornecida pelo sistema de aquisição de dados. As amostras foram analisadas estatisticamente fornecendo o índice de precisão  $S_U$ , e os resultados podem ser observados no histograma da figura (A.2).

Outra forma de determinar o erro randômico foi possível pois a velocidade do escoamento pode ser mantida constante e igual a 3,0m/s, desta forma, foi possível foram tomadas 100 repetições de velocidade média. Os resultados são apresentados no histograma da figura (A.3). As medições repetidas de velocidade podem ser usadas para calcular o índice de precisão,  $S_{\bar{U}}$ , através da equação (A.1).

**(d) Calcular os erros de precisão e sistemáticos para cada parâmetro**

Utilizando as equações (A.4) e (A.5), o resultado final do índice de precisão pode ser obtido considerando o índice de precisão resultante de cada velocidade média obtida da população de amostras e do índice de precisão obtido da análise da repetição das medições de velocidade média conforme procedimento descrito acima e apresentado nas figuras (A.2) e (A.3).

$$S = \left[ \frac{1}{2}(S_U^2 + S_{\bar{U}}^2) \right]^{1/2} = \left[ \frac{1}{2}((0,01529)^2 + (0,02263)^2) \right]^{1/2} = 0,0193113. \quad (\text{A.30})$$

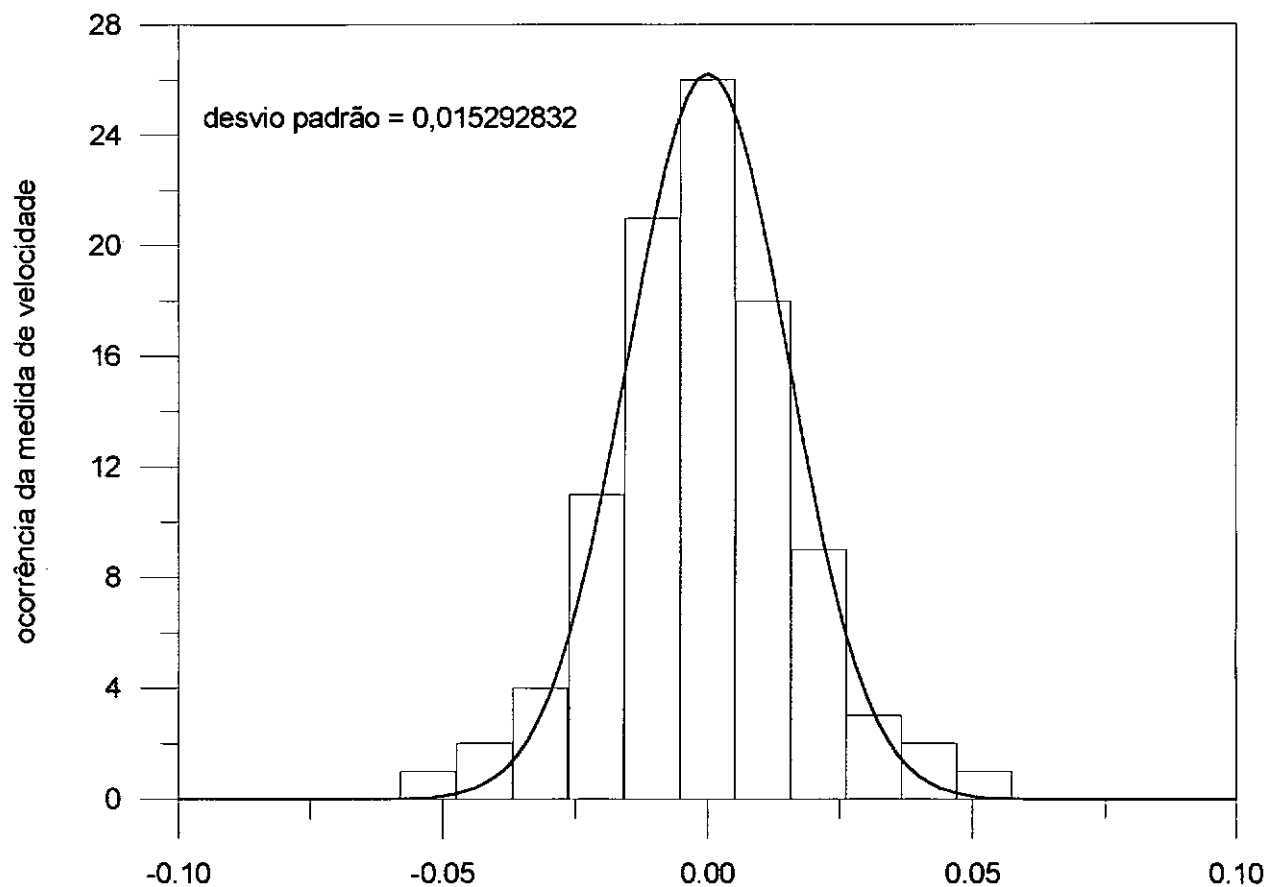


Figura (A.2) - Distribuição de probabilidade para um conjunto de 100 amostras utilizadas para determinação de uma velocidade média.

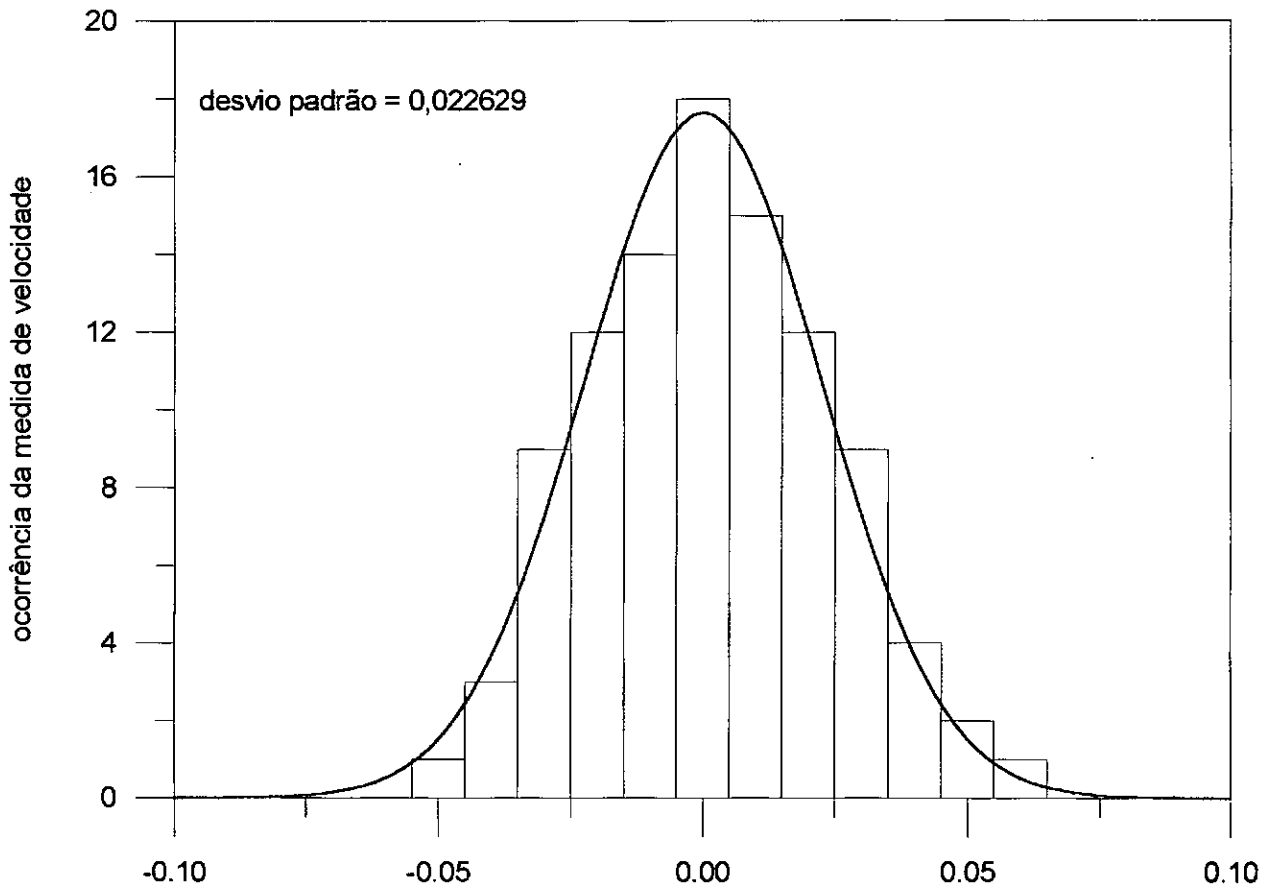


Figura (A.3) - Distribuição de probabilidade para um conjunto de 100 repetições de medição de velocidade média.

**(e) Determinação da propagação dos erros sistemático e de precisão**

A propagação do erro sistemático deve ser avaliada através da derivação da relação funcional (A.29), resultando na determinação do fator de sensibilidade  $\vartheta_E$ ,

$$\vartheta_E = \frac{\partial E}{\partial V} = \frac{0,45 B V^{0,55}}{2} (A + B V^{0,45})^{1/2} dV. \quad (\text{A.31})$$

Admitindo-se valores representativos das calibrações para as constantes e para a voltagem,

$$\vartheta_E = \frac{\partial E}{\partial V} = 2,666915 \times 0,218174 = 0,581852. \quad (\text{A.32})$$

O limite de erro sistemático absoluto  $\beta$  da diferença de potencial é fornecido pela equação (A.17), com as simplificações pertinentes

$$\beta = \vartheta_E \beta_E. \quad (\text{A.33})$$

O valor do erro máximo resultante do ajuste da curva de calibração do anemômetro é 1,0% se utilizados 20 pontos, assim

$$\beta = 0,581852 \times 0,010 = 0,00581852. \quad (\text{A.34})$$

O índice de precisão absoluto  $S$  da diferença de potencial foi determinado pela equação (A.30).

Os erros sistemáticos e índices de precisão dos parâmetros foram propagados separadamente, agora devem ser combinados para fornecer a incerteza de medição.

**(f) Cálculo da incerteza**

A incerteza de medição será baseada no modelo  $U_{rRSS}$ , assim, da equação (A.12). O valor de  $t$  é uma função dos graus de liberdade utilizados no cálculo da variância. Para população de amostras numerosas,  $t$  apresenta como limite inferior, valores equivalentes a 1,96, podendo ser aproximado para 2,0 por simplicidade sempre que o número de amostras for numeroso, ou seja, superior a 30 medições.

$$U_{rRSS} = [\beta^2 + (tS)^2]^{1/2} = [(0,0058)^2 + (2,0 \times 0,0193)^2]^{1/2} = 0,0391. \quad (\text{A.35})$$

Admitindo que o erro sistemático com relação à média das medições de velocidade, assim, o intervalo

$$\bar{V} \pm 0,0391\text{m/s} \quad (\text{A.36})$$

representa a faixa dentro da qual se espera que o verdadeiro valor da velocidade ocorra, com confiança de 95%.



## A.4 Análise da incerteza de medição de temperatura

### (a) Definição do processo de medição

A medição dos perfis de temperatura foi realizada utilizando-se três termopares do tipo K, constituídos de cromel-alumel. Um dos sensores foi instalado no posicionador de sensores, e os outros dois foram utilizados para monitorar a temperatura na superfície. Os experimentos tiveram duração de cerca de oito horas ininterruptas, entretanto, diferentemente do sensor de velocidade, o princípio de funcionamento do termopar não requer calibrações diárias. A calibração do termopar foi realizada no Laboratório de Tecnologia e Transferência de Calor, do PEM/COPPE/UFRJ, e será descrito em detalhes nesta seção.

Apesar de repetidas calibrações do termopar não terem sido necessárias, as condições ambientais, temperatura e pressão, foram periodicamente monitoradas durante a realização dos experimentos, garantindo a uniformidade nas medições.

#### (a)(1) Definir os objetivos do teste e sua duração.

São analisadas nesta seção incertezas das medições do processo de calibração dos termopares e do processo de medições dos perfis de temperatura das camadas limite térmicas.

Os experimentos foram realizados com o objetivo de medir o perfil de temperaturas em diversas estações na direção longitudinal, a medida em que o escoamento de camada limite se desenvolve sobre as diferentes condições de superfície. Cada série de medições tomou cerca de oito horas consecutivas. A interrupção das medições implicaria num novo tempo de espera até que o regime permanente de aquecimento da superfície se estabelecesse novamente.

A calibração tem o objetivo de eliminar os erros sistemáticos conhecidos e assim reduzir a incerteza ao nível requerido. O processo de calibração teve duração de cerca de seis horas. O sistema de medição de temperatura inclui termopares e placa

de aquisição TC-08 da marca PICOLOG, e como instrumento de referência, foi utilizado o calibrador da marca TECAL, modelo 650S.

(a)(2) Listar todos os parâmetros medidos independentemente e a precisão de cada parâmetro.

Termopares com diferentes graus de precisão estão disponíveis no mercado, entretanto, termopares mais comumente encontrados no mercado não apresentam precisão superior à  $\pm 0,56^\circ\text{C}$ . Para aumentar a precisão, o termopar deve ser calibrado. Os pontos obtidos durante a calibração fornecem os valores das constantes  $A$ ,  $B$  e  $C$ , da relação funcional do termopar.

A unidade do parâmetro de saída dos termopares é em milivolts, e pode ser medida em um multímetro.

(a)(3) Listar todas as calibrações e todos os instrumentos que podem afetar cada um dos parâmetros.

Condições ambientais podem influenciar a calibração dos termopares, entretanto, o equipamento de referência enclausura o termopar, minimizando este efeito de forma que pode ser considerado desprezível.

(a)(4) Definir as relações funcionais entre os parâmetros medidos independentemente e os resultados dos testes.

A voltagem  $E$  de um circuito simples de termopar é normalmente escrita na forma

$$E = AT + \frac{1}{2}BT^2 + \frac{1}{3}CT^3 \quad (\text{A.37})$$

onde  $T$  é a temperatura em graus Celsius e  $E$  é baseado na temperatura da junção à  $0^\circ\text{C}$ . As constantes  $A$ ,  $B$  e  $C$  dependem dos materiais dos fios que compõe o termopar.

**(b) Listar e agrupar as fontes de erros de acordo com as seguintes categorias: calibração, aquisição de dados ou redução de dados.**

O processo de calibração do termopar resulta num erro relativo ao ajuste da curva de calibração.

Como a temperatura pode ser mantida constante, possibilitando a repetição da medição quantas vezes se queira. Os resultados de 100 medições repetidas de temperatura média são tratados num histograma, fornecendo o desvio padrão utilizado no cálculo do erro randômico.

Analogamente ao procedimento adotado para a velocidade, foi analisada uma amostra de 100 elementos utilizada para determinação de uma temperatura média. O resultado da análise estatística é apresentado na figura (A.5)

### **(c) Estimativa dos erros elementares**

São observados erros randômicos nas medições repetidas de temperatura média. Os resultados são tratados no histograma apresentado na figura (A.4). O desvio padrão da amostra obtida vale 0,01003982, indicando que a distribuição de erros de precisão é bastante satisfatória.

O desvio padrão obtido da análise da amostra de 100 elementos utilizada para determinação de uma temperatura média é 0,008977525. A curva de dispersão é apresentada na figura (A.5).

O índice de precisão, calculado através da equação (A.1). Utilizando as equações (A.4) e (A.5), o resultado final do índice de precisão pode ser obtido considerando o índice de precisão resultante de cada temperatura média obtida da população de amostras e do índice de precisão resultante da análise da repetição das medições de velocidade média conforme procedimento descrito acima e apresentado nas figuras (A.4) e (A.5).

$$S = \left[ \frac{1}{2}(S_T^2 + S_{\bar{T}}^2) \right]^{1/2} = \left[ \frac{1}{2}((0,008977525)^2 + (0,01003982)^2) \right]^{1/2} = 0,009523496 \quad (\text{A.38})$$

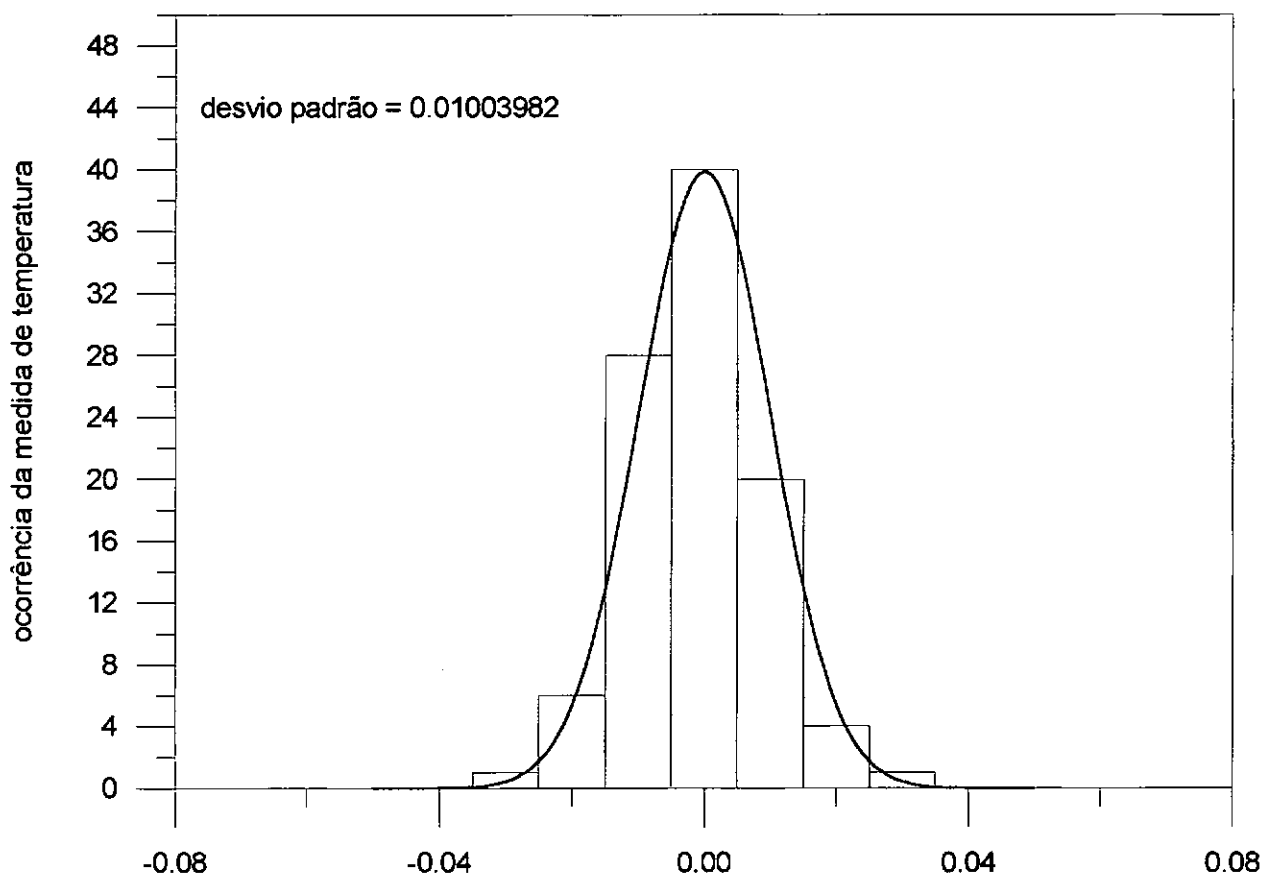


Figura (A.4) - Distribuição de probabilidade para um conjunto de 100 amostras utilizadas para determinação de uma temperatura média.

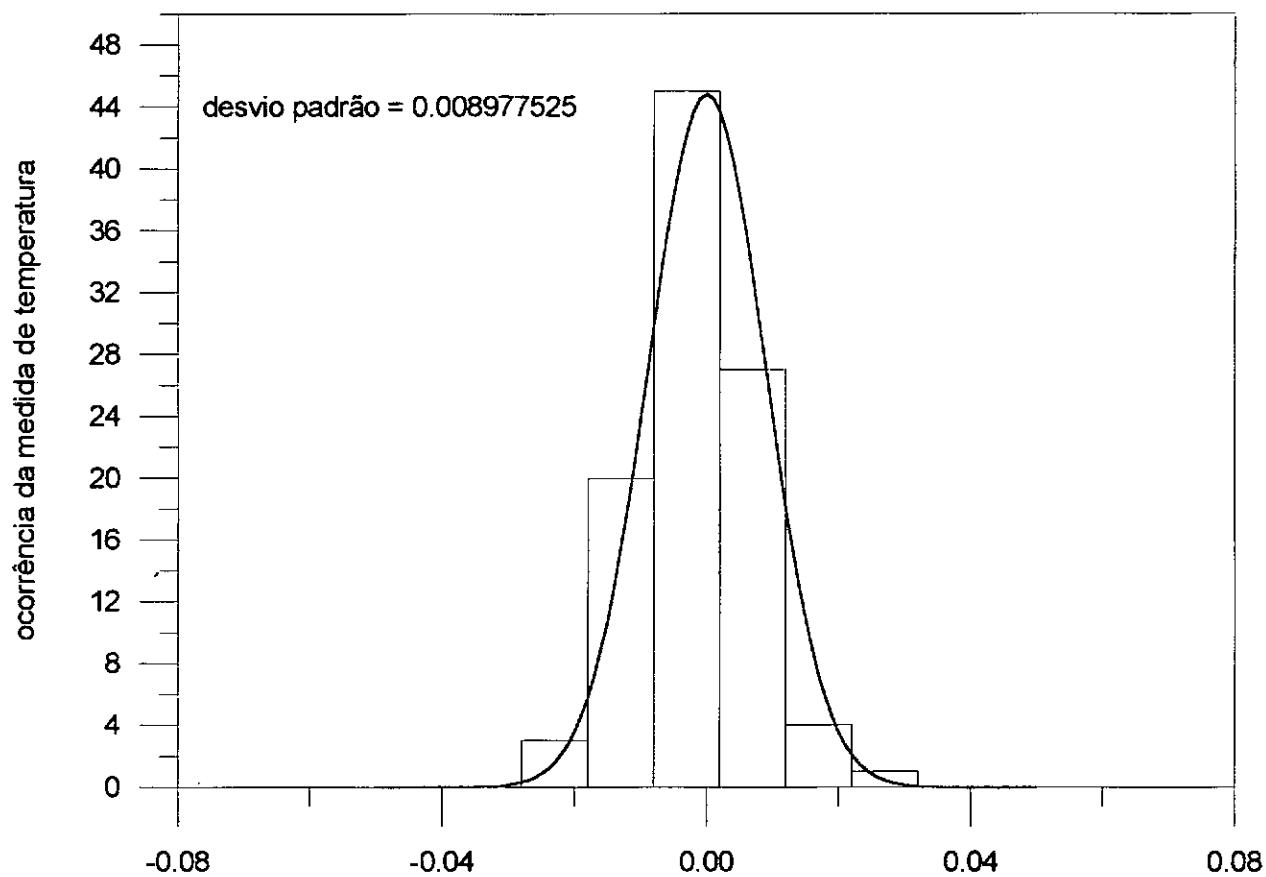


Figura (A.5) - Distribuição de probabilidade para um conjunto de 100 repetições de medição de temperatura média.

**(e) Determinação da propagação dos erros sistemático e de precisão**

A curva de calibração do termopar apresentou concordância superior a 99,9%, assim o erro sistemático para a medição de temperatura será considerado desprezível.

O índice de precisão foi determinado pela equação (A.38).

**(f) Cálculo da incerteza**

A incerteza de medição será baseada no modelo  $U_{rADD}$ , assim, da equação (A.11) com as devidas simplificações fornece

$$U_{rADD} = 0,00581852, \quad (\text{A.39})$$

Com relação à média das medições de temperatura, a incerteza de medição é expressa por

$$\bar{T} \pm 0,0058^{\circ}\text{C} \quad (\text{A.40})$$

representa a faixa dentro da qual se espera que o verdadeiro valor da velocidade ocorra, com confiança de 99%.

Tabela A.3: Calibração do sistema de aquisição de temperatura

Padrão (C)	Pico Log (C)
22,8	22,87
25,2	25,23
34,7	34,73
45,0	44,91
54,9	54,60
65,0	64,70
75,0	74,72
85,0	84,66
95,0	94,69
105,0	104,70

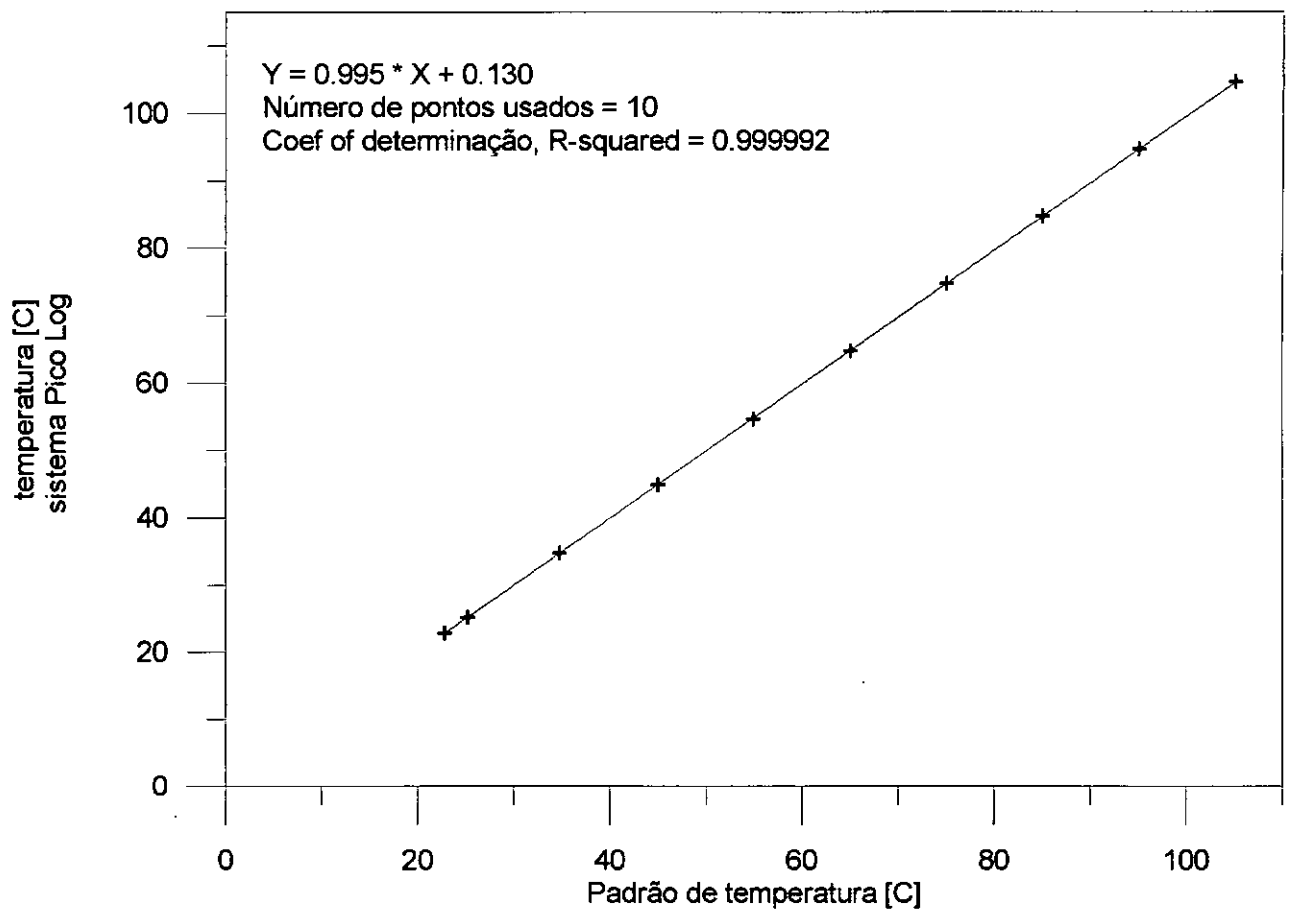


Figura (A.6) - Calibração do sistema de aquisição de Temperatura